بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده عمران و معماری

گروه عمران

# بررسی پدیده اندرکنش سیال- سازه باإستفاده از روش عددی گودونو غیرخطی

دانشجو:

**محبوبه معصومی نیا**

استاد راهنما:

**جناب دکتر احمد احمدی**

**پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد**

دیماه ۱۳۹۱

**دانشکده صنعتی شاهرود**

**دانشکده عمران و معماری**

**گروه مهندسی عمران**

پایان نامه کارشناسی ارشد محبوبه معصومی‌نیا

تحت عنوان:

# بررسی پدیده اندرکنش سیال- سازه با استفاده از روش عددی گودونو غیرخطی

درتاریخ                    توسط کمیتهٔ تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و بادرجه                    مورد پذیرش قرار گرفت.

| اساتید راهنما | امضا |
|---|---|
| نام و نام خانوادگی:<br>دکتر احمد احمدی | |

| اساتید داور | امضا | نماینده تحصیلات تکمیلی | امضا |
|---|---|---|---|
| نام و نام خانوادگی: دکتر مهدی عجمی | | نام و نام خانوادگی:<br>دکتر مهدی گلی | |
| نام و نام خانوادگی: دکتر امیرعباس عابدینی | | | |
| نام و نام خانوادگی: | | | |

**تقدیم به:**

**پیشگاه مادر و پدر همیشه مهربانم، آنان که در لحظات سخت و طاقت‌فرسای زندگی نور امیدی در دلم بوده و هستند.**

## تشکروقدردانی

اکنون که این تحقیق ثمره ماه‌ها تلاش و کوشش بی‌وقفه اینجانب در عرصه علم و فن‌آوری در جهت رشد و بالندگی کشور عزیزم ایران است، مرهون زحمات خستگی‌ناپذیر اساتید محترم و همفکری و شراکت معنوی این عزیزان با این حقیر است.

لذا بر خود لازم می‌دانم از جناب آقای دکتر احمد احمدی که همواره با بینش دقیق علمی خود و با روی گشاده بنده را یاری داده‌اند قدردانی نمایم. بحق که بسیاری از دانسته‌های علمی خود را مدیون لطف و عنایت ایشان می‌باشم.

همچنین از رشادت و همفکری عالمانه و فقیهانه جناب آقای دکتر علیرضا کرامت سپاسگزارم و لطف کلیه افراد حقیقی و حقوقی دیگر را در انجام این پروژه به دیده منت دارم.

الهی بر تمامی عزیزانی که از آثارشان استفاده نمودم و دوستانی که در تهیه این مختصر حقیر را یاری نمودند نظری خاص فرما که همگی سخت محتاج آن اکسیر نگاه و کیمیای عشق تو هستیم.

باشد که این تحقیق هر چند ناچیز، مورد استفاده دیگران که در این زمینه فعالیت خواهند کرد قرار گیرد.

**تعهدنامه**

اینجانب محبوبه معصومی‌نیا دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران – گرایش سازه های هیدرولیکی دانشکدهٔ عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسندهٔ پایان نامه "بررسی پدیده اندرکنش سیال- سازه با استفاده از روش عددی گودونو غیرخطی" تحت راهنمایی آقای دکتر احمد احمدی به عنوان استاد راهنما متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحّت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیهٔ حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام "دانشگاه صنعتی شاهرود"و یا " Shahrood University of Technology" به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- درکلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- درکلیه مراحل انجام پایان نامه، در مواردی که به حوزهٔ اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ :

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیهٔ حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

# چکیده

هرگاه جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگری تغییر شرایط دهد، جریان غیرماندگاری مابین دو جریان ماندگار بوجود می‌آید که جریان ما بین را جریان میرا یا گذرا می نامند، بر این اساس ضربه قوچ نوعی جریان گذراست که در خطوط لوله ایجاد می‌گردد. در حین ایجاد این پدیده نیروهای دینامیکی قابل توجهی به سازه لوله وارد می‌شود، چنانچه این نیروها باعث حرکت شبکه لوله‌ها شوند پدیده‌ای به نام تداخل سیال ـ سازه اتفاق خواهد افتاد. این پدیده عبارت از انتقال نیروها و اندازه حرکت ما بین سازه لوله و سیال درون آن است که توسط تغییرات شدید دبی جریان و فشار سیال و یا توسط عوامل مکانیکی در سیستم لوله ایجاد می‌گردد. این پدیده نخستین بار توسط اسکالاک، مورد بررسی قرار گرفت، وی برای این منظور از معادلات تداخلی حاکم بر ضربه قوچ استفاده نمود.

معادلات حاکم بر این پدیده از نوع هذلولوی می‌باشند، در گذشته، جهت تحلیل این پدیده و حل معادلات آن از روش خطوط مشخصه استفاده می‌نمودند، اما در مواردی همچون روبرویی با سیستم معادلات غیرخطی و یا وجود ترم‌های پیچیده در مدل، استفاده از این روش با محدودیت‌هایی همراه است. لذا در این پایان‌نامه برای مدلسازی، روش عددی گودونو مورد توجه و استفاده قرار گرفته است. این مدل بر مبنای تئوری مسائل ریمان و مقدار شار محاسبه شده در وجه مشترک سلول‌ها بنا شده‌است. در این روش، نحوه اعمال شرایط مرزی مانند وجود مخزن، شیر و ... همانند روش خطوط مشخصه می‌باشد. در این مدلسازی اثر اصطکاک نیز با در نظر گرفتن مدل‌های اصطکاکی ناماندگار، منظور شده‌است.

در نهایت برای ارزیابی نتایج مدل، مدل توسعه یافته با آزمون‌های آزمایشگاهی موجود و نتایج تحلیلی ارائه شده توسط محققین قبلی مقایسه شده است. نتایج بدست آمده حاکی از آن است که

روش عددی حجم محدود گودونو، در زمینه تحلیل سیستم معادلات هذلولوی برای اعداد کورانت کمتر از یک پایدار بوده و کارا می‌باشد.

کلمات کلیدی: جریان ناماندگار، ضربه قوچ، روش عددی گودونو، اندرکنش سیال ـ سازه، اصطکاک ناماندگار

**مقالات ارائه شده:**

۱- بررسی اندرکنش سیال- سازه در شبکه لوله‌ها با استفاده از روش گودونو غیرخطی- هفتمین کنگره ملی مهندسی عمران- زاهدان- اردیبهشت ۱۳۹۲(ارائه شده است)

# فهرست مطالب

**عنوان** **صفحه**


## فصل اول: مقدمه

۱-۱- طرح موضوع ..... ۱

۱-۲- اهداف تحقیق ..... ۲

۱-۳- ساختار پایان نامه ..... ۴

## فصل دوم: آشنایی با پدیده ضربه قوچ و FSI

۲-۱ – مقدمه ..... ۶

۲-۲- تشریح پدیده ضربه قوچ ..... ۶

۲-۳- انواع ضربه قوچ ..... ۸

۲-۴- اثرات ناشی از ضربه قوچ ..... ۹

۲- ۵- جدایی ستون مایع ..... ۱۰

۲-۶- پدیده اندرکنش سیال - سازه ..... ۱۱

۲-۶-۱- تاریخچه پدیده اندرکنش سیال ـ سازه ..... ۱۱

۲-۶-۲- تشریح پدیده اندرکنش سیال ـ سازه ..... ۱۲

۲-۷- آنالیز تداخلی سیال ـ سازه ..... ۱۳

۲-۷-۱- انواع مدلسازی کوپله ..... ۱۳

۲-۷-۲- مکانیزم‌های کوپله ..... ۱۴

۲-۷-۳- اثر تداخلی پواسون ..... ۱۵

۲-۷-۴- اثر تداخلی اتصال ..... ۱۵

۲-۷-۵- تفاوت اثر تداخلی اتصال و پواسون ..... ۱۵

۲-۷-۶- اثر تداخلی اصطکاک ........ ۱۶

## فصل سوم: روش‌های مدلسازی

۳-۱- مقدمه ........ ۱۷
۳-۲- روشهای مدلسازی ........ ۱۷
۳-۲-۱- روش ترسیمی ........ ۱۸
۳-۲-۲- روش مشخصه ........ ۱۹
۳-۲-۳- روش ریاضی ........ ۲۱
۳-۲-۴- روش تفاضل محدود ........ ۲۲
۳-۲-۵- روش اجزا محدود ........ ۲۳
۳-۲-۶- روش حجم محدود ........ ۲۴

