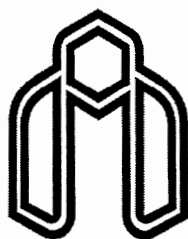


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

## پایان نامه کارشناسی ارشد

### رشته و گرایش

مهندسی عمران - سازه

جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

### عنوان :

بهینه سازی شکل سازه ها  
با استفاده از روش تشییرات مرزی

استاد راهنما : آقای دکتر بهروز حسنی

دانشجو : ناصر ظریف مقدم

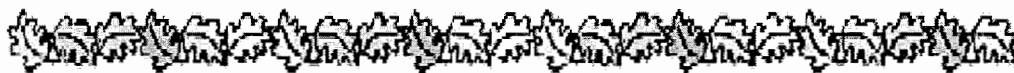
بهمن ماه ۸۲

تقدیم به :

پدر گرامی و مادر عزیزم

## بنام قادر متعال

### تشکر و قدردانی :



در ابتدای این پایان نامه بر خود لازم می دانم تا از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر بهروز حسنی کمال تشکر را داشته باشم که وجود ایشان و راهنماییهای ارزنده شان در به سر انجام رسیدن این پایان نامه حقیقتی وصف ناپذیر است. در این راستا ایشان همواره یار و همراه من بوده و راه را برای پیشرفت علمی اینجانب هموار نموده اند. امیدوارم که همواره موفقیت، رفیق راهشان باشد.

در ادامه از کلیه اساتید دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شاهرود، بخصوص آقایان دکتر نادری، دکتر کیهانی، دکتر کلات جاری و دکتر کمیلی به خاطر زحماتی که در جهت رشد و ارتقای سطح علمی اینجانب داشته اند کمال تشکر و قدردانی را دارم و موفقیت و سربلندیشان آرزوی همیشگی من است.

در انتها از خانواده عزیزم که همواره و خصوصا در طول دوران تحصیل، یار و پشتیبانم بوده اند سپاسگزارم.

ناصر ظریف مقدم

بهمن ماه ۸۲

## چکیده:

یکی از علومی که امروزه توجه بسیاری از ریاضیدانان، محققین، مهندسين و غيره را به سمت خود جلب کرده است، علم بهینه سازی می باشد. در زمینه مهندسی سازه و مکانیک، بایستی توجهی دوچندان به مبحث بهینه سازی داشت تا بتوان به تولید سازه هایی با توپولوژی، شکل و ابعاد بهینه اقدام کرد. به همین منظور در این پایان نامه به بررسی چگونگی بهینه سازی شکل سازه ها با استفاده از روش تغییرات مرزی پرداخته ایم.

از امتیازات قابل توجه این پایان نامه می توان به نحوه مدل سازی شکل سازه اشاره نمود که بدین منظور از اسپلاینهای درجه سه استفاده شده است و نقاط کلیدی اسپلاین ها به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی در نظر گرفته شده اند. این خود باعث کاهش قابل توجه تعداد متغیرها شده است و امکان رسیدن به جواب بهینه با سرعت و دقت بیشتر فراهم شده است. از مزایای دیگر روش جدید، کمتر شدن احتمال گیر افتادن در جوابهای محلی میباشد. در طول فرآیند بهینه سازی، توپولوژی سازه تغییری نکرده و فقط مرزهای سازه و در نتیجه شکل آن دستخوش تغییرات می شود. بدین منظور برنامه ShapeOptimizer جهت انجام فرآیند بهینه سازی تولید شده است. این برنامه توانایی بهینه سازی شکل مسائل تنش/کرنش مسطح و نیز مسائل با تقارن محوری را دارا بوده و کلیه مراحل مدل سازی شکل سازه با استفاده از اسپلاین ها، تولید شبکه اجزای محدود، آنالیز اجزای محدود و فرآیند بهینه سازی در داخل آن انجام میگردد. صحت جوابهای بدست آمده با مقایسه با مسائلی که حلشان معلوم است کنترل شده و در پایان نامه قابل ملاحظه است.

## فهرست مطالب

1	مقدمه
2	1-1 مقدمه
3	2-1 ابزار مورد نیاز
5	3-1 فرمولبندی ریاضی برای بهینه سازی شکل سازه ها
6	1-3-1 متغیرهای طراحی
6	2-3-1 توابع هدف
7	3-3-1 قیود
8	4-1 تولید مرزها با استفاده از اسپلین ها
9	کلیاتی در مورد بهینه سازی سازه ها
10	1-2 مقدمه:
12	2-2 بهینه سازی توپولوژیک سازه ها:
12	1-2-2 روش Soft-kill/Hard-kill:
14	2-2-2 روش Homogenization:
15	3-2-2 روش Ground Structure:
16	4-2-2 روش Bubble:
18	3-2 بهینه سازی شکل سازه ها:
18	1-3-2 روش تغییرات مرزی:
19	2-3-2 روش رشد تطبیقی:
23	تولید و کنترل شکل
24	1-3 مقدمه

24	۲-۳ کلیات .....
25	۳-۳ تولید شکل .....
27	۴-۳ اسپلاین های پارامتری درجه سه .....
28	۱-۴-۳ اسپلاین های درجه سه Fergousen .....
28	۲-۴-۳ اسپلاین های درجه سه Bezier .....
29	۳-۴-۳ اسپلاین های درجه سه B-Spline .....
29	۵-۳ توضیحات بیشتر در مورد منحنی های درجه سه B-Spline .....
31	۶-۳ تعریف اصطلاحات مورد نیاز .....
32	۷-۳ فرمولبندی و کامپیوتری کردن .....
34	۸-۳ مشخصات شرایط انتهایی اسپلاین .....
34	۱-۸-۳ مشخصات شیبهای انتهایی .....
35	۲-۸-۳ شرایط مرزی طبیعی اسپلاین .....
36	۳-۸-۳ اثر مشخصات انتهایی .....
38	۹-۳ متغیرهای طراحی شکل .....
38	۱-۹-۳ استفاده از مختصات گره ها .....
38	۲-۹-۳ استفاده از چندجمله ای ها .....
39	۳-۹-۳ استفاده از نقاط کنترلی اسپلاینها .....
39	۴-۹-۳ استفاده از نقاط کلیدی اسپلاینها .....
42	۱۰-۳ ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی .....
43	۱۱-۳ جهت حرکت متغیرهای طراحی .....
44	<b>تولید مشی</b> .....
45	۱-۴ مقدمه .....

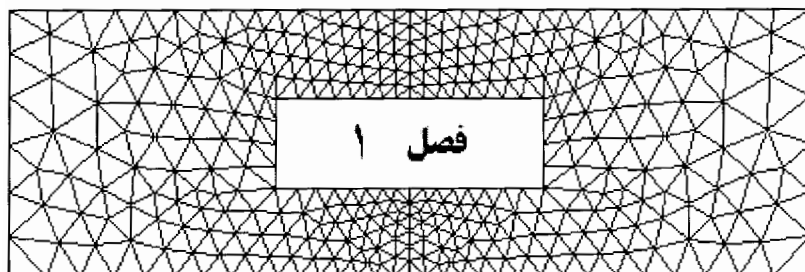
۴-۲	دیدگاه کلی نسبت به تولید مش	46
۴-۳	انواع روشهای تولید کننده مش	46
۴-۴	پارامترهای مش	49
۴-۵	تولید مش مثلثی سازمان نیافته با روش <i>Advancing Front</i>	56
65	<b>بهینه سازی شکل سازه ها</b>	
۵-۱	مقدمه	66
۵-۲	الگوریتم بهینه سازی شکل	66
۵-۲-۱	تولید مدل بهینه سازی شکل	68
۵-۲-۲	تولید مدل اجزای محدود	68
۵-۲-۳	آنالیز اجزای محدود	69
۵-۲-۴	فرآیند بهینه سازی	69
۵-۲-۵	بهنگام کردن مدل بهینه سازی	69
۵-۳	تعریف مساله بهینه سازی شکل	70
۵-۴	توابع هدف	70
۵-۴-۱	تابع وزن و حجم کل	71
۵-۴-۲	تابع انرژی کرنشی	72
۵-۴-۳	تابع تنش یکنواخت	72
۵-۴-۴	تابع تنش حداکثر	73
۵-۴-۵	تابع تمرکز تنش	74
۵-۵	توابع قید	76
۵-۵-۱	قیود حجم و وزن	79
۵-۵-۲	قیود تغییر مکان	79



80	..... قیود تنشها ۳-۵-۵
80	..... قیود مربوط به نقاط کلیدی ۴-۵-۵
81	..... متغیرهای طراحی ۶-۵
82	..... مثالهای حل شده ۷-۵
82	..... مثال ۱: میله کششی اتصال
86	..... مثال ۲: صفحه مربعی با سوراخ دایره ای شکل
90	..... مثال ۳: تیر طره عمیق
94	..... مثال ۴: تیر دوسر ساده
97	..... مثال ۵: تیر دوسر طره
100	..... مثال ۶: صفحه با بار جانبی
103	..... مثال ۷: سازه تحت اثر بار گسترده قائم
105	..... مثال ۸: آچار
109	..... <b>نتایج و پیشنهادات</b>
110	..... ۱-۶ مقدمه
110	..... ۲-۶ تولید مش
111	..... ۳-۶ حل اجزای محدود
111	..... ۴-۶ آنالیز حساسیت
111	..... ۵-۶ بهینه سازی
112	..... ۶-۶ مدلسازی هندسی شکل سازه
114	..... <b>منابع و مراجع:</b>
116	..... <b>راهنمای برنامه ShapeOptimizer</b>

116	الف- 1 مقدمه
116	الف- 2 ساختار اصلی برنامه <i>ShapeOptimizer</i>
117	الف- 3 تولید مرزها با استفاده از اسپلاینها
117	ساختار فایل ورودی <i>In-Seg.txt</i>
118	ساختار فایل ورودی <i>In-key.txt</i>
120	ساختار فایل خروجی <i>O-fixpoints.txt</i>
121	ساختار فایل خروجی <i>O-seg-define.txt</i>
122	ساختار فایل خروجی <i>Control-Points.txt</i>
123	الف- 4 بخش تولید مش ساختار نیافته
123	ساختار فایل ورودی <i>In-mad.txt</i>
124	ساختار فایل ورودی <i>In-backmesh.txt</i>
124	ساختار فایل خروجی <i>O-mesh.txt</i>
125	الف- 5 بخش اعمال بارها و تکیه گاهها
125	ساختار فایل ورودی <i>In-loadsupp.txt</i>
129	ساختار فایل خروجی <i>O-load.txt</i>
129	ساختار فایل خروجی <i>O-supp.txt</i>
130	الف- 6 بخش مربوط به حل مساله اجزای محدود
130	ساختار فایل ورودی <i>In-Plane.txt</i>
131	ساختار فایل خروجی <i>O-Plane.txt</i>
132	ساختار فایل خروجی <i>O-Stress.txt</i>
133	ساختار فایل خروجی <i>O-Disp.txt</i>
133	ساختار فایل خروجی <i>O-Reac.txt</i>

الف-۷ بخش مربوط به فرآیند بهینه سازی ..... 133



مقدمه

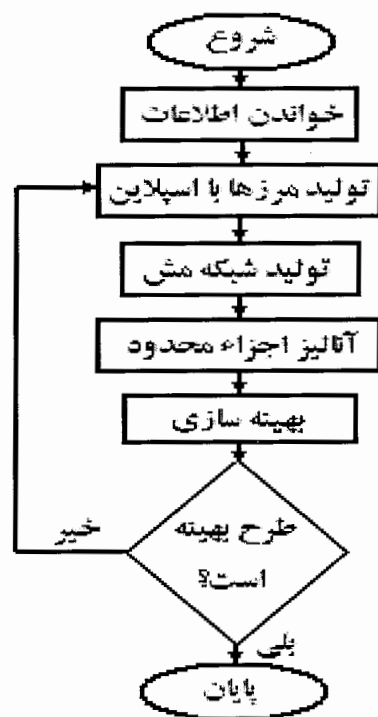
## ۱-۱ مقدمه

یکی از علومی که امروزه به شدت مورد توجه ریاضیدانان، محققین، مهندسين و غيره است، علم بهینه سازی میباشد. در حیطه کارهای مهندسی، یکی از مشکلات همیشگی مهندسان سازه، مکانیک و غيره، ساخت و تولید سازه ها و قطعاتی است که علاوه بر دارا بودن کارآیی مورد نظر، به لحاظ اقتصادی نیز مقرون به صرفه باشند و این مساله همواره ذهن آنها را مشغول کرده است. برای برآورده کردن خواسته های آنها بایستی به علم بهینه سازی پرداخته و به آن توجهی وافر داشت.

مسائل بهینه سازی را می توان در سه رده مختلف دسته بندی نمود که عبارتند از بهینه سازی توپولوژی، شکل و ابعاد<sup>۱</sup> سازه. در بهینه سازی توپولوژی سازه ها، هدف اصلی پیدا کردن تعداد مناسب حفره ها و محل آنها می باشد [۱]. به عنوان مثال در مورد یک خرپا، هدف از بهینه سازی توپولوژی، بدست آوردن تعداد بهینه اعضای خرپا میباشد. در بهینه سازی شکل سازه ها هدف اصلی پیدا کردن بهترین موقعیت مرزهای سازه است. برای مثال اگر خرابایی را در نظر بگیرید، حل مساله بهینه سازی شکل خرپا، منجر به حل مساله ای می شود که جواب آن بهترین موقعیت مکانی گره های خرپا خواهد بود و متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی، مختصات گره های دو سر اعضای خرپا میباشد. نوع دیگر مسائل بهینه سازی، بهینه سازی ابعاد میباشد که برای یک سازه خرابایی به مفهوم بدست آوردن حداقل سطح مقطع مورد نیاز است. هر کدام از موارد نامبرده شده، نکات و پیچیدگی های خاص خودش را دارد. اما در مسائل واقعی به ترکیبی از هر سه مورد بر میخوریم و میخواهیم سازه ای با توپولوژی، شکل و ابعاد بهینه داشته باشیم. در این حالت مساله بقدری بغرنج میشود که ناگزیر بایستی از کامپیوترهایی با توانایی بسیار بالا استفاده کنیم. برای حل اینگونه مسائل حتی با کامپیوترهای پیشرفته امروزی گاه به ساعتها، روزها و یا هفته ها زمان نیاز است.

<sup>۱</sup> Topology, Shape and Size Optimization

مثلی استفاده شده است. برای حل مساله اجزای محدود نیز از یک برنامه حل مسائل تنش/کرنش مسطح با استفاده از المانهای مثلی استفاده شده است [۸]. در بخش بهینه سازی از سابروتینهای آماده برنامه <sup>۱</sup> DOT استفاده شده است. این سابروتینها توسط پروفیسور وندریلات<sup>۲</sup> و همکارانش آماده گردیده و در تعداد زیادی از برنامه های تجاری و دانشگاهی مورد استفاده واقع شده است. بدین ترتیب برای حل مسائل بهینه سازی، امکان استفاده از روشهای برنامه ریزی ریاضی <sup>۳</sup> SQP، <sup>۴</sup> SLP و <sup>۵</sup> MMFD فراهم شده است [۷]. توضیحات کامل در مورد روشهای بهینه سازی ذکر شده را میتوان در مراجع [۴]، [۵] و [۶] ملاحظه کرد.



شکل ۱-۱: الگوریتم فرآیند بهینه سازی

<sup>۱</sup> Design Optimization Tools

<sup>۲</sup> Vanderplaats

<sup>۳</sup> Sequential Quadratic Programming

<sup>۴</sup> Sequential Linear Programming

<sup>۵</sup> Modified Method of Feasible Direction

بعد از تهیه برنامه های مورد نیاز، آنها را به یکدیگر تلفیق کرده و به حل مسائل میپردازیم. روند حل مسائل بهینه سازی شکل بدین صورت است که ابتدا شکل سازه اولیه به توجه به اطلاعات ورودی، توسط اسپلین ها مدل شده و سپس مش بندی و حل میشود. بعد از انجام فرآیند بهینه سازی و تولید شکل جدید تا هنگامی که معیار همگرایی ارضا شود و به جواب بهینه برسیم مراحل فوق تکرار میشوند. الگوریتم این فرآیند در شکل ۱-۱ به صورت چارت نمایش داده شده است.

### ۳-۱ فرمولبندی ریاضی برای بهینه سازی شکل سازه ها

در مبحث بهینه سازی شکل سازه ها، توابع هدف<sup>۱</sup> و قیود<sup>۲</sup> بسیار متنوعی وجود دارد. این توابع نسبت به متغیرهای طراحی، غالباً به شکل توابعی غیر خطی هستند. اما تمام آنها را میتوان به شکل استاندارد زیر فرمولبندی نمود.

$$\text{Minimize} : F(x)$$

$$g_j(x) \leq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$h_k(x) = 0 \quad k = 1, 2, 3, \dots, l \quad (1-1)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad i = 1, 2, 3, \dots, ndv$$

در فرمولبندی استاندارد فوق،  $x$  بردار متغیرهای طراحی،  $F(x)$  تابع هدف،  $g(x)$  قیود نامساوی و  $h(x)$  قیود مساوی مساله بهینه سازی هستند. اندیسهای  $l$  و  $u$  نیز بترتیب حدود پایین و

<sup>۱</sup> Objective Function

<sup>۲</sup> Constraints

بالای متغیرهای طراحی مربوطه شان را مشخص میکنند.  $m$  و  $l$  به ترتیب تعداد قیود نامساوی و مساوی بوده و  $ndv$  بیانگر تعداد متغیرهای طراحی میباشد.

### ۱-۳-۱ متغیرهای طراحی

چون هدف ما بهینه سازی شکل سازه است، بنابراین بایستی با ایجاد تغییر در موقعیت مکانی نقاط کلیدی اسپلین ها به هدف خود نائل شویم. با در نظر گرفتن نقاط کلیدی اسپلین ها به عنوان متغیرهای طراحی، تعداد متغیرهای طراحی بشدت کاهش یافته و بعد از اتمام فرآیند بهینه سازی، شکلی با مرز یکنواخت و نرم<sup>۱</sup> تولید میشود. کاهش یافتن تعداد متغیرهای طراحی، پایین آمدن هزینه و زمان حل مساله بهینه سازی را در پی خواهد داشت که برای مسائل با شکلهای پیچیده، امتیازی بزرگ محسوب میشود.

### ۲-۳-۱ توابع هدف

در بهینه سازی شکل سازه ها توابع هدف متنوعی را می توان مد نظر قرار داد. از جمله وزن سازه، حجم مصالح مصرفی، سختی سازه، قیمت نهایی وغیره. در اینجا ما وزن سازه را به عنوان تابع هدف در نظر گرفته ایم. همچنین میتوان با ایجاد تغییرات جزئی در سابروتینهای موجود و یا نوشتن سابروتینهای بسیار ساده و اضافه کردن آن به برنامه ShapeOptimizer به حل مسائل با توابع هدف مورد نظر پرداخت. همانگونه که اشاره شد در اینجا تابع هدف مورد نظر وزن سازه است و می توان آن را از رابطه زیر بدست آورد.

$$W(X) = \sum_{i=1}^n A_i t_i \rho \quad (۲-۱)$$

که  $W$  وزن سازه،  $X$  بردار متغیرهای طراحی،  $A$  سطح المان مثلثی،  $t$  ضخامت المان،  $\rho$  چگالی ماده مورد استفاده و  $n$  تعداد المانهای مثلثی می باشد.

<sup>۱</sup> Smooth



## ۳-۳-۱ قیود

چون در اینجا با حل مسائل واقعی روبرو هستیم، بنابراین وجود قیود در مساله بهینه سازی غیر قابل انکار خواهد بود. بدین ترتیب با حل مسائل بهینه سازی مقید روبرو هستیم. تعریف، محاسبه و کنترل قیود از مهمترین بخشهای فرآیند بهینه سازی میباشد. به علت تنوع مسائل بهینه سازی شکل، قیودی که مورد استفاده واقع میشوند نیز تنوع زیادی دارند. در ادامه تعدادی از قیود معمول که در مسائل بهینه سازی شکل مورد استفاده واقع می شوند را معرفی میکنیم. در این بخش نیز میتوان با نوشتن سابروتینهایی بسیار ساده و اضافه کردن آن به برنامه ShapeOptimizer به تعریف، محاسبه و کنترل قیود مورد نظر پرداخت.

$$\text{محدودیت تنشها} \quad g^{\sigma} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{all}} \geq 0 \quad (3-1)$$

$$\text{محدودیت تغییر مکانها} \quad g^D = 1 - \frac{D}{D_{all}} \geq 0 \quad (4-1)$$

$$\text{محدودیت حجم} \quad g^V = 1 - \frac{V}{V_{all}} \geq 0 \quad (5-1)$$

$$\text{محدودیت سطح} \quad g^A = 1 - \frac{A}{A_{all}} \geq 0 \quad (6-1)$$

که  $\sigma$  تنش،  $D$  تغییر مکان،  $V$  حجم،  $A$  سطح و  $all$  بیانگر مقدار مجاز پارامتر مربوطه اش میباشد.

برای حل مسائل بهینه سازی ممکن است بعضی از قیود ذکر شده و یا ترکیبی از آنها در حل مساله بهینه سازی وارد شود. قیود فوق به صورت سابروتینهایی در داخل برنامه ShapeOptimizer قرار میگیرند.

#### ۴-۱ تولید مرزها با استفاده از اسپلاین ها

همانگونه که پیشتر نیز اشاره گردید، در اینجا با استفاده از اسپلاینها شکل سازه مدل شده است. اسپلاین ها انواع متنوعی دارند که از جمله میتوان از اسپلاین های فرگوسن<sup>۱</sup>، بزیئر<sup>۲</sup> و B-Spline های درجه سه نام برد. در اینجا ما از B-Spline های درجه سه برای مدل سازی استفاده کرده ایم. استفاده از اسپلاینها مزایای بسیاری را در بر خواهد داشت که برای جلوگیری از اطاله کلام، توضیحات تکمیلی در فصل مربوطه ارائه خواهد شد.

---

<sup>۱</sup> Ferguson

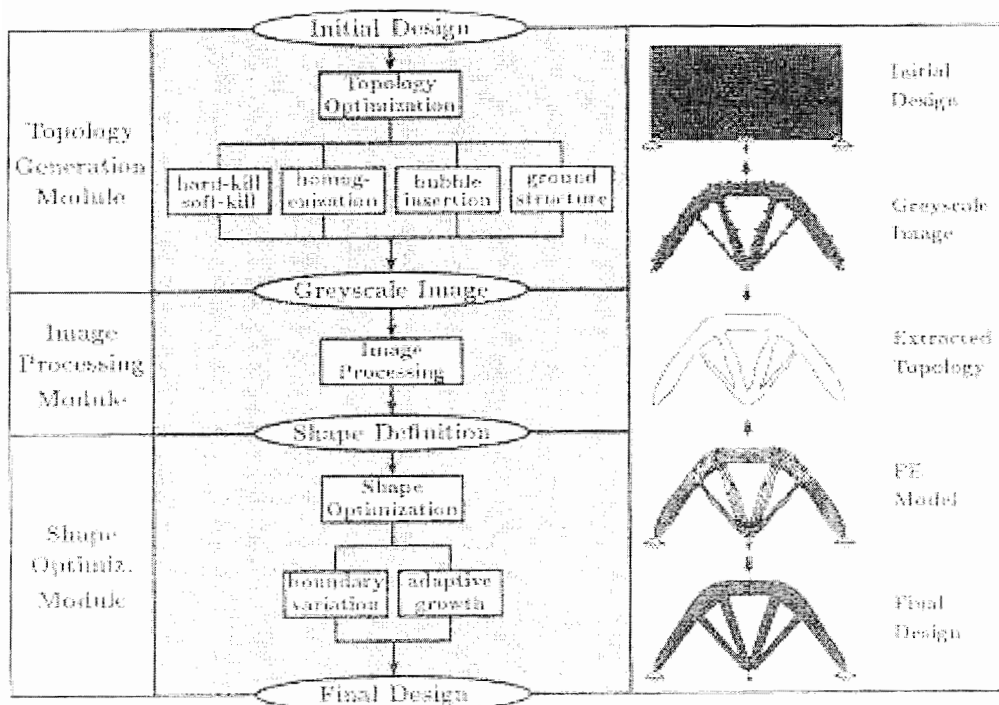
<sup>۲</sup> Bezier

## کلیاتی در مورد

## بمبینه سازی سازه ها

## ۱-۲ مقدمه:

در طراحی سازه ها، بدست آوردن یک طرح بندی<sup>۱</sup> مناسب برای سازه امری لازم است. این طرح بندی بایستی به گونه ای باشد تا بتواند نیروهای وارده را به شکلی امن و اقتصادی تحمل کند. بدین ترتیب طرح بندی مناسب سازه شامل اطلاعات توپولوژیک، شکل و ابعاد سازه می باشد. بهینه سازی ابزاری ارزشمند است که میتواند برای تولید یک طرح بندی جدید و موثر، مورد استفاده طراحان قرار بگیرد و این چیزی فراتر از تجربه و کارآزمودگی هر طراحی خواهد بود. هدف از بهینه سازی سازه ها، تولید سازه هایی است که با وجود وزن حداقل، از بیشترین مقاومت و سختی در برابر نیروهای وارده برخوردار هستند. این فرآیند در یک فضای مشخص به نام دامنه طراحی<sup>۲</sup> و تحت اثر شرایط مشخص بارگذاری و تکیه گاهی صورت می پذیرد.



شکل ۱-۲: فرآیند کلی در بهینه سازی سازه ها

<sup>۱</sup> Layout

<sup>۲</sup> Design Domain

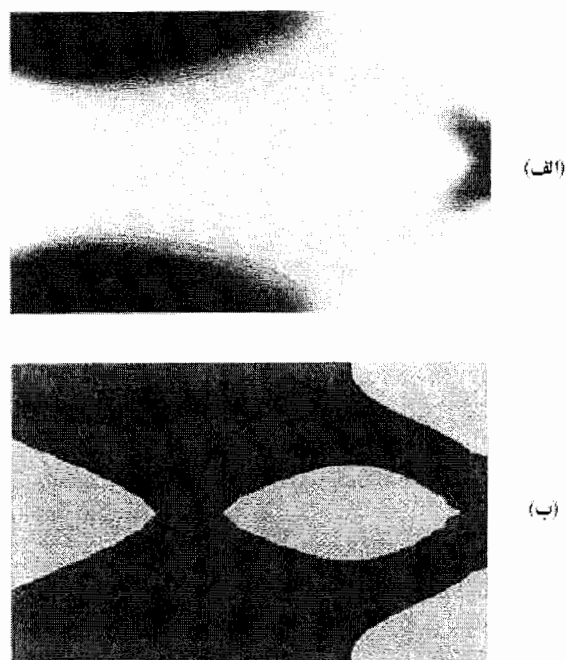
توپولوژی اولیه سازه یا از قبل طرح شده و دارای محدودیتهایی در ساخت می باشد و یا اینکه بایستی توسط یک مهندس طراحی شود. بهینه سازی توپولوژیک، ابزاری است که به طراح در بدست آوردن یک طرح بندی اولیه مناسب برای سازه، کمک بسیاری خواهد کرد. در بهینه سازی توپولوژیک، ابتدا فضایی را که به آن دامنه مرجع گفته میشود، تعریف میکنیم. این دامنه به گونه ای خواهد بود که فضای مورد نظر جهت طراحی را پوشش میدهد. به هنگام حل یک مساله بهینه سازی توپولوژیک، بارگذاری، شرایط تکیه گاهی و مشخصات مصالح معلوم می باشند. هدف حذف و توزیع مجدد مصالح در دامنه تعریف شده میباشد به گونه ای که در انتها توپولوژی بدست آمده تابع هدف مورد نظر را در مساله بهینه سازی مینیمم کند. شکل ۱-۲ را ملاحظه کنید. در انتهای بهینه سازی توپولوژیک سازه ها، ممکن است که طراح در بعضی از قسمتها با توزیع نامناسب مصالح مواجه شود که برای رفع این مشکل میتوان از پردازش تصویر<sup>۱</sup> استفاده نمود و با اعمال پردازش تصویر، توپولوژی جدیدی برای مساله مورد نظر حاصل میشود که اشکالات موجود را تا حدودی و یا کاملاً برطرف میکند.[۳]

بعد از انجام فرآیند بهینه سازی توپولوژیک میتوان برای دستیابی به جوابهای بهتر و اجرایی، اقدام به بهینه سازی شکل نمود. بدین منظور روشهای مختلفی را میتوان مورد استفاده قرار داد که در ادامه مفصلاً به آن خواهیم پرداخت. همچنین میتوان از بهینه سازی ابعادی بطور همزمان یا بعد از بهینه سازی شکل بهره جست[۶]. در بهینه سازی شکل، هندسه اولیه، بارگذاری و قیود تکیه گاهی از قبل معلوم بوده و سازه با استفاده از روش اجزای محدود تحلیل میشود. سپس با استخدام یک روش تکراری و محاسبه حساسیت شکل مساله به تغییر پارامترهای طراحی، از جواب اولیه به یک جواب بهینه میرسیم. بهینه سازی شکل میتواند به عنوان یک عملگر<sup>۲</sup> جهت بهبود بخشیدن به جوابهای حاصل از بهینه سازی توپولوژی مورد استفاده واقع شود. البته میتوان از پردازش تصویر به عنوان یک رابط میانی بین بهینه سازی توپولوژیک و شکل استفاده کرد که خود باعث رسیدن به جوابهای بهتری خواهد شد. در ادامه به جزئیات بیشتری اشاره خواهیم کرد.

<sup>۱</sup> Image Processing

<sup>۲</sup> Operator

اجزای محدود بر روی دامنه اولیه سازه صورت میگیرد. بعضی از ثوابت مانند تنش موثر<sup>۱</sup> تنش اصلی<sup>۲</sup> و یا چگالی انرژی کرنشی<sup>۳</sup> برای هر المان محاسبه میشود. سپس مدول الاستیسیته نقاط مختلف سازه بر اساس تنش موجود در آن و با استفاده از روابط ساده مقاومت مصالح تغییر میکند. این روش به صورت تکراری انجام میشود تا به جواب بهینه همگرا شود. سپس کانتورهای مدول الاستیسیته بر روی دامنه اولیه رسم میشوند. نواحی تیره تر نشانگر مقدار زیاد تر مدول الاستیسیته میباشد که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است.



۲-۲ : الف) کانتورهای مدول الاستیسیته ب) شکل طراحی نهایی

<sup>1</sup> Effect stress

<sup>2</sup> Principal Stress

<sup>3</sup> Strain energy density

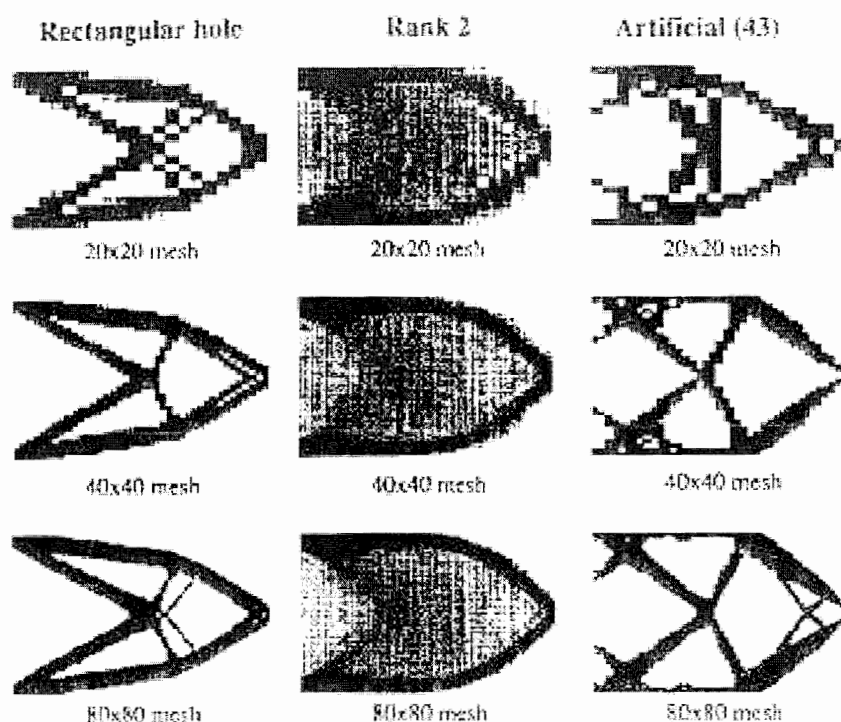
این روش و معیار بهینگی برای اولین بار توسط بندسو<sup>۱</sup> در سال ۱۹۸۸ معرفی شد [۱]. در این روش از تئوری همگن سازی<sup>۲</sup> استفاده میشود. بدین ترتیب که یک تابع برای مشخص کردن چگالی مواد در جسم معرفی میشود که این امر با در نظر گرفتن مواد مرکب مشتمل بر تعداد نامحدودی از سوراخهای ریز که به صورت پریودیک در جسم پخش شده اند صورت میگیرد. بدین ترتیب مساله بهینه سازی توپولوژیک به مساله بهینه سازی ابعادی تبدیل شده و پیچیدگی حل تا حدودی برطرف میشود. به علت زیاد بودن متغیرهای طراحی در مسائل بهینه سازی توپولوژیک، استفاده از روشهای برنامه ریزی ریاضی برای حل مساله بسیار زمانبر و پرهزینه خواهد بود. به همین علت برای حل این مسائل از روشهای معیار بهینگی استفاده میشود. روشهای معیار بهینگی بر خلاف روشهای برنامه ریزی ریاضی که به طور مستقیم تابع هدف را بهینه میکنند، به شکل غیر مستقیم برای اقناع معیارهای مرتبط با رفتار سازه تلاش میکنند. این معیارها یا به صورت ادراکی و یا با استفاده از روابط ریاضی استخراج میشوند. روشهای "طرح بر اساس تنشهای یکنواخت شده"<sup>۳</sup> و "طرح بر اساس مدهای خرابی همزمان"<sup>۴</sup> از جمله مثالهای روشهای معیار بهینگی مبتنی بر درک میباشند.

<sup>1</sup> Bendoe

<sup>2</sup> Homogenization theory

<sup>3</sup> Fully stress design

<sup>4</sup> Simultaneous failure design



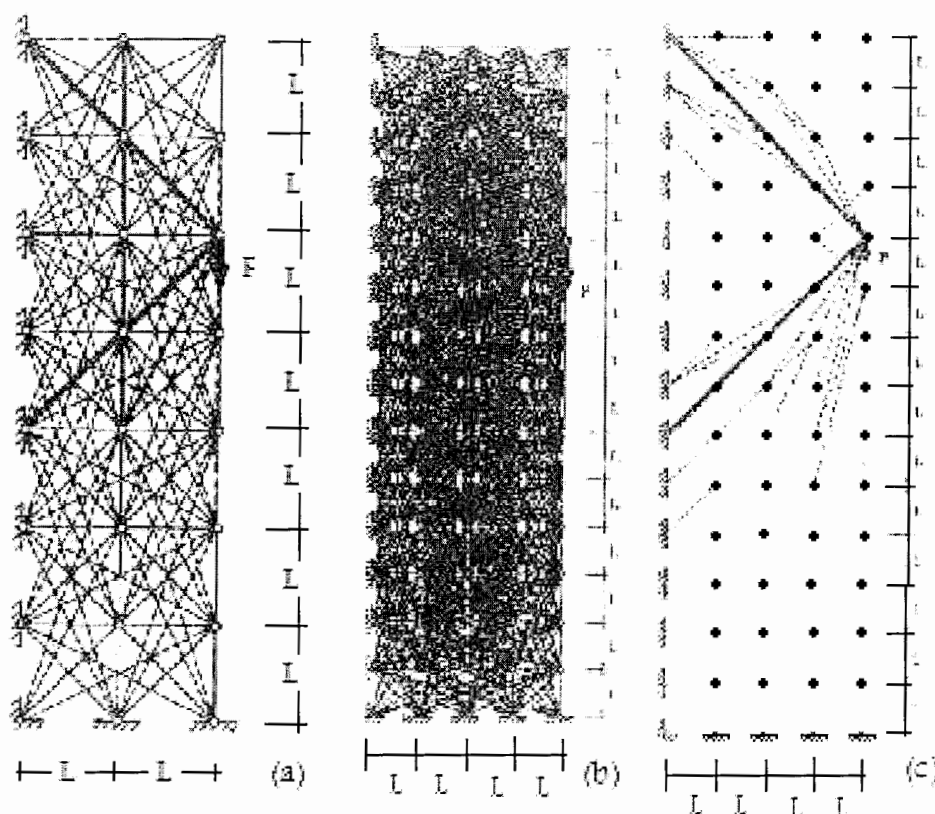
شکل ۳-۲: روش Homogenization برای یک تیر طره عمیق به ازای مش بندی و مصالح مختلف

### ۳-۲-۲ روش *Ground Structure* :

این روش، روشی مناسب برای سازه های قابی و خرپایی میباشد و در حقیقت روشی ترکیبی است که بهینه سازی توپولوژیک، شکل و ابعاد را به طور همزمان انجام میدهد [۳]. در این روش مجموعه ای از نقاط به عنوان شبکه گره در فضای طراحی در نظر گرفته میشود. هر گره با تمام و یا مجموعه ای از گره های دیگر به وسیله اعضای خرپایی متصل میشود. با استفاده از روش معیار بهینگی زیر مجموعه ای از اعضای موجود<sup>۱</sup> از سازه اولیه استخراج میشود که به عنوان توپولوژی بهینه شناخته میشود. در این روش از یک سازه پایه شروع کرده و اعضای را که ابعاد آنها در طول فرآیند بهینه سازی به مقادیر کوچکی میرسد حذف میکنیم. جواب این روش نهایتاً سازی ای به شکل خرپا میباشد. به عنوان مثال به شکل ۴-۲ توجه کنید.