## فصل چهارم: روش عددی گودونو

۴-۱- مقدمه ........ ۲۸
۴-۲- تشریح روش عددی گودونو ........ ۲۸
۴-۲-۱- گامهای حل به روش گودونو ........ ۲۹
۴-۳- مسأله ریمان ........ ۳۲
۴-۴- فرمول بندی مدل مرتبه اول گودونو ........ ۳۶
۴-۵- فرمول بندی مدل مرتبه دوم گودونو ........ ۳۷
۴-۵-۱- محدود کننده ها ........ ۳۸
۴-۵-۲- انواع توابع محدود کننده ........ ۳۹
۴-۵-۲-۱- تابع محدود کننده CHARM ........ ۴۰
۴-۵-۲-۲- تابع محدود کننده HCUS ........ ۴۱
۴- ۵-۲-۳- تابع محدود کننده HQUICK ........ ۴۱

۴- ۵- ۲- ۴- تابع محدود کننده KOREN ۴۲
۴-۵- ۲- ۵- تابع محدود کننده MINMOD ۴۲
۴- ۵- ۲- ۶- تابع محدود کننده OSPRE ۴۳
۴ - ۴- ۲- ۷- تابع محدود کننده SMART ۴۳
۴-۵-۲- ۸- تابع محدود کننده SUPERBEE ۴۴
۴ - ۵-۲-۹- تابع محدود کننده SWEBY ۴۴
۴- ۵ -۲-۱۰- تابع محدود کننده UMIST ۴۵
۴- ۵-۲-۱۱- تابع محدود کننده VAN LEER ۴۵
۴-۶- مدلسازی اصطکاک ناپایدار ۴۶
۴-۶-۱- مدلسازی اصطکاک ۴۶
۴-۶-۱-۱- مدل اصطکاکی زیلکه ۴۷
۴-۶-۱-۲- مدل اصطکاکی تریخا ۴۸
۴ -۶-۱-۳- مدل اصطکاکی برونون ۴۸
۴-۶-۱-۴- مدل واردی و براون ۵۰
۴-۶-۱-۵- مدل زارسکی ۵۰

## فصل پنجم: تشریح معادلات حاکم و الگوریتم حل آنها به روش گودونو

۵-۱- مقدمه ۵۲
۵-۲- بیان معادلات حاکم ۵۲
۵-۳- حل با روش گودونو مرتبه اول ۵۵
۵-۴- حل با روش گودونو مرتبه دوم ۵۶
۵- ۵- شرایط مرزی ۵۷
۵-۶- شرط پایداری ۶۰

۵-۷- تشریح الگوریتم حل معادلات حاکم با استفاده از نرم افزار MATLAB ........ ۶۰
۵-۷-۱- گام‌های متشکله الگوریتم ........ ۶۰

## فصل ششم: نتایج مدلسازی عددی به روش گودونو غیرخطی و مقایسه آن با سایر روش های عددی و آزمایشگاهی

۶-۱- مقدمه ........ ۶۳
۶-۲- مدلسازی اصطکاک ........ ۶۳
۶-۳- نتایج عددی ........ ۶۴
۶-۳-۱- تأثیر ضریب اصطکاک لوله در میزان نوسانات فشار ........ ۶۶
۶-۴- معادلات حاکم بر پدیده اندرکنش سیال ـ سازه ........ ۷۰
۶-۴-۱- بیان شرایط مرزی ........ ۷۲
۶-۴-۱-۱- شرایط مرزی پایین‌دست ........ ۷۲
۶-۴-۱-۲- شرایط مرزی بالادست ........ ۷۲
۶-۴-۲-کوپله اتصال ........ ۷۲
۶-۴-۲-۱- صحت سنجی نتایج با آزمون آزمایشگاهی ........ ۷۶
۶-۴-۲-۱-۱- مسأله مرجع اول آزمایشگاه Delft ........ ۷۶
۶-۴-۳- مقایسه نتایج در حالت غیرخطی ........ ۷۸
۶-۴-۳-۱- آزمون اصطکاکی ........ ۷۸
۶-۴-۳-۲- تأثیر تابع محدود کننده بر میزان نوسانات ........ ۹۳
۶-۴-۴- کوپله پواسون ........ ۹۴
۶-۵- نتیجه گیری ........ ۹۹

**فصل هفتم: جمع‌بندی و نتیجه‌گیری**

۷-۱- مقدمه ........................................................................ ۱۰۱

۷-۲- نتایج ........................................................................ ۱۰۱

۷-۳- پیشنهادات ........................................................................ ۱۰۳

منابع ........................................................................ ۱۰۴

چکیده انگلیسی

## فهرست اشکال صفحه


شکل ۳-۱- دستگاه مختصات h-v برای روش ترسیمی ........ ۱۸
شکل ۳-۲- موقعیت خطوط مشخصه نسبت به گره‌های شبکه ........ ۲۰
شکل ۴-۱- نمایی از یک سلول محاسباتی و مرزهای اطراف آن ........ ۲۹
شکل ۴-۲- محدود کننده‌های شیب ........ ۳۷
شکل ۴-۳- محدود کننده شار ........ ۳۹
شکل ۴-۴- محدوده مجاز برای محدود کننده روش‌های تی ـ وی ـ دی مرتبه دوم ........ ۴۰
شکل۴-۵- تابع محدود کننده CHARM ........ ۴۰
شکل۴-۶- تابع محدود کننده HCUS ........ ۴۱
شکل۴-۷- تابع محدود کننده HQUICK ........ ۴۱
شکل۴-۸- تابع محدود کننده KOREN ........ ۴۲
شکل۴-۹- تابع محدود کننده MINMOD ........ ۴۲
شکل۴-۱۰- تابع محدود کننده OSPRE ........ ۴۳
شکل۴-۱۱- تابع محدود کننده SMART ........ ۴۳
شکل۴-۱۲- تابع محدود کننده SUPERBEE ........ ۴۴
شکل۴-۱۳- تابع محدود کننده SWEBY ........ ۴۴
شکل۴-۱۴- تابع محدود کننده UMIST ........ ۴۵
شکل۴-۱۵- تابع محدود کننده VAN LEER ........ ۴۵
شکل ۵-۱- شرایط مرزی مرتبه دوم ........ ۵۸
شکل ۶-۱- مقایسه تغییرات فشار در محل شیر در مدلMOC و نتایج تجربی ........ ۶۵
شکل ۶-۲- مقایسه تغییرات فشار در محل شیر به روش گودونو ........ ۶۵
شکل ۶-۳- تغییرات فشار در محل شیر برای حالات مختلف اصطکاک ........ ۶۷

شکل ۶-۴- تغییرات فشار در وسط لوله برای حالات مختلف اصطکاک ........................................... ۶۷

شکل ۶-۵- ساختار مساله ریمان برای ناپیوستگی تماسی ........................................... ۷۴

شکل ۶-۶- سیستم مخزن- لوله- شیر در آزمایش تایسلینگ ........................................... ۷۶

شکل ۶-۷- هد فشاری در گره شیر در حالت کوپله اتصال ........................................... ۷۸

شکل ۶-۸- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر حالت اصطکاکی مدل برونون۱با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۷۹

شکل ۶-۹- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر، حالت اصطکاکی مدل برونون۲ با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۸۰

شکل ۶-۱۰- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر، حالت اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۸۰

شکل ۶-۱۱- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر،مدل اصطکاکی برونون۱و۲.................. ۸۱

شکل ۶-۱۲- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر حالت اصطکاکی مدل برونون ۱ با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۹۰

شکل ۶-۱۳- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر، حالت اصطکاکی مدل برونون۲ با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۹۰

شکل ۶-۱۴- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر، حالت اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۹۱

شکل ۶-۱۵- مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر، حالت بدون اصطکاک با نتایج آزمایشگاهی ........................................... ۹۱

شکل ۶-۱۶- هد فشاری در گره شیر در حالت کوپله اتصال با اصطکاک و بدون اصطکاک ................ ۹۲

شکل ۶-۱۷- مقادیر فشار در گره شیر با اعمال محدودکننده MINMOD در کوپله اتصال(مدل مرتبه دوم) ........................................... ۹۳

شکل ۶-۱۸- مقادیر فشار در گره شیر بدون اعمال محدودکننده MINMOD در کوپله اتصال (مدل مرتبه اول) ........ ۹۳

شکل ۶-۱۹- نتایج تحلیلی مقادیر فشار در گره شیر در کوپله اتصال ........ ۹۴

شکل ۶-۲۰- مقادیر فشار در گره شیر در حالت کوپله پواسون ........ ۹۵

شکل ۶-۲۱- محاسبه فشار در حالت کوپله پواسون در حالت مدل اصطکاکی شبه پایدار ........ ۹۶

شکل ۶-۲۲- مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت مدل اصطکاکی برونون۱و نتایج تجربی ........ ۹۶

شکل ۶-۲۳- مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت مدل اصطکاکی برونون۲و نتایج تجربی ........ ۹۷

شکل ۶-۲۴- مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت مدل شبه پایدار دارسی وایسباخ و نتایج تجربی ۹۷

شکل ۶-۲۵- مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت بدون اصطکاک و نتایج تجربی ........ ۹۸

## فهرست جداول صفحه

جدول ۶-۱- مشخصات آزمون آزمایشگاهی ........................................ ۶۴

جدول ۶-۲- مقایسه فشارهای ایجاد شده در سیستم برای حالات مختلف ضریب اصطکاک................. ۶۹

جدول ۶-۳- مشخصات آزمون انجام شده توسط محققین آزمایشگاه Delft ........................................ ۷۷

جدول ۶-۴- مقایسه فشارهای ایجاد شده در سیستم برای مدل‌های اصطکاکی مختلف در حالت کوپله اتصال ........................................ ۸۱

جدول ۶- ۵- مقایسه فشارهای ایجاد شده در سیستم برای مدل‌های اصطکاکی مختلف در حالت کوپله پواسون ........................................ ۹۸

# مقدمه

# فصل اول

## ۱-۱- مقدمه

از نظر فیزیکی تشکیل پدیده اندر کنش سیال ـ سازه در اثر ایجاد جریان گذرایی همچون ضربه قوچ در سیال درون سیستم است، این مسأله نیروهای قابل ملاحظه‌ای به سیستم سازه‌ای شبکه وارد می کند که این نیروها باعث حرکت و ارتعاش سیستم می‌شوند. لکن در مرحله بعد این نیروهای سازه‌ای هستند که با تأثیرگذاری متقابل بر امواج فشاری سیال مجدداً بر پارامترهای هیدرولیکی سیال تأثیر می‌گذارند. در نتیجه این فعل و انفعالات، اثرات تخریبی و ویران کننده‌ای به سیستم سازه‌ای وارد می شود که بی‌توجهی به آن‌ها عواقب بسیاری را به همراه می‌آورد. به همین دلیل اثرات این پدیده همواره مورد توجه محققین بوده‌است.

لذا در این تحقیق بر آن شدیم تا به بررسی این پدیده و حل معادلات حاکم بر آن بپردازیم با توجه به این مطلب که معادلات حاکم از نوع دیفرانسیل پاره ای هذلولوی می‌باشند. موضوع بحث معطوف به حل این معادلات می‌باشد.

تداخل سیال ـ سازه در شبکه لوله‌ها، اولین بار توسط اسکالاک در سال ۱۹۵۶ با ارائه معادلات تداخلی حاکم بر ضربه قوچ مطرح گردید[۳۴]. پس از آن این موضوع به طور پیوسته مورد بررسی قرار گرفت و روش‌های مختلفی اعم از کوپله، نیمه کوپله و الگوریتم‌های مختلفی جهت مدلسازی عددی آن ارائه گردید. از مهمترین آن‌ها می‌توان به روش خطوط مشخصه اشاره کرد، با اینکه این روش در حل بسیاری از معادلات هذلولوی شناخته شده و کاربرد دارد اما با محدودیت‌هایی همراه است از جمله این محدودیت‌ها می‌توان به عدم توانمندی این روش در مسائل سه بعدی و یا مسائلی اشاره نمود که در آن جملات غیرخطی حضور دارند.

روش به کار برده شده در این پایان‌نامه روش عددی گودونو می‌باشد که جایگزینی برای روش مشخصه می‌باشد. همچنین می‌توان گفت که پدیده اندرکنش سیال- سازه یکی از مسائل انتشار امواج

می‌باشد و بسیاری از این مسائل به صورت غیرخطی می‌باشند که می‌توان برای نمونه به وجود ترم انتقال گرما در سیستم‌های گرمایشی یا وجود ترم اصطکاک در معادلات حاکم بر پدیده ضربه قوچ و اندرکنش سیال- سازه اشاره نمود، از آنجا که روش خطوط مشخصه توانایی بالایی برای حل این مسائل ندارد و با پیچیدگی‌هایی همراه است، به دنبال روشی برای حل این مسائل به تشریح روش عددی گودونو پرداخته شده است.  همچنین لازم به ذکر است که این روش در سال گذشته و توسط یکی از دانشجویان [۶۷] در حالت خطی مورد بررسی قرار گرفته شده است..

## ۱-۲- اهداف تحقیق

ارائه مدل ریاضی و حل عددی مسأله تداخل سیال- سازه ناشی از ضربه قوچ در یک سیستم مخزن- لوله- شیر که لوله مستقیم می‌باشد، به صورت یک مسأله غیرخطی و با روش عددی گودونو هدف اصلی این پایان‌نامه می‌باشد.

مکانیزم‌های مهمی که تا کنون برای تشریح این اثر تداخلی ارائه شده است، به صورت خطی و شامل مکانیزم کوپله اتصال و کوپله پواسون می‌باشد، اما در این تحقیق اثر تداخلی اصطکاک- اتصال و اصطکاک- پواسون و همچنین مکانیزم کوپله اتصال و پواسون به صورت غیرخطی مدنظر می‌باشد. این مکانیزم‌ها به صورت عددی مدلسازی شده و نتایج به صورت عددی ارائه شده‌اند.

در این تحقیق خواننده ممکن است با سوالات ذیل مواجه شود که با خواندن متن امید است پاسخ آن‌ها را بیابد:

**۱- چرا برای مدلسازی از روش عددی گودونو استفاده شده است؟**

در گذشته استفاده از روش خطوط مشخصه جهت تحلیل و بررسی اثر تداخلی سیال- سازه همواره مد نظر بوده است. لکن در مواردی همچون روبرویی با سیستم معادلات غیرخطی این روش

علی رغم دقت بالا با محدودیت‌هایی همراه است. لکن این امر باعث توجه محققین به استفاده از روش‌های عددی دیگر جهت حل این سیستم معادلات شده است.