<sup>۱</sup> Substructure





شکل ۲-۴: بهینه سازی توپولوژیک با استفاده از روش Ground Structure

#### ۲-۴-۲ روش Bubble:

این روش در حقیقت روشی توسعه یافته بر اساس بهینه سازی شکل با استفاده از روش تغییرات مرزی می باشد. در این روش بهینه سازی توپولوژیک نیز مورد توجه واقع شده است. ایده اصلی این روش قرار دادن تکراری سوراخهایی در سازه می باشد که به واسطه آن توپولوژی سازه دستخوش تغییر میشود [۹]. در کنار این فرآیند، شکل خود سازه و سوراخ های آن نیز بهینه میشود. برای مدل سازی شکل سازه و سوراخهای آن میتوان از منحنی های اسپلاین استفاده نمود. برای مسائل بهینه سازی با توابع عمومی ساده (مانند انرژی پتانسیل کل و حجم سازه) محل بهینه حفره ها را میتوان با استفاده از روشهای تغییراتی<sup>۱</sup> و به صورت آنالیتیک پیدا نمود ولی در حالت کلی بایستی از روشهای عددی برای نائل شدن به هدف بهره جست. در این حالت یک

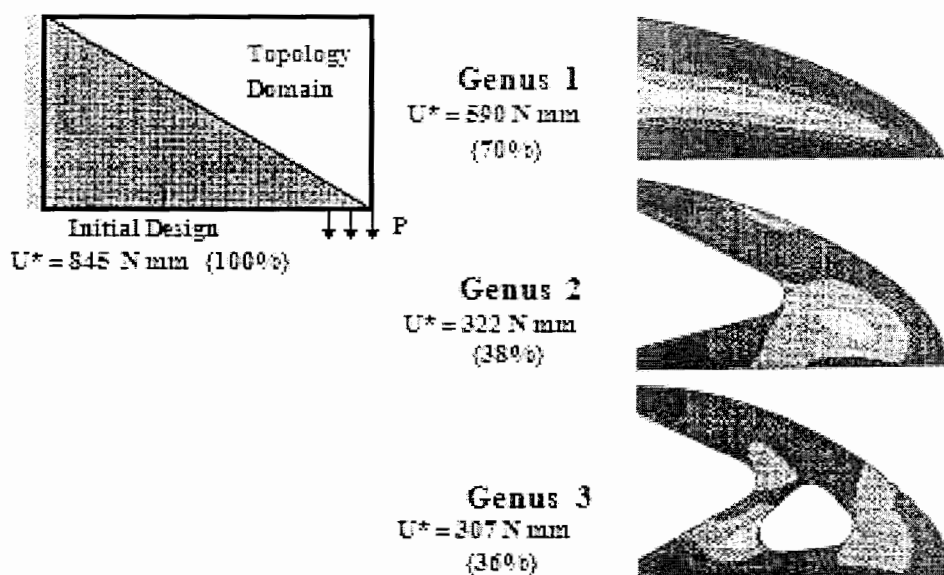
<sup>۱</sup> Variational Method

حفره در نقطه اولیه دلخواه قرار میگیرد و سپس با استفاده از مفاهیم روشهای برنامه ریزی ریاضی و یا روشهای معیار بهینگی به سمت محل بهینه خودش هدایت میشود. مراحل فرآیند بهینه سازی را میتوان به شکل زیر بیان نمود[۱].

۱. ابتدا از سازه اولیه و فضای مرجع مساله شروع کرده و شکل مساله با توجه به تابع هدف و قیود مساله با استفاده از روش تغییرات مرزی بهینه میشود.
۲. یک سوراخ جدید به سازه اولیه اضافه میشود که باعث تغییر در توپولوژی سازه میشود. محل بهینه سوراخ با استفاده از روشهای آنالیتیک و یا عددی پیدا میشود.
۳. برای پیدا کردن شکل بهینه سوراخ جدید و تعیین اثر آن بر دیگر مرزهای متغیر، فرآیند بهینه سازی انجام میشود.
۴. مراحل ۲ و ۳ تا هنگام اقناع شدن معیار همگرایی ادامه می یابند.

شکل ۲-۵ بیانگر کاربرد روش Bubble در حل مسائل بهینه سازی توپولوژی برای یک تیر عمیق<sup>۱</sup> میباشد. در طول فرآیند بهینه سازی، سطحی که مواد آن را در بر گرفته اند ثابت میماند و برابر است با سطحی که در طراحی اولیه در نظر گرفته شده است. همچنین میتوان از این روش به عنوان یک روش ترکیبی برای بهینه سازی سازه ها نام برد.

<sup>۱</sup> Clamped Beam



شکل ۲-۵: بهینه سازی توپولوژی تیر طره عمیق با استفاده از روش Bubble

### ۲-۳ بهینه سازی شکل سازه ها:

در سالیان اخیر روشهای متعددی برای بهینه کردن شکل سازه ها ابداع شده است. ولی از این میان به دو روشی که بیشتر مورد استفاده قرار گرفته است اشاره میشود. شکل ۲-۱ را نیز ملاحظه کنید.

### ۲-۳-۱ روش تغییرات مرزی<sup>۱</sup>:

در این روش از منحنیهای پارامتری درجه سه اسپلاین برای مدل کردن مرزهای سازه مورد نظر استفاده میشود. در مسائل دو بعدی میتوان از دسته ای از فرمولبندی ها استفاده کرد که سبب تولید منحنی میشوند و در مسائل سه بعدی، فرمولبندی مورد استفاده سبب ایجاد رویه میشوند. برای تعریف اسپلاینها میتوان از چندین مشخصه آنها استفاده کرد. یکی از آنها، مختصات نقاط کلیدی اسپلاین میباشد که به عنوان متغیر طراحی مساله بهینه سازی نیز در نظر گرفته

<sup>۱</sup> Boundary Variation Method

شده است. به علت اینکه در این پایان نامه از این روش استفاده شده است، توضیحات کاملتری در بخشهای بعدی ارائه میشود.

### ۲-۳-۲ روش رشد تطبیقی<sup>۱</sup>:

این روش، به صورت یک دریافت درونی و احساسی میباشد که از بهینه سازی شکل سازه با استفاده از روش تغییرات مرزی بدست آمده است و اولین بار توسط شخصی به نام ماتک<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۹ ارائه شد. این روش از روش بهینه سازی شکل با استفاده از تغییرات مرزی ساده تر بوده و بیشتر به آنالیز مساله متکی میباشد [۱].

روش رشد تطبیقی در تلاش است تا برای انجام فرآیند بهینه سازی از شبیه سازی رشد حیوانات و گیاهان استفاده کند. ایده اصلی این روش این است که سیستمهای بیولوژیکی که قابلیت تحمل نیروها را دارند در نتیجه تکامل در طی میلیونها سال بهینه شده اند. این عمل به خاطر وجود رقابتی شدید برای کسب انرژی و فضای زندگی در طبیعت میباشد که به منظور بدست آوردن شانس بیشتر برای زندگی صورت میگیرد. عبارتی آنها مقاومتی بیشتر را در ازای وزن کمتر جستجو میکنند.

از میان سازه های بیولوژیک که توانایی رشد تطبیقی را نیز دارا میباشد میتوان به درختها اشاره کرد. آنها به گونه ای شکل گرفته اند که امکان جذب بیشترین نور را داشته باشند<sup>۳</sup> و جهت آنها متمایل به سمت نور بوده و به عبارتی سعی در تولید تاج بزرگتر دارند.

ماتک شمار زیادی از درختان طبیعت را جهت تعیین درستی دو قانون مکانیکی حاکم بر رشد درختان مورد مطالعه قرار داد. این دو قانون عبارتند از " مینیمم کردن بار خارجی " و فرضیه " تنش ثابت بر سطح درختان ". مینیمم کردن بار خارجی تلاشی برای بهتر کردن پایداری عمومی به همراه در نظر گرفتن مهمترین حالات بارگذاری میباشد. مثلاً میتوان به نگه داشتن مرکز ثقل

<sup>۱</sup> Adaptive Growth Method

<sup>۲</sup> Mattheck

<sup>۳</sup> Phototropism

تاج درخت بر روی ریشه آن اشاره کرد. تنش ثابت نیز اصلی بدیهی است و بیان میکند که سازه های بیولوژیک سعی دارند تا به گونه ای رشد کنند که در زمانهای مختلف و تحت اثر حالات مختلف بارگذاری، بر روی سطح آنها تنشی ثابت به وجود آید. این مورد یک حالت بهینه مکانیکی است که سعی دارد تا خطوط شکست را که معمولاً از سطح شروع میشوند مینیمم کند. به عبارتی دیگر، هیچ نقطه ای بر روی سطح وجود ندارد که تنش آن بیشتر از نقاط دیگر باشد. موارد دیگری نیز توسط ماتک ارائه شده اند که میتوان به رشد شاخ گوزن ها، رشد ناخنها گربه سانان و غیره اشاره کرد.

پایه این قائده کلی را میتوان در رفتار یک درخت به هنگام ایجاد یک برخورد مکانیکی میان تنه درخت و یک جسم سخت (مانند سنگ) جستجو نمود. مثلاً وقتی که یک درخت دچار بریدگی و جراحت میشود، تنشهای بزرگتری در محل شکاف ایجاد میشود. در نتیجه درخت سعی میکند تا به حالت تنشهای یکنواخت اولیه برگردد و این کار را با اضافه کردن مقدار بیشتری از مواد در محل جراحت انجام میدهد. بدین ترتیب درخت با استفاده از رشد تطبیقی در سطح محل برخورد مکانیکی، تنشهای حداکثر را کاهش میدهد.

بیشترین احتمال وقوع شکست (به خصوص توسط بارهای خستگی) نیز در سطوح با تنشهای محلی زیاد است که اغلب سبب این اتفاق، وجود شکافهای سطحی میباشد. بدین ترتیب یک طراحی مکانیکی که توزیع تنش در آن یکنواخت است، (مخصوصاً در سطح آن) را میتوان به عنوان طرحی بهینه فرض کرد.

از آنجایی که در بعضی حالات تنشهای سه بعدی وجود دارد، با استفاده از تنشهای فون میزر نتایج بهتری برای فرضیه تنشهای ثابت بدست می آید. در حالت کلی ممکن است از تنشهای اصلی ماکزیمم و یا چگالی انرژی کرنشی استفاده شود.

پیش از این محققین روشهای زیادی برای بدست آوردن حالت یکنواخت تنشهای فون میزر پیشنهاد کرده اند. اخیراً ماتک روشی را برای بهینه سازی شکل سازه ها با کمک کامپیوتر پیشنهاد

کرده است<sup>۱</sup> که در آن از رشد درختان تقلید میشود. ایده اصلی در این روش که بسیار بحث برانگیز نیز میباشد این است که نه تنها محصولات بیولوژیکی بهینه هستند بلکه روشی را هم که آنها در طبیعت برای رسیدن به شکل بهینه طی میکنند بهینه میباشد و به همین خاطر میتوان آن را به صورت یک فرآیند بهینه سازی، شبیه سازی نمود. اگرچه که ممکن است تصور شود که فرآیندهای تکاملی در طبیعت دارای روند بسیار کندی هستند. برای اطلاعات بیشتر در زمینه روش پیشنهادی ماتک میتوان به مرجع [۱] رجوع کرد.

در اشکال زیر و صفحه بعد، دو درخت که در طبیعت بهینه شده اند قابل ملاحظه است.

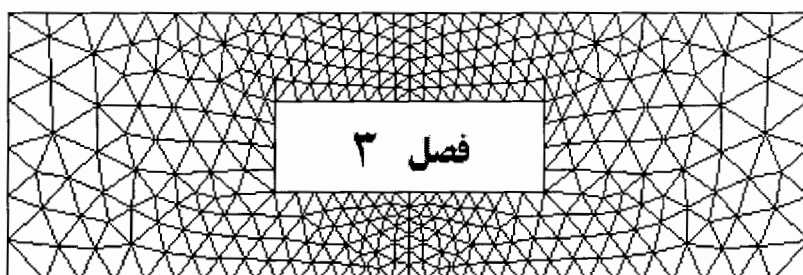


شکل ۲-۶: درختی که به علت وجود شاخ و برگ فراوان و گستردگی زیاد آنها، دارای ساقه ای کوتاه و ضخیم است

<sup>۱</sup> Computer Aided Design - CAD



شکل ۷-۲: درختی که به علت ارتفاع زیاد نمیتواند دارای شاخ و برگ گسترده ای در اطرافش باشد.



## تولید و کنترل شکل



### ۱-۳ مقدمه

در این بخش ، هدف اصلی دستیابی به روشی جهت تولید شکل برای هندسه مسائل مورد نظر میباشد. همچنین روش به کار رفته بایستی علاوه بر سادگی، روشی منعطف باشد تا بتوان بوسیله آن و تغییر پارامترهای مربوط به شکل، به راحتی شکل و هندسه مساله را تغییر داد. در حل مسائل بهینه سازی شکل، این تغییرات به گونه ای خواهد بود که طرح نهایی شرایط مساله بهینه سازی را اقماع میکند.

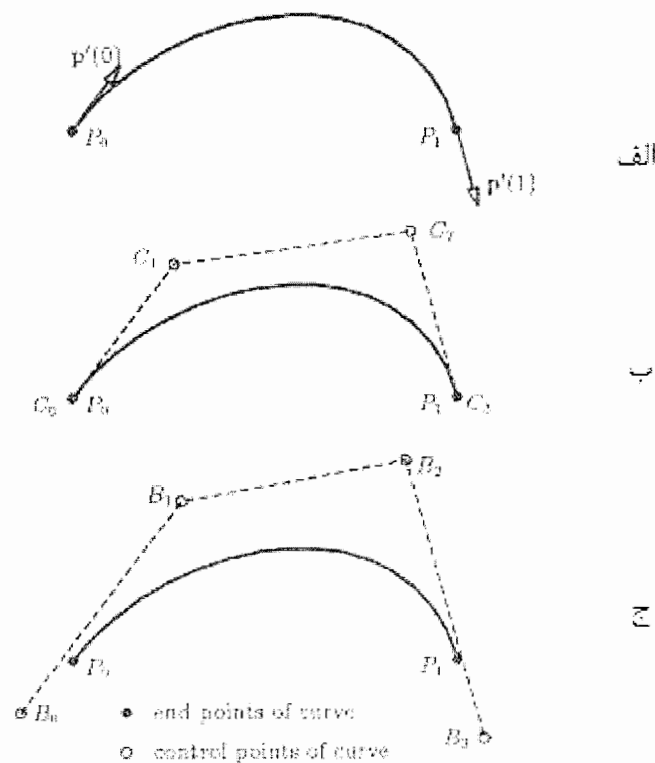
با توجه به توضیحات فوق میتوان اسپلاین ها را به عنوان گزینه ای مناسب در جهت تولید و دستکاری اشکال هندسی سازه های مورد بحث، مد نظر قرار داد. سازه های مورد بحث در این پایان نامه مسائل دو بعدی تنش مسطح و کرنش مسطح می باشند.

### ۲-۳ کلیات

برای دستیابی به موفقیتی چشمگیر در امر بهینه سازی شکل سازه ها ، مهمترین بخش کار عبارت از چگونگی تولید اشکال هندسی و توانایی کنترل تغییرات در این اشکال خواهد بود. شکل نهایی نیز باید بگونه ای باشد که قیود مساله بهینه سازی را اقماع نموده و بتوان از آن به صورت علمی و عملی بهره برداری نمود. در این مورد اسپلاین ها گزینه ای مناسب میباشند. علت این است که اولاً تولید شکل ها و منحنی ها در مسائل دو بعدی و سطوح و رویه ها در مسائل سه بعدی، با استفاده از اسپلاین ها بسیار آسان میباشد و ثانیاً میتوان به راحتی مساله را پارامتری نمود که خود باعث منعطف شدن ایجاد تغییرات و دستکاری اشکال هندسی شکل سازه مورد نظر در مساله بهینه سازی میشود[۳]. همچنین در مسائلی که آنالیز حساسیت<sup>۱</sup> نیز مورد توجه میباشد، متغیرهای طراحی و چگونگی انتخاب آنها جهت تولید شکل های جدید، بسیار تاثیرگذار خواهد بود.

<sup>۱</sup> Sensitivity analysis

هستیم، مرتفع میسازند. همچنین استفاده از اسپلاینها به لحاظ عددی کاری ساده به شمار می آید. همگی انواع منحنی های اسپلاین درجه سه مانند منحنی های فرگوسن، بزیرو و B-Spline ها را میتوان برای مدل سازی شکل مورد استفاده قرار داد. اختلاف اصلی که در بین این روشها وجود دارد این است که مثلاً در منحنی های فرگوسن، از مختصات تعدادی نقاط و شیب موجود در آن برای بیان شکل استفاده می شود ولی در منحنی های بزیرو و یا B-Spline از نقاط کنترل کننده چند ضلعی مربوط به اسپلاین برای مدل سازی استفاده میشود. بایستی به این نکته توجه کرد که هر سه نوع منحنی نامبرده، هنگامی که از کلیه نقاط ورودی میگذرند، منحنی های مشابهی را تولید می کنند [۲]. شکل ۱-۳ را ملاحظه کنید.



شکل ۱-۳ : الف) منحنی درجه سه فرگوسن

ب) منحنی درجه سه بزیرو

ج) منحنی درجه سه B-Spline

هنگامی که هدف درونیابی میان تعدادی از نقاط باشد، منحنی های فرگوسن مفید واقع می شوند و منحنی های بزیر و B-Spline زمانی که هدف دستکاری و ایجاد تغییرات دستی در داده ها<sup>۱</sup> میباشد، کارایی بسیار زیادی دارند. برای استفاده از این منحنی ها ابتدا یک منحنی بزیر یا B-Spline را به گونه ای که شکل مورد نظرمان را تقریب بزند، رسم میکنیم. سپس تعداد و محل رئوس چند ضلعی مربوط به آن را برای مدل سازی دقیق شکل مورد نظر اصلاح میکنیم. اغلب بعد از دو یا سه تکرار، میتوان به جوابهای خوبی دست یافت. با این وجود بعضی از طراحان تمایلی به انجام تغییرات دستی داده ها ندارند. بنابراین در این فصل روشی اصولی و انعطاف پذیر برای بیان منحنی ها معرفی میشود [۲]. این روش بر اساس یک فرآیند طراحی معکوس<sup>۲</sup> برای مجموعه نقاط بدست می آید. بدین ترتیب با استفاده از این روش میتوان محل دقیق و تعداد رئوس چند ضلعی کنترلی را بدست آورد.

در بخش بعدی خلاصه ای از فرمولبندی مورد استفاده در سه نوع منحنی اسپلاین نامبرده معرفی شده، بیان میشود. همچنین منحنی B-Spline را جهت استفاده در این پایان نامه انتخاب کرده و در بخشهای بعدی توضیحات بیشتری در مورد آن ارائه می شود.

### ۳-۴ اسپلاین های پارامتری درجه سه

همانگونه که اشاره شد به دلیل وجود قابلیت های مناسب در اسپلاین ها، در اینجا ما از آنها برای تولید اشکال سازه های مورد نظرمان استفاده میکنیم. منحنی های درجه سه فرگوسن، بزیر و B-Spline ها را میتوان برای تعریف پارامتری شکل یک قطعه مورد استفاده قرار داد. این روشها را میتوان به راحتی به فرم ماتریسی نوشت و از آن جهت تولید برنامه های کامپیوتری استفاده نمود. هر سه روش نامبرده در فوق را می توان به فرم ماتریسی زیر بیان کرد.

$$P(h) = H.R.M \quad (1-3)$$

<sup>1</sup> Interactive Manipulation

<sup>2</sup> Inverse Design

که در آن خواهیم داشت :

$$H = \begin{bmatrix} h^3 & h^2 & h & 1 \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (2-3)$$

$R$  و  $M$  نیز به نوع منحنی اسپلاین مورد استفاده بستگی خواهند داشت.

### ۳-۴-۱ اسپلاین های درجه سه *Ferguson*

در مورد این دسته از اسپلاین ها داریم :

$$R = R_{fer} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = M_{fer} = \begin{bmatrix} p(0)^T \\ p(1)^T \\ p'(0)^T \\ p'(1)^T \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (3-3)$$

که در روابط فوق  $p(0)$  و  $p(1)$  بردارهای موقعیت و  $p'(0)$  و  $p'(1)$  بیانگر شیب منحنی در  $h=0$  و  $h=1$ ، یعنی نقاط ابتدایی و انتهایی اسپلاین میباشند. ( به شکل ۳-۱ توجه شود).

### ۳-۴-۲ اسپلاین های درجه سه *Bezier*

در مورد این دسته از اسپلاین ها داریم :

$$R = R_{bez} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = M_{bez} = \begin{bmatrix} c_0^T \\ c_1^T \\ c_2^T \\ c_3^T \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (4-3)$$

که در روابط فوق  $c_0$ ،  $c_1$ ،  $c_2$  و  $c_3$ ، بردارهای موقعیت در رئوس کنترلی  $C_0$ ،  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  میباشند. این رئوس کنترلی بیانگر چندضلعی مشخصه منحنی هستند. برای منحنی های اسپلاین درجه سه بزیر، نقاط  $C_0$  و  $C_3$  بر روی نقاط ابتدایی و انتهایی منحنی منطبق میباشند. ( به شکل ۳-۱ توجه شود).

### ۳-۴-۳ اسپلاین های درجه سه B-Spline

به طور مشابه در مورد این دسته از اسپلاین ها نیز داریم :

$$R = R_B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = M_B = \begin{bmatrix} b_0^T \\ b_1^T \\ b_2^T \\ b_3^T \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (5-3)$$

که در روابط فوق  $b_0, b_1, b_2, b_3$  بردارهای موقعیت در رئوس کنترلی  $B_0, B_1, B_2$  و  $B_3$  میباشند. این رئوس کنترلی بیانگر چندضلعی مشخصه منحنی هستند. برای منحنی های اسپلاین درجه سه B-Spline بر خلاف منحنی های اسپلاین درجه سه بزیمر، نقاط  $B_0$  و  $B_3$  بر روی نقاط ابتدایی و انتهایی منحنی منطبق نیستند. ( به شکل ۱-۳ توجه شود).

در این پایان نامه از منحنی های B-Spline در انجام مدل سازی شکل سازه ها استفاده شده است.

### ۳-۵ توضیحات بیشتر در مورد منحنی های درجه سه B-Spline

کلیه نقاط واقع بر روی منحنی درجه سه B-Spline در میان پوسته محدب<sup>۱</sup> شکل بیان کننده چندضلعی<sup>۲</sup> مشخصه اسپلاین، واقع میشوند. همچنین می توان مشتق اول هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline را با استفاده از روابط زیر محاسبه نمود.

$$p'(h) = [3h^2 \quad 2h \quad 1 \quad 0] R_B \cdot M_B, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (6-3)$$

بدین ترتیب بردار شیب در هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline، به شکل زیر بدست می آید.

<sup>1</sup> Convex hull

<sup>2</sup> Polygon

$$t(h) = \begin{bmatrix} p'_x(h) \\ p'_y(h) \end{bmatrix} \quad (۷-۳)$$

همچنین مشتق دوم هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline را می توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$p''(h) = [6h \quad 2 \quad 0 \quad 0] R_B . M_B \quad , \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (۸-۳)$$

با استفاده از این رابطه و رابطه ۳-۶ میتوان انحناى هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline را از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$c(h) = \frac{p'_x(h)p''_y(h) - p''_x(h)p'_y(h)}{[p'_x(h)^2 + p'_y(h)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (۹-۳)$$

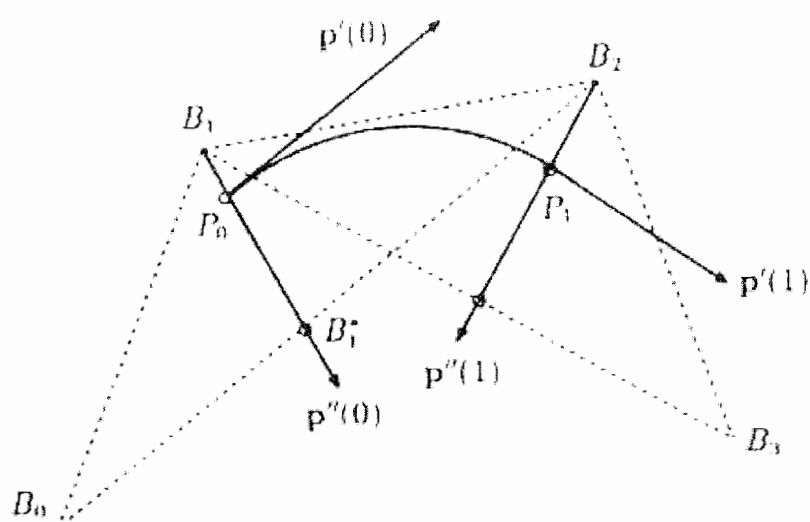
بدین ترتیب میتوان روابطی که در زیر آمده اند را به آسانی از روابط فوق استخراج نمود. این روابط جهت استفاده در کامپیوتر و دستکاری و ایجاد تغییرات در شکل بسیار مفید هستند [۲].

$$p(0) = \frac{1}{6}(b_0 + 4b_1 + b_2) \quad , \quad p(1) = \frac{1}{6}(b_1 + 4b_2 + b_3) \quad (۱۰-۳)$$

$$p'(0) = \frac{1}{2}(b_2 - b_0) \quad , \quad p'(1) = \frac{1}{2}(b_3 - b_1) \quad (۱۱-۳)$$

$$p''(0) = (b_2 - b_1) + (b_0 - b_1) \quad , \quad p''(1) = (b_3 - b_2) + (b_1 - b_2) \quad (۱۲-۳)$$

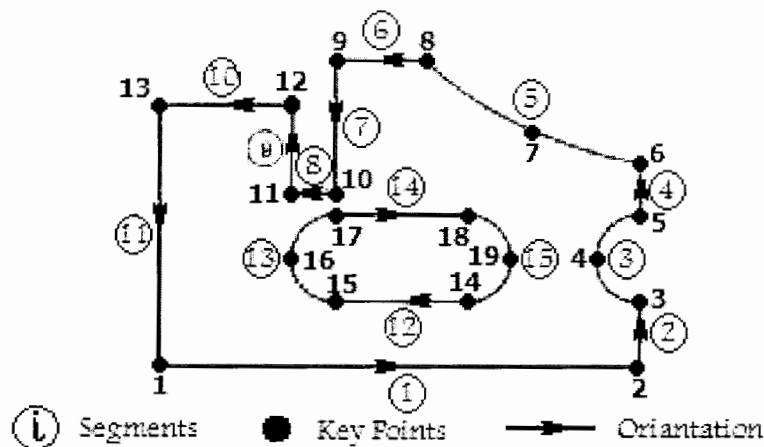
کلیه روابط مذکور در فوق دارای توجیه هندسی نیز میباشند. به عنوان مثال شکل ۳-۲ را ملاحظه کنید. در این شکل بعضی از روابط هندسی مربوط به منحنی درجه سه B-Spline قابل مشاهده میباشد. همانگونه که ملاحظه میشود ، نقطه شروع  $P_0$  بر روی میانه  $B_1B_1^*$  از مثلث  $B_0B_1B_2$  واقع گردیده است. همچنین بردار شیب  $P'(0)$  در نقطه ابتدا ، موازی با ضلع  $B_0B_2$  از مثلث  $B_0B_1B_2$  بوده و به لحاظ اندازه ، نصف ضلع  $B_0B_2$  می باشد.



شکل ۳-۲: خواص هندسی منحنی درجه سه B-Spline

### ۳-۶ تعریف اصطلاحات مورد نیاز

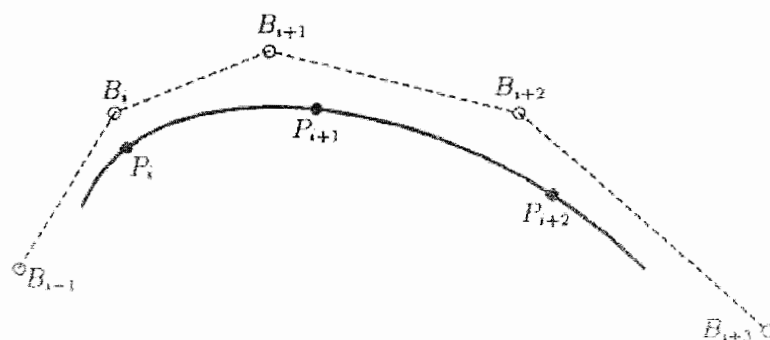
در اینجا ابتدا به تعریف لغات و اصطلاحاتی که در طول پایان نامه به طور مکرر مورد استفاده واقع شده اند میپردازیم. نمایی کلی از مرزهای یک جسم دو بعدی در شکل ۳-۳ نمایش داده شده است. مرزها از روی هم گذاری قطعات اسپلاین به وجود آمده اند. علاوه بر این هر قطعه میتواند خودش از تعدادی زیر قطعه تشکیل شود. همچنین هر زیر قطعه شامل تعدادی نقاط کلیدی میباشد که بر روی مرزها واقع شده اند. هر زیر قطعه یک منحنی درجه سه B-Spline است که در میان دو نقطه کلیدی مجاور واقع گردیده است. بعضی از این نقاط کلیدی در محل تقاطع قطعه ها مشترک میباشند. برای مرزهای مستقیم به حداقل دو نقطه کلیدی که بر روی مرزها واقعند، احتیاج داریم. در مورد مرزهای منحنی شکل نیز به حداقل سه نقطه احتیاج است تا بتوان مرزهای منحنی شکل را مدل نمود. کاربرد این اصطلاحات را می توان در شکل ۳-۳ ملاحظه نمود که شامل ۱۹ نقطه کلیدی و ۱۵ قطعه میباشد. چهار تا از این قطعات به شماره های ۳، ۵، ۱۳ و ۱۵ دارای دو زیر قطعه هستند. جهت تعریف قطعات در مرز خارجی، در جهت خلاف عقربه های ساعت میباشد. در مورد مرزهای داخلی، جهت تعریف قطعه ها در جهت موافق با عقربه های ساعت میباشد.



شکل ۳-۳: مدل سازی دامنه یک سازه شامل سوراخ داخلی با استفاده از ۱۹ نقطه کلیدی و ۱۵ قطعه. مرزهای خارجی توسط قطعات ۱ تا ۱۱ و در جهت خلاف عقربه های ساعت تعریف شده اند. مرزهای داخلی نیز توسط قطعات ۱۲ تا ۱۵ و در جهت عقربه های ساعت تعریف شده اند

### ۷-۳ فرمولبندی و کامپیوتری کردن

یک منحنی درجه سه B-Spline که از میان مجموعه ای از نقاط کلیدی  $P_i$  عبور میکند را در نظر بگیرید. این منحنی بیانگر بخشی از مرزهای یک دامنه دوبعدی میباشد. بردار موقعیت نقاط کلیدی همان  $p_i$  ها هستند که داریم  $i = 1, 2, 3, \dots, k$  و این نقاط بر روی مرزها واقعند. (شکل ۳-۴ را ملاحظه کنید.)



شکل ۳-۴: یک قطعه اسپلاین درجه سه با نقاط کلیدی و کنترلی مربوطه



برای بیان این منحنی های درجه سه B-Spline می توانیم روابط ۳-۱۰ تا ۳-۱۲ را بکار ببریم. این معادلات ما را به سوی یک مجموعه از معادلات خطی جبری سوق میدهند که شکل آن به صورت زیر میباشد.

$$b_{i-1} + 4b_i + b_{i+1} = 6p_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (3-13)$$

$b_i$  ها بردارهای موقعیت نقاط کنترلی رئوس  $B_i$  هستند که چند ضلعی تعریف کننده اسپلاین را تشکیل میدهند.

از روی هم گذاری زیرقطعه های مختلف ، قطعات اسپلاین شکل میگیرند. اولین زیرقطعه توسط چند ضلعی که رئوس کنترلی آن  $B_0$  ،  $B_1$  ،  $B_2$  و  $B_3$  میباشدند ، شکل میگیرد. اگر یک راس دیگر ، مانند  $B_4$  را به رئوس قبلی اضافه کنیم ، آنگاه  $B_1$  ،  $B_2$  ،  $B_3$  و  $B_4$  نیز تشکیل یک زیرقطعه جدید را میدهند. با استفاده از چنین روندی همواره مطمئن هستیم که یک پیوستگی  $C(2)$  در محل اتصال دو قطعه برقرار خواهد بود. بدین ترتیب میتوان رئوس بیشتری را به چند ضلعی مشخصه اسپلاین اضافه نمود.

با توجه به توضیحات فوق رئوس چند ضلعی تعریف کننده منحنی اسپلاین عبارتند از :

$$B_0, B_1, B_2, \dots, B_{k+1}$$

رابطه ۳-۱۳ را میتوان برای منحنی های اسپلاین به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} a & b & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 & 4 & 1 \\ & & & & & & c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^T \\ b_2^T \\ \vdots \\ b_i^T \\ \vdots \\ b_{k-1}^T \\ b_k^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^T \\ 6p_2^T \\ \vdots \\ 6p_i^T \\ \vdots \\ 6p_{k-1}^T \\ f^T \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

که می توان مقادیر  $a$  ،  $b$  ،  $c$  ،  $d$  ،  $e$  و  $f$  را از شرایط معلوم انتهای قطعات تعیین نمود.

مجهولات برای هر منحنی عبارتند از بردار موقعیت رئوس کنترلی  $B_0$  تا  $B_{k+1}$  که میتوان آنها را با حل معادلات ۳-۱۴ تعیین نمود. دستگاه معادله ۳-۱۴ یک سیستم معادلات قطری میباشد که برای حل آن به زمان و هزینه کمی نیاز است. برای حل این دستگاه معادله به دو دسته اطلاعات اضافی نیاز داریم که دستگاه معادلات دارای جوابی یکه باشد. این اطلاعات اضافی را میتوان با توجه به شرایط معلوم در دو انتهای منحنی اسپلاین بدست آورد.