## ۲- چرا استفاده از مدل‌های اصطکاکی و لحاظ کردن آن‌ها در معادلات دارای اهمیت است؟

لوله‌ها، هر چند هم که صاف باشند همواره دارای زبری سطحی هستند که در مقابل جریان سیال از خود مقاومت نشان می‌دهند. علاوه بر این به مرور زمان، میزان زبری لوله‌ها بر اثر مواردی همچون: رسوبات، فرسوده شدن و ... افزایش می‌یابد و لذا دیگر ضریب اصطکاک ثابت نیست. در این تحقیق این ضریب متغیر و میزان اهمیت این پارامتر در میزان نوسانات مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۳- حالت غیرخطی در این پایان نامه چگونه اعمال شده است؟ترم غیرخطی در نظر گرفته شده در این تحقیق چیست؟

هرگاه ترم منبع در معادلات صفر در نظر گرفته شود، معادله همگن نامیده می‌شود و با فرمولاسیون گودونو به حل آن می‌پردازیم. اما زمانی که این ترم صفر نباشد باید از روش‌هایی برای حل آن‌ها بهره برد که در این تحقیق به آن روش‌ها اشاره می‌شود.

## ۴- نقش عدد کورانت در حل مسائل چیست؟

توجه به شرط پایداری یکی از مطالب بسیار مهمی است که باید در روش‌های صریح همواره مد نظر داشت. چراکه هرگاه عدد کورانت از محدوده معینی تجاوز کند، روش عددی گودونو دیگر قابلیت جواب‌دهی دقیق را نخواهد داشت.

**۵- با توجه به روبرو بودن با دو ساختار متفاوت در پدیده اندرکنش سیال- سازه چگونه به حل این مسائل در محیط برنامه‌نویسی پرداخته می‌شود؟**

در بررسی و حل مسائل ضربه قوچ، از یک مش محاسباتی استفاده می‌شود. اما در پدیده اندرکنش سیال- سازه به علت روبرو بودن با دو ساختار متفاوت از امواج با سرعت‌های متفاوت، شامل امواج فشاری سیال و سازه، دیگر نمی‌توان از یک مش محاسباتی استفاده نمود.

## ۱-۳- ساختار پایان‌نامه

در این پایان‌نامه، پس از بیان کلیاتی در مورد اهمیت بررسی و مدلسازی ضربه قوچ و معرفی پدیده‌های دخیل در آن، در فصل دوم پس از تشریح ضربه قوچ و اندرکنش سیال- سازه، به بیان تاریخچه مدلسازی این پدیده و کارهای انجام شده توسط محققین پیشین و با تأکید بر مدل‌های عددی پرداخته می‌شود. در فصل سوم انواع روش‌های مدلسازی معرفی می‌گردد و بهترین روش برای حل معادلات پدیده اندرکنش سیال- سازه ارائه می‌گردد. در فصل چهارم روش عددی گودونو به عنوان روشی برای شبیه‌سازی و حل معادلات هذلولوی معرفی و تشریح می‌گردد، علاوه بر آن از آنجا که حل معادلات با پراکندگی‌های عددی همراه بود برای تعدیل این پراکندگی‌ها و عدم نوسان در طرح‌ها به تعریف محدود کننده‌ها و استفاده از آن‌ها پرداخته‌ایم. در فصل پنجم معادلات حاکم بر پدیده اندرکنش سیال- سازه و ضربه قوچ معرفی می‌گردد و پس از آن با الگوریتم روش عددی گودونو تشریح شده در فصل قبل، به حل این معادلات پرداخته می‌شود. در فصل ششم نتایج حاصل از مدلسازی با سایر روش‌های عددی و آزمایشگاهی مقایسه می‌گردد. در نهایت فصل هفتم جمع بندی، نتیجه‌گیری و پیشنهادات ادامه کار را در بر دارد.

# فصل دوم

# تشریح پدیده ضربه قوچ

# و

# FSI

## مقدمه

ضربه قوچ[1] یا همان چکش آبی در خطوط لوله جریان تحت فشار اتفاق می‌افتد و بر قوانین فشار، تغییرات دبی و شرایط مکانی و زمانی حرکت سیال استوار است. در برخی سامانه‌های هیدرولیکی تحت فشار، مانند خطوط انتقال آب، نفت یا شبکه‌های توزیع و لوله‌های آب منتهی بر توربین‌ها، تونل‌های آبی، سامانه‌های پمپاژ و جریان‌های ثقلی، پدیده ضربه قوچ با ایجاد موج‌های سریع و زودگذر و میرا موجب خطرات گوناگونی می‌شود. در برخی مواقع قدرت این موجها به حدی است که نتایج وخیمی به بار می‌آورد، همانند ترکیدن خطوط لوله در سامانه‌ی انتقال آب و یا خرابی و شکسته‌شدن شیرها، دریچه‌های کنترل و تلمبه‌ها و ... .

از این گونه حوادث فراوان مشاهده شده‌است و همه ساله خسارات زیادی را به سامانه‌های جریان تحت فشار تحمیل می‌نماید. در ادامه برخی مفاهیم تعریف می‌گردد.

## ۲-۲- تشریح پدیده ضربه قوچ

پیش از توضیح در رابطه با ضربه قوچ نخست باید با نوعی جریان تحت عنوان جریان غیرماندگار آشنا شد. در ساده‌ترین طبقه بندی از جریان آب در کانال‌ها، جریان ماندگار به جریانی گفته می‌شود که در آن مشخصات جریان از قبیل دبی، سرعت و ... بر حسب زمان، در یک مقطع معین ثابت باشد حال اگر این مشخصات در یک مقطع معین بر حسب زمان ثابت نباشد جریانی تحت عنوان جریان غیرماندگار شکل خواهدگرفت[۶۳].

اگر در حالت پایدار در برآورد پارامترهای مختلف از قبیل افت فشار ناشی از اصطکاک لوله و یا افت فشار فرعی مربوط به متعلقات لوله‌ها اشتباهی رخ دهد ممکن است سیستم نتواند آب مورد

1-Water hammer

نیاز را با فشار مطلوب تأمین کند در حالی که این مسأله در حالت جریان غیرماندگار مشکلات جدی در خطوط انتقال و توزیع بوجود می‌آورد.

جریانات غیرماندگار را می‌توان به دو طبقه کلی دسته‌بندی کرد:

- جریان شبه پایدار[1]: به جریانی گفته می‌شود که رفتار سیال از اینرسی و آثار کشسانی تأثیر نمی‌پذیرد. در این نوع از جریان، تغییرات دبی و فشار در طول زمان آرام است و بعد از طی زمانی کوتاه جریان ماندگار برقرار می‌شود.  مانند تخلیه یک مخزن بزرگ و یا پایین افتادن سطح آب یک دریاچه و ... .

- جریان ناماندگار واقعی: در این نوع از جریان عامل اینرسی به‌تنهایی و یا همراه با اثر کشسانی نقش مؤثر ایفا می‌کنند. ترم‌های اینرسی به اجزای معادله اندازه حرکت حاکم اطلاق می‌شود که شامل تغییرات سرعت در زمان یا مکان باشند در حالی که اثر کشسانی خود را در معادله بقای جرم نشان می‌دهد.

هرگاه جریان از یک حالت ماندگار به حالت ماندگار دیگری تغییر شرایط دهد جریان غیرماندگار مابین را جریان میرا یا گذرا می‌نامند، ضربه قوچ نیز نوعی جریان گذراست که در خطوط لوله ایجاد می‌گردد.

زمانی که سیال درون یک مسیر بسته در حال جریان باشد و کند شدن و یا توقف ناگهانی سرعت جریان بوجود آید، پدیده ضربه قوچ مشاهده خواهد شد. نظیر مواقعی که در مسیر لوله شیری قرار گرفته‌باشد و به وسیله آن تغییری در سطح خروجی جریان ایجاد شود. وقتی که یک شیر را در مسیر خط لوله و جریان به سرعت می‌بندیم، جریان درون شیر کاسته می‌شود. این عمل افزایش هد در سمت ورودی شیر را به دنبال خواهد داشت و ضربه‌ای ناشی از فشار زیاد را ایجاد می‌کند

1-Quasi-steady

که در بالادست جریان با سرعت موج صوتی a، تقویت می‌شود. نتیجه این ضربه فشاری کاهش سرعت جریان می‌باشد. درسمت دیگر شیر، فشار کاهش خواهد یافت و موج فشار کاسته شده با سرعت موج a، به طرف پایین دست جریان حرکت می‌کند که این نیز کاهش سرعت را به‌همراه دارد. اگر سرعت بسته شدن به اندازه کافی سریع و فشار حالت پایدار به مقدار کافی کم باشد،ممکن است در پایین‌دست شیر، مایع تبخیر شود در نتیجه تقطیر ناگهانی بخارات منجر به ایجاد یک موج افزاینده فشار خواهد شد.[۶۱].

## ۲-۳- انواع ضربه قوچ

پدیده ضربه قوچ را بر اساس نحوه ایجاد آن می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی کرد[۲۸]:

۱- ضربه قوچ ناشی از باز و بسته شدن شیر[1]

بسته شدن سریع شیرهای قطع و وصل، در بالادست شیر موجب شروع ضربه قوچی با فشار مثبت و در پایین دست شیر، موجب شروع ضربه قوچی با فشار منفی می‌شود، موج فشار منفی در پایین دست شیر باعث گسیخته‌شدن ستون آب در خط لوله می‌شود، به این گسیختگی که اغلب به علت بسته شدن بسیار سریع شیرهای قطع و وصل و یا شکسته‌شدن و افتادن ناگهانی دیسک شیرهای کشویی اتفاق می‌افتد گسیختگی متراکم گفته می‌شود.

این نوع گسیختگی در نقاط مرتفع خط لوله نیز ایجاد می‌شود ویژگی اصلی این نوع گسیختگی آن است که همه و یا بیشتر مقطع خط لوله را بخار آب و یا هوا اشغال می‌کند. بستن شیر در انتهای یک خط لوله نیز بطور ناگهانی (در مدت زمانی کمتر از زمانی که طول می‌کشد تا موج در لوله رفت و برگشت کند) می‌تواند موجب ایجاد موج فشاری شود. موج فشاری در باز کردن ناگهانی معمولاً دارای اهمیت چندانی نیست.

1- valve-Induced  Water Hammer

۲- ضربه قوچ ناشی از فضاهای خالی[1]

فضاهای خالی موجود در جریان آب لوله می‌تواند موجب جدایی ستون آب شود و در نهایت رسیدن این فضاهای خالی به منطقه فشار مثبت منجر به کاویتاسیون شود.

۳- ضربه قوچ ناشی از تخلیه سریع[2]

این مورد از ضربه قوچ همان‌طور که از نامش پیداست در تخلیه سریع اتفاق می‌افتد. در این حالت افزایش ناگهانی سرعت می‌تواند موجب تغییر در فشار و در نهایت ایجاد امواج نوسانی شود که در صورت شدت داشتن ممکن است به جدار لوله و سایر تجهیزات آسیب رساند.

۴- ضربه قوچ ناشی از میعان [3]

این مورد توسط میعان سریع بخار موجود در جریان آب اتفاق می‌افتد هنگامی که بخار موجود در لوله بر روی سطح آب جریان پیدا کند، موجب موجدار شدن سطح آب می‌شود. اگر یکی از این امواج به بالای لوله برخورد کند، یک حباب بخار محاصره می‌شود. میعان بخار آب موجب از بین رفتن حباب و ایجاد موج فشاری خواهد شد.

## ۲-۴- اثرات ناشی از پدیده ضربه قوچ

تغییرات فشار در یک سیستم خط لوله باعث ایجاد جابجایی‌های دینامیکی در سازه لوله می‌شود، این جابجایی‌ها در جهت طولی[4] و جانبی[5] هستند. این لرزه‌های سازه‌ای می‌توانند باعث ایجاد نیروهای قابل ملاحظه‌ای در تکیه‌گاه‌ها شوند.

1 - Void-Induced Water Hammer
2 - Flashing-Induced Water Hammer
3 - Condensate-Induced Water Hammer
4 - Longitudinal displacements
5 - Lateral displacements

ضربه قوچ همچنین می‌تواند باعث ایجاد فشارهای زیاد و یا کم در لوله شود. فشارهای اضافی می‌توانند خسارت‌هایی به پمپ‌ها، شیرها و دیگر متعلقات خطوط وارد کنند و یا باعث شکستگی خطوط لوله شوند. فشار کم باعث آزادسازی هوای محلول سیال می‌شود که اگر این فشار به فشار بخار سیال رسد به تبخیر شدید سیال منجر می‌شود. فشار کم داخل لوله می‌تواند به خرابی لوله بیانجامد.

ارتعاشات ناشی از ضربه قوچ می‌تواند اثرات قابل توجهی در خطوط لوله ایجاد کند. این ارتعاشات از آنجا ناشی می‌شود که برخی جریان‌های متناوب باعث تهییج تجهیزات خطوط لوله در فرکانسی نزدیک به فرکانس طبیعی آن‌ها می‌شود. در این حالت، تنش‌ها و تغییر شکل‌های بزرگی همراه با سر و صدا اتفاق می‌افتد که ممکن است سیستم را دچار مشکل کند[۶۲].

## ۲-۵- جدایی ستون مایع

جدایی ستون مایع یا به عبارتی کاویتاسیون، زمانی رخ می‌دهد که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال کمتر شده و تبخیر سیال صورت می‌گیرد. این عمل منجر به تولید حباب‌هایی از بخار و ایجاد حفره می شود که باعث جدا شدن مایع از ستون مجاور می‌گردد. که به نام پدیده جدایی ستون آب، یا همان جدا شدن مایع معروف است.

در این حالت جریان دیگر تک فازی نیست و به جریان دو فازی تبدیل خواهد شد. که در این صورت دیگر معادلات کلاسیک ضربه قوچ صادق نمی باشند. جهت مدلسازی این پدیده مدل‌های معروف نظیر مدل کاویتاسیون بخاری گسسته، مدل کاویتاسیون گازی گسسته و مدل کاویتاسیون عمومی وجه بخاری و مدل‌هایی از قبیل وجود دارند[۶۵].

## ۲-۶- پدیده اندرکنش سیال ـ سازه

اندرکنش سیال ـ سازه[1] (FSI)، تغییرات انرژی بین سیال در حال حرکت و سازه شکل‌پذیر را توصیف می‌کند. وسعت و میزان این تبادل انرژی شدیداً به سازه و مقاومت آن در مقابل شکل‌پذیری (سختی) و خواص سیال بستگی دارد.

تأثیرات FSI برای سیستم‌های زیر بسیار با اهمیت است:

- سیستم‌هایی که در آن شیر به سرعت عمل می‌کند
- در طول روشن و خاموش شدن پمپ‌ها
- تغییرات سریع فشار و دما در سیال
- تأسیسات انرژی هسته‌ای و ...

زمینه‌های FSI بسیار جامع و فراگیر است و شامل رشته‌هایی نظیر مهندسی عمران، تولید انرژی، صنعت نفت، شیمی و سرانجام ادوات موسیقی و ابزارهایی می‌شود که بر روی بدن انسان و گردش خون او تأثیر می‌گذارند.

### ۲-۶-۱- تاریخچه پدیده اندرکنش سیال ـ سازه

نخستین بار اسکالاک[2][۳۴] به بررسی این پدیده پرداخت. او مجموعه‌ای از چهار معادله خطی مرتبه اول را برای شبیه‌سازی اندرکنش (تعامل) دو طرفه بین سیال گذرا و حرکت محوری در بخش مستقیم لوله تعریف کرد. والکر و فلیپس[3][۵۴] از مدل شش معادله (کوپله پواسون و اتصال) استفاده کردند. مدل هشت معادله‌ای ولنتین[4][۴۶]، مدل چهارده معادله ویگرت[1][۵۵]با سطوح

1 - Fluid Structure Interaction
2 -Skalak
3 - Walker & Phillips
4- Valentin

متفاوت پیچیدگی دینامیک سازه‌ای، همه این مدل‌ها بر اساس فرضیات یکسان و بر مبنای دو معادله پیوستگی و مومنتوم بودند.