### ۳-۸ مشخصات شرایط انتهایی اسپلاین

مشخصات شرایط انتهایی اسپلاین، معمولاً با توجه به شرایط عملی موجود و یا شرایط مورد نیاز ما قابل تعیین است. در این پایان نامه فقط دو نوع از این شرایط مد نظر قرار گرفته اند که البته درصد بسیاری از مسائل مورد نظر را پوشش میدهند. این دو نوع عبارتند از:

الف) شیب مشخص در دو انتهای اسپلاین<sup>۱</sup>

ب) شرایط آزاد برای دو انتهای اسپلاین<sup>۲</sup>

#### ۳-۸-۱ مشخصات شیبهای انتهایی

گاهی اوقات شیب دو انتهای یک قطعه منحنی برای ما معلوم است. بزرگی شیب در نقاط انتهایی منحنی را میتوان به طور تقریبی با استفاده از روابط تجربی محاسبه نمود. با توجه به این نکته که بردار شیبهای  $P'(0)$  و  $P'(1)$  نسبتی از بردارهای واحد شیب، یعنی  $t(0)$  و  $t(1)$  هستند، فوکس<sup>۳</sup> و پرات<sup>۴</sup> مثالهایی را جهت ارائه مفهوم بزرگی بردار شیب ارائه کرده اند. بدین ترتیب داریم :

$$P'(0) = \beta_0 t(0) \quad \text{and} \quad P'(1) = \beta_1 t(1) \quad (3-15)$$

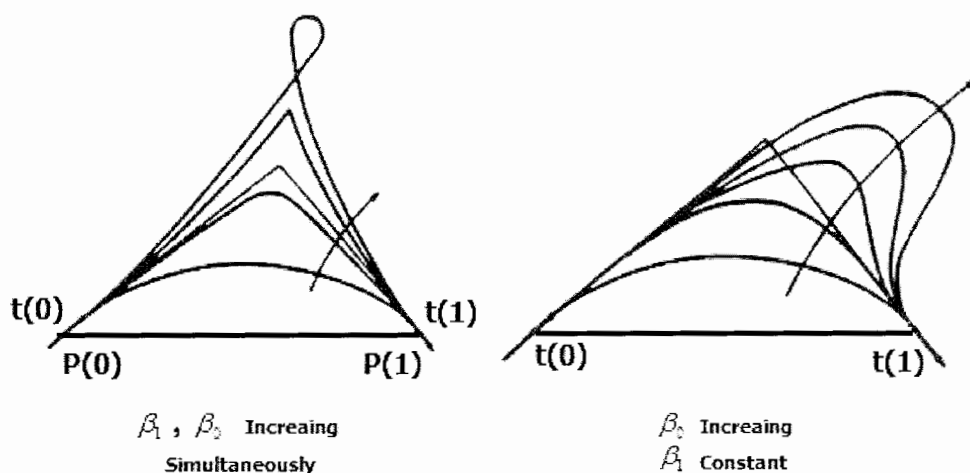
<sup>۱</sup> The specified tangent at the end points

<sup>۲</sup> The natural spline boundary condition

<sup>۳</sup> Faux

<sup>۴</sup> Pratt

افزایش همزمان  $\beta_0$  و  $\beta_1$ ، سبب ایجاد بیشترین پری<sup>۱</sup> در منحنی میشود، در حالیکه اگر فقط  $\beta_0$  افزایش یابد سبب میشود که منحنی در طول بیشتری در راستای  $t(0)$  قرار بگیرد. شکل ۳-۵ را ملاحظه کنید.



شکل ۳-۵: اهمیت مقادیر شیب انتهایی برای منحنی های اسپالین

برای مقادیر بزرگ  $\beta_0$  و  $\beta_1$  در منحنی، حلقه و تاب خوردگی پدیدار میشود. برای منحنی های درجه سه، یک قانون مورد اعتماد اینست که اطمینان داشته باشیم بزرگی شیب  $\beta_0$  و  $\beta_1$  از سه برابر طول وتر، یعنی  $|P(1) - P(0)|$  تجاوز نکند. [۲]

### ۳-۸-۲ شرایط مرزی طبیعی/اسپالین

این مشخصه را میتوان با قلمداد کردن انحنای صفر در نقاط انتهایی منحنی، در نظر گرفت که خود باعث شبیه سازی شرایط آزاد انتهایی میشود. امتیاز اصلی این نوع از شرایط انتهایی، ایجاد آزادی برای طراح جهت در نظر گرفتن مقادیر دلخواه شیب در انتهای منحنی میباشد. همچنین برای مدل کردن یک خط مستقیم که حداقل از دو نقطه میگذرد، از این نوع شرایط انتهایی استفاده میشود. مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  و بردارهای  $\mathbf{e}$  و  $\mathbf{f}$  برای دو نوع شرط مرزی معرفی شده را میتوان از جدول ۳-۱ بدست آورد. [۳]

<sup>۱</sup> Fullness

جدول ۳-۱: مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  و بردارهای  $e$  و  $f$  برای شرایط مرزی مختلف

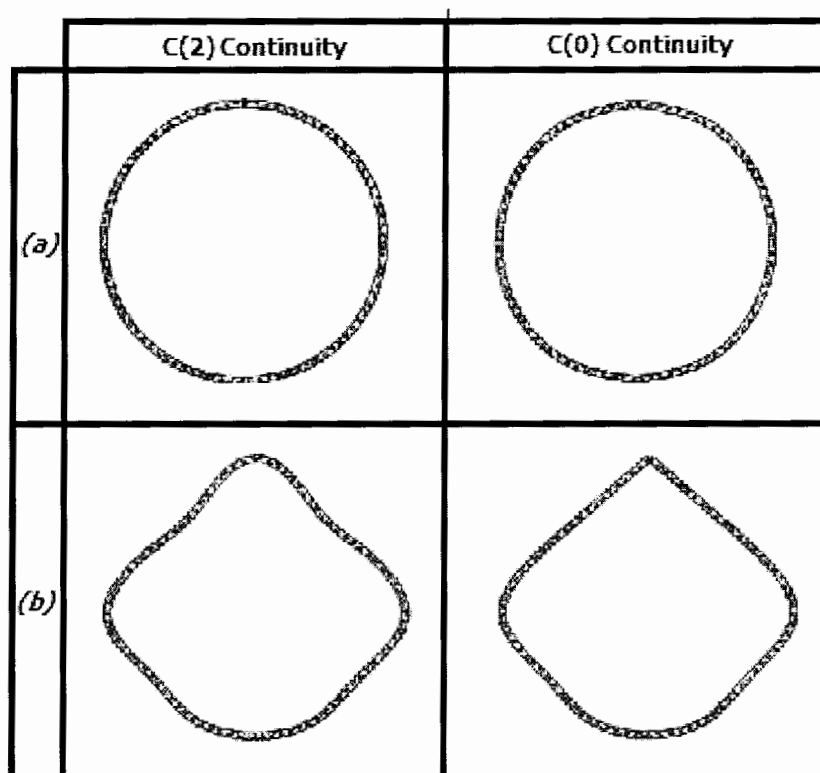
نام متغیر	شرایط مرزی موجود	
	شرایط انتهایی آزاد	شیب مشخص برای نقاط انتهایی
$e$	$p(1)$	$3\{p(1) + (1/3)p'(1)\}$
$f$	$p(k)$	$3\{p(k) - (1/3)p'(k)\}$
$a, d$	1	2
$b, c$	0	1
$b_0$	$2b_1 - b_2$	$b_2 - 2p'(0)$
$b_{k+1}$	$2b_k - b_{k-1}$	$b_{k-1} + 2p'(k)$

### ۳-۱-۳ اثر مشخصات انتهایی

همانگونه که قبلاً مشاهده شد، برای داشتن جواب یکپارچه در دستگاه معادلات ۳-۱۴، به دو مورد اطلاعات اضافه نیاز داریم که آنها را از فرضیات شرایط انتهایی منحنی اسپلاین بدست می آوریم. نوع انتخاب شرایط انتهایی بر پیوستگی در محل اتصال دو قطعه منحنی، تاثیر گذار است.

پیوستگی  $C(0)$  : به لحاظ دیدگاه عملی، در بعضی حالات به این نوع پیوستگی نیاز است. مثلاً در محل برخورد بال و جان یک قطعه فولادی جعبه ای شکل که ممکن است چندین قطعه منحنی به یکدیگر متصل شوند. برای این حالت از اسپلاین با شرایط انتهایی آزاد استفاده میکنیم. بدین ترتیب شرایط پیوستگی  $C(0)$  در محل اتصال فراهم میشود.

پیوستگی  $C(2)$  : همچنین حالت‌های دیگری نیز وجود دارد که به اینگونه از پیوستگی نیاز میباشد. در این حالت بایستی در محل تقاطع، شیب بردار یک‌ه دو سر اسپلاین‌ها و همچنین انحنای آنها با یکدیگر مساوی باشد.



شکل ۳-۶: مثالی جهت نشان دادن پیوستگی  $C(0)$  و  $C(2)$  در محل اتصال

همانگونه که در شکل ۳-۶ ملاحظه میشود برای پیوستگی  $C(0)$ ، در محل تقاطع دو قطعه شکستگی وجود دارد ولی برای پیوستگی  $C(2)$ ، در محل تقاطع، شیب و انحنای دو قطعه مساوی بوده و منحنی به صورت پیوسته می‌باشد.

همچنین که بعداً خواهیم دید، چگونگی انتخاب شرایط انتهایی برای اسپلاین میتواند منجر به تولید شکلهای متفاوتی به هنگام حل مساله بهینه سازی شود.

### ۳-۹ متغیرهای طراحی شکل

یکی از نکات مهم در فرآیند بهینه سازی شکل، چگونگی انتخاب متغیرهای طراحی شکل میباشد. متغیرها بهتر است به گونه ای باشند که بتوان یک وابستگی مستقیم بین تغییرات آنها و تغییرات حاصله در شکل بوجود آورد. مواردی که در ادامه می آید، تعدادی از انواع متغیرهای معمول برای شکل می باشد.

#### ۳-۹-۱ استفاده از مختصات گره ها

در اولین کارهایی که برای بهینه سازی شکل انجام شد، مختصات گره های واقع بر روی مرزهای سازه به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی شکل در نظر گرفته می شد. این گره ها حاصل مش بندی شکل سازه بودند و در این میان می توان به کارهای زینکویچ<sup>۱</sup> و کمپبل<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۳ اشاره نمود [۲]. این روش بسیار ساده است ولی از اشکالات مهم آن زیاد بودن تعداد متغیرهای طراحی می باشد. همچنین ایجاد سازگاری و پیوستگی شیب بین گره ها به آسانی میسر نمی شود و غالباً به نتایج غیر عملی منجر می شود.

#### ۳-۹-۲ استفاده از چندجمله ای ها

در مسائل مدل سازی شکل میتوان از چند جمله ای ها بهره جست. در این روش ضرایب چندجمله ای به عنوان متغیر طراحی مساله بهینه سازی تعریف میشود. از مزایای این روش میتوان به کاهش قابل توجه تعداد متغیرهای طراحی اشاره نمود. در این زمینه نیز میتوان به کارهای باویکاتی<sup>۳</sup> و رامکریشان<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۰ اشاره نمود. در این روش ممکن است با استفاده از چندجمله ایهای با درجات بالاتر با ناپایداری عددی و شکلهای نوسانی مواجه شویم.

<sup>1</sup> Zienkiewicz

<sup>2</sup> Kampbell

<sup>3</sup> Bhavikatti

<sup>4</sup> Ramakrishan

۳-۹-۳ استفاده از نقاط کنترلی/اسپلاینها

این روش اولین بار توسط فلوری<sup>۱</sup> و برایبانت<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۴ برای مدل سازی شکل سازه ها مورد استفاده واقع شد [۱۲]. آنها روش خود را "روش طراحی المان"<sup>۳</sup> نامیدند. در این روش بخشی از شکل سازه که در فرآیند بهینه سازی دستخوش تغییرات میشود، با یک یا چند المان طراحی مدل میشود. از توابع ترکیبی نیز برای تعیین مختصات المان طراحی استفاده میشود. بدین ترتیب متغیرهای طراحی عبارتند از مختصات نقاطی که المان طراحی را کنترل میکنند. کاربرد این روش نیز ما را به سمت استفاده از تعداد کمتر متغیرهای طراحی رهنمون میشود. این روش یک روش عمومی میباشد ولی تعداد المانهای طراحی و درجه منحنی ها تاثیر قابل ملاحظه ای بر کارایی روش دارند.

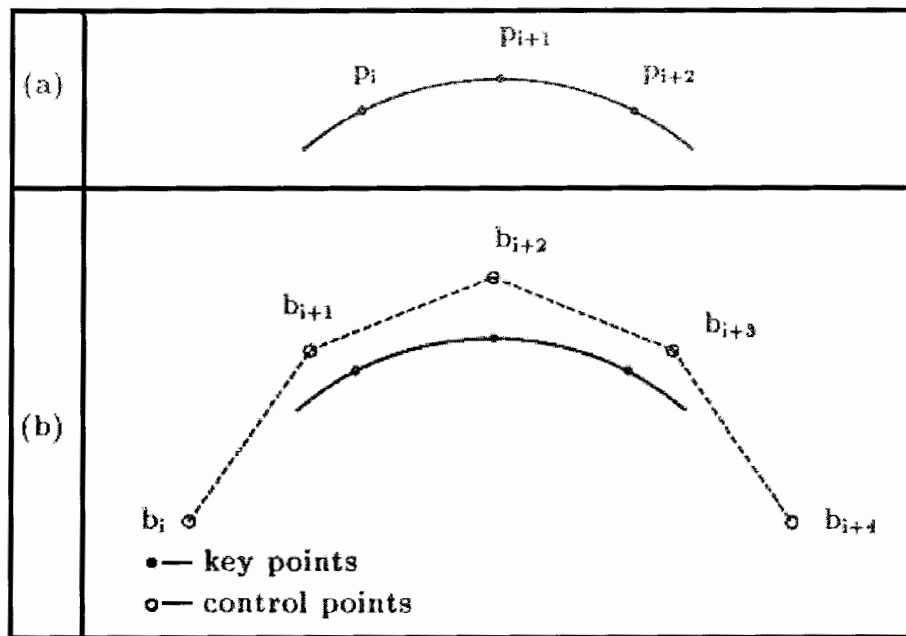
۳-۹-۴ استفاده از نقاط کلیدی/اسپلاینها

در این روش مختصات نقاط کلیدی واقع بر روی اسپلاین به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته میشوند. به عنوان مثال مرزهای سازه با اسپلاینهای درجه سه که از این نقاط کلیدی عبور میکنند مدل میشود. این روش در سالهای اخیر مورد بحث محققین علم بهینه سازی بوده است و در این پایان نامه نیز از این روش استفاده شده است.

<sup>1</sup> Fleury

<sup>2</sup> Braibant

<sup>3</sup> Design Element Technique



شکل ۷-۳: روشهای مختلف انتخاب متغیر طراحی (الف) نقاط کلیدی (ب) نقاط کنترلی

شکل ۷-۳ بیانگر یک منحنی اسپلاین است که از میان مختصات نقاط کلیدی  $p_i$  میگذرد

و داریم:

$$p_i = [p_{xi}, p_{yi}]^T \quad (۱۶-۳)$$

همانگونه که در شکل ۷-۳ مشخص است نقاط کنترلی که معرف چندضلعی تعریف کننده اسپلاین هستند با  $b_i$  نشان داده شده اند. بنابراین در روش اخیر مختصات نقاط  $p_i$  به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته میشوند. بردار متغیرهای تعریف شکل به صورت زیر تعریف میشود.

$$s = [p_{x1}, p_{y1}, p_{x2}, p_{y2}, \dots, p_{xm}, p_{ym}]^T \quad (۱۷-۳)$$

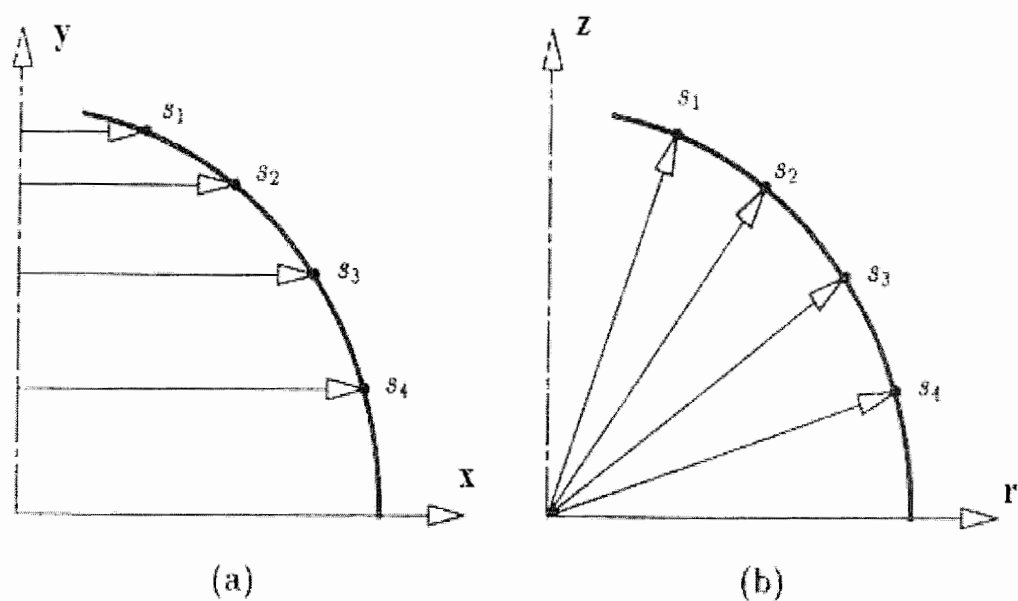
که مختصات نقاط کلیدی  $p_i$  در دستگاه مختصات کارتزین تعریف شده است.

انتخاب نقاط کلیدی به عنوان متغیرهای طراحی دارای امتیازات زیر است:



- کاهش چشمگیر در تعداد متغیرهای طراحی
- برای شکلهای پیچیده به راحتی میتوان موقعیت متغیرهای طراحی را تعریف کرد.
- امکان تعریف جهت حرکت برای متغیرهای طراحی
- امکان ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی شکل را می توان در دستگاه مختصات کارتزین و یا قطبی تعریف کرد که شکل ۸-۳ بیانگر این موضوع می باشد.



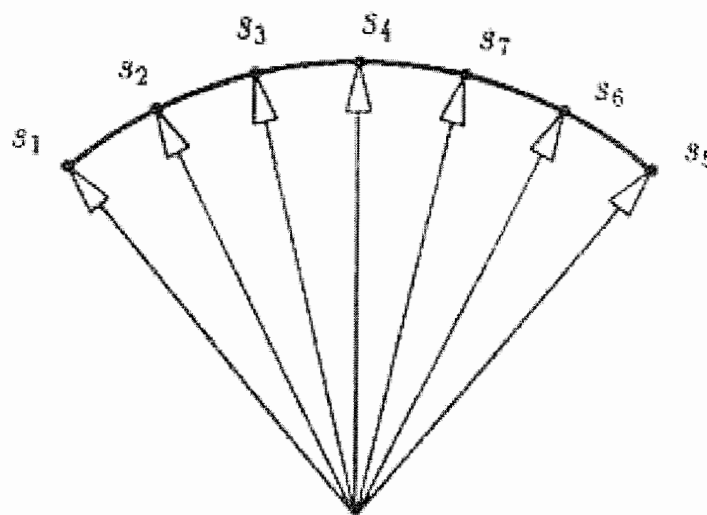
شکل ۸-۳: شکلهای معمول برای متغیرهای طراحی

الف) کارتزین      ب) قطبی

### ۳-۱۰ ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی

گاهی اوقات به علت وجود دلایل عملی و برای موثرتر شدن محاسبات لازم میشود که ارتباطی بین متغیرهای طراحی برقرار کنیم. این ارتباط میتواند بین دو و یا تعداد بیشتری متغیر طراحی برقرار شود. ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی سبب ایجاد امتیازات زیر می‌شود.

- تعداد متغیرهای طراحی باز هم کاهش می‌یابد.
- کل قطعه که ممکن است ترکیبی از چند زیر قطعه باشد میتواند رفتار یک قطعه واحد را از خود نشان دهد. (مانند یک جسم صلب)
- به راحتی میتوان به شکلهای متقارن دست یافت.



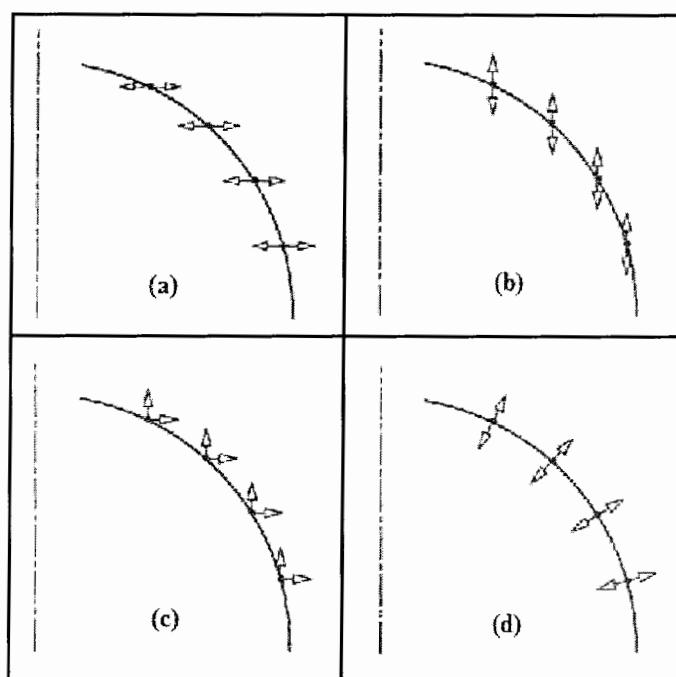
$$s_1 = s_5, \quad s_2 = s_6, \quad s_3 = s_7$$

شکل ۳-۹: ایجاد وابستگی بین متغیرهای طراحی

به عنوان مثال در شکل ۳-۹ قطعه ای از مرز یک سازه مشاهده میشود که می‌توان با ایجاد ارتباط  $s_1 = s_5$ ،  $s_2 = s_6$  و  $s_3 = s_7$  هم به شکلی متقارن دست یافت و هم تعداد متغیرهای طراحی را از هفت به چهار کاهش داد.

### ۱۱-۳ جهت حرکت متغیرهای طراحی

همانگونه که قبلا بیان شد در این پایان نامه متغیرهای مساله بهینه سازی شکل، مختصات نقاط کلیدی اسپلاین می باشد. یکی از امتیازاتی که این روش برای ما فراهم میکند این است که میتوانیم جهت حرکت متغیرهای طراحی را خودمان مشخص کنیم که این موضوع اغلب باعث حصول جوابهای بهتری می شود. شکل ۳-۱۰ بیانگر انواع جهات حرکتی است که می توان برای متغیرهای طراحی در نظر گرفت. برای استفاده از این امکان بایستی قبلا این جهات را برای متغیرهای طراحی تعریف و لحاظ نماییم.



شکل ۳-۱۰: جهات حرکت ممکن برای متغیرهای طراحی

الف) افقی ب) قائم ج) افقی و قائم د) عمود بر سطح

نکته قابل توجه در اینجا اینست که میتوان با تعریف جهات حرکت مختلف، شکلهای بهینه متنوعی را بدست آورد. بدین ترتیب اطلاعات لازم برای مدل سازی شکل یک سازه و کنترل آن توسط پارامترهای اسپلاین را در اختیار داریم.

فصل ۴

## تولید مش

## ۴-۱ مقدمه

در مباحث علمی مهندسی، حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی که در مسائل مختلف مکانیک سیالات، مکانیک جامدات، سازه و غیره ظهور میکنند، توسط روش اجزای محدود<sup>۱</sup> صورت میگیرد. این روش، یک روش عددی است که توانایی حل معادلات پیچیده حاکم بر مساله مورد نظر را داراست. یکی از مراحل مهم حل این مسائل، تولید مش<sup>۲</sup> در ناحیه ای است که معادله دیفرانسیل برای آن تعریف شده است [۱۰].

تولید مش به مفهوم تقسیم بندی و جایگزینی شکل هندسی اولیه با قطعات ساده تر و کوچکتر میباشد. این اشکال کوچک که المان<sup>۳</sup> نامیده میشوند، در اشکال دوبعدی به صورت مثلث<sup>۴</sup> و یا چهارضلعی<sup>۵</sup> و در اشکال سه بعدی به صورت چهاروجهی<sup>۶</sup> و یا هشت وجهی<sup>۷</sup> ظاهر میشوند. برای حل مسائل سازه ای با استفاده از روش اجزای محدود، ابتدا بایستی مدل هندسی اولیه را به یک مدل محاسباتی تبدیل کنیم. بدین منظور مهمترین بخش کار، تولید مش میباشد. در چند دهه گذشته، محققان و برنامه نویسان کامپیوتری، تلاش بسیاری را جهت تولید برنامه های تحلیلی اجزای محدود به انجام رسانیده اند. در این میان برنامه های تولید مش، مهمترین بخش کار بوده و وقت زیادی بابت آن صرف شده است. با این وجود، امروزه نیز تلاشهای بسیاری جهت بهبود و تولید الگوریتمهای تولید مش انجام می گیرد. هدف اصلی در این برنامه ها، تولید مش با کیفیت بالا و چگالی مناسب به صورت اتوماتیک و موثر می باشد.

---

<sup>۱</sup> Finite Element

<sup>۲</sup> Mesh Generation

<sup>۳</sup> Element

<sup>۴</sup> Triangular

<sup>۵</sup> Quadrilateral

<sup>۶</sup> Tetrahedral

<sup>۷</sup> Hexahedral

#### ۲-۴ دیدگاه کلی نسبت به تولید مش

برای حل مسائل بهینه سازی که در این پایان نامه مورد بررسی قرار گرفته اند به یک تولید کننده مش قوی و اتوماتیک نیاز داریم. زیرا بایستی توانایی تشریح مدل هندسی، شرایط مرزی و بارگذاری آن را به صورت یک مدل محاسباتی داشته باشیم. روشهای تولید مش بسیار خوبی توسط بال<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۳، تاکر<sup>۲</sup> در سال ۱۹۸۰ و هولی<sup>۳</sup> در سال ۱۹۸۸ معرفی شده اند. همچنین در سال ۱۹۹۰ توسط شخصی به نام زاینس<sup>۴</sup> برنامه ای که توانایی تولید مش به صورت اتوماتیک و تطبیقی<sup>۵</sup> را دارد تولید شده است. کلا میتوان مبحث تولید مش را یکی از مهمترین بخشهای حل مسائل سازه‌ای با استفاده از روش اجزای محدود عنوان نمود و تاکنون کتابها و مقالات بسیاری در این زمینه منتشر شده است.

#### ۳-۴ انواع روشهای تولید کننده مش

روشهای تولید مش را در یک حالت کلی میتوان به سه گروه تقسیم نمود که عبارتند از:

- روشهای تولید مش سازمان یافته ( Structured Mesh Generation )
- روشهای تولید مش سازمان نیافته ( Unstructured Mesh Generation )
- روشهای تولید مش ترکیبی ( Hybrid Mesh Generation )

روشهای تولید مش سازمان یافته، روشهایی هستند که برای هر گره و المان موجود در داخل دامنه، تعداد گره ها و المانهای موجود در همسایگی آنها ثابت می‌باشد ولی در مورد مشهای

---

<sup>1</sup> Bull

<sup>2</sup> Thacker

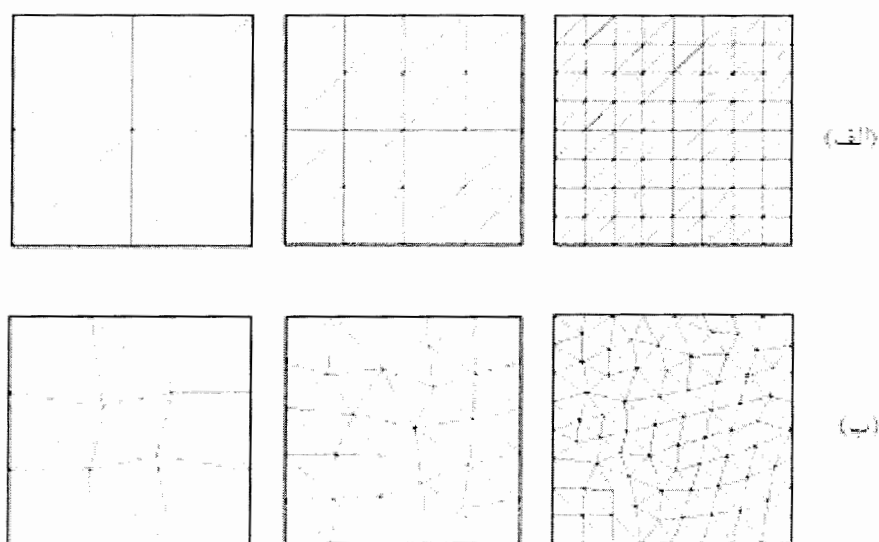
<sup>3</sup> Ho-Le

<sup>4</sup> Sienz

<sup>5</sup> Adaptive

سازمان نیافته، این تعداد ثابت نبوده و میتواند تغییر کند. همچنین در روشهای سازمان یافته تولید مش، ابتدا گره ها و سپس المانها تولید می شوند. این در حالی است که در روشهای سازمان نیافته، تولید المانها و گره ها به طور همزمان صورت می پذیرد. از امتیازات روشهای سازمان یافته می توان به سادگی الگوریتم آنها و همچنین مصرف کمتر حافظه کامپیوتر نام برد [۱۱]. اما از عیوب مهم آن این است که نمی توان از این روش به راحتی برای تولید مش در شکلهای پیچیده استفاده کرد.

روشهای تولید مش سازمان نیافته روشهای قدرتمندی برای مش بندی سطوح پیچیده میباشند. این روشها نسبت به روشهای سازمان یافته، حافظه بیشتری از کامپیوتر را به خود تخصیص میدهند. محققان و متخصصان فن تولید مش، بیشتر زمانشان را برای تولید و اصلاح این نوع از روشها مصرف کرده اند و مقالات بسیاری را منتشر نموده اند. در شکل ۴-۱ نمونه ای از تولید مش سازمان یافته و مش سازمان نیافته قابل ملاحظه می باشد [۱۲].



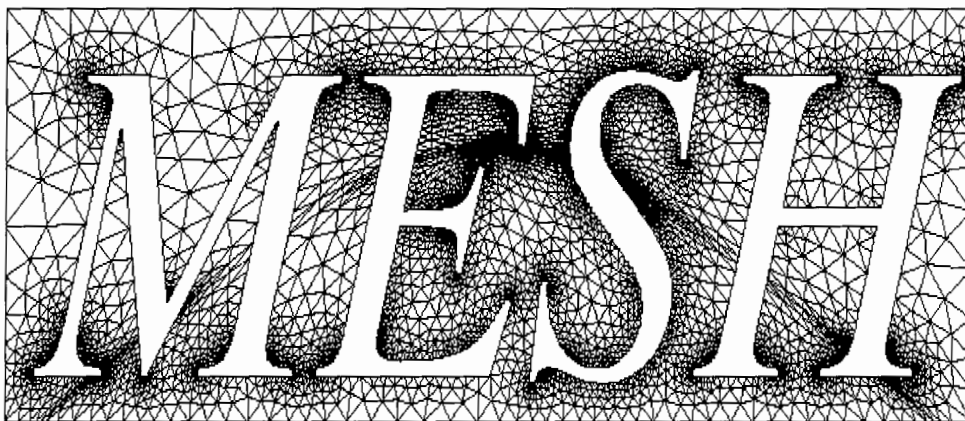
شکل ۴-۱ : الف) مش سازمان یافته ب) مش سازمان نیافته

روشهای ترکیبی نیز همانگونه که از اسمشان پیداست، به صورت ترکیبی از روشهای تولید مش سازمان یافته و سازمان نیافته می باشند و در بعضی از مسائل نیز از این روشها استفاده میشود. با توجه به اینکه در این پایان نامه، هدف اصلی بهینه سازی شکل مسائل دو بعدی تنش و کرنش

مسطح است، برای حل این مسائل با استفاده از روش اجزای محدود، به یک تولید کننده مش قوی نیاز می باشد. تولید کننده مش مورد استفاده در این پایان نامه از نوع تولید کننده مش پیشرفتی رو به جلو<sup>۱</sup> می باشد. توضیحات بیشتر در این مورد در ادامه خواهد آمد. اما علت انتخاب این روش به دلایل زیر است :

- الگوریتم تولید مش کاملاً اتوماتیک بوده و روشی موثر و قوی می باشد.
- این روش توانایی بیان و مدل سازی آسان شکل های پیچیده را داراست.
- تعریف مشخصات المان و ایجاد تغییرات در ابعاد آن بر روی دامنه بسیار راحت است.
- اطلاعات ورودی مورد نیاز برای این روش بسیار کم می باشد.

شکل ۴-۲ بیانگر توانایی های این دسته از روشها می باشد [۱۳].



شکل ۴-۲: مش ساختار نیافته برای یک دامنه پیچیده با تعداد ۵۵۲۳ گره

<sup>۱</sup> Advancing Front



## ۴-۴ پارامترهای مش

در یک تولید کننده مش تطبیقی<sup>۱</sup> برای گسسته سازی<sup>۲</sup> دامنه هندسی شکل سازه مورد نظر، بایستی از اطلاعات مربوط به المانها و یا همان پارامترهای مش استفاده کند. این پارامترها تعیین کننده چگالی مش در نواحی مختلف دامنه و همچنین کشیدگی و نسبت اندازه ها در خود المان میباشد. یک روش تولید کننده اتوماتیک مش، روشی الگوریتمیک است که توانایی تولید یک شبکه قابل قبول و معتبر از المانها را از منظر روش اجزای محدود، در یک دامنه پیچیده دارا میباشد. برای مشهای ساختار نیافته بر خلاف مشهای ساختار یافته، پیوستگی گره المانها با استفاده از روشی خاص انجام میپذیرد. اطلاعات لازم برای تولید یک مش ساختار نیافته در یک دامنه محاسباتی عبارتند از:

- تشریح اینکه ابعاد، شکل و جهت المان در فضا چگونه تغییر میکند.
- مشخص کردن فضایی که بایستی مش بندی شود.
- انتخاب نوع المان.
- انتخاب روش مناسب برای دست یافتن به مشی مناسب.

برای مشخص نمودن چگونگی تغییرات در پارامترهای تولید مش از مفهومی به نام مش زمینه<sup>۳</sup> استفاده می شود. با استفاده از این مش می توان تغییرات پارامترهای المان را محاسبه و کنترل نمود. همچنین بایستی با استفاده از روشی مناسب اقدام به تعریف شکل، ابعاد و جهت المان نمود.

---

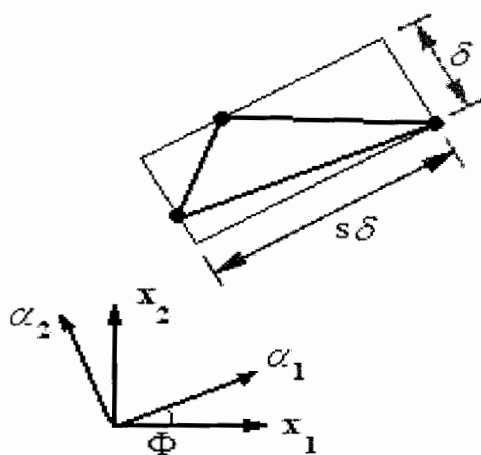
<sup>1</sup> Adaptive Mesh Generator

<sup>2</sup> Discretization

<sup>3</sup> Background Mesh

شکل، اندازه و جهت هر المان را می توان با استفاده از سه پارامتر مستقل از یکدیگر، به طور کامل تشریح کرد ( به شکل ۳-۴ توجه شود ). این پارامترها عبارتند از:

- اندازه  $\delta$  : اندازه یک المان
- کشیدگی  $s$  : وضعیت نسبی یک المان
- جهت  $\Phi$  : جهت یک المان

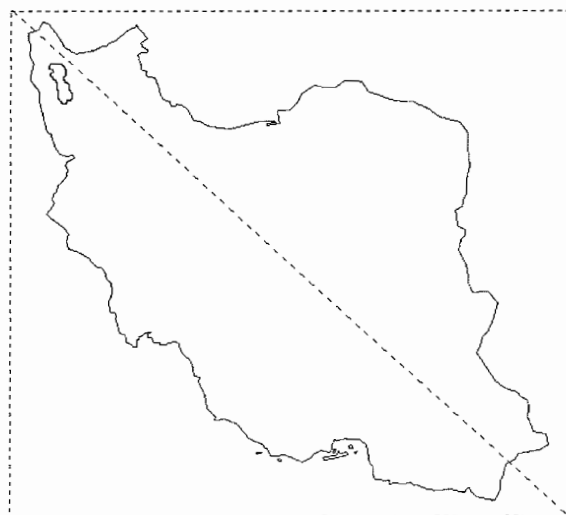


شکل ۳-۴ : پارامترهای تولید مش

در برنامه های تولید مش، جهت هر المان را به طور معمول با استفاده از دو بردار  $(a_{nx}, a_{ny})$  در طول دستگاه مختصات کارترین تعریف می کنند. پس جهت استفاده از این روش، کاربر عملاً بایستی از چهار پارامتر برای تعریف مشخصات مش در برنامه کامپیوتری استفاده کند. با استفاده از این چهار پارامتر میتوان دقیقاً المان را تعریف نمود. این تعریف را بایستی در کل دامنه انجام داد و این کار با استفاده از مش زمینه صورت می پذیرد. بدین ترتیب که در هر یک از گره های مش زمینه بایستی چهار پارامتر معرفی شده را دقیقاً تعریف کرد و از مش زمینه برای درونیابی و پیدا

کردن مشخصات المان در نقاط دیگر دامنه استفاده میشود. این روش بسیار آسان و راحت بوده و برای انجام عملیات مش بندی مجدد<sup>۱</sup> بسیار مناسب می باشد.

مش زمینه اولیه که معمولاً در ابتدا توسط کاربر تعریف میشود، مشی درشت بوده و بایستی سراسر دامنه مورد نظر را در بر بگیرد. به شکل ۴-۴ توجه کنید.