وایل[۲][۴۰]نشان داد که ۹۸٪سیستم‌های لوله‌کشی خاص در زمان آنی در معرض تأثیرات اصلی سیال قرار نمی‌گیرند، بنابراین به منظور جلوگیری از تخریب، آنالیز FSI برای تمام سیستم‌های لوله پیشنهاد داد. لاووج و تایسلینگ[۳][۲۶] FSI را برای سیستم‌هایی که دارای یک زانویی بودند پیشنهاد داده و اعتبارسنجی نمودند. گاله و تایسلج با مدل کردن جریان‌های دو فازی[۱۴] نشان دادند که حداکثر فشار در سیال قابل پیشگویی است. استریتر و وایلی[۳۵] به توضیح تأثیر جابجایی‌های طولی و محیطی لوله در کاهش سرعت موج فشاری در سیال پرداختند.

تایسلینگ سیستم معادلاتی با ترم‌های انتقال یکسان اما ترم‌های منبع متفاوت ارائه کرد. مدل ریاضی او قادر بود FSI را در دو سطح مقطع مستقیم با خواص ثابت شبیه‌سازی کند. بلیچکو و همکاران [۴] تشابه امواج و تأثیر سازه‌ای در سیستم لوله را پیشنهاد دادند. هو، فلیپس[۲۲] دی‌جونگ[۱۳] نیز سیستمی شبیه به سیستم تایسلینگ در حوزه فرکانس آنالیز کردند.

## ۲-۶-۲- تشریح پدیده اندرکنش سیال ـ سازه

تداخل سیال – سازه زمانی اتفاق می‌افتد که جریان سیال باعث تغییر شکل سازه شود. این تغییر شکل‌ها در زانوها شرایط مرزی جریان سیال را تغییر می‌دهند. در این حالت پس از تغییراتی در سرعت، نوساناتی در فشار سیال بوجود می‌آید. در اثر این نوسانات نیروهای دینامیکی به سازه لوله وارد می‌شود که باعث حرکت و جابجایی سازه لوله می‌شود این جابجایی‌ها در جهات طولی و جانبی می باشند که نیروهای قابل ملاحظه‌ای به تکیه‌گاه‌ها وارد می‌کنند. بدین ترتیب است که سیال و سازه روی یکدیگر تأثیر می‌گذارند، در نتیجه لازم است که معادلات حاکم بر آن‌ها

1 - Wiggert
2 - Wylie
3 - Lavooij & Tijsseling

به‌صورت همزمان مورد بررسی قرار گیرد. از مهم‌ترین موارد در زمینه حل این معادلات می‌توان به طراحی تکیه‌گاه‌ها و هم‌چنین تعیین نیروهای برشی و محوری در مقاطع مختلف لوله‌ها اشاره نمود.

## ۲-۷- آنالیز تداخلی سیال ـ سازه

در اینجا آنالیز تداخلی (کوپله) از دو دیدگاه مورد بررسی قرار می‌گیرد. دیدگاه اول تعداد معادلات دیفرانسیلی که برای مدلسازی کوپله مورد استفاده قرار می‌گیرد و دیدگاه دیگر بررسی انواع زمینه‌هایی است که در یک تحلیل کوپله، برای شبکه‌های توزیع، از نظر رفتار سیال و سازه می‌توان به آن‌ها پرداخت.

### ۲-۷-۱- انواع مدلسازی کوپله

تایسلینگ روش‌های کوپله حل مسائل اندرکنش سیال ـ سازه لوله‌ها را با توجه به معادلات دیفرانسیلی که برای هر روش استفاده می‌شود به صورت زیر طبقه بندی نمود[۴۰].

۱- مدل دو معادله دیفرانیسل: این مدل فقط شامل دو معادله دیفرانسیل هیدرولیک (پیوستگی و مومنتوم) می‌باشد. پس از حل این معادلات فشارها و سرعت‌های به دست آمده از این حل، برای تحلیل معادلات سازه‌ای استفاده می‌شود. این روش در اصل یک روش نیمه کوپله می‌باشد و به نام روش حل ضربه قوچ کلاسیک معروف می‌باشد.

۲- مدل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه اول: این مدل شامل دو معادله پیوستگی و مومنتوم می‌باشد که معادلات هیدرولیکی نام دارند و معادله ارتعاش محوری سازه که چون یک معادله مرتبه‌دوم است، خود به دو معادله دیفرانسیل مرتبه‌اول تبدیل می‌شود. این مدل برای لوله‌های مستقیم با حرکت محوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. مجهولات این مدل علاوه بر فشار و سرعت سیال شامل تنش محوری و سرعت محوری دیواره لوله نیز می‌باشد.

۳- مدل شش معادله دیفرانسیل مرتبه اول: این مدل تنها زمانی استفاده می‌شود که نیروهای اینرسی شعاعی هم بخواهند مورد استفاده قرار گیرند. در این مدل علاوه بر مجهولات ذکر شده در مدل قبلی تنش هوپ و سرعت شعاعی دیواره لوله نیز اضافه می‌شود.

۴- مدل چهارده معادله دیفرانسیل مرتبه اول: این مدل شامل دو معادله هیدرولیکی، یک معادله ارتعاش محوری که چون مرتبه‌دوم است به دو معادله دیفرانسیل مرتبه‌اول تبدیل می‌شود. یک معادله ارتعاش پیچشی که این نیز چون مرتبه دو است به دو معادله مرتبه اول تبدیل می‌شود. دو معادله ارتعاش خمشی در دو صفحه xy و xz که چون معادلات ارتعاشی خمشی مرتبه چهار می‌باشد این دو معادله جمعاً به هشت معادله دیفرانسیلی مرتبه اول قابل تبدیل خواهند بود. این مدل این توانایی را دارد که ارتعاش محوری لوله و سیال را در صفحه ارتعاشی و در خارج از صفحه ارتعاشی و نیز ارتعاش پیچشی را در حالت سه بعدی برای لوله‌ها مدلسازی کند.

## ۲-۷-۲- مکانیزم های کوپله

امواج تنشی که در امتداد خط لوله حرکت می‌کنند و روی یکدیگر به صورت متقابل تأثیر می‌گذارند، عبارتند از: امواج تنش پیچشی، محوری، خمشی، چرخشی، شعاعی سازه و امواج تنش‌های فشاری در سیال. بر اساس نحوه تداخل بین این امواج تا کنون سه مکانیزم شناخته شده استکه شامل مکانیزم کوپله پواسن[۱]، کوپله اتصال[۲] و کوپله اصطکاک[۳] می‌باشد، که به تشریح در ذیل آورده شده است.

۱- مکانیزم کوپله پواسون: این مکانیزم در اثر وجود نسبت پواسن برای مصالح لوله می‌باشد و موجب تبدیل تنش‌های شعاعی به تنش‌های محوری می‌گردد. این کوپله می‌تواند موجب تغییراتی در نمودارهای فشار سیال و تنش سازه گردد.

1 - Poisson coupling
2 - Junction coupling
3 - Friction coupling

۲- مکانیزم کوپله اتصال: این مکانیزم زمانی بوجود می‌آید که برخی اتصالات در سازه لوله کاملاً مهار نشده باشد.این مکانیزم باعث عمده‌ترین تغییرات در تشدید تنش‌ها و در نهایت تضعیف سازه می‌شود.

۳- مکانیزم کوپله اصطکاک: همانطور که از نام این کوپله پیداست. این کوپله ناشی از اصطکاک سیال با جدار داخلی لوله می‌باشد. که تداخل این اثر با کوپله پواسون و اتصال، موضوع این تحقیق می‌باشد.

## ۲-۷-۳- اثر تداخلی پواسون

زمانی که فشار در یک نقطه از شبکه لوله‌ها بالا می رود تنش‌های شعاعی در مقطع لوله ایجاد می‌شود. این تنش‌ها به نسبت پواسن در امتداد لوله منتشر شده و باعث تغییر مکان محوری در سیستم می‌شود. بدیهی است مقدار این کوپله بستگی زیادی به نسبت پواسن مصالحی دارد که لوله از آن‌ها ساخته شده‌است و در صورتی که این نسبت مقدار صفر را بگیرد مقدار این کوپله نیز صفر می‌شود.

## ۲-۷-۴-اثر تداخلی اتصال

اگر نقاطی از سازه (نقاط تغییر قطر، اریفیس‌ها، تقاطع‌ها، زانویی‌ها، شیرها و ... .) که در آن تغییر مومنتوم اتفاق می‌افتد کاملاً به زمین تثبیت نشده باشند، نوسات فشار و سرعت ناشی از یک تحریک مکانیکی در سیستم می‌تواند باعث ایجاد یک اثر تداخلی دیگر به نام کوپله اتصال (تقاطع) گردد.

## ۲-۷-۵-تفاوت اثر تداخلی اتصال و پواسون

منشأ کوپله پواسن، وجود نسبت پواسن برای مصالح سازه‌ای لوله می‌باشد. به گونه ای که با در نظر گرفتن این نسبت، این اثر از روابط دیفرانسیلی حذف خواهد شد. در حالی که منشأ کوپله

اتصال، تثبیت نبودن برخی اتصالات و به ارتعاش در آمدن آنها در هنگام ایجاد یک جریان غیرماندگار در شبکه‌ها می‌باشد.

### ۲-۷-۶- اثر تداخلی اصطکاک

این اثر کوپله نیز مانند اثر تداخلی پواسون در شکل معادلات دیفرانسیلی هیدرولیکی و سازه‌ای وجود دارد. منشأ این کوپله، وجود اصطکاک ناشی از تنش برشی سیال با دیواره داخلی لوله می‌باشد. این اثر تداخلی، در روابط هیدرولیکی در جمله $f\,\frac{V|V|}{4R}$ در معادله اندازه حرکت می‌باشد و در روابط سازه‌ای در جمله $\frac{\pi D f \rho V|V|}{8}$ در رابطه ارتعاش محوری سازه می‌باشد.

# فصل سوم

# روش‌های مدلسازی

## ۳-۱- مقدمه

حل معادلات حاکم در مکانیک سیالات یکی از مطرح‌ترین مسائل در علوم مهندسی است. در اغلب موارد فرمولبندی قوانین پایه‌ی مکانیک سیالات، به‌صورت معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (پی دی ای[1]) در می‌آید. عموماً معادلات حاکم در مکانیک سیالات، یک مجموعه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیرخطی و وابسته را ایجاد می‌کنند که باید در قلمرو ناهموار با شرایط اولیه و مرزی مختلف حل شوند.

در بیشتر موارد، حل تحلیلی معادلات مکانیک سیالات بسیار محدود است. مکانیک سیالات تجربی می‌تواند اطلاعات مورد نیاز یک میدان جریان خاص را فراهم کند و از نتایج آزمایشگاهی برای اثبات درستی حل معادلات ریاضی استفاده می‌شود. در طراحی، نتایج آزمایشگاهی و نتایج محاسباتی معادلات در کنار یکدیگر به‌کار می‌روند.

جوابی که از حل عددی حاصل می‌شود را پس از مقایسه با نتایج تجربی می‌توان مورد تأیید قرار داد، اما پس از اینکه درستی چنین برنامه‌ای مورد تأیید قرار گرفت، از آن برنامه برای طراحی‌های مختلف می‌توان استفاده کرد، البته به این شرط که مسأله در محدوده فرض‌های به‌کار رفته در آن برنامه قرار داشته باشد.

## ۳-۲- روش‌های مدلسازی

بررسی پدیده‌های فیزیکی با دو روش آزمایشگاهی و مدلسازی عددی قابل حل است. در بسیاری از موارد به دلیل پیچیدگی‌های هندسی، امکان حل تحلیلی معادله دیفرانسیل حاکم بر مسأله وجود ندارد. بنابراین استفاده از روش‌های تخمینی و تقریبی یکی از راه‌های مرسوم می‌باشد. برای بدست آوردن یک مدل عددی، معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسأله با توجه به شرایط اولیه و مرزی

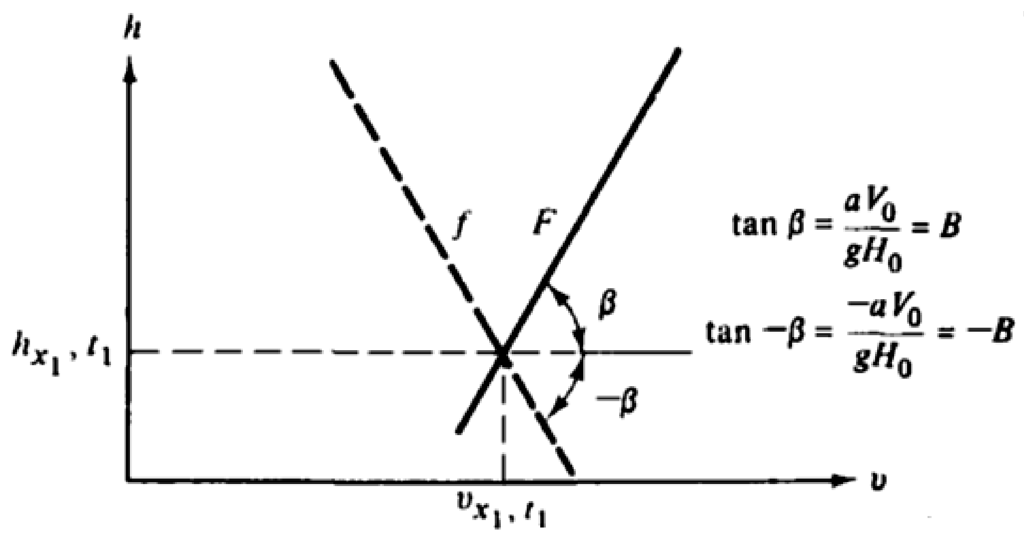
1- Partial Differential Equations

روی حوزه مسأله گسسته می‌شوند. حوزه مسأله به شبکه‌ای از نقاط و المان‌ها تقسیم می‌گردد و معادلات روی آن‌ها اعمال می‌گردد. روش‌های متداولی برای حل این معادلات ارائه گردیده‌است. این روش‌ها شامل:

### ۳-۲-۱- روش ترسیمی

یکی از این روش‌ها، برای حل مسأله ضربه قوچ، روش ترسیمی است. در این روش از اصطکاک صرف نظر شده‌است (اما می‌توان با اعمال تصحیحاتی آن را در محاسبات دخالت داد). در این روش از معادلات حرکت، پیوستگی و معادلات عمومی مکانیک امواج استفاده می‌شود. یکی از آنها، معادله زیر می‌باشد که مطابق شکل (۳-۱) به‌صورت خطوطی مستقیم در دستگاه مختصات ترسیم می‌شود.

$$H_A + \frac{a}{g} V_A = H_B + \frac{a}{g} V_B \qquad (۳-۱)$$




شکل(۳- ۱) دستگاه مختصات $h - v$ برای روش ترسیمی[۴۳]

## ۳-۲-۲- روش مشخصه[1]

روش خطوط مشخصه تکنیکی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی می‌باشد و معمولاً به معادلات مرتبه اول اعمال می‌شود. ولی بطور کلی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی هیپربولیک استفاده می‌شود.