شکل ۴-۴ : مش زمینه شامل دو مثلث برای یک دامنه پیچیده

در صورتی که به مش یکنواخت و اندازه ثابت نیاز باشد، استفاده از یک مثلث برای مش زمینه که کل دامنه را در بر گیرد نیز کافی خواهد بود. یکی از نکاتی که در اینجا بایستی به آن توجه شود این است که شکل مش زمینه کاملاً دلخواه بوده و نیازی نیست که حتماً با مرزهای دامنه ای که قرار است مش بندی شود، هم راستا باشد. همچنین میتوان برنامه های تولید مش را به گونه ای برنامه ریزی نمود که خودشان با توجه به ابعاد دامنه مورد نظر، به طور خودکار اقدام به تولید مش زمینه کنند. مثلاً برای اشکال دو بعدی مش زمینه ای را تولید کنند که مستطیل در بر گیرنده دامنه مورد نظر باشد. چگالی مش مورد نظر نیز به عنوان مثال، ۵ درصد طول قطر این مستطیل فرضی در نظر گرفته می شود [۳].

<sup>۱</sup> Remeshing

در یک تولید کننده مش تطبیقی، مش تولید شده در تکرار اولیه به عنوان مش زمینه برای تکرار دوم در نظر گرفته میشود. این امر باعث بوجود آمدن انعطاف پذیری زیادی برای ایجاد تغییرات، در پارامترهای تولید مش میشود. مش زمینه ای که بدین ترتیب تولید میشود، به شکلی ایده آل، دامنه شکل مورد نظرم را پوشش خواهد داد.

گاهی اوقات لازم است که برای محاسبه پارامترهای تولید مش، از دو راهکار ارائه شده در زیر استفاده کنیم:

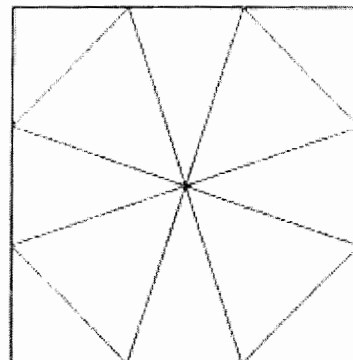
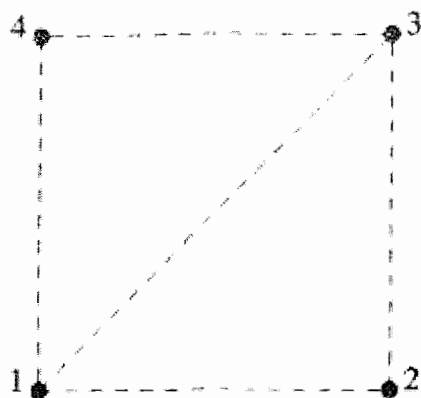
۱. گسترش دادن مش زمینه.

۲. انجام عملیات برونمایی با استفاده از مش زمینه.

مثلا در مسائل بهینه سازی شکل، به علت ایجاد تغییرات در شکل سازه، بایستی در مواردی که بخشهایی از شکل سازه از محیط تحت پوشش توسط مش زمینه خارج میشود، از دو راهکار فوق استفاده نمود. البته میتوان راهکار سوم را نیز در نظر گرفت که در آن با توجه به تجربه و کارآزمودگی طراح، از ابتدا مش زمینه ای به طور ثابت برای مساله در نظر گرفته میشود، به طوری که با توجه به قیود حاکم بر مساله بهینه سازی، هیچگاه شکل سازه، از آن محدوده خارج نمیشود. در ادامه برای نشان دادن واضحتر اثرات تغییر پارامترهای تولید مش بر مش تولید شده، به شکلهای ۴-۵ الی ۴-۱۱ توجه شود.

$$4 : \delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



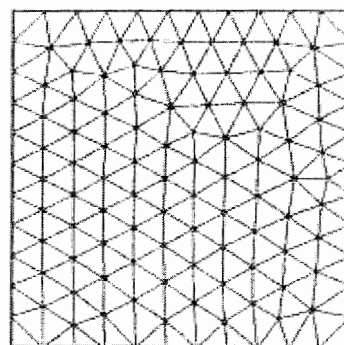
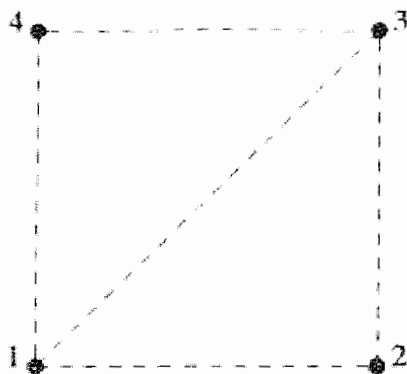
$$2 : \delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۵ : مش درشت (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



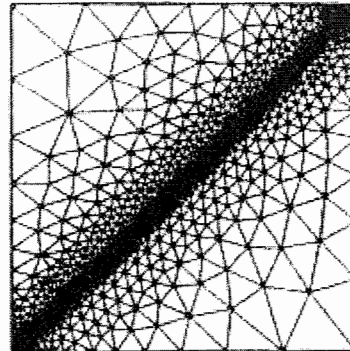
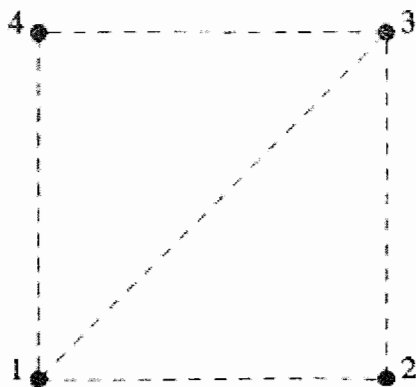
$$2 : \delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۶ : مش ریز (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 2.50, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 0.10, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



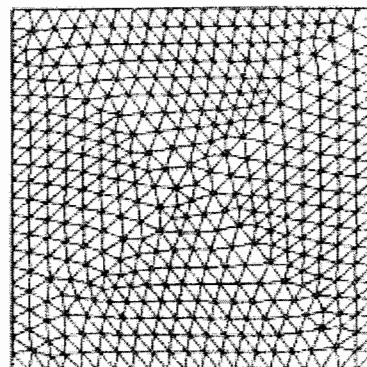
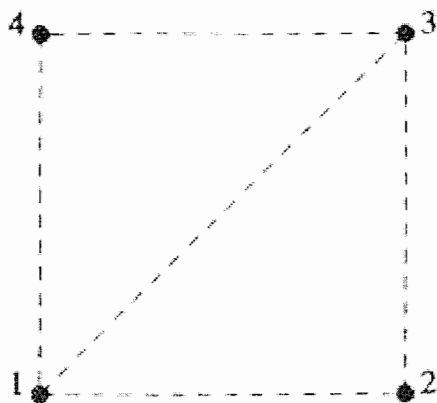
$$2 : \delta = 2.50, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 0.10, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۷: مش درجه بندی شده (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



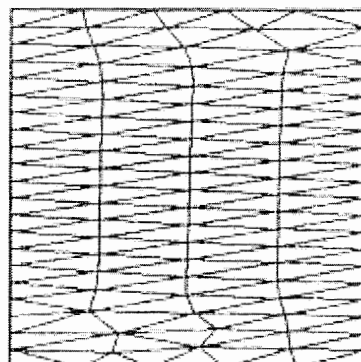
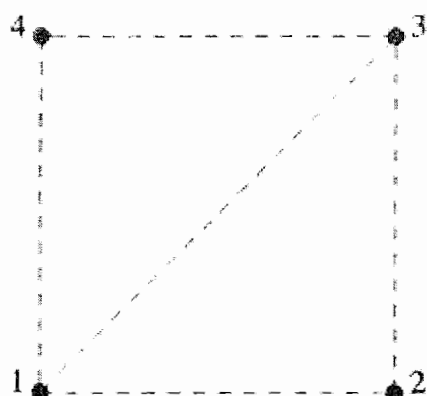
$$2 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۸: مش بدون کشیدگی (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



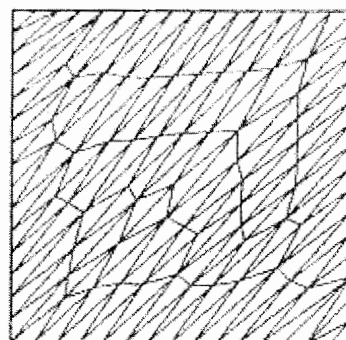
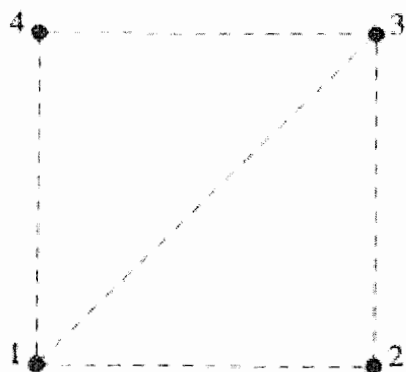
$$2 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۹: مش کشیده با  $s = 5$  و جهت  $x$  (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$

$$3 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$



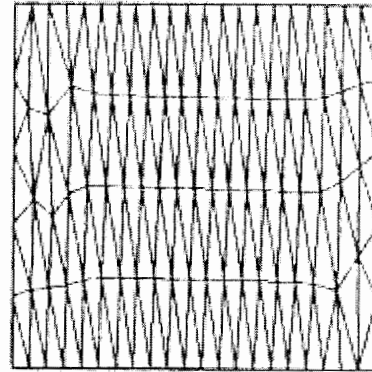
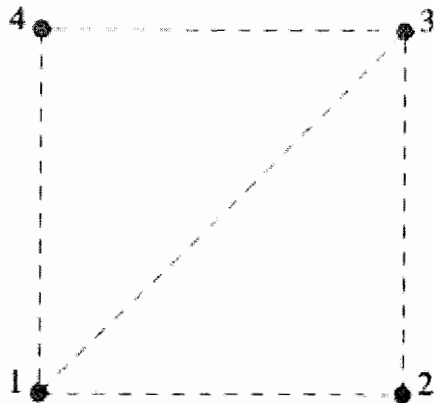
$$2 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$

$$1 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$

شکل ۴-۱۰: مش کشیده با  $s = 5$  و جهت  $45^\circ$  (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4: \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$$

$$3: \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$$



$$2: \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$$

$$1: \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$$

شکل ۴-۱۱: مش کشیده با  $s = 5$  و جهت  $y$  (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

#### ۴-۵ تولید مش مثلثی سازمان نیافته با روش Advancing Front

روش Advancing Front یک روش تولید مش سازمان نیافته می باشد. در یک مش سازمان نیافته، تعداد گره ها و المانهای موجود در سراسر دامنه از قبل مشخص نیست. همانگونه که در قبل اشاره شد، از ویژگیهای بارز این روش تولید همزمان گره ها و المانها می باشد.

الگوریتم تولید مش با این روش، شامل مراحل زیر می باشد.

۱. تنظیم اولیه پارامترهای تولید مش برای کلیه نقاط
۲. انتخاب کوچکترین وجه موجود
۳. محاسبه موقعیت نقطه ایده آل<sup>۱</sup> که با توجه به مثلث متساوی الاضلاعی به اندازه المان صورت می گیرد.
۴. پیدا کردن نقاط فعال<sup>۲</sup> و تشکیل لیستی از کلیه پیوستگی های ممکن.

<sup>۱</sup> Ideal Point

<sup>۲</sup> Active Point



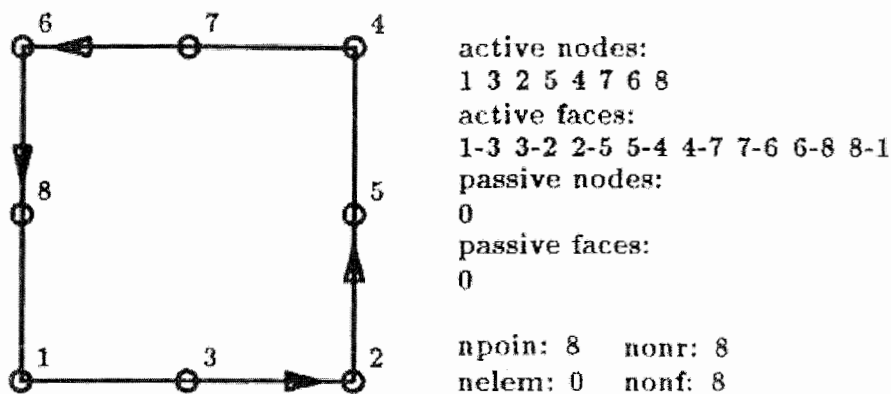
۵. اگر لیست تولید شده در مرحله ۴ تهی است و نقطه ایده آل یک مثلث معتبر را نتیجه نمیدهد، به جستجوی گره فعالی بپردازید که بهترین شکل را برای مثلث ایجاد میکند.

۶. اگر مرحله ۵ با شکست مواجه شد، دومین وجه کوچک را انتخاب کرده و به مرحله ۳ بروید.

۷. اگر مرحله ۴ و ۵ با موفقیت همراه بود، مثلی تولید میشود و وجوه به هنگام میشوند. همچنین اگر نقطه انتخابی همان نقطه ایده آل باشد، عملیات درونیابی برای تعیین پارامترهای مش تولید شده انجام میگیرد.

۸. اگر هنوز نقطه ای بر روی وجوه باقی است، در صورت لزوم آنها را مرتب کرده و به مرحله ۳ میرویم.

این مراحل برای هر یک از وجوه و نواحی داخلی تکرار میشود. در ادامه، این روش و جزئیات آن را برای مثالی ساده مورد بررسی قرار میدهیم. (شکل ۴-۱۲)



شکل ۴-۱۲ : شکل اولیه مثال

با داشتن مرزهای جسم که به صورت مجزا در آمده اند، الگوریتم روش تولید مش پیشرفتی رو به جلو ( AF ) وارد کار میشود. بدین ترتیب، کرانه اولیه با استفاده از قطعات خطی که از هر

نقطه و نقطه بعد از آن تشکیل میشود، شکل میگیرد. با تعریف جهت حرکت بر روی کرانه، میتوان جهت عمود بر آن را که به سمت داخل دامنه میباشد، بدست آورد. اکنون کلیه پارامترهای مش را با استفاده از درونیایی از روی مش زمینه بدست می آوریم. سپس روش AF شروع به آغاز عملیات تولید مش میکند.

اولین مرحله در این قسمت، پیدا کردن کوچکترین وجه در روی مرزهای جسم میباشد. بدین ترتیب همواره روش AF از کوچکترین وجه موجود کار خود را آغاز میکند. به عنوان مثال در اینجا وجه 1-8 به عنوان کوچکترین وجه انتخاب میشود. شکل ۴-۱۲ را ملاحظه کنید. سپس چگالی مش در دو نقطه 1 و 8 با استفاده از پارامتر  $\delta$  و میانگین گیری انتخاب شده و مقدار آن با طول واقعی وجه 1-8 یعنی  $l$  مقایسه میشود.

برای اجتناب از بوجود آمدن شکلهای دارای انحراف بیش از حد و نا مانوس و همچنین برای اطمینان از سازگاری هندسی، مقدار  $\delta$  را با استفاده از روابط زیر انتخاب میکنیم.

$$\delta = \begin{cases} 0.55l & \text{if } \delta < 0.55l \\ \delta & \text{if } 0.55l < \delta < 2.00l \\ 2.00l & \text{if } \delta > 2.00l \end{cases} \quad (1-4)$$

با استفاده از روابط هندسی و اطلاعات موجود برای جهت وجوه، میتوان محل نقطه ایده آل را محاسبه نمود. شکل انتخابی بایستی به صورت یک مثلث متساوی الاضلاع باشد. شکل ۴-۱۳ را ملاحظه کنید. در مرحله بعدی، الگوریتم تولید مش بایستی به دنبال نقاط ممکن برای تولید مثلث بگردد. نقاط ممکن، نقاطی هستند که بر روی وجوه فعال قرار داشته و همچنین در داخل دایره ای به مرکز نقطه ایده آل و شعاع  $r = 0.8\delta$  قرار میگیرند که در این مثال گره ۳ بدست آمده است و شرایط فوق را داراست. سپس تمام نقاط بدست آمده در این مرحله را برای پیدا کردن فاصله شان تا نقطه ایده آل به صورت یک لیست مرتب میکنیم. از این لیست، اولین نقطه ای که باعث ایجاد یک مثلث معتبر میشود را انتخاب میکنیم.

مثلی را معتبر میگوییم که دارای شرایط زیر میباشد.

- دارای مساحت مثبت باشد.
- نقطه  $K_{ideal}$  درون مثلث دیگری قرار نگیرد.
- وجوه مثلث تولید شده، با هیچیک از وجوه فعال موجود متقاطع نباشد.

اگر هیچ مثلث معتبری توسط نقاط موجود در این لیست تولید نشد، الگوریتم تولید مش به جستجوی گره فعال در وجه جاری میپردازد و گره ای را که باعث ایجاد یک مثلث معتبر با بزرگترین زاویه داخلی در راس آن میشود را برمیگزیند. اگر این مرحله نیز به تولید یک مثلث معتبر منجر نشد، وجوه دوباره مرتب شده و دومین وجه کوچک انتخاب میشود. سپس فرآیند تولید المان دوباره از سر گرفته میشود.

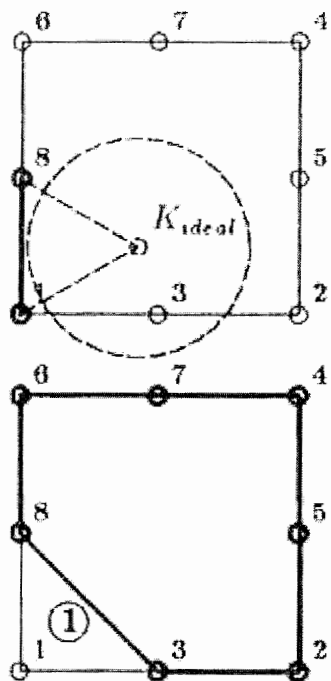
با پیدا کردن گره ۳ که یک مثلث معتبر با پیوستگی ۳-۱-۸ را تولید میکند، این المان تولید شده و ساختار ورودی بهنگام<sup>۱</sup> میشود. این بدان معنی است که وجوه ۱-۸ و ۱-۳ غیر فعال شده<sup>۲</sup> و وجه جدید ۳-۸ به وجوه دیگر اضافه میشود. گره ۱ نیز جزء گره های غیر فعال قرار میگیرد. به شمارنده المان<sup>۳</sup> یکی اضافه شده و این در حالی است که تعداد گره ها<sup>۴</sup> تغییری نمیکند. شکل ۴-۱۴ را ملاحظه کنید. اگر لیست وجوه باقیمانده، تهی نباشد الگوریتم کار خود را برای تولید المانهای جدید ادامه میدهد. اشکال ۴-۱۳ تا ۴-۲۰ بصورت مرحله به مرحله، روند تولید المانها را برای یک مثال ساده نشان میدهند [۳].

<sup>1</sup> Update

<sup>2</sup> Passive

<sup>3</sup> (nelem)

<sup>4</sup> (npoin)



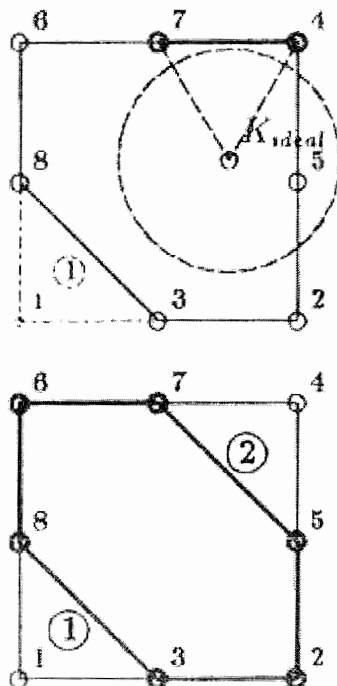
chosen face:  
8-1  
existing possible points:  
3  
ideal point possible:  
yes

chosen point:  
3

active nodes:  
3 2 5 4 7 6 8  
active faces:  
3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-3  
passive nodes:  
1  
passive faces:  
1-3 8-1

npoin: 8 nonr: 7  
nelem: 1 nonf: 7

شکل ۴-۱۳: روش AF، تولید المان اول



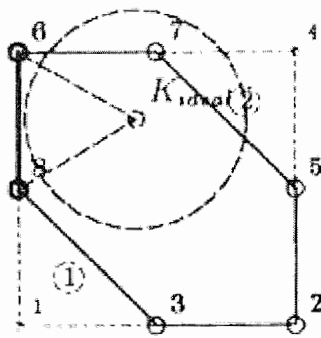
chosen face:  
4-7  
existing possible points:  
5  
ideal point possible:  
yes

chosen point:  
5

active nodes:  
3 2 8 7 6 5  
active faces:  
3-2 2-5 8-3 7-6 6-8 5-7  
passive nodes:  
1 4  
passive faces:  
1-3 5-4 4-7 8-1

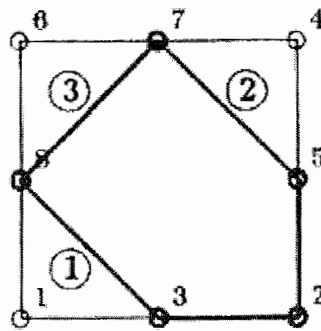
npoin: 8 nonr: 6  
nelem: 2 nonf: 6

شکل ۴-۱۴: روش AF، تولید المان دوم



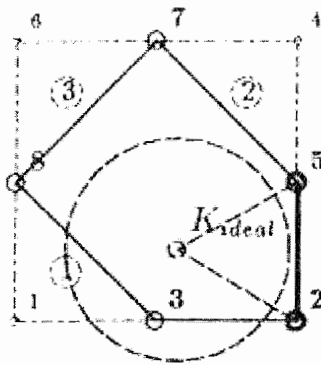
chosen face:  
6-8  
existing possible points:  
7  
ideal point possible:  
yes

chosen point:  
7



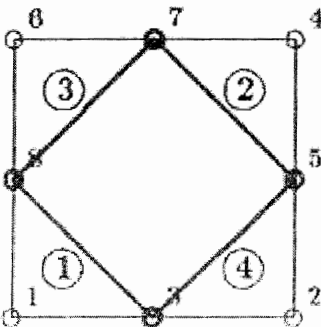
active nodes:  
3 2 8 5 7  
active faces:  
3-2 2-5 8-3 5-7 7-8  
passive nodes:  
1 4 6  
passive faces:  
1-3 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1  
npoin: 8 nonr: 5  
nelem: 3 nonf: 5

شکل ۴-۱۵: روش AF، تولید المان سوم



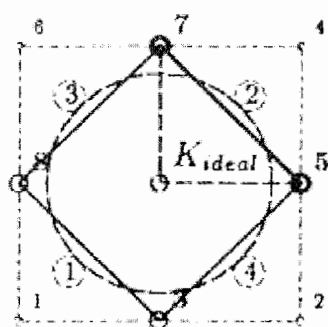
chosen face:  
2-5  
existing possible points:  
3  
ideal point possible:  
yes

chosen point:  
3



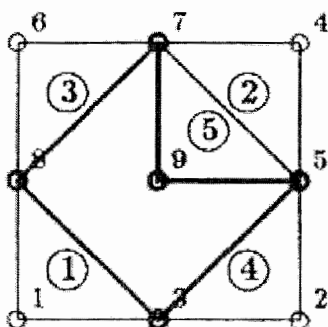
active nodes:  
7 8 5 3  
active faces:  
7-8 8-3 5-7 3-5  
passive nodes:  
1 2 4 6  
passive faces:  
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1  
npoin: 8 nonr: 4  
nelem: 4 nonf: 4

شکل ۴-۱۶: روش AF، تولید المان چهارم



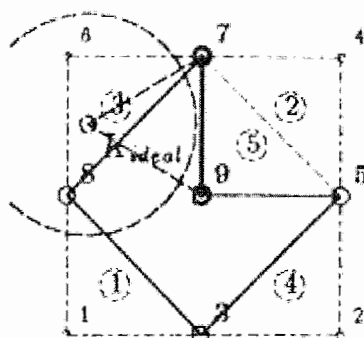
chosen face:  
5-7  
existing possible points:  
0  
ideal point possible:  
yes

chosen point:  
ideal point



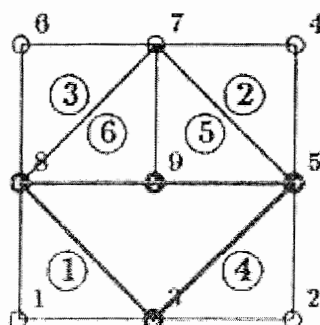
active nodes:  
7 8 5 3 9  
active faces:  
7-8 8-3 3-5 5-9 9-7  
passive nodes:  
1 2 4 6  
passive faces:  
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1  
5-7  
npoin: 9 nonr: 5  
nelem: 5 nonf: 5

شکل ۴-۱۷: روش AF، تولید المان پنجم



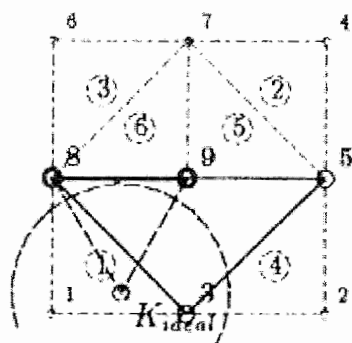
chosen face:  
9-7  
existing possible points:  
8  
ideal point possible:  
no

chosen point:  
8

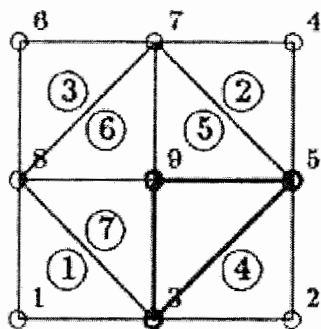


active nodes:  
8 3 5 9  
active faces:  
8-3 3-5 5-9 9-8  
passive nodes:  
1 2 4 6 7  
passive faces:  
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1  
5-7 7-8 9-7  
npoin: 9 nonr: 4  
nelem: 6 nonf: 4

شکل ۴-۱۸: روش AF، تولید المان ششم

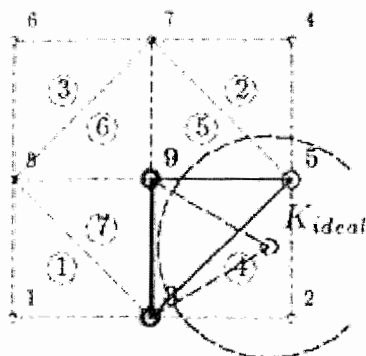


chosen face:  
9-8  
existing possible points:  
3  
ideal point possible:  
no  
chosen point:  
3

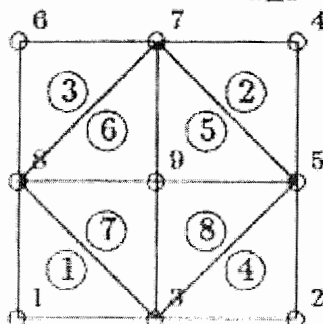


active nodes:  
3 5 9  
active faces:  
3-5 5-9 9-3  
passive nodes:  
1 2 4 6 7 8  
passive faces:  
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1  
5-7 7-8 9-7 9-8 8-3  
npoin: 9 nonr: 3  
nelem: 7 nonf: 3

شکل ۴-۱۹: روش AF، تولید المان هفتم



chosen face:  
9-3  
existing possible points:  
5  
ideal point possible:  
no  
chosen point:  
5



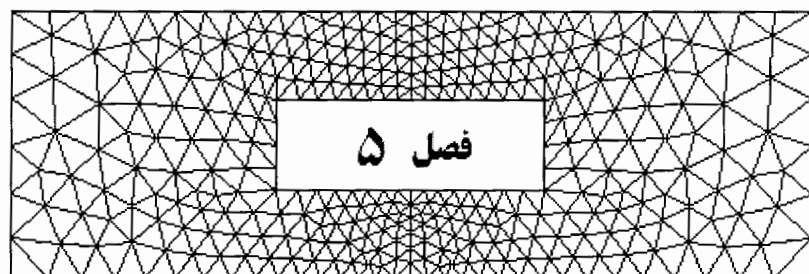
active nodes:  
0  
active faces:  
0  
passive nodes:  
1 2 3 4 5 6 7 8 9  
passive faces:  
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1  
5-7 7-8 9-7 9-8 8-3 3-5 5-9 9-3  
npoin: 9 nonr: 0  
nelem: 8 nonf: 0

شکل ۴-۲۰: روش AF، تولید المان هشتم

و همانطور که در شکل ۴-۲۰ ملاحظه میشود، هشت المان مثلثی با روش AF تولید شده است. البته این مثال ساده فقط برای ایجاد درکی از چگونگی تولید مش ارائه شده است و در مثالهای با اشکال پیچیده بایستی امکانات دیگری را نیز برای سابروتین تولید کننده مش در نظر گرفت.

خاطر نشان می‌کند که برای تولید مشهای سازمان نیافته روشهای بسیار زیاد و متنوع دیگری نیز موجود است که می‌توان به روش circle-packing اشاره نمود [۱۴]. البته روشهای دیگری را نیز می‌توان در مراجع [۱۵] و [۱۶] ملاحظه کرد. همچنین الگوریتمهایی برای تولید مشهای سازمان نیافته چهار گرهی وجود دارد که یکی از آنها paving algorithm است و از آن برای تولید مشهای سازمان نیافته چهارگره‌ای بر روی سطوح سه بعدی مانند روبه‌ها استفاده می‌شود [۱۷].





## بینه‌سازی شکل سازه ها

## ۵-۱ مقدمه

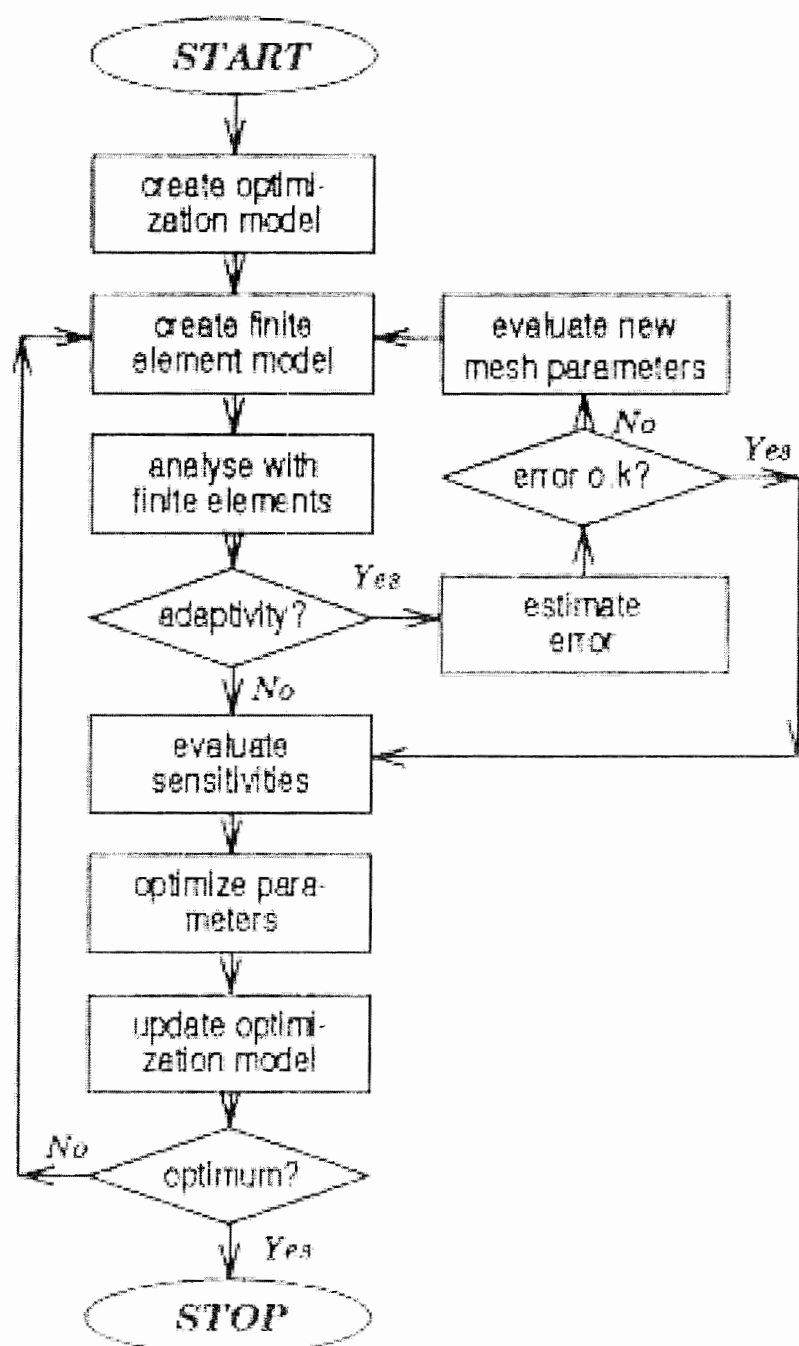
در مورد بهینه سازی شکل سازه ها در فصول قبلی مطالبی عنوان شد. اما در این فصل پس از ارائه توضیحات بیشتر به سراغ حل مسائل مربوط به بهینه سازی شکل سازه ها میرویم. در فرآیند کلی بهینه سازی، میتوان بهینه سازی شکل را پس از بهینه سازی توپولوژیک در مرحله دوم حل مساله قرار داد. بدین ترتیب که انجام بهینه سازی شکل پس از اتمام بهینه سازی توپولوژیک سازه انجام شده و در طی فرآیند بهینه سازی شکل، تغییری در توپولوژی سازه حادث نمی شود.

به طور کلی دو الگوریتم معتبر برای حل مسائل بهینه سازی شکل سازه ها موجود می باشد. یکی با استفاده از رشد تطبیقی و دیگری با استفاده از روش تغییرات مرزی که هر دو مورد در فصل دو معرفی شدند. اما چون در این پایان نامه از روش تغییر مرزها برای ایجاد تغییر در شکل سازه استفاده می شود، در ادامه توضیحات بیشتری در این زمینه ارائه می شود.

در اینجا لازم به ذکر است با توجه به اینکه این روش در چند سال اخیر مطرح شده است، بنابراین در ابتدای راه خود بوده و به تکامل بیشتری نیاز دارد و به همین دلیل هم استفاده از این روش در برنامه های تجاری بهینه سازی در ابتدای راه خود قرار دارد.

## ۵-۲ الگوریتم بهینه سازی شکل

در حل مسائل بهینه سازی شکل بایستی در ابتدا الگوریتمی را معرفی کرد تا بواسطه آن بتوان مراحل لازم برای این امر را دنبال نمود. روش کار بدین ترتیب است که ابتدا تابع هدفی مانند وزن سازه تعریف شده و الگوریتم کار خود را بر روی این تابع و با توجه به اطلاعات موجود آغاز می کند. فلوچارت این الگوریتم در شکل ۵-۱ قابل ملاحظه می باشد [۱].



شکل ۵-۱ : الگوریتم بهینه سازی شکل سازه ها

#### ۵-۲-۱ تولید مدل بهینه سازی شکل

در ابتدای فرآیند بهینه سازی شکل بایستی هندسه اولیه سازه مورد نظر را مشخص و تعریف کنیم. این کار ممکن است با روشهای مختلفی صورت پذیرد. مثلاً توسط یک برنامه کامپیوتری و یا توسط خروجی یک برنامه پردازشگر تصویر و یا روش دستی. ما در اینجا مشخصات هندسی سازه را به صورت دستی و در قالب یک فایل متنی ورودی تهیه می‌کنیم.

مدل سازی شکل سازه نیز با روشهای گوناگونی امکان پذیر میباشد. این روشها را قبلاً توضیح داده ایم. جهت یادآوری روشی که در اینجا جهت مدلسازی شکل سازه مورد استفاده واقع شده است، استفاده از B-Spline های درجه سه میباشد. این اسپلاینها توسط نقاط کلیدی تعریف میشوند که مختصات همه و یا تعدادی از آنها به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی شکل در نظر گرفته میشود. همچنین ممکن است بین مختصات نقاط کلیدی، روابطی نیز موجود باشد و علاوه بر اینها محدودیت متغیرهای طراحی و قیود نیز بخشی از تعریف مدل اولیه سازه میباشد. نهایتاً بایستی کلیه اطلاعات لازم برای حل مساله بهینه سازی شکل را به همراه مدل هندسی اولیه سازه تعریف کنیم.

#### ۵-۲-۲ تولید مدل اجزای محدود

با استفاده از اطلاعات موجود در مرحله قبل بایستی بتوان از مدل هندسی سازه، یک مدل محاسباتی اجزای محدود را تولید کرد. بنابراین بایستی از یک تولید کننده مش برای گسسته سازی دامنه یا همان مش بندی شکل سازه استفاده کرد. پس از تولید یک مش معتبر که شرایط آن در فصل ۴ بیان شد، میتوان مدل محاسباتی اجزای محدود را فراهم ساخت. این مش میتواند از نوع مثلثی و یا چهارضلعی و با مرتبه های دلخواه باشد که ما برای حل مسائل از المان مثلثی سه گرهی استفاده میکنیم. برای تولید یک مدل کامل محاسباتی بایستی برنامه تولید کننده مش، توانایی انتقال اطلاعات مربوط به مرزها و تکیه گاهها و بارگذاری به مدل محاسباتی را داشته باشد.

### ۵-۲-۳ آنالیز اجزای محدود

در این مرحله بایستی مدل محاسباتی را تحلیل کرده و تنشها و تغییر مکانهای بوجود آمده در سازه را ارزیابی نمود. با دانستن مقادیر تنشها و تغییر مکانها میتوان به محاسبه و کنترل تابع هدف و قیود تعریف شده اقدام کرد. با محاسبه توابع هدف و قیود، اطلاعات لازم برای انجام فرآیند بهینه سازی شکل گردآوری میشود. بعد از این مرحله و قبل از انجام فرآیند بهینه سازی میتوان به انجام اصلاحاتی بر روی مش تولید شده<sup>۱</sup> و سپس آنالیز حساسیت<sup>۲</sup> اقدام نمود که خود مراحل بسیار گسترده بوده و در حل مسائل این فصل از این مراحل صرف نظر کرده و توضیحاتی در این مورد در فصل ۶ آمده است.

### ۵-۲-۴ فرآیند بهینه سازی

در این مرحله و با استفاده از یک الگوریتم مناسب و استخدام روشهایی قوی از خانواده روشهای برنامه ریزی ریاضی، سعی در ایجاد بهبود در تابع هدف میکنیم. در طول فرآیند بهینه سازی شکل مقادیری جدید برای مختصات نقاط کلیدی تعریف میشود که سبب ایجاد تغییراتی در شکل سازه خواهد شد. اما این تغییرات بایستی به گونه ای باشد که قیود مساله بهینه سازی را نقض نکند و علاوه بر این نیز باعث ایجاد بهبود در مقدار تابع هدف بشود.

### ۵-۲-۵ بهنگام کردن مدل بهینه سازی

با ایجاد تغییرات در مختصات نقاط کلیدی تغییراتی در شکل اسپلین و در نتیجه در شکل سازه ایجاد می شود. بنابراین نیاز است که مراحل تولید مدل اجزای محدود، حل مساله اجزای محدود، ارزیابی تابع هدف و قیود و فرآیند بهینه سازی، دوباره برای شکل جدید انجام شوند. این فرآیند تا هنگامی که معیارهای همگرایی اقماع شوند ادامه پیدا می کند.

<sup>1</sup> Adaptivity

<sup>2</sup> Sensitivity Analysis

### ۳-۵ تعریف مساله بهینه سازی شکل

در این بخش چگونگی تعریف مساله بهینه سازی شکل بیان میشود. در حالت کلی می توان مساله بهینه سازی را بصورت زیر عنوان نمود.

$$\begin{aligned} \min \text{ or } \max \quad & f(x) \\ g_j(x) \leq 0 \quad & j = 1, 2, 3, \dots, m \\ h_k(x) = 0 \quad & k = 1, 2, 3, \dots, l \\ x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad & i = 1, 2, 3, \dots, n_{dv} \end{aligned} \quad (۱-۵)$$

که  $x$  بردار متغیرهای طراحی،  $f(x)$  تابع هدف که مینیمم یا ماکزیمم میشود،  $g(x)$  و  $h(x)$  به ترتیب توابع قیود نامساوی و مساوی و  $x_i^l$  و  $x_i^u$  حدود پایین و بالای متغیرهای طراحی  $x_i$  میباشد. در ادامه و با بیان مسائل حل شده، میتوان به وضوح کاربرد این تعریف را ملاحظه کرد. البته خاطر نشان می سازد که تعریف مساله بهینه سازی از مراحل بسیار مهم در حل اینگونه مسائل میباشد و چگونگی تعریف صورت مساله بهینه سازی، تاثیر بسیاری در سرعت و دقت جواب حاصل شده و همچنین دستیابی و یا عدم دستیابی به جواب بهینه خواهد داشت.

### ۴-۵ توابع هدف

یکی از علل پرداختن به بهینه سازی شکل بعد از بهینه سازی توپولوژی، امکان تعریف انواع توابع هدف میباشد در حالی که این امکان در بهینه سازی توپولوژی، بسیار محدود میباشد. تعدادی از توابع هدف معمول و پر کاربرد در بهینه سازی شکل عبارتند از:

- تابع وزن و یا حجم کل سازه و مصالح مصرفی<sup>۱</sup>
- تابع انرژی کرنشی<sup>۲</sup>
- تابع یکنواخت کننده تنش<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> Total volume or weight

<sup>۲</sup> Strain Energy

• تابع تنش ماکزیمم<sup>۲</sup>

• تابع تمرکز تنش<sup>۳</sup>

در ادامه توضیحات تکمیلی و تعاریف توابع هدف نامبرده ارائه میشود.

#### ۵-۴-۱ تابع وزن و حجم کل

یکی از ساده ترین و در عین حال پرکاربردترین توابع هدف در بهینه سازی شکل سازه ها، مینیمم سازی وزن و یا حجم سازه و مصالح مصرفی در آن میباشد. تابع هدف حجم با استفاده از رابطه زیر بیان میشود.

$$F_v = \int_{\Omega} d\Omega \quad (۲-۵)$$

با استفاده از روش اختلافات محدود<sup>۴</sup> میتوان مشتق تابع هدف را نسبت به متغیرهای طراحی محاسبه کرد.

$$\frac{\partial F_v}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta F_v}{\Delta x_i} = \frac{F_v(x_i + \Delta x_i) - F_v(x_i)}{\Delta x_i} \quad (۳-۵)$$

برای مینیمم کردن وزن فرض میشود که وزن مخصوص، تابعی از متغیرهای طراحی نباشد. بنابراین میتوان با ضرب ثابت  $\gamma$  در رابطه فوق، وزن سازه را محاسبه کرد. بدین ترتیب تابع هدف وزن سازه به شکل زیر تعریف میشود.

$$F_w = \int_{\Omega} \gamma d\Omega \quad (۴-۵)$$

<sup>1</sup> Stress leveling function

<sup>2</sup> Maximum stress

<sup>3</sup> Stress Concentration

<sup>4</sup> Forward difference

مشتق این تابع را نیز به طور مشابه میتوان با استفاده از روش اختلافات محدود به شکل زیر بدست آورد.

$$\frac{\partial F_W}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta F_W}{\Delta x_i} = \frac{F_W(x_i + \Delta x_i) - F_W(x_i)}{\Delta x_i} \quad (5-5)$$

#### ۵-۴-۲ تابع انرژی کرنشی

از دیگر توابعی که به عنوان تابع هدف مورد استفاده قرار میگیرد، تابع انرژی کرنشی است. انرژی کرنشی سازه را میتوان با استفاده از رابطه زیر بدست آورد.

$$F_\omega = \int_{\Omega} \sigma^T D^{-1} \sigma d\Omega \quad (6-5)$$

مشتق تابع انرژی کرنشی با توجه به ثابت بودن ماتریس الاستیسیته  $D$  از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\frac{\partial F_\omega}{\partial x_i} = \int_{\Omega} \left( \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} \right)^T D^{-1} \sigma + \sigma^T D^{-1} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} \right) \right) d\Omega \quad (7-5)$$

#### ۵-۴-۳ تابع تنش یکنواخت

استفاده از این تابع هدف بمنظور دستیابی به یک طرح سازه ای با تنشهای یکنواخت شده میباشد. یعنی میخواهیم کلیه تنشهای سازه برابر با حالت ایده آل باشد. البته این نوع تابع هدف را نمیتوان برای هر حالتی مورد استفاده قرار داد. تابع هدف در این حالت از مجموع مربعات اختلاف بین تنشهای موجود و تنش هدف شکل میگیرد. بنابر این سعی بر این است که تا حد امکان تابع هدف کاهش یابد و در حالت ایده آل مقدار آن مساوی صفر میشود. برای تعریف تنش یکنواخت از توابع متنوعی میتوان استفاده کرد که یکی از آنها به شکل زیر است.

$$F_L = \int_{\Omega} (\sigma - \sigma_0)^2 d\Omega \quad (8-5)$$

در این رابطه مقدار  $\sigma$  میتواند مساوی تنش معادل و یا تنش اصلی ماکزیمم باشد. مقدار  $\sigma_0$  نیز برابر است با تنش پیشنهادی طراح و یا میانگین تنش موجود بر روی دامنه سازه. مشتق رابطه فوق نیز با فرض ثابت بودن تنش هدف  $\sigma_0$  به صورت زیر قابل محاسبه است.



$$\frac{\partial F_L}{\partial x_i} = 2 \int_{\Omega} (\sigma - \sigma_0) \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} d\Omega \quad (9-5)$$

در سال ۱۹۹۰ شخصی به نام کیمیش<sup>۱</sup> یک تابع هدف اصلاح شده برای حالت تنش یکنواخت و یکسان سازی تنشها ارائه کرد. رابطه او به شکل زیر است [۳].

$$F_L = \int_{\Omega} (\sigma^2 - \sigma_0^2)^2 d\Omega \quad (10-5)$$

این رابطه کاملاً غیر خطی بوده و مشتق آن به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$\frac{\partial F_L}{\partial x_i} = 4 \int_{\Omega} (\sigma^2 - \sigma_0^2)^2 \sigma \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} d\Omega \quad (11-5)$$

از امتیازات این تابع این است که مشتق دوم آن پیوسته میباشد.

#### ۴-۴-۵ تابع تنش حد/اکثر

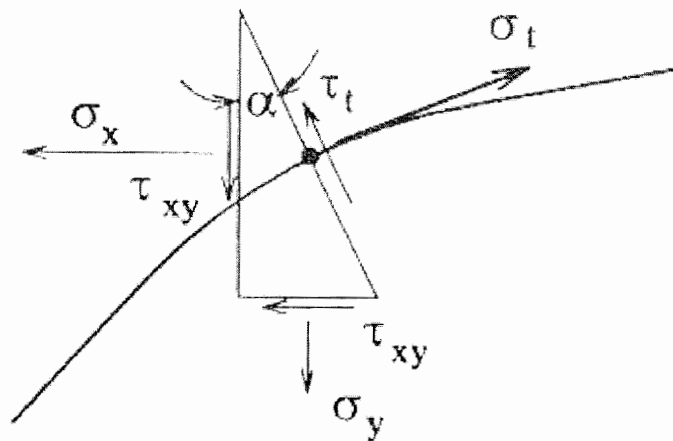
تابع هدف در این حالت میتواند ماکزیمم مقدار تنش اصلی و یا ماکزیمم مقدار تنش معادل انتخاب شود. بنابراین تابع هدف به شکل زیر خواهد بود.

$$F_s = \sigma_{\max} \quad (12-5)$$

و مشتق این رابطه برابر است با:

$$\frac{\partial F_s}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{\max}}{\partial x_i} \quad (13-5)$$

<sup>۱</sup> Kimmich



شکل ۳-۵: محاسبه تنش مماسی  $\sigma_t$  از روی تنشهای عمومی برای مرز یک سازه

#### ۵-۴-۵ تابع تمرکز تنش

این تابع هدف در زمره توابعی است که جهت حداقل کردن تمرکز تنشها در بخشهایی از سازه به کار میرود. تنشی که متمرکز شده است همان تنش  $\sigma_t$  است که به صورت مماس بر سطح یا مرز سازه عمل میکند. ( شکل ۲-۵ را ملاحظه کنید.) این تنش مماسی<sup>۱</sup> میتواند توسط مقادیر عمومی تنش توسط رابطه زیر محاسبه شود.

$$\sigma_t = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (۱۴-۵)$$

که  $\sigma_x$ ،  $\sigma_y$  و  $\tau_{xy}$  مولفه های عمومی تنش در دستگاه مختصات عمومی کارتزین و  $\alpha$  زاویه ایست که بین جهت مثبت محور  $x$  ها و مرز سازه در محل تقاطع ایجاد میشود. ( به شکل فوق رجوع شود.) مشتق تنش مماسی فوق نیز توسط رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_t}{\partial x_i} = & \frac{\partial \sigma_x}{\partial x_i} \cos^2 \alpha + \frac{\partial \sigma_y}{\partial x_i} \sin^2 \alpha + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x_i} \sin 2\alpha + \\ & \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} (-\sigma_x \sin 2\alpha + \sigma_y \sin 2\alpha + 2\tau_{xy} \cos 2\alpha) \end{aligned} \quad (۱۵-۵)$$

<sup>۱</sup> Tangential Stress

با بکار بردن این روابط و جستجوی تنش مماسی حداکثر واقع بر روی مرزهای سازه و استفاده از یک روش مناسب بهینه سازی میتوان به تولید شکلی با حداقل تمرکز تنش اقدام نمود.

بنابر این تابع هدف عبارتست از:

$$F_c = \sigma_{t_{\max}} \quad (۱۶-۵)$$

که مشتق آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$\frac{\partial F_c}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{t_{\max}}}{\partial x_i} \quad (۱۷-۵)$$

دومین تابع هدفی که میتوان برای تمرکز تنش معرفی کرد بر مبنای شرایط بدست آمده توسط شخصی به نام نبر<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۲ میباشد. او بیان میکند زمانی شکل مرزهای سازه بهینه است که تنشهای مماسی در سراسر بزرگترین بخش ممکن از مرز سازه، ثابت باشد. این موضوع بدین مفهوم است که حداقل کردن تمرکز تنش معادل است با یکنواخت سازی تنش مماسی در طول مرز طراحی سازه. این تابع هدف فقط برای توزیع حداقل تنش مناسب است و لزوماً ما را به سمت سازه ای با وزن کمتر رهنمون نمیشود. در این دسته از مسائل زمانی حداقل وزن بدست می آید که تنشهای مماسی در سراسر مرزهای طراحی ماکزیمم شود.

یک تابع هدف ساده که توسط نبر برای حداقل کردن تمرکز تنش در سازه ارائه شده است عبارتست از جمع تنشهای مماسی در کلیه نقاط کلیدی واقع بر روی مرز بخشی از سازه که به شکل زیر بیان میشود.

$$F_c = \sum_{i=1}^{nkey} \left( \frac{\sigma_{t,i} - \sigma_{t,avg}}{\sigma_{t,avg}} \right)^2 \quad (۱۸-۵)$$

<sup>۱</sup> Neuber

که در این رابطه  $nkey$  تعداد نقاط کلیدی قطعه مرزی است که در طول فرآیند بهینه سازی، شکل آن دستخوش تغییرات میشود.  $\sigma_{t,av}$  نیز میانگین تنش مماسی در نقاط کلیدی میباشد. مشتق این رابطه نیز به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$\frac{\partial F_c}{\partial x_i} = 2 \sum_{i=1}^{nkey} \left( \frac{\sigma_{t,i} - \sigma_{t,av}}{\sigma_{t,av}^2} \right) \frac{\partial \sigma_{t,i}}{\partial x_i} \quad (19-5)$$

همچنین میتوان روابط فوق را به شکل انتگرالی بر روی طول کل مرز متغیر تعریف کرد. بدین ترتیب داریم:

$$F_c = L^{-1} \int_{\Gamma} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_{t,av}}{\sigma_{t,av}} \right)^2 d\Gamma \quad (20-5)$$

که در این رابطه  $L$  کل طول مرز متغیر و  $\sigma_{t,av}$  برابر است با میانگین تنش محاسبه شده با رابطه زیر:

$$\sigma_{t,av} = \frac{\int_{\Gamma} \sigma_t d\Gamma}{L} \quad (21-5)$$

مشتق این رابطه نیز برابر خواهد بود با:

$$\frac{\partial F_c}{\partial x_i} = 2 L^{-1} \int_{\Gamma} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_{t,av}}{\sigma_{t,av}^2} \right) \frac{\partial \sigma_t}{\partial x_i} d\Gamma - L^{-2} \frac{\partial L}{\partial x_i} \int_{\Gamma} \left( \frac{\sigma_t - \sigma_{t,av}}{\sigma_{t,av}^2} \right)^2 d\Gamma \quad (22-5)$$

## ۵-۵ توابع قید

همانگونه که میدانیم، گاهی اوقات لازم است مقادیر تنشها، تغییر مکانها و غیره در بعضی از نقاط سازه از حدود مشخصی فراتر نروند. بنابراین لازم است توابعی را برای کنترل مقادیر متغیرهای طراحی در غالب توابع قید تعریف کنیم. بنابراین در فرآیند بهینه سازی شکل، تغییرات متغیرهای طراحی به گونه ای خواهد بود که هیچ یک از قیود تعریف شده را نقض نکند.

در اینجا میتوان به چند روش قیود را تعریف نمود که عبارتند از:

- انتخاب کلیه نقاط دامنه
- انتخاب نقاط از پیش تعیین شده
- انتخاب کلیه نقاط روی مرز سازه

در این پایان نامه قیود تعریف شده در دو دسته زیر قرار میگیرند. تعریف قیود به شکل زیر تقریباً تمام نیازهای ما را برای اعمال محدودیتهای مورد نظرمان مد نظر قرار میدهد.

- تعریف قیودی در کلیه نقاط دامنه به عنوان قیود عمومی
- تعریف قیودی در محل نقاط کلیدی به عنوان قیود محلی

یکی دیگر از نکات مهم که بایستی برای قیود در نظر گرفت، نرمال کردن آنها میباشد. نرمال کردن قیود باعث ایجاد شرایط عددی بهتری برای انجام فرآیند بهینه سازی شکل میشود (وندربلات). بنابراین برای حد پایین<sup>۱</sup> قیود نامساوی خواهیم داشت:

$$g^l = \frac{G^l - G(x)}{|G^l|} \leq 0 \quad (23-5)$$

و برای حد بالای<sup>۲</sup> قیود نامساوی خواهیم داشت:

$$g^u = \frac{G(x) - G^u}{|G^u|} \leq 0 \quad (24-5)$$

<sup>1</sup> Lower Bound

<sup>2</sup> Upper Bound

در روابط فوق  $G(x)$  میتواند حجم، تنش، وزن، تغییر مکان و یا هر عامل دیگری باشد و  $G'$  و  $G''$  بترتیب حدود پایین و بالای تابع قید میباشد. مشتق توابع قید فوق را میتوان از روابط زیر بدست آورد.

$$\frac{\partial g'}{\partial x_i} = - \frac{1}{|G'|} \frac{\partial G'}{\partial x_i} \quad (25-5)$$

$$\frac{\partial g''}{\partial x_i} = \frac{1}{|G''|} \frac{\partial G''}{\partial x_i} \quad (26-5)$$

اما نوع دیگری از قیود که قبلا معرفی شد، قیود مساوی هستند. به علل مختلفی از این قیود استفاده نمیکنیم. اولاً ایجاد ارتباط بین موقعیت مکانی متغیرهای طراحی که همان نقاط کلیدی اسپلین هستند به شدت باعث کاهش نیاز ما به استفاده از قیود مساوی میشود. ثانياً هر قید مساوی را میتوان با استفاده از دو قید نامساوی که حدود پایین و بالای آنها با هم برابر است تعریف کرد که معادل است با رابطه زیر:

$$g' = -g'' \leq 0 \quad (27-5)$$

در حالت بهینه بایستی  $g'$  و  $g''$  هر دو مساوی صفر باشند و یا اختلاف بسیار کمی با یکدیگر داشته باشند.

در این پایان نامه سه دسته از قیود که تقریباً دربرگیرنده کلیه نیازهای ما هستند قابل تعریف و استفاده میباشد. آنها عبارتند از:

- قیود حجم و وزن
- قیود تنشها
- قیود تغییر مکانها
- قیود مربوط به نقاط کلیدی

### ۱-۵-۵ قیود حجم و وزن

این قیود، توابعی عمومی هستند که به شکل زیر تعریف میشوند:

$$g_V^l = \frac{V^l - V}{V^l} \leq 0 \quad (28-5)$$

$$g_V^u = \frac{V - V^u}{V^u} \leq 0 \quad (29-5)$$

که در این روابط مقادیر  $V^l$  و  $V^u$  حدود بالا و پایین حجم مواد تشکیل دهنده سازه میباشند.

به طور مشابه برای تابع قید وزن نیز خواهیم داشت:

$$g_W^l = \frac{W^l - W}{W^l} \leq 0 \quad (30-5)$$

$$g_W^u = \frac{W - W^u}{W^u} \leq 0 \quad (31-5)$$

برای محاسبه مشتقات  $\frac{\partial W}{\partial x_i}$  و  $\frac{\partial V}{\partial x_i}$  توابع مذکور، همانند روابط قبل از روش اختلافات پیشرو استفاده میکنیم.

### ۲-۵-۵ قیود تغییرمکان

این توابع نیز کاربرد بسیاری در حل مسائل بهینه سازی شکل داشته و غالباً در اکثر مسائل مورد استفاده واقع میشوند. توابع قیود تغییرمکان اغلب به شکل زیر بیان میشوند.

$$g_D^l = \frac{D^l - D}{|D^l|} \leq 0 \quad (32-5)$$

$$g_D^u = \frac{D - D^u}{|D^u|} \leq 0 \quad (33-5)$$

که در این روابط  $D'$  و  $D''$  حدود بالا و پایین تغییرمکان در همه و یا تعدادی از گره ها میباشند. این قیود را میتوان به طور عمومی برای کلیه گره ها و یا به طور محلی برای نقاط کلیدی تعریف کرد. علاوه بر اینها بایستی توجه داشت که قیود تغییرمکان برای هر درجه آزادی به شکل جداگانه تعریف میشوند. مثلا در یک و یا مجموعه ای از گره ها، برای تغییرمکان جهات  $x$  و  $y$  میتوان از قیود متفاوتی استفاده کرد. مشتقات توابع قید تغییرمکان را نیز میتوان همانند روابط قبل و با استفاده از روش اختلافات پیشرو محاسبه نمود و از آنها جهت استفاده در آنالیز حساسیت بهره جست.

#### ۳-۵-۵ قیود تنشها

دسته ای از قیود که تقریبا در تمام مسائل بهینه سازی شکل بایستی مورد استفاده قرار گیرند، همین قیود مربوط به تنشهای بوجود آمده در سازه میباشند. این قیود در حالت کلی به شکل زیر بیان میشوند:

$$g'_s = \frac{S' - S}{|S'|} \leq 0 \quad (34-5)$$

$$g''_s = \frac{S - S''}{|S''|} \leq 0 \quad (35-5)$$

که مقادیر  $S'$  و  $S''$  به ترتیب، حدود پایین و بالای تنش مجاز میباشند. تنش  $S$  در روابط فوق میتواند تنش معادل  $\sigma_{equ}$ ، تنش اصلی حداکثر  $\sigma_{Prmax}$  و یا تنش اصلی حداقل  $\sigma_{Prmin}$  باشد. در مورد قیود تنش میتوان همانند قیود تغییرمکان، به صورت عمومی در سراسر دامنه و یا به صورت محلی در نقاط کلیدی استفاده کرد.

#### ۴-۵-۵ قیود مربوط به نقاط کلیدی

برای نقاط کلیدی نیز میتوان قیودی در نظر گرفت که مهمترین آنها اولاً ایجاد محدودیت حرکتی و تعیین جهت حرکت و ثانياً ایجاد همبستگی بین آنها میباشد که در فصل ۳ مفصلاً تشریح شد.



## ۵-۶ متغیرهای طراحی

در حل مسائل بهینه سازی چگونگی انتخاب و تعریف متغیرهای طراحی از مراحل بسار مهم در فرآیند حل مسائل میباشد. اهمیت این انتخاب را میتوان در این جمله خلاصه کرد که داشتن سرعت بالا در حل مسائل و امکان دستیابی به جواب بهینه، بدون انتخاب صحیح متغیرهای طراحی امری دور از انتظار است. در این مرحله شخص طراح بایستی از قبل تصمیم بگیرد که در چه نقاطی از سازه امکان ایجاد تغییرات و تعریف متغیر طراحی وجود دارد و همچنین با توجه با تعریف محل و جهت حرکت متغیرهای طراحی، تغییرات ایجاد شده چگونه خواهد بود.

در کارهایی که در گذشته در این زمینه انجام شده است، انواع مختلفی از متغیرهای طراحی جهت حل مسائل بهینه سازی شکل مورد استفاده قرار گرفته اند. مثلا در یکی از آنها موقعیت مکانی گره های واقع بر مرزهای سازه و در دیگری ضرایب چندجمله ایهای تعریف کننده مرزها به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی در نظر گرفته میشد. در روشهای بعدی از اسپلاینها به عنوان مدل کننده مرزهای سازه استفاده شد و مختصات نقاط کنترلی اسپلاین به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی استخدام شدند. ما نیز در این پایان نامه از دسته جدیدی از متغیرهای طراحی که همان نقاط کلیدی B-Spline میباشد استفاده کرده ایم. مختصات نقاط کلیدی را میتوان هم در یک دستگاه مختصات عمومی کارترزین و هم در یک دستگاه مختصات محلی کارترزین و یا قطبی تعریف کرد که با توجه به نظر طراح و شرایط مساله مشخص میشود.

در استفاده از نقاط کلیدی به عنوان متغیرهای طراحی، امتیازات بسیار قابل توجهی وجود دارد. این روش ما را به سمت استفاده از تعداد کمتر متغیرهای طراحی و ایجاد آزادی در کنترل شکل سازه هدایت میکند. از امکانات دیگر این روش میتوان به امکان وابسته کردن و ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی و همچنین تعریف جهت حرکت برای آنها اشاره کرد. بدین ترتیب میتوان تا حدود زیادی از پارامترهای طراحی کاست و البته باید توجه کرد که پایین آوردن تعداد متغیرهای طراحی به گونه ای باشد که سبب از دست رفتن بعضی از مشخصه های مهم و مورد انتظار از سازه

نشود. بنابراین بایستی تعادلی منطقی بین کاهش تعداد متغیرهای طراحی و انتظارات مورد نظر از سازه برقرار شود تا بتوان هم مساله ای راحت را حل کرد و هم جوابی مناسب را بدست آورد.

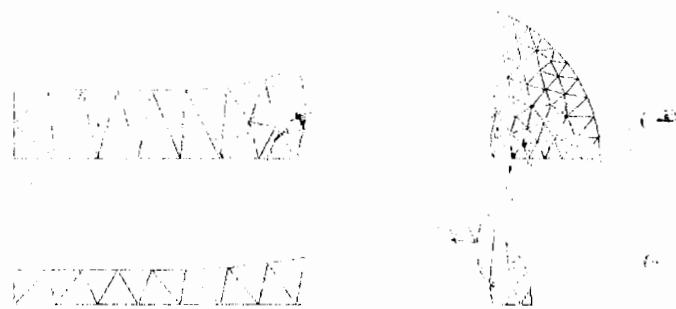
## ۵-۷ مثالهای حل شده

اکنون به مرحله ای رسیده ایم که میتوانیم مسائلی را در زمینه بهینه سازی شکل حل کنیم. در این بخش مثالهای متنوعی حل شده است که نتایجی بسیار جالب و در عین حال مهم را در بر داشته‌اند.

### مثال ۱: میله کششی/اتصال<sup>۱</sup>

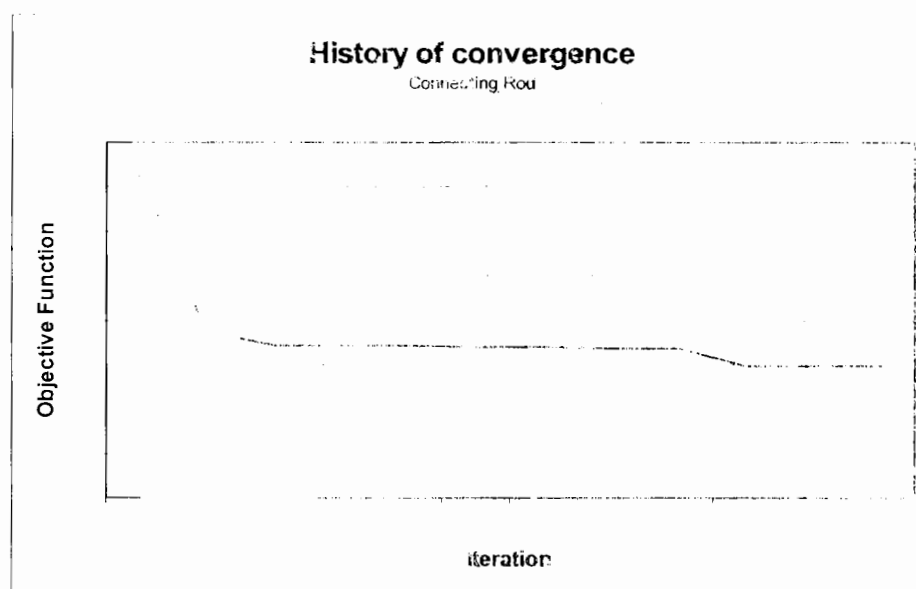
هدف از حل این مثال، بهینه سازی شکل یک میله اتصال است. این مثال اولین بار توسط کیمیش در سال ۱۹۹۰ مطرح شد و صورت مساله در شکل ۵-۳ آمده است. همانگونه که در شکل مشخص است یک بار متغیر خطی که مقدار حداکثر آن  $p = 500 \text{ N/mm}$  میباشد بین نقاط کلیدی ۴ و ۶ موجود است. در این مساله هدف مینیمم کردن حجم مصالح مورد استفاده برای ساخت میله اتصال میباشد. حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 1200 \text{ N/mm}^2$  است و به علت وجود تقارن در شکل مساله، فقط یک چهارم از آن را مدل کرده ایم. برای مدل سازی هندسی از ۱۲ نقطه کلیدی استفاده شده که موقعیت شش تا از آنها در فرآیند بهینه سازی شکل تغییر میکند. از میان این شش نقطه کلیدی سه تا از آنها به بقیه متصل شده اند و تغییرات موقعیت آنها وابسته به گره مرجعشان میباشد. نقاط ۸ و ۹ به گره ۷ و نقطه ۱۲ به گره ۱۱ وصل شده اند. بدین ترتیب در حقیقت تعداد متغیرهای طراحی در مساله به سه تا کاهش می یابد که عبارت خواهند بود از گره های ۷، ۱۰ و ۱۱.

<sup>۱</sup> Connecting Rod



شکل ۴-۵: (الف) ترس در ابتدا، (ب) بعد از بهینه‌سازی

همانگونه که ملاحظه می‌شود، شکل بهینه شده دارای مرزهایی نکتواخت می‌باشد. این مرزها کاملاً توسط اسپلاین‌ها بندست آمده و شکلی قابل اجرا را نتیجه داده است. در نمودار شکل ۵-۵ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار میبیش تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه‌سازی نشان داده شده است.



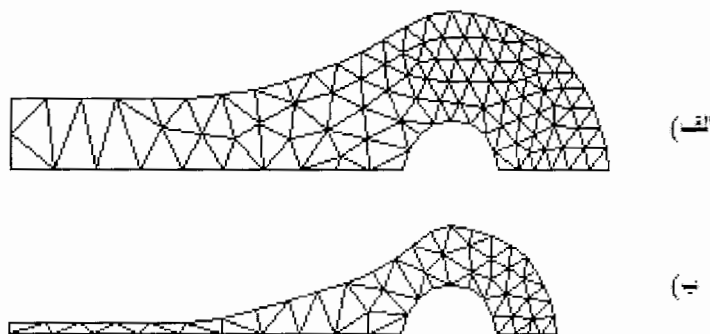
شکل ۵-۵: نمودار همگرایی به سمت مقدار میبیش تابع هدف

مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۱ آمده است.

Iteration	Objective Function $\text{mm}^3$
0	726
1	372.783
2	344.295
3	342.608
4	341.472
5	340.33
6	339.17
7	338.064
8	336.578
9	298.03
10	298.03
11	298.03

با بررسی دقیقتر جواب بهینه میتوان دید که نقطه کلیدی شماره ۱۱ در حداقل مقدار ممکنه قرار دارد. در حقیقت میتوان به جواب بهینه مطلوبتری دست یافت که بدین منظور مساله دوباره حل میشود با این تفاوت که مقدار حداقل نقطه کلیدی ۱۱ را از  $4\text{ mm}$  به  $0.5\text{ mm}$  کاهش میدهیم.

پس از حل مساله به جواب بهینه  $V_{opt} = 6.257\text{ mm}^3$  دست می یابیم که با جواب حاصله از حل مساله توسط زاینس [۳] یعنی مقدار  $V_{opt} = 268\text{ mm}^3$  به خوبی همخوانی دارد. تنش حداکثر در حل مساله توسط برنامه ShapeOptimizer عبارتست از  $1201.1\text{ N/mm}^2$  که این مقدار در حل زاینس برابر با  $1298.2\text{ N/mm}^2$  میباشد. جواب حاصله نیز در شکل ۵-۶ قابل ملاحظه میباشد.



شکل ۵-۶ : الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

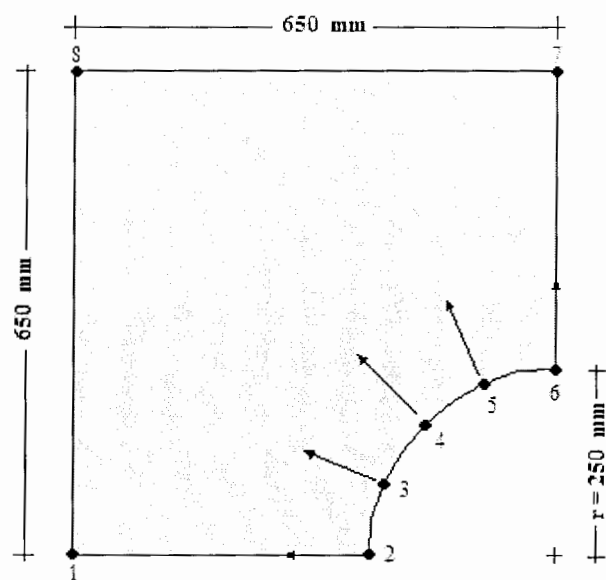
مثال ۲: صفحه مربعی با سوراخ دایره ای شکل<sup>۱</sup>

در این مثال، هدف پیدا کردن بهترین شکل سوراخ دایره ای در یک صفحه مربع شکل است به طوری که در نهایت حجم مصالح مصرفی را مینیمم کنیم.

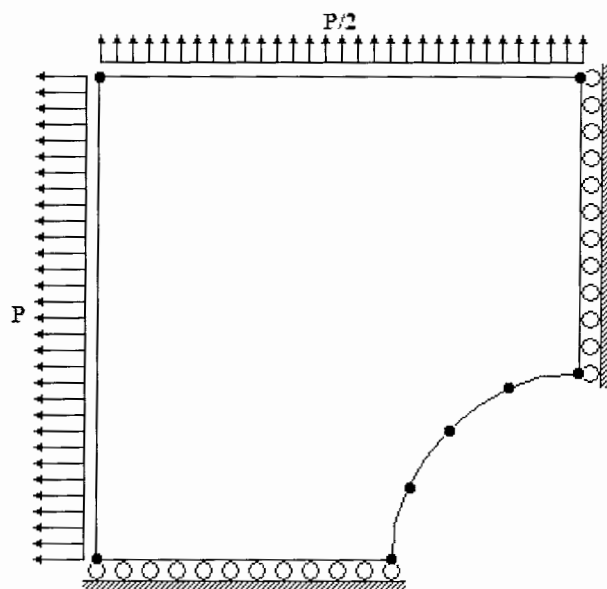
با توجه به وجود تقارن در مساله فقط یک چهارم از صفحه مربعی شکل را مدل می کنیم. اکنون میتوان اقدام به مدلسازی هندسی سازه مورد بحث نمود که بدین منظور از ۸ نقطه کلیدی استفاده شده است. از میان این نقاط، همانگونه که در شکل ۵-۷ نیز قابل مشاهده است، موقعیت مکانی گره های ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶، متغیرهای مساله بهینه سازی می باشند. این گره ها میتوانند در جهت محورهایی که برایشان مشخص شده است، حرکت کنند. با این فرض که مبدا آنها همان مرکز دایره میباشد، حدپایین آنها برابر با  $100\text{ mm}$  و حد بالایشان را  $550\text{ mm}$  در نظر میگیریم.

در این مثال حداکثر تنش مجاز  $70\text{ N/mm}^2$  می باشد و صفحه مربعی مطابق با شکل ۵-۷ در وجوه خود، بارهای  $P$  و  $P/2$  را تحمل می کند. ( $P = 0.154\text{ N/mm}$ ). ضخامت صفحه برابر با  $1\text{ mm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 210000\text{ N/mm}^2$  و مساله در حالت تنش مسطح حل شده است. همچنین المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی میباشد.

<sup>۱</sup> Square Plate with Circle Hole



$$E = 210000 \text{ N/mm}^2 \quad \nu = 0.3 \quad t = 0.1 \text{ mm} \quad P = 100/650 \text{ N/mm}^2$$



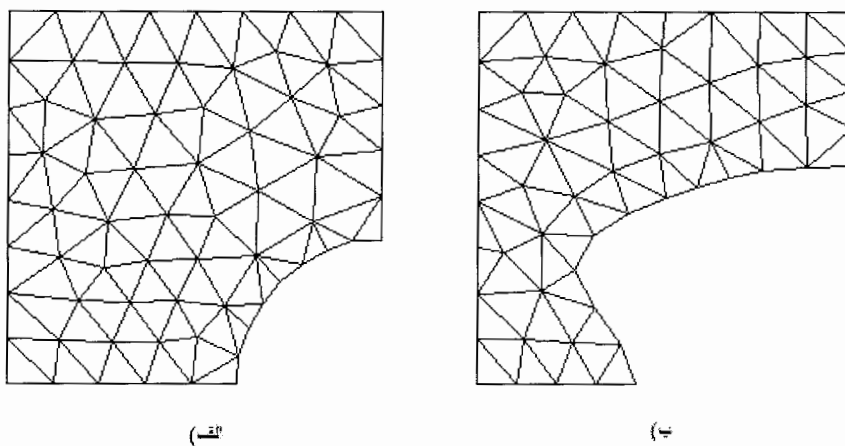
شکل ۵-۷: موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی صفحه مربعی شکل با سوراخ دایره ای

حجم مصالح مصرفی در مدل اولیه برابر با  $V_{original} = 37342 \text{ mm}^3$  و تنش حداکثر برابر با

۵،۲۷  $\text{N/mm}^2$  میباشد. بعد از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer و طی کردن فرآیند

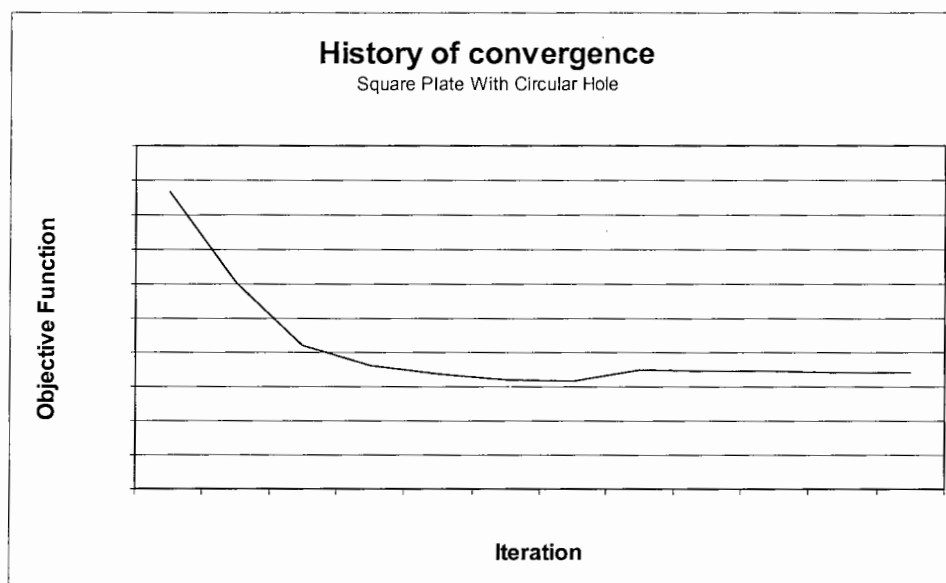
بهینه سازی، حجم مصالح مورد نیاز در مدل بهینه شده برابر با  $V_{opt} = 27184 \text{ mm}^3$  و تنش حداکثر برابر با  $6.99 \text{ N/mm}^2$  شده است.

مقادیر  $V_{opt} = 28033 \text{ mm}^3$  و تنش حداکثر  $6.97 \text{ N/mm}^2$  نیز در مرجع [۳] محاسبه شده اند که حاکی از قابلیت مناسب برنامه ShapeOptimizer دارد. مدل اولیه و نهایی سازه نیز در شکل ۵-۸ قابل ملاحظه می باشد.



شکل ۵-۸: الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۹ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است



شکل ۵-۹: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مساله صفحه مربعی شکل با سوراخ دایره ای

مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۲ آمده است

جدول ۵-۲: مقادیر دقیق تابع هدف در مساله صفحه مربعی شکل با سوراخ دایره ای

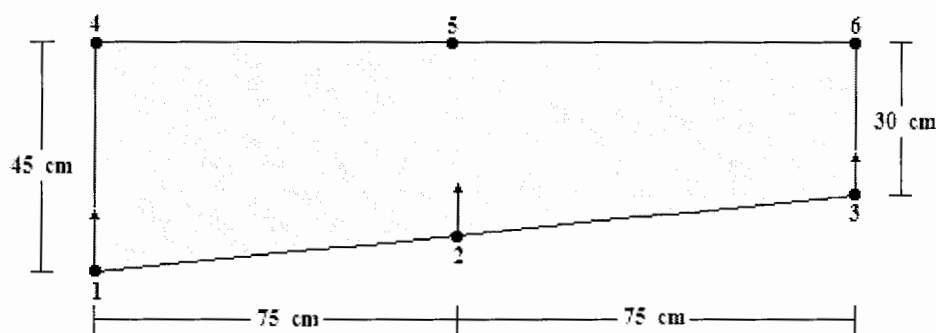
Iteration	Objective Function $\text{mm}^3$
0	373593
1	320914
2	284163
3	272321
4	267601
5	263935
6	263232
7	269973
8	269554
9	268778
10	268530
11	268521



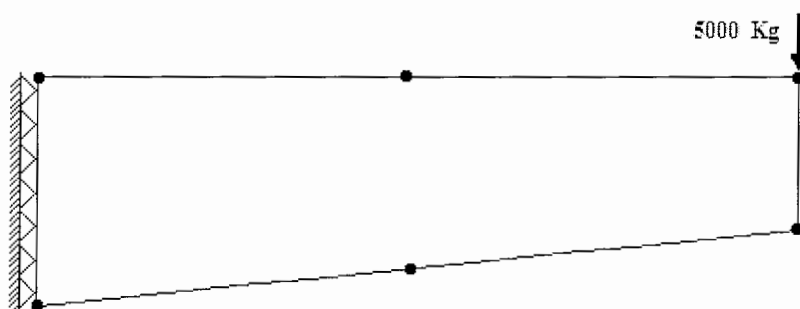
مثال ۳: تیر طره عمیق

در این مثال هدف پیدا کردن بهترین شکل برای یک تیر طره عمیق تحت اثر بار متمرکز بر روی انتهای آزاد آن میباشد. تعداد نقاط کلیدی تعریف کننده شکل سازه در این مثال شش عدد میباشد که سه تا از آنها متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی میباشد. شکل ۵-۱۰ را ملاحظه کنید

در این مثال حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 1500 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد و تیر طره مطابق با شکل ۵-۱۰ در انتهای آزاد خود، بار متمرکز  $P = 5000 \text{ Kg}$  را تحمل می کند. ضخامت صفحه تیر برابر با  $1 \text{ cm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2$  و مساله در حالت تنش مسطح حل شده است. همچنین المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی میباشد.



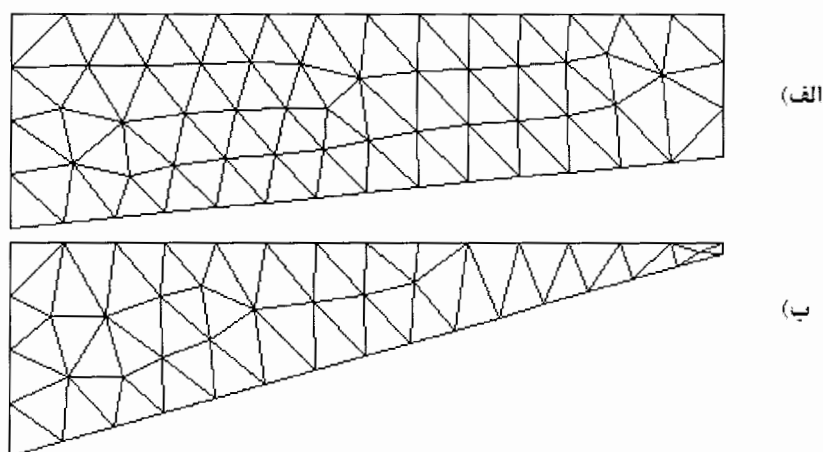
$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2 \quad \nu = 0.3 \quad t = 1 \text{ cm} \quad P = 5000 \text{ Kg}$$



شکل ۵-۱۰: موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی تیر طره عمیق

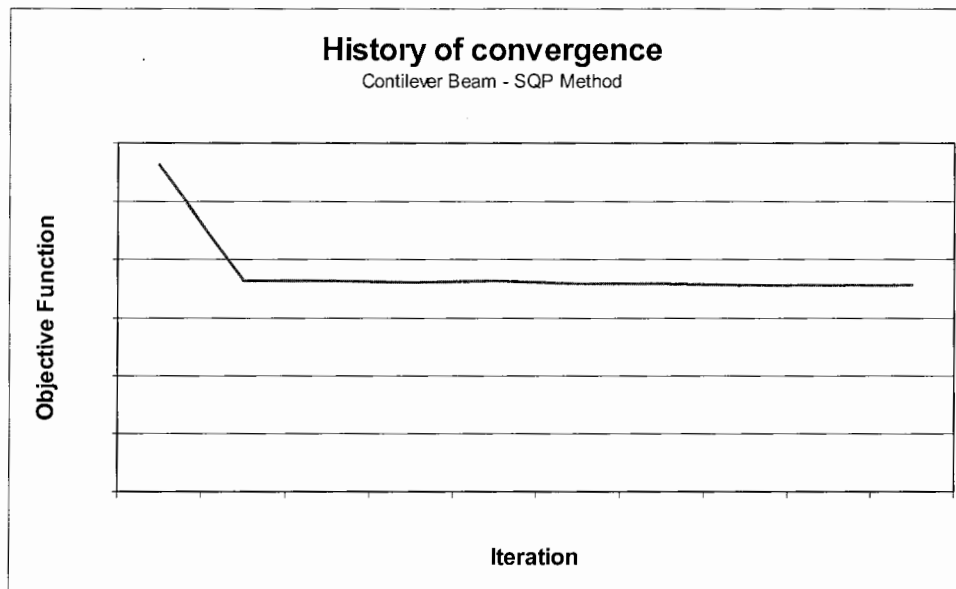
سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۵-۱۱ قابل ملاحظه است.

حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = ۵۶۲۵ \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $۱۰۶۵,۷ \text{ Kg/cm}^2$  می باشد. در سازه بهینه شده با استفاده از روش SQP، حجم مصالح مورد نیاز برابر با  $\sigma_{max} = ۳۵۷۱,۱ \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $V_{opt} = ۱۴۸۵,۹ \text{ Kg/cm}^2$  می باشد.



شکل ۵-۱۱: الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۱۲ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۲: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال تیر طره عمیق - روش SQP

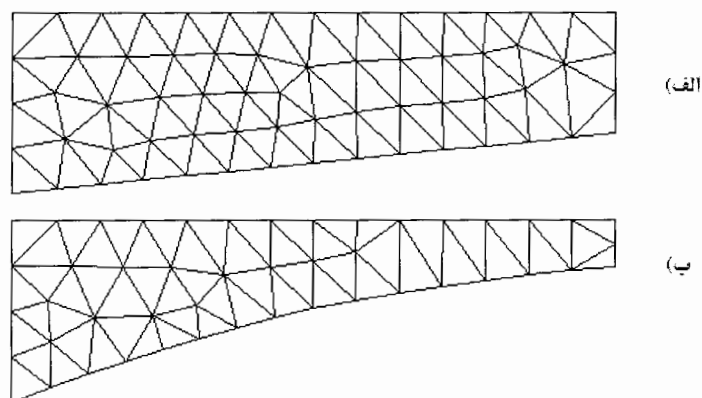
مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۳ آمده است.

جدول ۵-۳: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال تیر طره عمیق

Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$
0	5625.06
1	3635.42
2	3633.16
3	3613.02
4	3630.77
5	3579.37
6	3576.58
7	3571.06
8	3571.1
9	3571.1

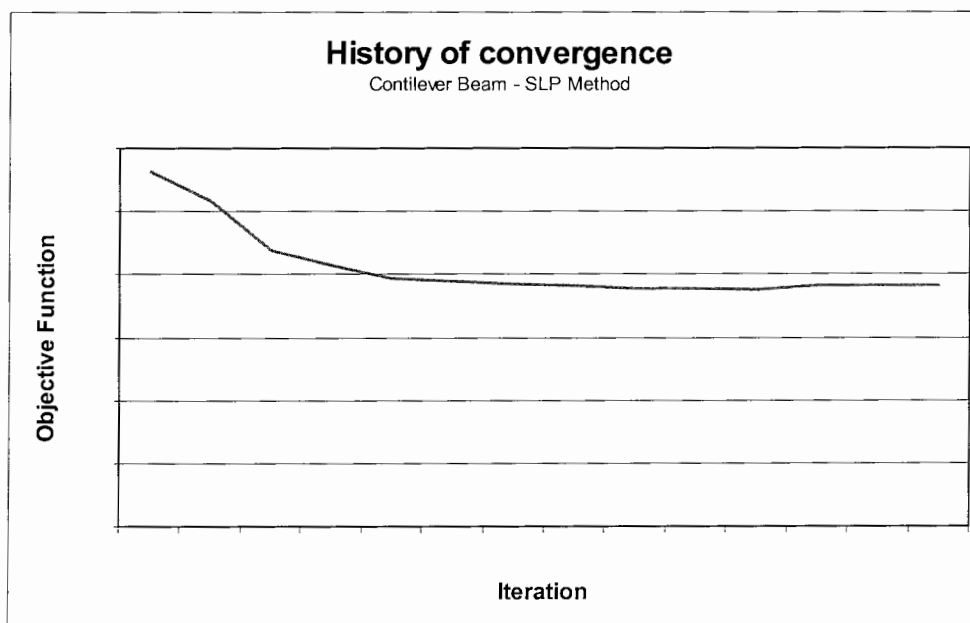
اکنون در نظر داریم تا مقایسه ای بین جوابهای نهایی سازه بهینه، هنگامیکه با روشهای مختلف مساله را حل میکنیم، داشته باشیم. بدین منظور مثال فوق را فقط با این فرق که الگوریتم مورد استفاده در حل مساله بهینه سازی، روش SLP میباشد، دوباره حل میکنیم.

سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۵-۱۳ قابل ملاحظه است. همانگونه که قبلا نیز ذکر گردید، حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = 5625 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 1065.7 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد. در سازه بهینه شده با استفاده از روش SLP، حجم مصالح مورد نیاز برای ساخت سازه برابر با  $V_{opt} = 3826.7 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 1499.9 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد.



شکل ۵-۱۳: الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۱۴ نیز تاریخچه همگرایی به سمت جواب بهینه، نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۴: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال تیر طره عمیق - روش SLP

مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۴-۵ آمده است.

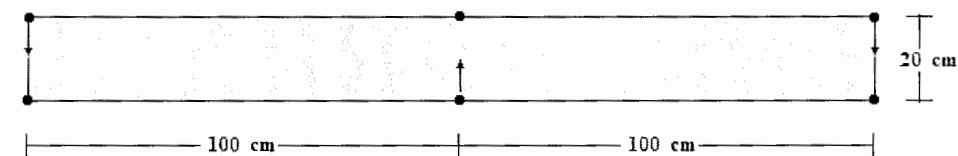
جدول ۴-۵: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال تیر طره عمیق

Iteration	Objective Function Cm <sup>3</sup>
0	5625.06
1	5163.7
2	4389.84
3	4151.08
4	3933.75
5	3894.52
6	3840.27
7	3818
8	3781.74
9	3774.75
10	3763.62
11	3825.39
12	3828.41
13	3826.68

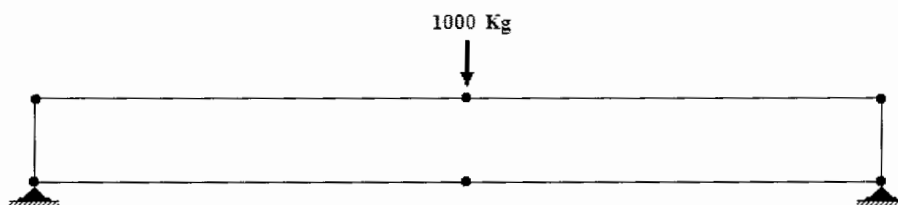
مثال ۴: تیر دوسر ساده

در این مثال هدف پیدا کردن بهترین شکل برای یک تیر با تکیه گاههای مفصلی در دو انتهای آن میباشد که تحت اثر بار متمرکز در وسط دهانه اش میباشد. تعداد نقاط کلیدی تعریف کننده شکل سازه در این مثال شش عدد میباشد که سه تا از آنها متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی میباشدند. شکل ۵-۱۵ را ملاحظه کنید

در این مثال حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 300 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد و تیر مطابق با شکل ۵-۱۵ در وسط دهانه اش، بار متمرکز  $P = 1000 \text{ Kg}$  را تحمل می کند. ضخامت صفحه تیر برابر با  $1 \text{ cm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 2.1 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$  و مساله در حالت تنش مسطح حل شده است. همچنین المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی میباشدند.



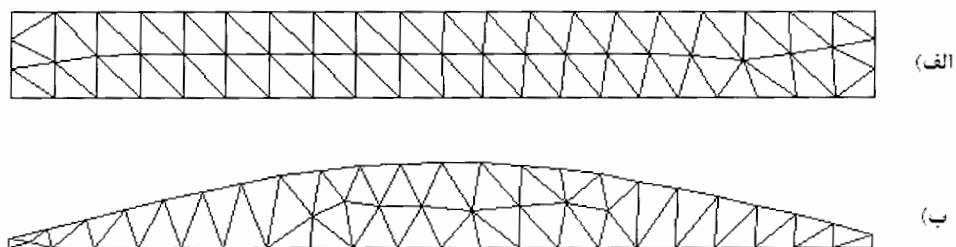
$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2 \quad \nu = 0.3 \quad t = 1 \text{ cm}$$



شکل ۵-۱۵ : موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی تیر دوسر ساده

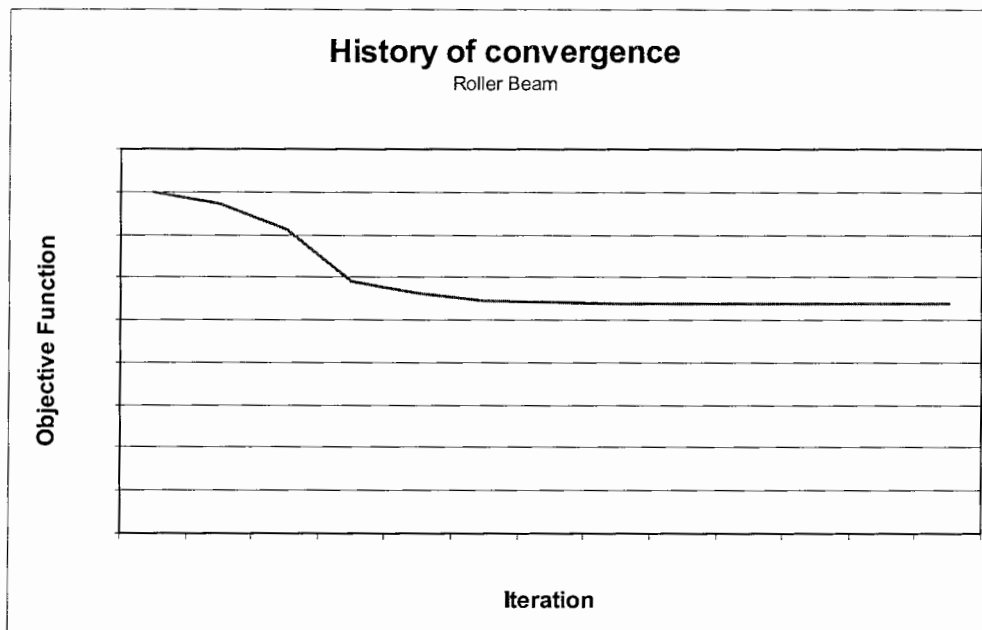
سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۵-۱۶ قابل ملاحظه است.

حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = 4000 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $189.77 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد. در سازه بهینه شده، حجم مصالح مورد نیاز برابر با  $V_{opt} = 2687.8 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 299.84 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد.



شکل ۵-۱۶ : الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۱۷ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۷: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال تیر دوسر ساده

مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۵ آمده است.

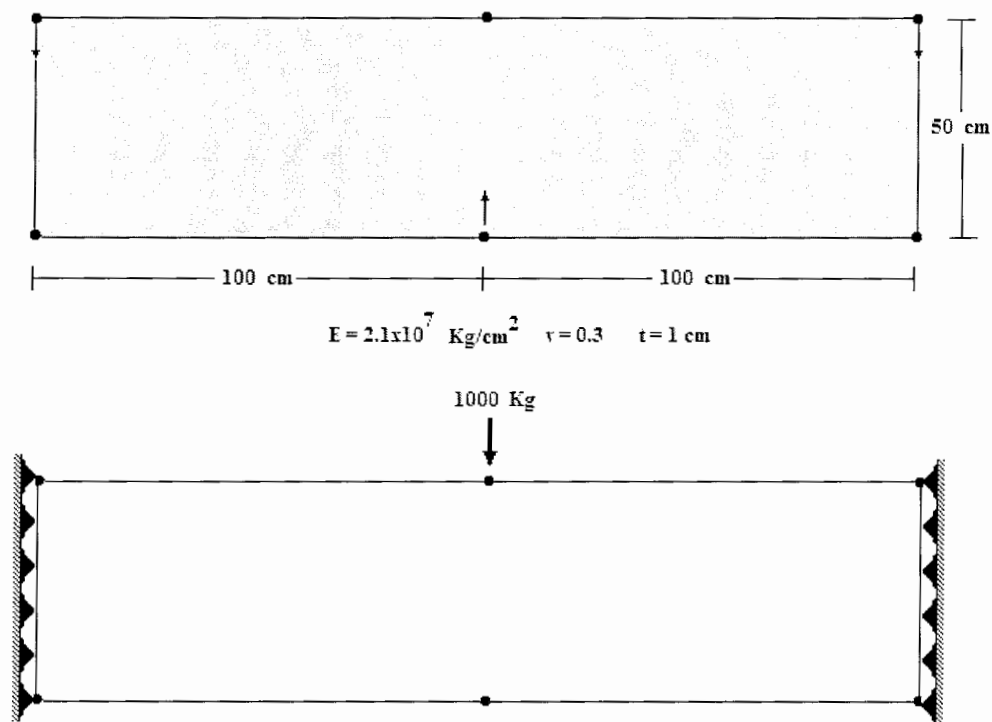
جدول ۵-۵: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال تیر دوسر ساده

Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$
0	4000
1	3857.4
2	3557.7
3	2952.9
4	2807.2
5	2732.4
6	2705.1
7	2696.9
8	2696.8
9	2692.5
10	2689
11	2689.1
12	2687.8

مثال ۵ : تیر دوسر طره

در این مثال هدف پیدا کردن بهترین شکل برای یک تیر دوسر طره میباشد که تحت اثر بار متمرکز در وسط دهانه اش قرار گرفته است. تعداد نقاط کلیدی تعریف کننده شکل سازه در این مثال شش عدد میباشد که سه تا از آنها متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی میباشند. شکل ۵-۱۸ را ملاحظه کنید

در این مثال حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 100 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد و تیر مطابق با شکل ۵-۱۸ در وسط دهانه اش، بار متمرکز  $P = 1000 \text{ Kg}$  را تحمل می کند. ضخامت صفحه تیر برابر با  $1 \text{ cm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2$  و مساله در حالت تنش مسطح حل شده است. همچنین المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی میباشند.

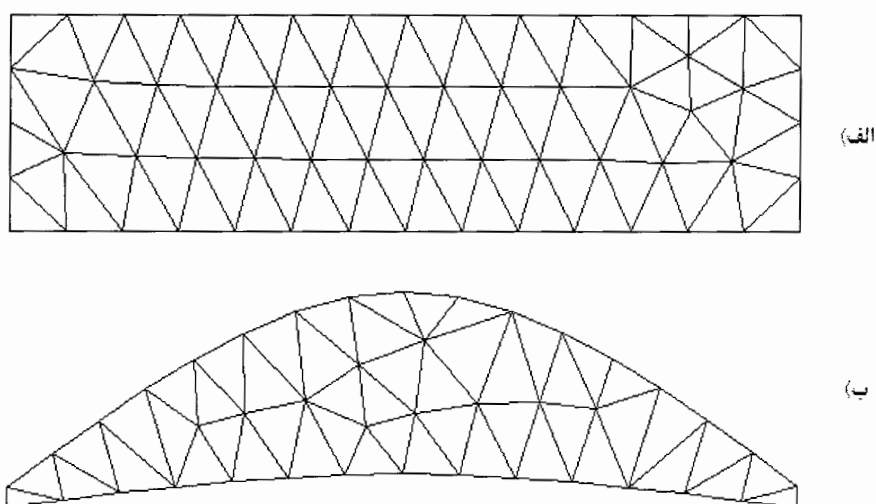


شکل ۵-۱۸ : موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی تیر دوسر طره



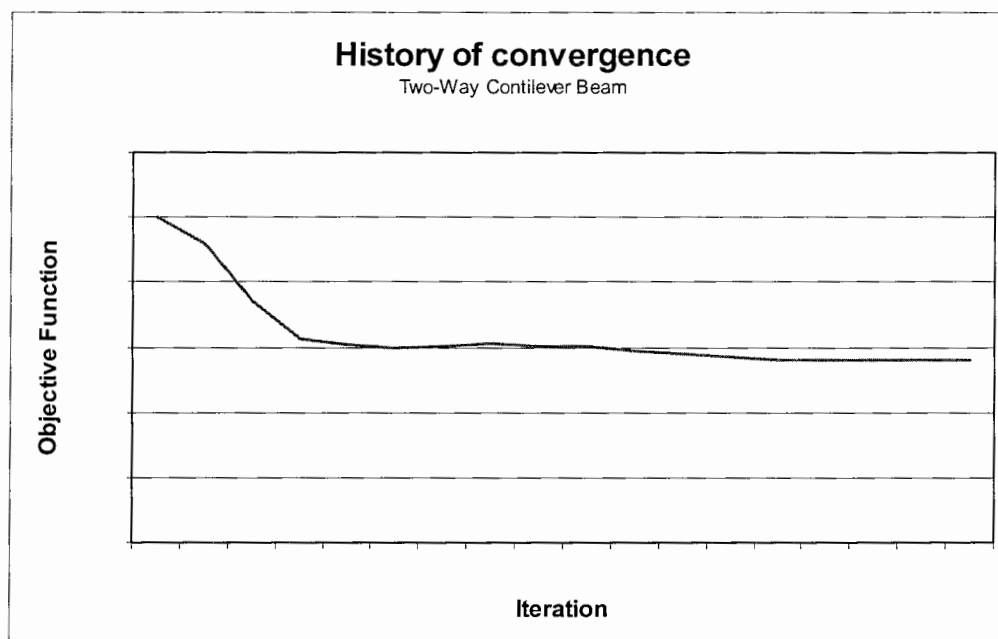
سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۵-۱۹ قابل ملاحظه است.

حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = 10000 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $34.65 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد. در سازه بهینه شده، حجم مصالح مورد نیاز برابر با  $V_{opt} = 5622.4 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 100.12 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد.



شکل ۵-۱۹: الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۲۰ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است.



شکل ۵-۲۰: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال تیر دوسر طرفه

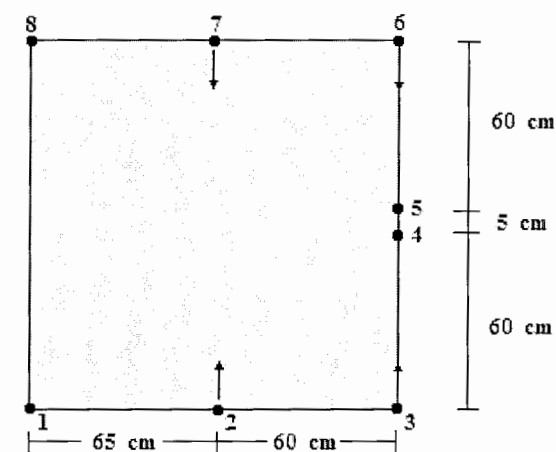
مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۶ آمده است.

جدول ۵-۶: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال تیر دوسر طرفه

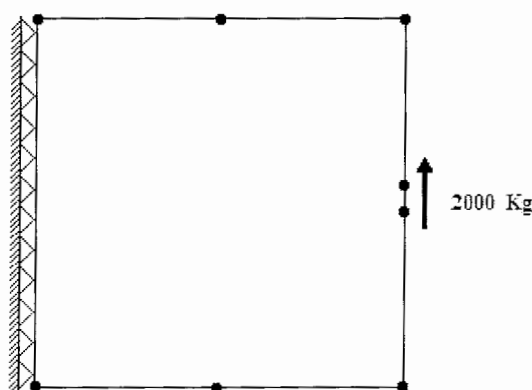
Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$
0	10000
1	9187.8
2	7430.1
3	6273.1
4	6062.3
5	5980.8
6	6044.4
7	6107.8
8	6033.5
9	6003.9
10	5877.9
11	5770.7
12	5704.4
13	5628.8
14	5609.7
15	5624.1
16	5622.1
17	5622.4

مثال ۶: صفحه با بار جانبی

در این مثال هدف پیدا کردن بهترین شکل برای یک صفحه طره میباشد که تحت اثر بار متمرکز در وسط وجه آزادش قرار گرفته است. تعداد نقاط کلیدی تعریف کننده شکل سازه در این مثال هشت عدد میباشد که چهارتا از آنها متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی میباشند. شکل ۲۱-۵ را ملاحظه کنید. در این مثال حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 150 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد و صفحه مطابق با شکل ۲۱-۵ در وسط یکی از وجوهش، بار متمرکز  $P = 2000 \text{ Kg}$  را تحمل می کند که به صورت دو بار متمرکز  $1000 \text{ Kg}$  به نقاط ۵ و ۶ وارد میشود. ضخامت برابر با  $1 \text{ cm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2$  مساله در حالت تنش مسطح حل شده و المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی میباشد.



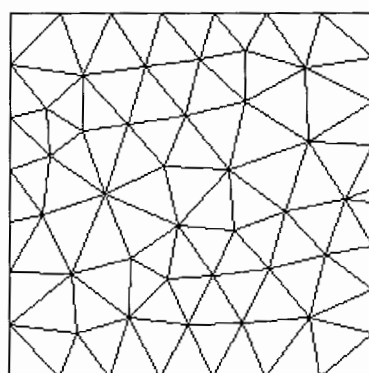
$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2 \quad \nu = 0.3 \quad t = 1 \text{ cm}$$



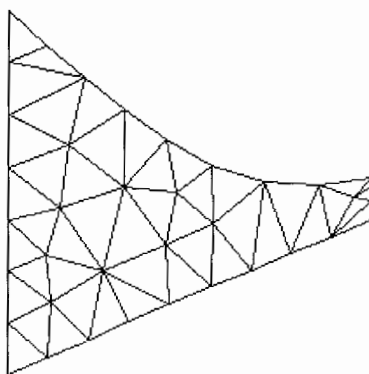
شکل ۲۱-۵: موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی صفحه با بار جانبی

سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۲۲-۵ قابل ملاحظه است.

حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = 15625 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 84.37 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد. در سازه بهینه شده ، حجم مصالح مورد نیاز برابر با  $7068.3 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 149.3 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد.



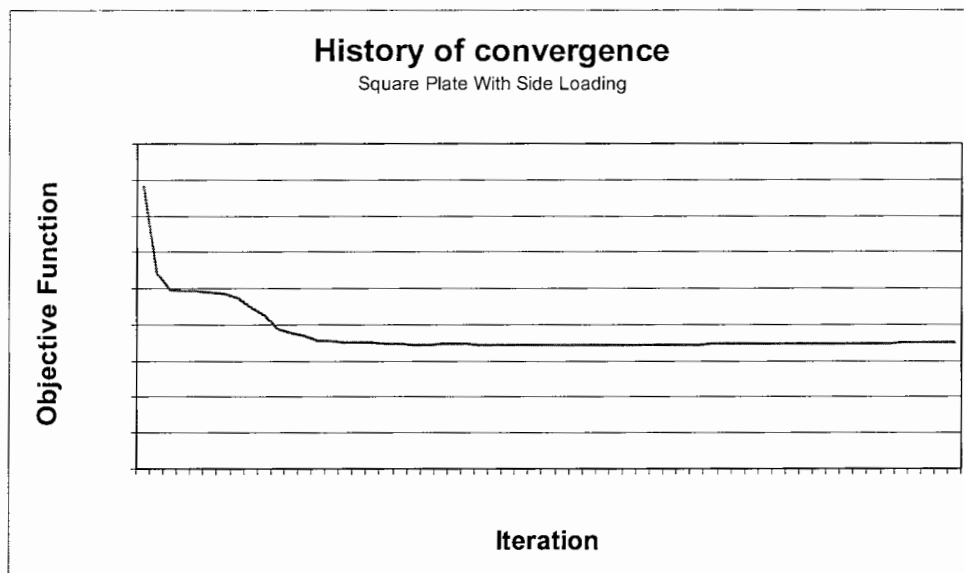
(الف)



(ب)

شکل ۲۲-۵ : (الف) قبل از بهینه سازی (ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۲۳-۵ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است.



شکل ۵-۲۳: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال صفحه با بار جانبی

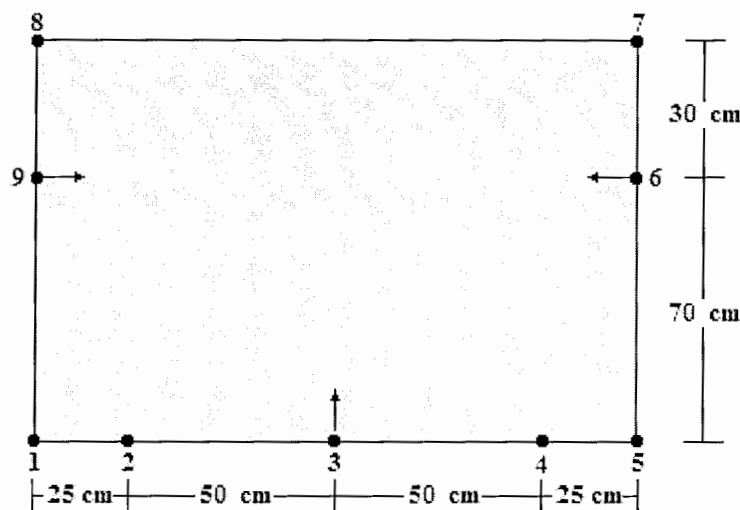
مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۷ آمده است.

جدول ۵-۷: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال صفحه با بار جانبی

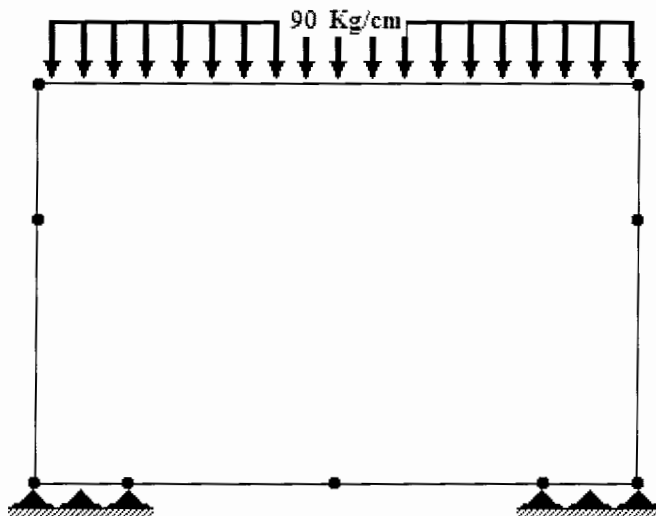
Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$	Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$	Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$
0	15625				
1	10798.4	21	6890.4	41	6904.1
2	9930.8	22	6926.4	42	6952.9
3	9892.1	23	6920.5	43	6947.8
4	9861.6	24	6920.2	44	6945.1
5	9762.8	25	6906.2	45	6927.2
6	9680.1	26	6903.6	46	6947.7
7	9458.7	27	6898.9	47	6946
8	8991.5	28	6898.7	48	6944.8
9	8485.9	29	6897.5	49	6936.4
10	7757.1	30	6898.9	50	6925.4
11	7569.1	31	6900.3	51	6944.8
12	7358.1	32	6895.4	52	6943.7
13	7101	33	6898.4	53	6942.6
14	7070.4	34	6897.9	54	6963.1
15	7032.5	35	6897.5	55	6965.7
16	7022.1	36	6890.4	56	7006.6
17	7015.8	37	6881.1	57	7006.4
18	6961.7	38	6872.4	58	7002.7
19	6922.3	39	6868.1	59	6994.1
20	6905.7	40	6872.1	60	6983.8

مثال ۷ : سازه تحت اثر بار گسترده قائم

در این مثال هدف پیدا کردن بهترین شکل برای سازه ای است که تحت اثر بار گسترده یکنواخت قرار گرفته است. تعداد نقاط کلیدی تعریف کننده شکل سازه در این مثال نه عدد میباشد که سه تا از آنها متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی میباشند. شکل ۵-۲۴ را ملاحظه کنید.



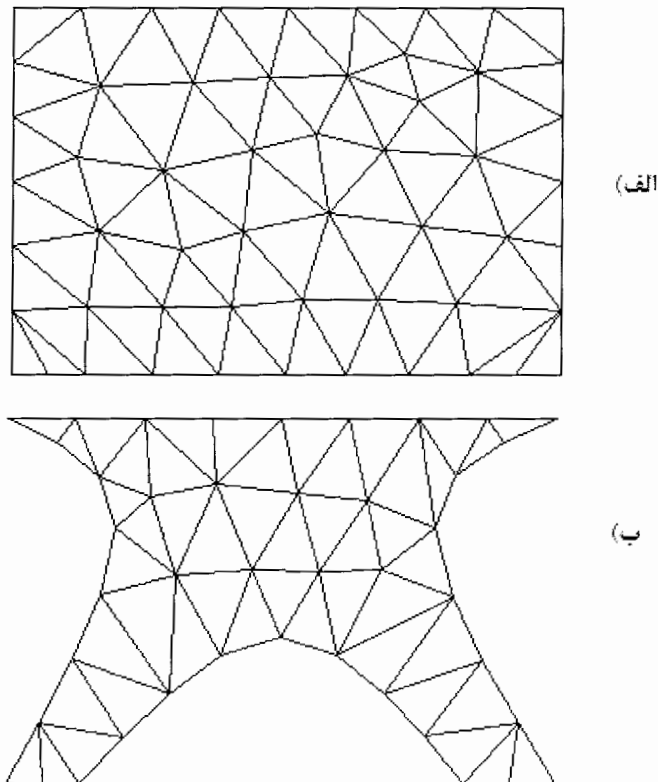
$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2 \quad \nu = 0.3 \quad t = 1$$



شکل ۵-۲۴ : موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی سازه تحت اثر بار گسترده یکنواخت

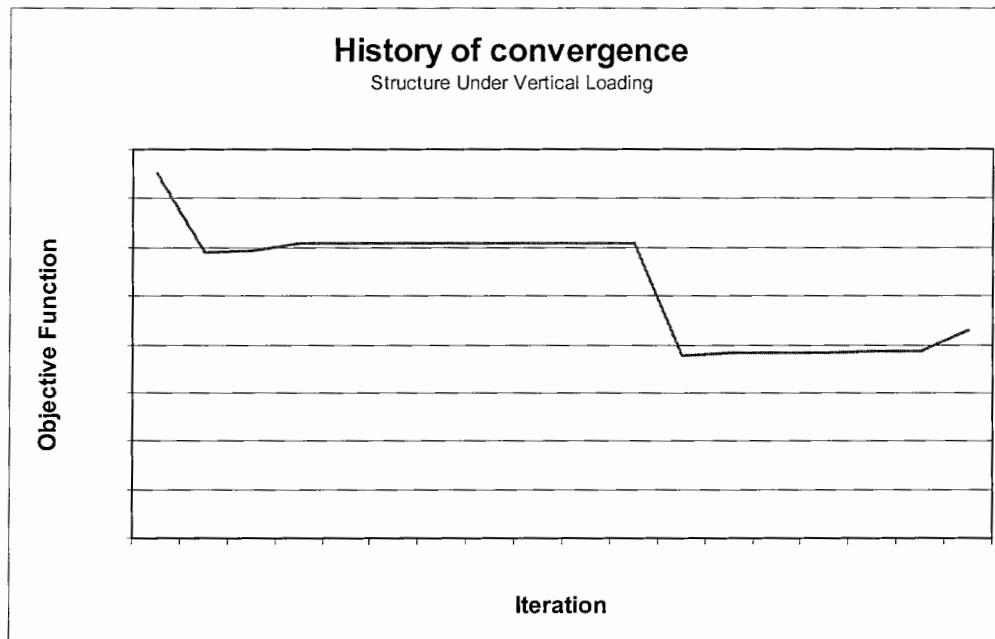
در این مثال حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 250 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد و سازه مطابق با شکل ۵-۲۴، بار گسترده یکنواخت  $P = 90 \text{ kg/cm}$  را تحمل میکند. ضخامت برابر با  $1 \text{ cm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 2.1 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ . مساله در حالت کرنش مسطح حل شده و المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی میباشند.

سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۵-۲۲ قابل ملاحظه است. حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = 15000 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 140.4 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد. در سازه بهینه شده، حجم مصالح مورد نیاز برابر با  $8601.5 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{max} = 248.3 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد.



شکل ۵-۲۵: الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۲۶ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است.



شکل ۵-۲۶: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال سازه تحت اثر بار گسترده یکنواخت

مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۸ آمده است.

جدول ۵-۸: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال سازه تحت اثر بار گسترده یکنواخت

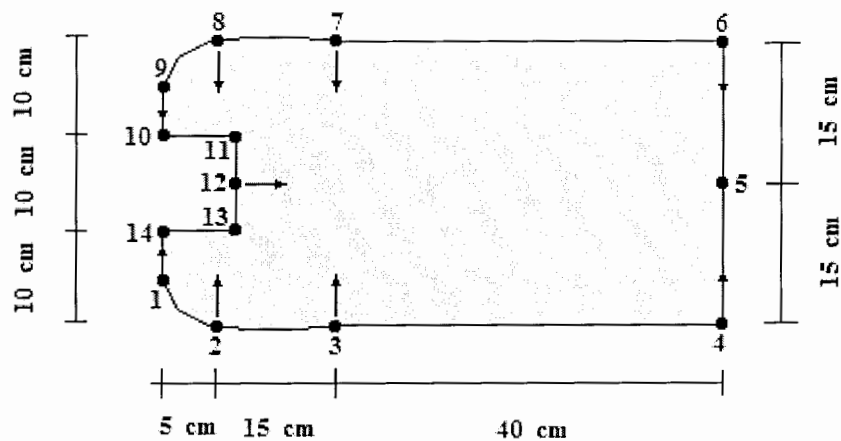
Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$	Iteration	Objective Function $\text{Cm}^3$
0	15000	10	12173.4
1	11820	11	7517.9
2	11887.7	12	7633.7
3	12194.5	13	7664.2
4	12183.4	14	7683.5
5	12172.9	15	7700.8
6	12173.4	16	7716.3
7	12172.9	17	8601.5
8	12173		
9	12173.2		

مثال ۸: آچار

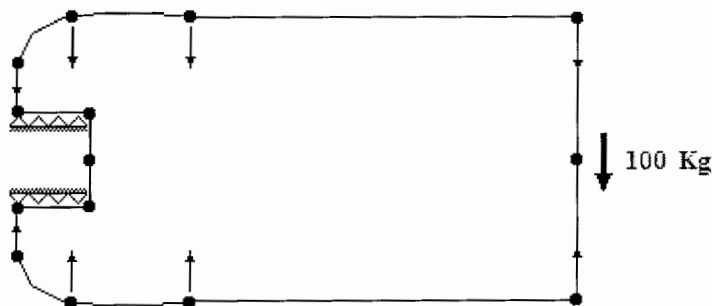
در این مثال هدف پیدا کردن بهترین شکل برای آچار است که تحت اثر بار متمرکز در انتهای آزادش واقع شده است. تعداد نقاط کلیدی تعریف کننده شکل سازه در این مثال چهارده



عدد می باشد که پنج تا از آنها متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی می باشند. شکل ۵-۲۷ را ملاحظه کنید.



$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2 \quad \nu = 0.3 \quad t = 1$$

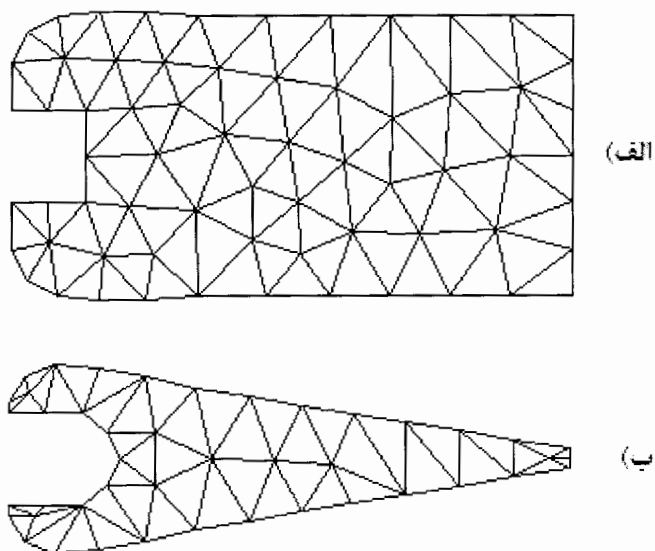


شکل ۵-۲۷: موقعیت نقاط کلیدی و ابعاد هندسی سازه تحت اثر بار متمرکز

در این مثال حداکثر تنش مجاز  $\sigma_{all} = 100 \text{ Kg/cm}^2$  می باشد و سازه مطابق با شکل ۵-۲۷، بار متمرکز  $P = 100 \text{ kg}$  را تحمل میکند. ضخامت آچار برابر با  $1 \text{ cm}$ ، ضریب پواسون  $\nu = 0.3$  و مدول الاستیسیته برابر با  $E = 2.1 \times 10^7 \text{ Kg/cm}^2$  . مساله در حالت تنش مسطح حل شده و المانهای مورد استفاده در حل این مثال از نوع مثلثی سه گرهی می باشند.

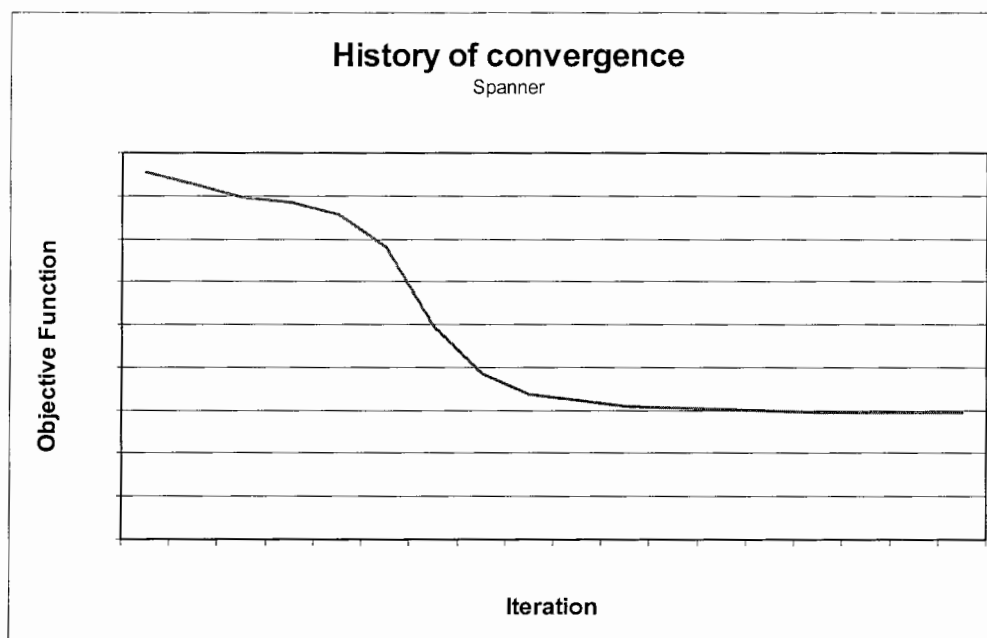
سازه بهینه شده، پس از حل مساله با استفاده از برنامه ShapeOptimizer در شکل ۵-۲۸ قابل ملاحظه است. حجم مصالح در سازه اولیه برابر با  $V_{original} = 1710.5 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر

$\sigma_{\max} = 45.95 \text{ Kg/cm}^2$  میباشد. در سازه بهینه شده ، حجم مصالح مورد نیاز برابر با  $V_{opt} = 591.9 \text{ cm}^3$  و تنش حداکثر  $\sigma_{\max} = 99.56 \text{ Kg/cm}^2$  است.



شکل ۵-۲۸ : الف) قبل از بهینه سازی ب) بعد از بهینه سازی

در نمودار شکل ۵-۲۹ نیز تاریخچه همگرایی به سمت مقدار مینیمم تابع هدف بر حسب تعداد تکرارهای فرآیند بهینه سازی نشان داده شده است.

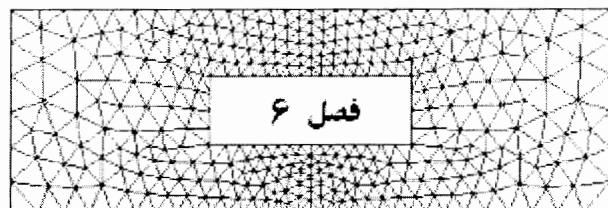


شکل ۵-۲۹: نمودار همگرایی به سمت جواب بهینه در مثال آچار

مقادیر دقیق تابع هدف نیز در جدول ۵-۹ آمده است.

جدول ۵-۹: مقادیر دقیق تابع هدف در مثال آچار

Iteration	Objective Function $\text{cm}^3$	Iteration	Objective Function $\text{cm}^3$
0	1710.5	10	619.6
1	1656.2	11	612.4
2	1592.1	12	607.1
3	1573	13	601
4	1511.7	14	592.9
5	1361.7	15	591.9
6	993.2	16	591.9
7	773.7	17	591.9
8	673.4		
9	645		



## نتایج و پیشنهادات

## ۶-۱ مقدمه

هدف از نگارش این فصل، بیان خلاصه‌ای از نتایج و دستاوردهای حاصله در طول انجام این پایان نامه می‌باشد. همچنین بر آنیم تا پیشنهاداتی را در جهت انجام و ادامه این تحقیق مطرح سازیم. همانگونه که قبلاً نیز بیان شد، هدف اصلی از انجام این پایان نامه، بررسی روش جدیدی برای مدلسازی شکل سازه‌ها و همچنین بررسی امکان استفاده از این روش در برنامه‌های کامپیوتری بهینه سازی سازه‌ها بوده است. تلاش صورت گرفته در این زمینه منجر به ارائه برنامه‌ای کامپیوتری به نام ShapeOptimizer شده که صحت عملکرد آن نیز با حل مسائلی که جوابشان از قبل معلوم بوده، کنترل شده است. این مثالها به همراه چند مثال دیگر جهت بیان کارایی و تواناییهای روش تغییرات مرزی در بهینه‌سازی شکل سازه‌ها در فصل قبل بیان شده‌اند.

با توجه به اینکه حل مساله بهینه سازی شکل دارای چندین مرحله کلی می‌باشد، هر بخش را به طور جداگانه مطرح کرده و مورد بررسی قرار میدهیم. در هر بخش، نتایج حاصله به همراه پیشنهاداتی جهت انجام تحقیقات بیشتر مطرح شده است.

## ۶-۲ تولید مش

برای تبدیل مدل هندسی به مدل محاسباتی، بایستی از سابروتینهای تولید مش استفاده کرد. به علت ایجاد تغییرات در مرزها و شکل سازه، بایستی از روشهایی قدرتمند جهت تولید مش استفاده کنیم. در این حالت از روشهای تولید مش سازمان نیافته استفاده کرده‌ایم و آن را نیز پیشنهاد میکنیم. مزایایی که سبب این انتخاب شده‌اند به تفصیل در فصل مربوطه تشریح شده است. سابروتینهای مورد استفاده در برنامه ShapeOptimizer توانایی تولید مش مثلثی سه گرهی را دارا می‌باشند. بنابراین پیشنهاد میشود که در این قسمت جهت انجام کار بیشتر، از سابروتینهایی که توانایی تولید مش مثلثی و چهارضلعی با مرتبه‌های بالاتر را دارند استفاده شود. این امر سبب میشود تا اثر تغییرات المانها بر جواب نهایی را مشاهده کنیم و همچنین به توازنی بین سرعت و دقت بالا با انتخاب المان مناسب دست بیابیم.

نکته دیگری که جهت کار بیشتر پیشنهاد میشود، استخدام روشهای متنوع در زمینه تولید مش سازمان نیافته می باشد که باز انتخاب مناسب آن می تواند نتایج مناسبی را به همراه داشته باشد.

### ۳-۶ حل اجزای محدود

در این بخش از یک برنامه Plane که توانایی حل مسائل تنش/کرنش مسطح را دارا میباشد، استفاده نموده ایم. این برنامه برای حل مسائلی با المانهای مثلثی سه گرهی نوشته شده است که می توان با تعمیم آن به انواع المانهای مثلثی و چهارضلعی، تواناییهای آن را افزایش داد. همچنین می توان از حل گره های قویتری در آن بهره جست و دقت و سرعتی مناسب را فراهم ساخت. لازم به ذکر است که در برنامه فوق الذکر، از حل گر Frontal جهت حل دستگاه معادلات استفاده شده است. از دیگر پیشنهادات در این بخش اضافه کردن سابروتینهایی جهت انجام آنالیزهای غیر خطی می باشد.

### ۴-۶ آنالیز حساسیت

آنالیز حساسیت نیز از مراحل مهمی است که چه به لحاظ سرعت و چه به لحاظ دقت، اثرات مثبتی را در همگرایی به سمت جواب بهینه در بر دارد. این امر در مسائلی که تعداد متغیرهای بهینه سازی بیشتر است، مشهودتر میباشد. در این پایان نامه با توجه به اینکه تعداد متغیرهای طراحی در مساله بهینه سازی به علت استفاده از روشی جدید کاهش یافته است، اهمیت استفاده از آنالیز حساسیت، کمتر به چشم می آید ولی می توان از آن به عنوان گزینه ای اثر گذار جهت ادامه کار نام برد. همچنین در مسائلی که نیاز به تعریف تعداد نقاط کلیدی بیشتری وجود دارد، می توان اثرات مثبت استفاده از آن را مشاهده نمود.

### ۵-۶ بهینه سازی

از مهمترین مراحل در رسیدن به شکل بهینه، الگوریتمی است که جهت حل مساله بهینه سازی مورد استفاده واقع میشود. همانگونه که قبلا نیز اشاره شد، در این پایان نامه از سابروتینهای

نرم افزار DOT به عنوان هسته اصلی در بخش بهینه سازی استفاده شده است. بنابراین نرم افزار ShapeOptimizer توانایی حل مسائل مقید بهینه سازی را با استفاده از روشهای SQP، SLP و MMFD دارا میباشد. صرف نظر از برخی اختلافات در جواب بهینه نهایی، کلیه روشهای نامبرده دارای توانایی رسیدن به جواب بهینه میباشد. از نتایج مهمی که حاصل شد، توانایی مناسب روش SQP در رسیدن به جواب بهینه بود که هم با سرعت بیشتر و هم با دقت بالاتری به سمت آن همگرا میشد. بدین ترتیب در حل مسائل، استفاده از آن بر دیگر روشها ترجیح داده شد. البته گاهی ملاحظه میشود که این روش در جوابهای محلی گرفتار می آید. راه حل کلی برای رفع این مشکل، استفاده از تکنیکهای پیشرفته ریاضی و یا استفاده از روشهای دیگر بهینه سازی منجمله روش الگوریتم ژنتیک میباشد. ما در اینجا مشکل را با استفاده از جوابهای اولیه متفاوت حل کرده ایم.

## ۶-۶ مدل سازی هندسی شکل سازه

برای مدل سازی شکل سازه میتوان از انواع گوناگون اسپلاینها استفاده کرد. پس از بررسی اولیه در این زمینه، B-Spline ها را برای ادامه کار در این پایان نامه انتخاب نمودیم. مهمترین نتیجه حاصل شده عبارت بود از توانایی بالای این منحنیها در مدل سازی شکل سازه که این امر فقط با تعریف تعداد محدودی از پارامترهای اسپلاین صورت میگرفت. همچنین استفاده از اسپلاینها، سبب ایجاد توانایی فوق العاده ای در مدل سازی اشکال پیچیده هندسی میشود و یکی از بارزترین مزایای استفاده از اسپلاینها، ایجاد یک توانایی فوق العاده برای اعمال تغییرات در شکل سازه میباشد که این امر با تغییر دادن پارامترهای مربوط به اسپلاین قابل حصول میباشد. یکی از مشکلات موجود برای استفاده از اسپلاینها این است که نمیتوان مقاطع مخروطی را به طور دقیق با آنها مدل سازی نمود. البته با اینکه خطای حاصله بسیار ناچیز بوده و با چشم غیر مسلح غیر قابل تمییز دادن میباشد ولی میتوان با ایجاد تصحیحاتی این مشکل را حل نمود.

از نتایج مهم حاصله، اثر شیب انتهایی اسپلاینها بر شکل نهایی میباشد که تاثیر زیادی بر نتایج حاصله خواهد داشت. استفاده از این پارامتر، مستلزم وجود دیدی دقیق و صحیح نسبت به

سازه مدل شده میباشد. بدین ترتیب با تعریف صحیح این پارامتر میتوان به جوابهای معقول و صحیحی دست یافت و این در حالی است که عدم دقت در تعریف این پارامتر سبب حصول جوابهایی غیر منطقی میشود. یکی از پیشنهاداتی که در اینجا مطرح است این است که میتوان شبیههای دوانتهای اسپلاین را در مسائلی که مورد نیاز باشد، به عنوان متغیر طراحی وارد مساله بهینه سازی نمود که احتمالاً میتواند سبب رسیدن به جوابهای بهتری شود.

از دیگر نتایج مهم در این بخش، تعداد و محل قرار گیری نقاط کلیدی به هنگام مدل سازی شکل سازه میباشد. در این حالت میتوان با انتخاب صحیح این دو پارامتر، جوابهای مناسبی را پیدا نمود. تعیین محل و تعداد نقاط کلیدی، مستلزم داشتن یک دید خوب سازه ای و همچنین تجربه کافی میباشد. اغلب استفاده از تعداد و محل نامناسب برای نقاط کلیدی سبب همگرا نشدن به سمت جواب بهینه خواهد شد. در صورت همگرایی نیز ممکن است جواب نهایی مطلوب نباشد.



منابع و مراجع:

1. B. Hassani, E. Hinton. "*Homogenization and Structural Topology Optimization*". Springer. 1999.
2. M. Ozakca. "*Analysis and optimal design of structures with adaptivity*". Ph.D Thesis. Civil Engineering University of Swansea,UK,1993.
3. J. Sienz. "*Integrated structural modeling, adaptive analysis and shape optimization*". Ph.D Thesis. Civil Engineering University of Swansea, UK, 1994.
4. G.N. Vanderplaats. "*Numerical optimization techniques for engineering design*". McGraw-Hill, New York 1984.
5. R.T. Haftka. "*Elements of structural optimization*". Kluwer Academic Publisher, Netherlands 1990.
6. U. Kirsch. "*Structural Optimization Fundamentals and Application*". Springer-Verlag. 1993.
7. G.N. Vanderplaats. "*DOT User's manual*". VMA Engineering. Colorado Spring. USA 1994.
8. J.N. Reddy. "*An introduction to the finite element method*", Second edition. McGraw-Hill, New York 1993.
9. H.A. Eschenauer, V.V. Kobelev, A. Schumacher. "*Bubble Method for topology and shape optimization of structures*" Springer-verlag 1994

10. NAG Fortran Library. "*Chapter D06 – Mesh Generation*".
11. M. Bern, P. Plassmann. "*Mesh Generation*"
12. M.L. Bittencourt ,C. C. Douglas ."*Non-nested and non-structured multigrid methods applied to elastic problems.Part I: The two-dimensional case*"
13. F.J. Bossen. P. S. Heckbert. "*A Pliant Method for Anisotropic Mesh Generation.*", Computer Science Dept. Carnegie Mellon University
14. M. Bern , D. Eppstein. "*Quadrilateral Meshing by Circle Packing.*"
15. P. Su , R. L. Scot Drysdale "*A Comparison of Sequential Delaunay Triangulation Algorithms.*" April 1, 1996
16. S.J. Owen, M.L. Staten, S.A. Canann, S. Saigal. "*Advancing Front Quadrilateral Meshing Using Triangle Transformations.*" Department of Civil and Environmental Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh,Pennsylvania, U.S.A.
17. D.R. White , P. Kinney. "*Redesign of the Paving Algorithm: Robustness Enhancements through Element by Element Meshing.*"

## راهنمای برنامه ShapeOptimizer

### الف-۱ مقدمه

همانگونه که می‌دانیم، مسائل عملی در بهینه سازی به قدری پیچیده هستند که مجالی برای حل آنها به صورت دستی باقی نمی‌ماند و بایستی از روشهای عددی و برنامه های کامپیوتری در حل آنها بهره جست. به همین علت نیز در این پایان نامه برای حل مسائل بهینه سازی شکل سازه های دو بعدی در محیط پیوسته، اقدام به تهیه برنامه ای کامپیوتری کرده ایم. این برنامه یک برنامه آکادمیک بوده و با توجه به روش بسیار مناسبی که برای مدل سازی مرزهای سازه در آن تعبیه شده است، توانایی حل مسائل بهینه سازی شکل و رسیدن به جواب مناسب را با احتمال زیاد و در زمان کوتاه دارا می‌باشد.

این برنامه با استفاده از نرم افزار Compaq visual fortran 6.6 تهیه شده و در ادامه چگونگی استفاده از آن و بخشهای مختلف آن را تشریح می‌کنیم.

### الف-۲ ساختار اصلی برنامه ShapeOptimizer

این برنامه دارای پنج بخش اصلی به شرح زیر می‌باشد.

- بخش تولید مرزها با استفاده از اسپلاینها
- بخش تولید مش ساختار نیافته
- بخش اعمال بارها و شرایط تکیه گاهی
- بخش مربوط به حل مساله اجزای محدود
- بخش مربوط به فرآیند بهینه سازی

در ادامه بترتیب به توضیح هریک از بخشهای فوق الذکر می‌پردازیم

### الف-۳ تولید مرزها با استفاده از اسپلاینها

این بخش که در برگیرنده یکی از اهداف مهم پایان نامه در ایجاد سهولت برای مدلسازی شکل سازه میباشد، امکانات مربوط به این امر در نظر گرفته شده و سابروتینهایی نوشته شده است. در این بخش بایستی دو فایل ورودی به نامهای In-key.txt و In-seg.txt را به برنامه معرفی کرد که با استفاده از اطلاعات موجود در این فایلها، سه فایل خروجی به نامهای O-fixpoints.txt و O-seg-define.txt و control-points.txt تولید می شود.

#### ساختار فایل ورودی In-Seg.txt

در این فایل اطلاعات اولیه و ضروری برای هر یک از قطعات اسپلاین وارد میشود. ساختار کلی خطوط اطلاعاتی در این فایل به شرح زیر می باشد.

Nkp      Ndiv      Spec

Nkp بیانگر تعداد نقاط کلیدی تشکیل دهنده قطعه می باشد.

Ndiv با توجه به تعداد نقاط کلیدی مشخص میشود که تعداد زیر قطعه ها به چه تعدادی هستند و با استفاده از این پارامتر میتوان تعداد تقسیمات هر زیر قطعه را مشخص کرد. محاسبات مربوط به تعیین مختصات نقاط نیز توسط خود برنامه انجام می شود.

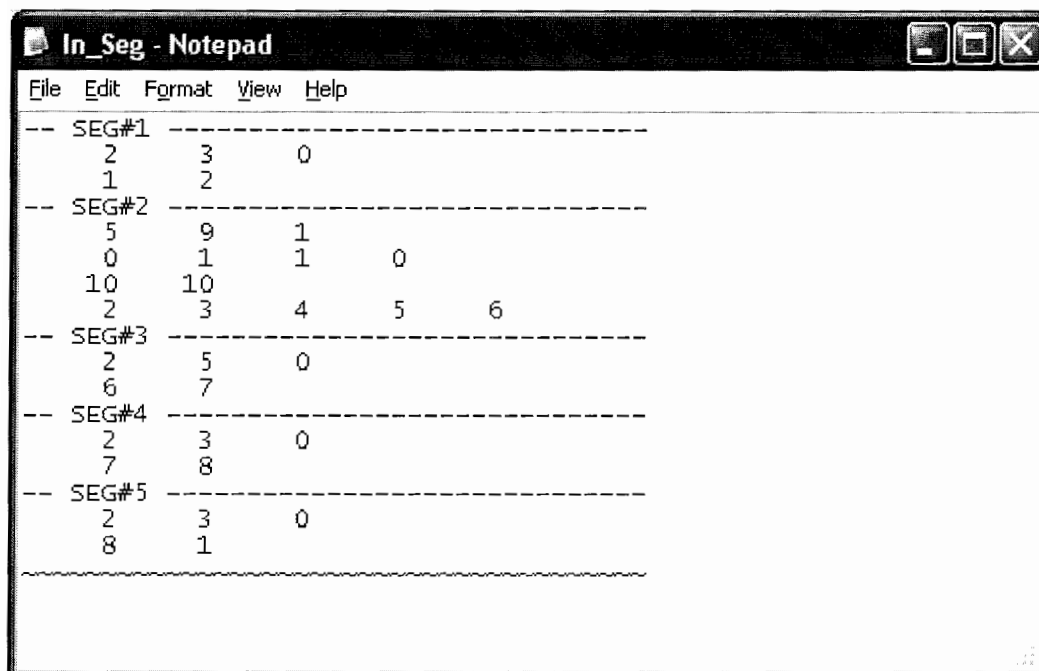
Spec پارامتر مربوط به تعیین مشخصات قطعه اسپلاین میباشد. مقدار صفر بیانگر خطی بودن قطعه، مقدار یک بیانگر منحنی بودن قطعه با فرض اینکه شیب در دو انتها معلوم است و مقدار دو بیانگر منحنی بودن قطعه با فرض آزاد بودن دو انتهای قطعه می باشد.

اگر مقدار Spec برابر با صفر یا دو باشد، در خط اطلاعاتی بعدی فقط شماره نقاط کلیدی تشکیل دهنده وارد می شود.

اگر مقدار Spec برابر با یک باشد، به سه خط اطلاعاتی دیگر نیاز است. در خط اول مقادیر  $\Delta x$  و  $\Delta y$  را که بیانگر شیبهای دو انتهای قطعه است، وارد می کنیم. در خط دوم، اطلاعات مورد

نیاز برای پارامتر  $\beta$  وارد میشود. در خط سوم نیز شماره نقاط کلیدی تشکیل دهنده قطعه اسپلاین وارد می‌شوند.

نمونه ای از این فایل ورودی در شکل الف-۱ نشان داده شده است.



شکل الف-۱ : فایل ورودی In-Seg.txt

ساختار فایل ورودی In-key.txt

در این فایل، اولین خط اطلاعاتی شامل اطلاعاتی به شرح زیر می‌باشد.

Numkey    Numindep    Numdep    Nseg

Numkey بیانگر تعداد کل نقاط کلیدی در مساله.

Numindep بیانگر تعداد متغیرهای طراحی مستقل.

Numdep بیانگر تعداد متغیرهای طراحی وابسته.

Nseg بیانگر تعداد کل قطعات اسپلاین.

پس از وارد کردن اطلاعات فوق، در ادامه فایل ورودی خطوط اطلاعاتی به شرح زیر وارد می‌شوند.

n    x    s1    y    s2

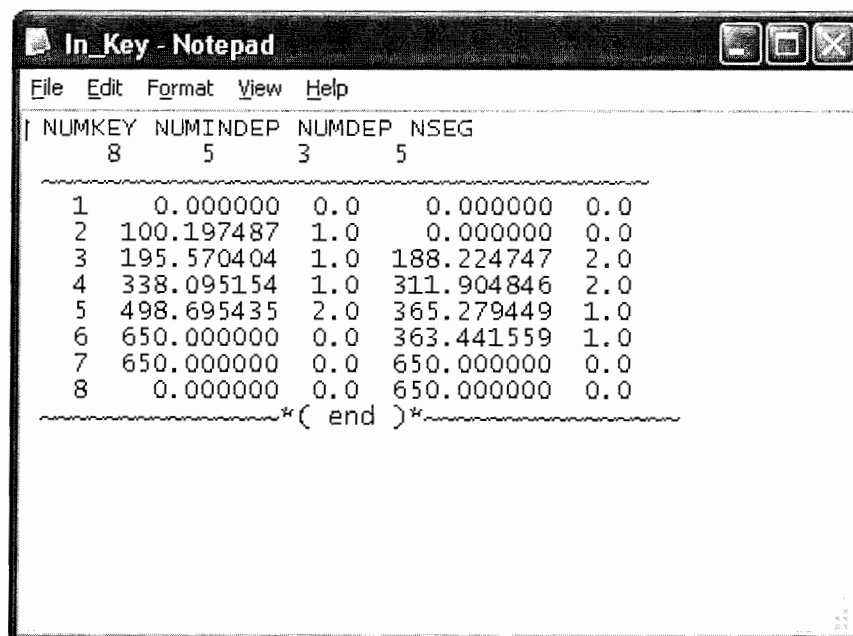
n بیانگر شماره نقاط کلیدی می‌باشد که از ۱ تا Numkey تغییر می‌کند.

x,y بیانگر مختصات اولیه نقطه کلیدی می‌باشند.

s1,s2 به ترتیب پارامترهایی هستند که مشخص می‌کنند آیا هر یک از مقادیر x و y جزء متغیرهای طراحی مساله هستند یا خیر.

اگر مقادیر s1,s2 برابر با صفر باشد، یعنی مختصه مربوطه شان در نقطه کلیدی جزء متغیرهای طراحی نبوده و ثابت می‌باشد. اگر مقدارشان یک باشد بدین معنی است که مختصه مربوطه شان در نقطه کلیدی جزء متغیرهای طراحی مستقل می‌باشد و در صورتی که مقدارشان دو باشد، بدین معنی است که مختصه مربوطه شان در نقطه کلیدی جزء متغیرهای طراحی وابسته می‌باشد.

متغیر طراحی مستقل، همان متغیرهای واقعی در مساله بهینه سازی می‌باشد ولی متغیر طراحی وابسته توسط روابطی به متغیرهای مستقل مربوط بوده و با توجه به مقادیر آنها محاسبه می‌شود. نمونه ای از این فایل ورودی را در شکل الف-۲ ملاحظه می‌کنید.



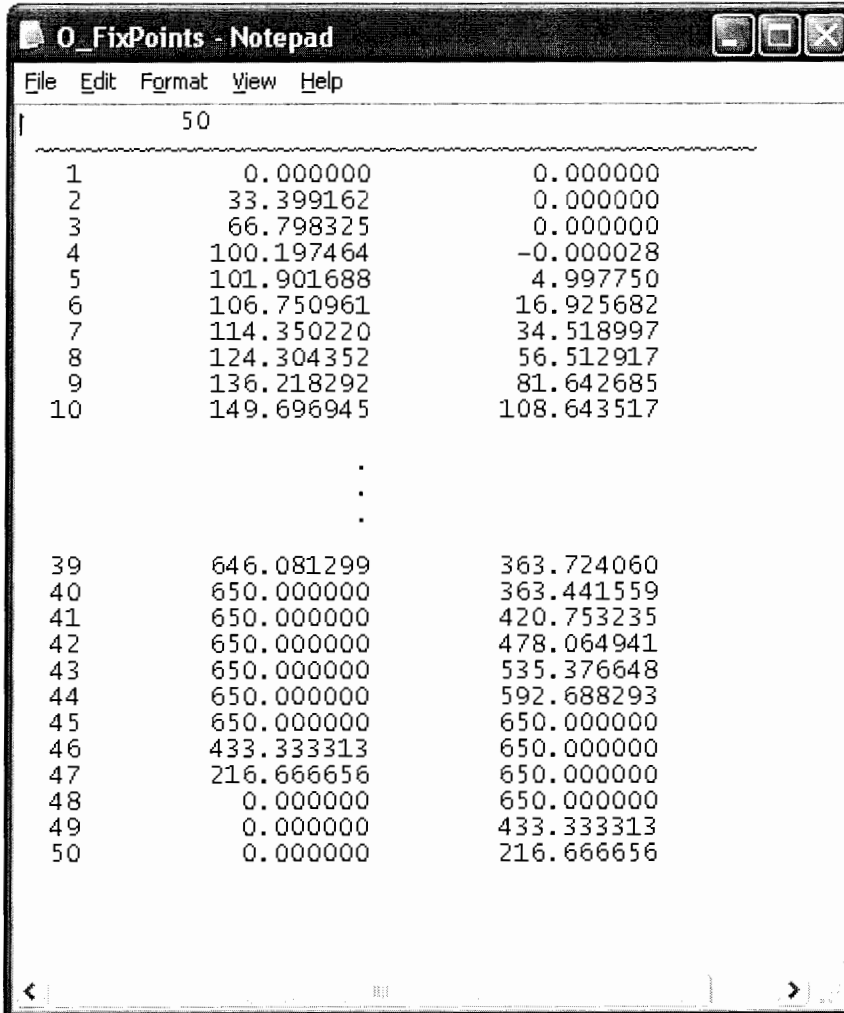
	NUMKEY	NUMINDEP	NUMDEP	NSG	
	8	5	3	5	
1	0.000000	0.0	0.000000	0.0	
2	100.197487	1.0	0.000000	0.0	
3	195.570404	1.0	188.224747	2.0	
4	338.095154	1.0	311.904846	2.0	
5	498.695435	2.0	365.279449	1.0	
6	650.000000	0.0	363.441559	1.0	
7	650.000000	0.0	650.000000	0.0	
8	0.000000	0.0	650.000000	0.0	
~~~~~*( end )~~~~~					

شکل الف-۲ : فایل ورودی In-key.txt

#### ساختار فایل خروجی O-fixpoints.txt

با توجه به اطلاعاتی که از روی فایل‌های ورودی In-seg.txt و In-key.txt برداشت میشود، فایل به نام O-fixpoints.txt تولید میشود که شامل مختصات دقیق گره های محاسبه شده بر روی اسپلاین میباشد. در حقیقت مختصات گره های موجود در این فایل بیانگر شکل مرزهای سازه میباشد. در فایل ورودی In-seg.txt ، هرچه مقدار پارامتر Ndiv را بیشتر در نظر بگیریم، دقت تقریب زدن مرزهای سازه بیشتر میشود ولی بهتر است که برای جلوگیری از افزایش زمان محاسبات و کاهش عملیات محاسباتی، عددی معقول برای این پارامتر لحاظ شود.

نمونه ای از این فایل ورودی را در شکل الف-۳ ملاحظه می‌کنید.



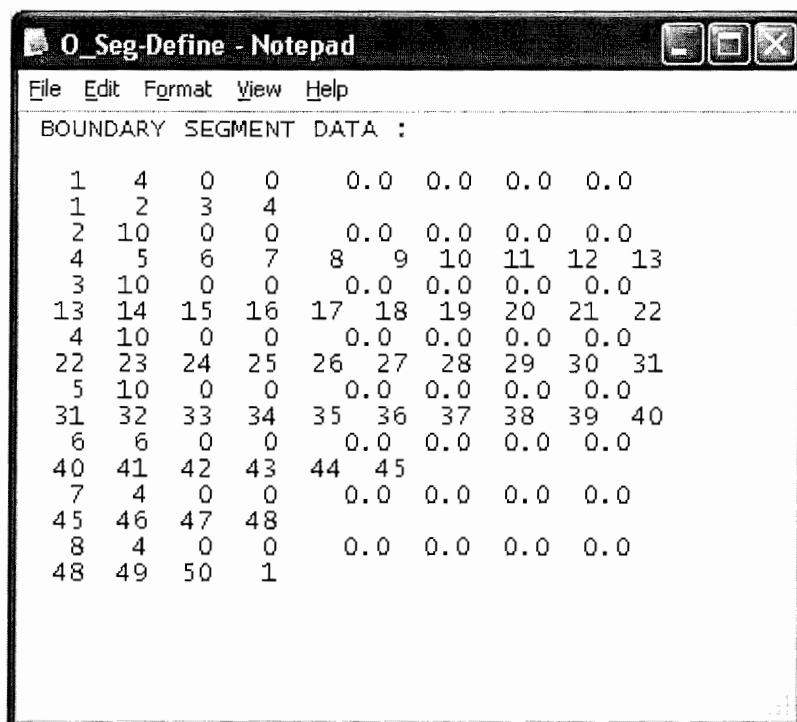
Index	Value 1	Value 2
1	0.000000	0.000000
2	33.399162	0.000000
3	66.798325	0.000000
4	100.197464	-0.000028
5	101.901688	4.997750
6	106.750961	16.925682
7	114.350220	34.518997
8	124.304352	56.512917
9	136.218292	81.642685
10	149.696945	108.643517
...	...	...
39	646.081299	363.724060
40	650.000000	363.441559
41	650.000000	420.753235
42	650.000000	478.064941
43	650.000000	535.376648
44	650.000000	592.688293
45	650.000000	650.000000
46	433.333313	650.000000
47	216.666656	650.000000
48	0.000000	650.000000
49	0.000000	433.333313
50	0.000000	216.666656

شکل الف-۳: فایل ورودی O-fixpoints.txt

#### ساختار فایل خروجی O-seg-define.txt

در خطوط اطلاعاتی این فایل خروجی، همانگونه که در شکل الف-۴ نیز قابل ملاحظه است، شماره هر زیر قطعه، تعداد نقاط واقع بر روی آن و شماره نقاط روی را می توان ملاحظه کرد. نمونه ای از این فایل خروجی در شکل الف-۴ قابل ملاحظه است.

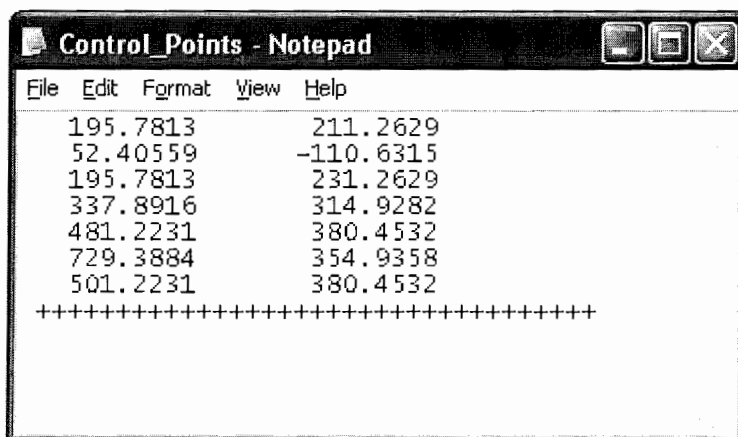




شکل الف-۴ : فایل ورودی O-seg-define.txt

#### ساختار فایل خروجی Control-Points.txt

این فایل شامل مختصات نقاط کنترلی محاسبه شده در برنامه می‌باشد. از این فایل می‌توان صرفاً جهت کنترل محاسبات برنامه استفاده کرد و اطلاعاتی راجع به مختصات نقاط کلیدی قطعات اسپلاین مشاهده کرد. نمونه ای از این فایل در شکل الف-۵ قابل ملاحظه می‌باشد.



شکل الف-۵ : فایل ورودی Control-Points.txt

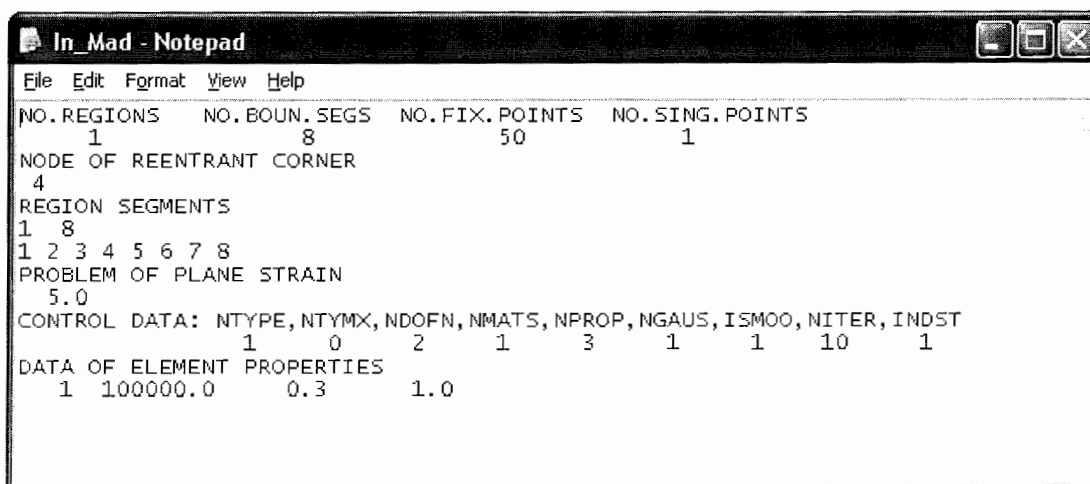
تا این مرحله، اطلاعات لازم برای تولید مرزهای سازه توسط سابروتینهای تهیه شده به طور کامل پردازش شده است و به عبارت دیگر، اکنون مرزهای سازه کاملاً مشخص هستند. در مرحله بعد بایستی به مش بندی دامنه سازه اقدام کنیم.

#### الف-۴ بخش تولید مش ساختار نیافته

اکنون با معلوم بودن مرزهای سازه بایستی مش بندی دامنه آن را انجام دهیم. در این بخش به چهار فایل ورودی نیاز است که دو تا از این فایلها، همان فایلهای O-fixpoints.txt و O-seg-define.txt هستند که در مرحله قبل تولید شده اند. اما دو فایل ورودی جدید به نامهای In-mad.txt و In-backmesh.txt مورد نیاز میباشند. حاصل پردازش اطلاعات بر روی فایلهای فوق الذکر، فایلی به نام O-mesh.txt میباشند که شامل اطلاعات مربوط به گره ها و المانهای سازه مش بندی شده میباشند.

#### ساختار فایل ورودی In-mad.txt

همانگونه که در شکل الف-۶ نشان داده شده است، از اطلاعات مورد نیاز در این فایل میتوان به تعداد نواحی مش بندی، تعداد قطعات اسپلاین مرزی، تعداد نقاط ثابت روی مرزها و غیره نام برد.



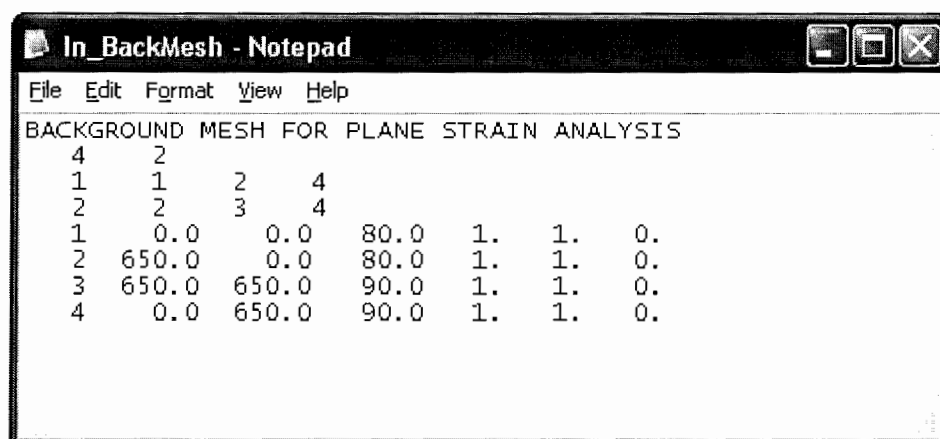
شکل الف-۶: فایل ورودی In-mad.txt

### ساختار فایل ورودی *In-backmesh.txt*

در این فایل ورودی، اطلاعات لازم در مورد تولید مش زمینه وارد میشوند. در اولین خط این فایل، تعداد گره ها و المانهای مش زمینه وارد میشود و در ادامه، مختصات گره ها و گره های مربوط به المانهای مختلف وارد خواهند شد. خط مربوط به مختصات گره ها به شکل زیر میباشد.

$n \quad x \quad y \quad \alpha \quad n_x \quad n_y \quad \theta$

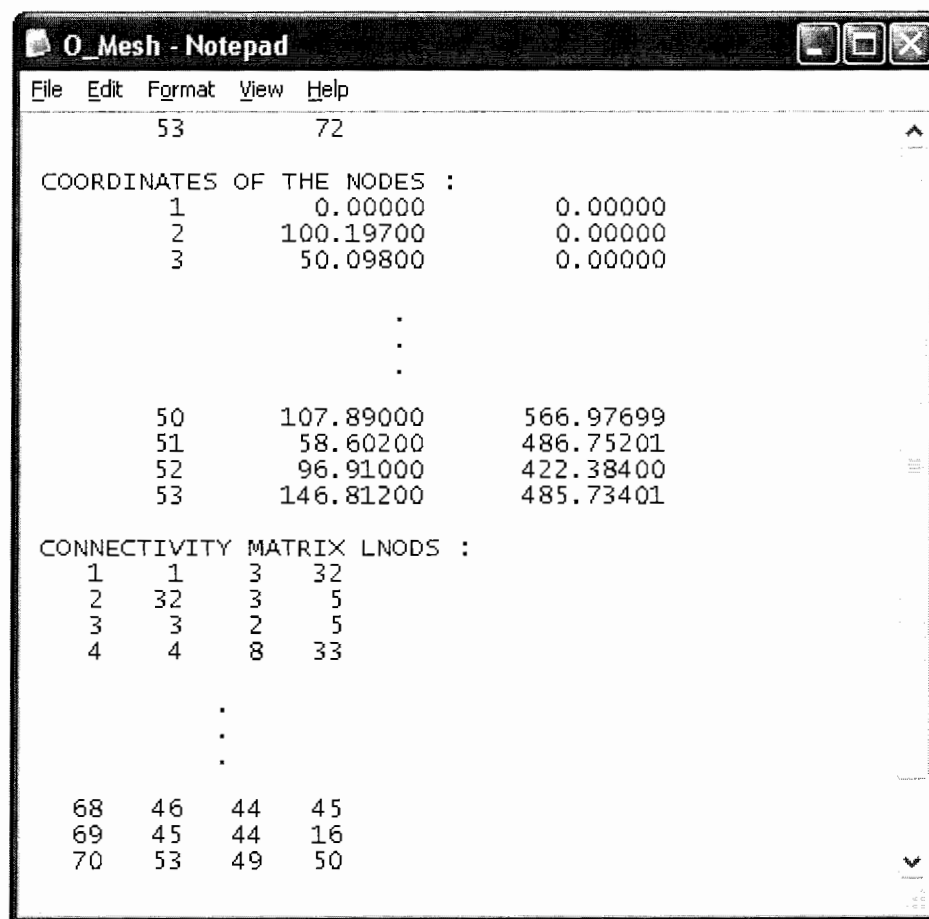
که پارامترهای  $\alpha$ ،  $n_x$ ،  $n_y$  و  $\theta$  در فصل مربوط به مش بندی به طور مفصل تشریح شده اند. نمونه ای از این فایل ورودی در شکل الف-۷ قابل ملاحظه میباشد.



شکل الف-۷ : فایل ورودی *In-backmesh.txt*

### ساختار فایل خروجی *O-mesh.txt*

نمونه ای از این فایل خروجی در شکل الف-۸ قابل ملاحظه است که اطلاعات موجود در آن کاملاً واضح می باشد.



```

O_Mesh - Notepad
File Edit Format View Help
53      72

COORDINATES OF THE NODES :
1      0.00000      0.00000
2      100.19700    0.00000
3      50.09800     0.00000
      .
      .
      .
50      107.89000    566.97699
51      58.60200     486.75201
52      96.91000     422.38400
53      146.81200    485.73401

CONNECTIVITY MATRIX LNODS :
1      1      3      32
2      32     3      5
3      3      2      5
4      4      8      33
      .
      .
      .
68     46     44     45
69     45     44     16
70     53     49     50
    
```

شکل الف-۸: فایل ورودی O-mesh.txt

## الف-۵ بخش اعمال بارها و تکیه گاهها

در این بخش به دو فایل ورودی نیاز است. یکی از آنها همان فایل O-mesh.txt است که در بخش تولید مش بدست آمده است. دیگری فایلی به نام In-loadsupp.txt است. در نتیجه پردازش اطلاعات دو فایل فوق، فایلهایی به نامهای O-load.txt و O-supp.txt تولید می شوند.

### ساختار فایل ورودی In-loadsupp.txt

این فایل ورودی شامل اطلاعات لازم برای معرفی بارها و تکیه گاهها میباشد. سابروتینهای این بخش به گونه ای نوشته شده اند که می توان علاوه بر بارها و تکیه گاههای گرهی، بارهای

متغیر گسترده و همچنین تکیه گاههای گسترده را نیز معرفی کرد. بدین ترتیب برنامه به طور خودکار، سهم نیروی گرهمها را محاسبه کرده و به طور خودکار به آنها اعمال می کند.

در خطوط ابتدایی این فایل ورودی، تعداد بارها و تکیه گاههای نقطه ای و پیوسته معرفی می شوند. سپس در ادامه، مشخصات مربوط به تکیه گاهها و مقادیر بارها تعریف می گردند.

پارامترهای مورد استفاده در این فایل ورودی به شرح ذیل می باشند.

No.Distload بیانگر تعداد بارهای گسترده.

No.Poinload بیانگر تعداد بارهای گرهی.

No.Distsupp بیانگر تعداد تکیه گاههای گسترده.

No.Poinsupp بیانگر تعداد تکیه گاههای نقطه ای.

بار گسترده

Itype	Idir	Fstart	Fend
x1 y1	x2 y2		
k1	k2		

بار نقطه ای

Fx	Fy
x	y

تکیه گاه گسترده

Kindsupp	Idir
x1 y1	x2 y2

تکیه گاه نقطه ای

x y Kindsupp

Itype پارامتری است به شرح زیر:

Itype = 1 → بار در راستای قطعه اسپلین

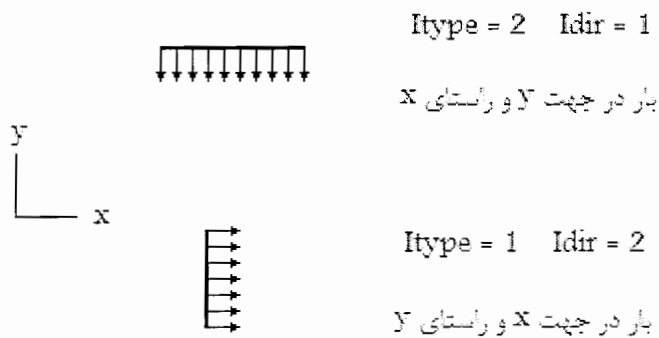
Itype = 2 → بار عمود بر قطعه اسپلین

Idir پارامتری است به شرح زیر:

Idir = 1 → راستای بار در جهت محور طولها

Idir = 2 → راستای بار در جهت محور عرضها

مثال:



```

In_LoadSupp - Notepad
File Edit Format View Help
| No.DistLoad      No.PoinLoad
  2                0
  No.DistSupport   No.PoinSupport
  2                0
--DIST LOAD # 1-----
  2  2            -0.154   -0.154
  0.000000        0.000000   0.000000   650.000000
  1  1
--DIST LOAD # 2-----
  2  1             0.077    0.077
  0.000000        650.000000  650.000000  650.000000
  1  1
--DIST SUPP # 1-----
  1  1
  0.000000        0.000000   650.000000   0.000000
--DIST SUPP # 2-----
  2  2
  650.000000      0.000000   650.000000   650.000000
    
```

شکل الف-۹ : فایل ورودی In-LoadSupp.txt

$k_1, k_2$  پارامترهایی که مشخص میکنند آیا به انتهای قطعه باری وارد میشود یا خیر؟

$k_1, k_2 = 0 \rightarrow$  به انتهای قطعه بار وارد نمیشود

$k_1, k_2 = 1 \rightarrow$  به انتهای قطعه بار وارد میشود

$F_{start}$  و  $F_{end}$  بترتیب مقادیر ابتدایی و انتهایی بار گسترده هستند.



$F_x$  و  $F_y$  به ترتیب مقادیر بار گرهی در نقطه با مختصات  $x$  و  $y$  میباشد.

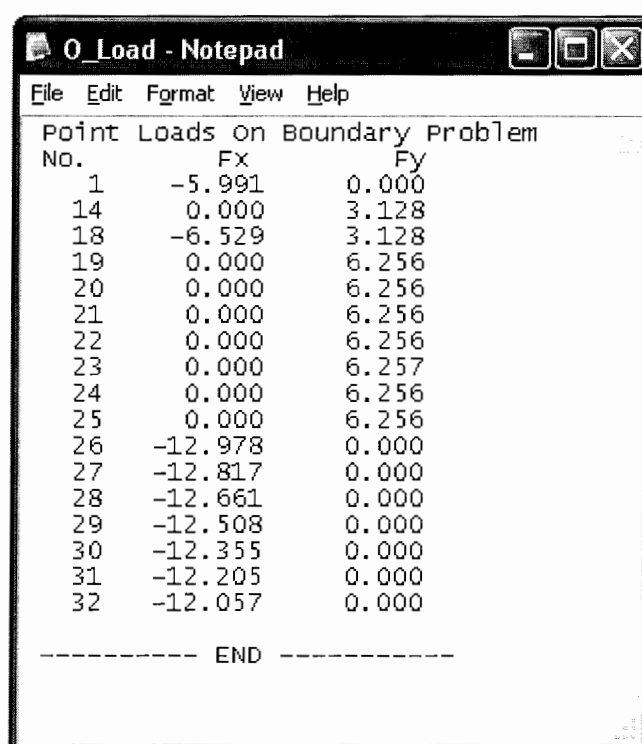
$Kindsupp$  پارامتری است که نوع تکیه گاه را مشخص میکند.

$$Kindsupp = \begin{cases} 1 \rightarrow 01 \quad \bigcirc \\ 2 \rightarrow 10 \quad \square \\ 3 \rightarrow 11 \quad \triangle \end{cases}$$

#### ساختار فایل خروجی O-load.txt

محتویات این فایل اطلاعاتی شامل بارهای گرهی است که به سازه وارد میشود. این بارها در بخش بعدی پردازش اطلاعات وارد سابروتینهای حل مساله تنش/کرنش مسطح شده و در حل مساله بعنوان بخشی از صورت مساله بکار میرود.

نمونه ای از این فایل خروجی در شکل الف-۱۰ نشان داده شده است.



NO.	Fx	Fy
1	-5.991	0.000
14	0.000	3.128
18	-6.529	3.128
19	0.000	6.256
20	0.000	6.256
21	0.000	6.256
22	0.000	6.256
23	0.000	6.257
24	0.000	6.256
25	0.000	6.256
26	-12.978	0.000
27	-12.817	0.000
28	-12.661	0.000
29	-12.508	0.000
30	-12.355	0.000
31	-12.205	0.000
32	-12.057	0.000

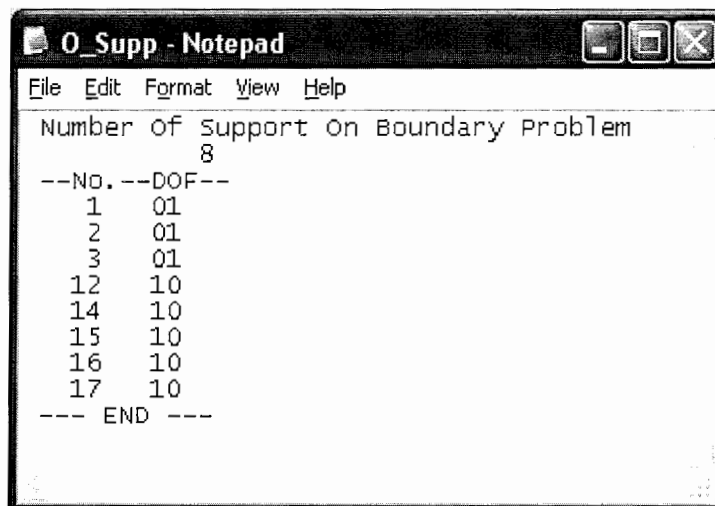
----- END -----

شکل الف-۱۰ : فایل خروجی O-load.txt

#### ساختار فایل خروجی O-supp.txt

محتویات این فایل اطلاعاتی شامل قیود گرهی و تکیه گاهی است. نمونه ای از این فایل خروجی در شکل الف-۱۱ نشان داده شده است.





شکل الف-۱۱ : فایل خروجی O-supp.txt

#### الف-۶ بخش مربوط به حل مساله اجزای محدود

در این بخش به چهار فایل ورودی نیاز است. سه تا از آنها همان فایل‌های O-mesh.txt ، O-load.txt و O-supp.txt میباشند که در بخش قبل بدست آمده اند. دیگری فایلی به نام In-Plane.txt است. در نتیجه پردازش اطلاعات موجود در چهار فایل فوق، فایل‌هایی به نام‌های O-Plane.txt ، O-Stress.txt ، O-Disp.txt و O-Reac.txt تولید می‌شوند.

##### ساختار فایل ورودی In-Plane.txt

در اولین خط اطلاعاتی این فایل ورودی، اطلاعاتی به شرح زیر وارد می‌شوند.

Ntype      Ndofn      Ngaus      Nstre

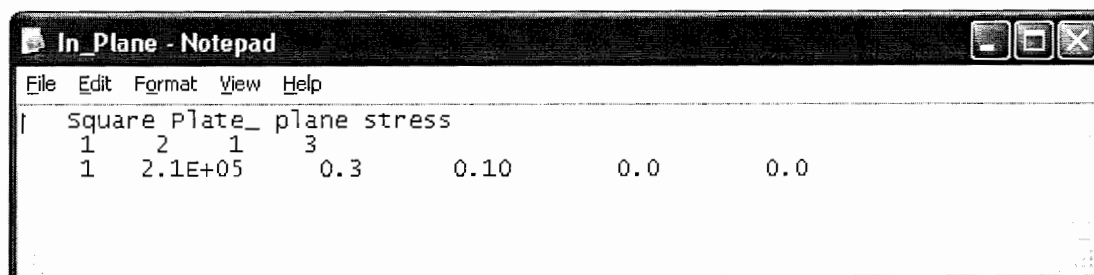
Ntype نوع مساله را مشخص می‌کند. مقدار یک بیانگر مساله تنش مسطح و مقدار دو بیانگر مساله کرنش مسطح می‌باشد.

Ndofn تعداد درجات آزادی

Ngaus تعداد نقاط گوس

Nstre

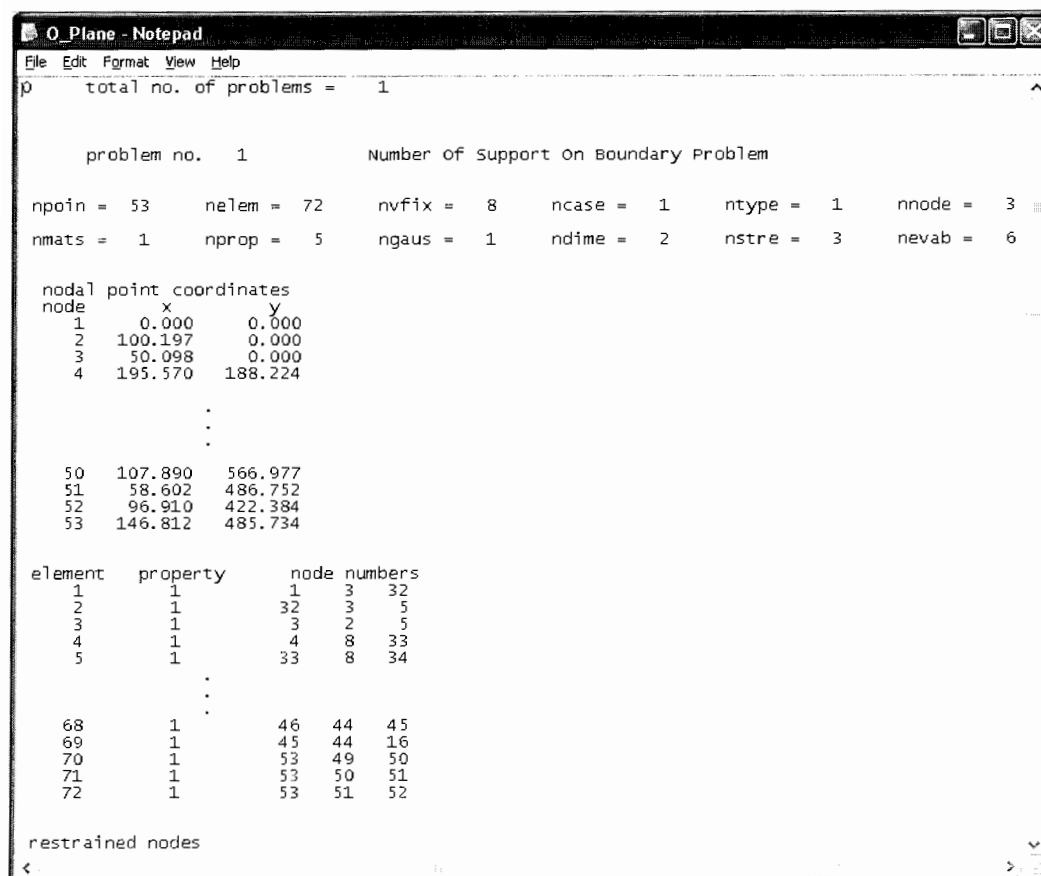
در خطوط بعدی نیز اطلاعات مربوط به مصالح مورد استفاده وارد میشود. نمونه ای از این فایل ورودی در شکل الف-۱۲ نشان داده شده است.



شکل الف-۱۲ : فایل ورودی In-Plane.txt

### ساختار فایل خروجی O-Plane.txt

در این فایل خروجی، اطلاعاتی کلی راجع به مساله حل شده نوشته میشود و نمونه ای از آن در شکل الف-۱۳ قابل ملاحظه است.



شکل الف-۱۳ : فایل خروجی O-Plane.txt

### ساختار فایل خروجی O-Stress.txt

این فایل اطلاعاتی، همانگونه که در شکل الف-۱۴ نشان داده شده است حاوی نتایج محاسبات می‌باشد که شامل تنشهای وارده به المانها است. این تنشها در صفحات مختلف و همچنین تنشهای اصلی ماکزیمم و مینیمم را در بر می‌گیرد.

```

stresses
Og.p. x-coord. y-coord. x-stress y-stress xy-stress z-stress max p.s. min p.s. angle
element no.= 1
1 16.6993 25.9360 0.83601E+00 0.67517E+01 0.10933E+01 0.00000E+00 0.69473E+01 0.64042E+00 -10.1429
element no.= 2
1 59.3030 47.2790 0.10464E+01 0.47968E+01 0.85162E-01 0.00000E+00 0.47987E+01 0.10444E+01 -1.3001
element no.= 3
1 92.7020 21.3430 0.96290E+00 0.96772E+00 0.79335E+00 0.00000E+00 0.17587E+01 0.17196E+00 -44.9129
element no.= 4
1 193.2710 227.7230 0.26888E+01 0.23053E+01 0.20610E+01 0.00000E+00 0.45670E+01 0.42714E+00 42.3419
element no.= 5
1 196.5537 269.6780 0.22211E+01 0.14194E+01 0.16533E+01 0.00000E+00 0.35214E+01 0.11901E+00 38.1858
element no.= 6

```

شکل الف-۱۴ : فایل خروجی O-Stress.txt

```

displacements
node x-disp. y-disp.
1 -0.247187E-01 0.000000E+00
2 -0.248420E-01 0.000000E+00
3 -0.250025E-01 0.000000E+00
4 -0.187497E-01 -0.813227E-03
5 -0.241247E-01 0.206982E-03
6 -0.218361E-01 -0.203983E-03
7 -0.104870E-01 -0.293041E-02
8 -0.158050E-01 -0.149292E-02
.
.
.
36 -0.221969E-01 0.181796E-02
37 -0.190339E-01 0.208131E-02
38 -0.156788E-01 0.336559E-02
39 -0.123654E-01 0.263605E-02
40 -0.929641E-02 0.462310E-03
41 -0.632946E-02 -0.101219E-02
42 -0.549648E-02 -0.326756E-02
43 -0.392449E-02 -0.477151E-02
44 -0.190897E-02 -0.561550E-02
45 -0.917821E-03 -0.579619E-02
46 -0.201211E-02 -0.516181E-02
47 -0.296614E-02 -0.391039E-02
48 -0.367812E-02 -0.205653E-02
49 -0.418974E-02 0.219390E-03
50 -0.468602E-02 0.283745E-02
51 -0.738564E-02 0.425090E-02
52 -0.925859E-02 0.293438E-02
53 -0.678854E-02 0.154182E-02

```

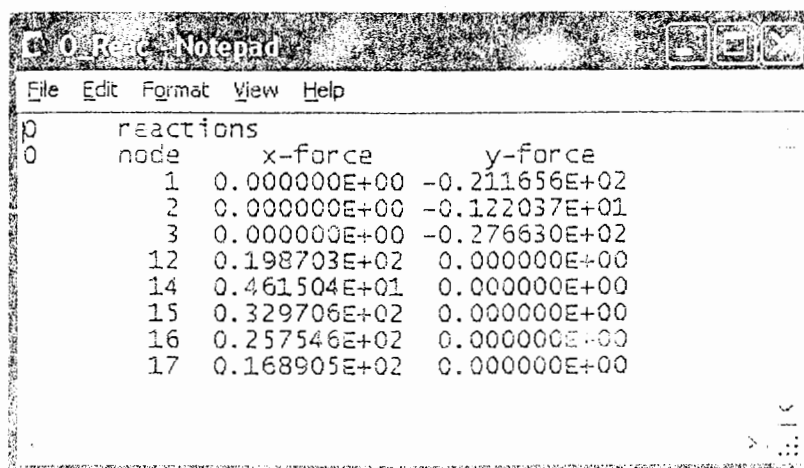
شکل الف-۱۵ : فایل خروجی O-Disp.txt

ساختار فایل خروجی O-Disp.txt

این فایل خروجی، در بر گیرنده اطلاعات مربوط به تغییر مکان گره ها میباشد و در شکل الف-۱۵ نمونه ای از آن نشان داده شده است.

ساختار فایل خروجی O-Reac.txt

این فایل در بر گیرنده اطلاعات مربوط به واکنشهای تکیه گاهی میباشد که در شکل الف-۱۶ نمونه ای از آن نشان داده شده است.



node	x-force	y-force
1	0.000000E+00	-0.211656E+02
2	0.000000E+00	-0.122037E+01
3	0.000000E+00	-0.276630E+02
12	0.198703E+02	0.000000E+00
14	0.461504E+01	0.000000E+00
15	0.329706E+02	0.000000E+00
16	0.257546E+02	0.000000E+00
17	0.168905E+02	0.000000E+00

شکل الف-۱۶ : فایل خروجی O-Reac.txt

الف-۷ بخش مربوط به شرآیند، بهینه سازی

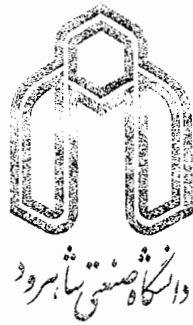
در این بخش از سابروتینهای DOT استفاده شده است و اطلاعات لازم برای این سابروتینها از فایلهای خروجی تولید شده در مراحل قبل برداشته شده و پس از پردازش مربوط به آن وارد این سابروتینها میشوند. در این بخش هیچ فایل ورودی و خروجی تولید نمیشود و این درحالی است که پیچیده ترین و وقتگیرترین بخش محاسبات برای حل مساله بهینه سازی شکل، در این قسمت صورت میگیرد.

## **Abstract:**

Optimization has attracted the attention of many researchers from mathematics, sciences and engineering disciplines, especially, in Structural and Mechanical Engineering. This thesis is devoted to the shape optimization of two dimensional structures with the boundary variation method.

In this research the boundaries of a structure is modeled by making use of the cubic splines where the key points of these splines are considered as the design variables of the optimization problem. By employing this approach the number of design variables of the optimization problem decreases and consequently it is more likely to reach a more accurate optimization solution with a higher convergence speed. Also, it decreases the probability of being trapped in local minima. In the employed method the topology of the structure is fixed and only the boundaries are varied during the optimization process.

As a result of this research a FORTRAN code is developed given the name ShapeOptimizer. This program is able to solve two dimensional plane stress/strain problems where the definition of the boundaries are defined by splines, generation of the finite element meshes, structural analysis and the optimization process is carried out automatically. Several examples are presented to demonstrate the performance of the developed program followed by comparisons and discussion to show the validity and accuracy of the results.



Shahrood University of Technology

M. Sc. THESIS

Structural Engineering Department

Title

**Structural Shape Optimization By Boundary Variation Method**

Supervisor

Dr. B. Hassani

Student

N. Zarif Moghaddam