در واقع روش مشخصه‌ها، معادلات دیفرانسیل حاکم را به معادلات کامل دیفرانسیل تبدیل می‌کند و سپس با استفاده از روش‌های تفاضل محدود به حل آن‌ها اقدام می‌نماید[۲۱]. در واقع معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE[2]) را به معادلات دیفرانسیل معمولی (ODE[3]) تبدیل می‌کند.

در روش خطوط مشخصه، در گام زمانی معین، هر گره میانی و یا مرزی به طور مجزا تحلیل می‌شوند. برای بدست آوردن مقادیری همچون فشار و سرعت در گام بعدی، لازم است تا مقادیر این کمیت‌ها در گام زمانی قبل مشخص باشند. برای این منظور استفاده از دو روش زیر امکان پذیر است:

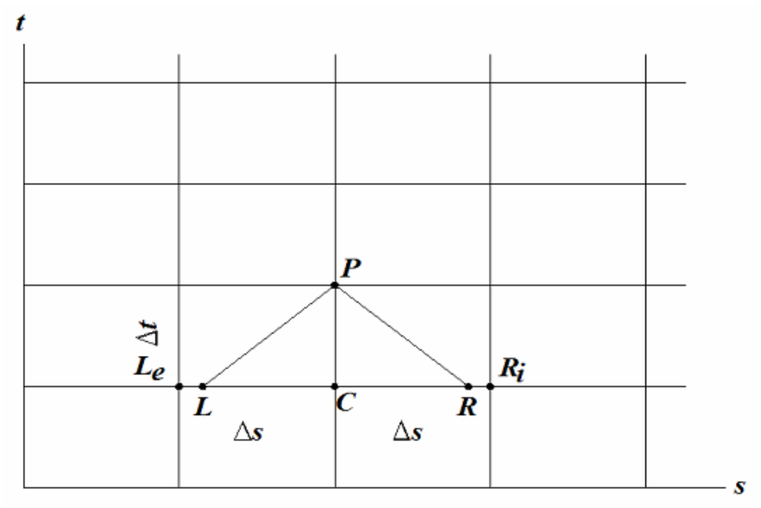
۱- شبکه کامل MOC

۲- شبکه ثابت و بکار بردن تکنیک‌های درونیابی

- درونیابی خطی
- درونیابی غیرخطی

روش خطوط مشخصه، مختصات اولیه و یا همان مختصات (x,t) را تغییر داده و به سیستم مختصات جدیدتر (s,t) تبدیل می‌کند.

1 -Method of Characteristic(MOC)
2 - Partial differential equation
3- Ordinary differential equation




شکل(۳- ۲) موقعیت خطوط مشخصه نسبت به گره‌های شبکه

از مزایای این روش به موارد زیر می‌توان اشاره نمود[۶۸]:

- دقت این روش در نتایج بدست آمده
- منظور نمودن اثر افت هد فرعی
- حل سیستم‌های پیچیده
- ارائه نمودن جزئیات محاسباتی به‌صورت جداول

جهت حل معادلات FSI نیز دو روش خطوط مشخصه، شامل روش خطوط‌مشخصه کامل (full MOC) و خطوط مشخصه اجزای محدود (MOC-FEM) وجود دارد. هر دوی این روش‌ها در مقاله لوی- تایسلینگ که در رساله دکتر کرامت[۶۵] به آن اشاره شده است، به تشریح آورده شده‌اند. یکی از مزایای روش (MOC-FEM)، آن است که این روش را به راحتی می‌توان در حالتی که سایر پدیده‌ها جهت آنالیز مورد نظر هستند به‌کار برد. مواردی همچون اصطکاک غیرماندگار، جدایی ستون مایع، اثرات ویسکوالاستیک، تغییر شکل‌های بزرگ و کمانش. و علت این پیاده سازی آسان این است که در این روش، معادلات هیدرولیک و سازه به صورت کاملاً جدا از هم حل می‌شوند. ضعف عمده این روش نیز نیاز به تکرار در هر گام زمانی است، تا زمانی که مقادیر همگرا شده‌ای

برای متغیرهای هیدرولیکی و سازه‌ای حاصل گردد. در حالی که در روش full MOC در هر گام زمانی تمام معادلات با هم حل می‌شوند ضعف دیگر روش MOC-FEM در این است که روش عددی معمولFEM نمی‌تواند ناپیوستگی‌هایی را که در حل دقیق مسائلFSI ضربه قوچ وجود دارد مدلسازی نماید. البته این مورد نگرانی عمده‌ای ایجاد نمی‌کند چرا که در عمل، در مواردی مانند ضربه قوچ به دنبال خاموشی پمپ یا بسته شدن تدریجی شیر، ناپیوستگی در جواب‌ها رخ نمی دهد[۶۵].

## ۳-۲-۳- روش ریاضی

یکی دیگر از روش‌ها برای حل معادلات ضربه قوچ، روش ریاضی می‌باشد. این روش، براساس معادله ژوکوفسکی که برای تعیین شدت موج به صورت زیر تعریف شده است، بیان می‌شود:

$$\Delta P = \pm \rho a \Delta V \quad or \quad \Delta H = \pm \frac{a\Delta V}{g} \tag{۳- ۲}$$

که در آن P فشار پیزومتریک، H هد پیزومتریک، a سرعت موج ضربه قوچ، $\rho$ چگالی سیال و V سرعت متوسط مقطع لوله می‌باشد. علامت مثبت زمانی که موج به سمت پایین دست حرکت می‌کند بکار می رود و علامت منفی برای حرکت موج به سمت بالا دست لوله می‌باشد. در روش ریاضی صورت تجمعی معادله، به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sum \Delta H = \pm \frac{a}{g} \sum \Delta V \tag{۳- ۳}$$

در این روش مانند روش ترسیمی از اصطکاک صرف نظر می‌شود. معادله بالا بعد از انتگرال‌گیری به صورت زیر در می‌آید:

$$H \pm \frac{a}{g} V = C \tag{۳- ۴}$$

## ۳-۲-۴- روش تفاضل محدود[1]

برای حل یک معادله دیفرانسیلی به روش تفاضل‌های محدود، مشتقات معادله با عبارات جبری جایگزین می‌شوند که مقادیر حل در نقاط گسسته شبکه درون حوزه حل را شامل می‌شود. معادلات گسسته به‌دست آمده از این طریق، پس از اعمال شرایط مرزی برای مقادیر متغیرهای مورد نظر در نقاط گره‌ای شبکه حل می‌شوند[۱۹].

این روش را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: نخست روش تفاضل محدود صریح[2] و دیگری روش تفاضل محدود ضمنی[3]، که تایسل و هورات[۴۲] کارایی روش‌های تفاضل محدود صریح را با حل مدل شش معادله‌ای برای یک مسأله جریان دو فازی مورد بحث قرار دادند.

در روش تفاضل محدود صریح، تفاضل‌های محدود به گونه‌ای جایگزین مشتقات جزئی می‌شوند که مجهولات در یک نقطه و در پایان گام زمانی $\Delta t$، بر حسب شرایط معلوم ابتدای فاصله زمانی محاسبه می‌شود. اما در روش تفاضل‌های ضمنی، مقادیر نامعلوم در یک مقطع و در پایان گام زمانی $\Delta t$، بر حسب مقادیر نامعلوم همین متغیرها در مقاطع مجاور بیان می‌شود. بنابراین معادلات مربوط به تمامی گره‌ها در سیستم باید همزمان حل شوند[۱۹].

از معایب این روش می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- عدم دقت در محاسبه تقریبی مشتقات
- عدم توانایی حل مسایل با هندسه پیچیده
- ناتوانی در بکارگیری شبکه‌های بدون ساختار غیر یکنواخت

1 -Finite Difference Method(FDM)
2-Explicit Finite Difference Method
3 -Implicit Finite Difference Method

- مشکلات اعمال شرایط مرزی در مرزهای انحنادار

### ۳-۲-۵- روش اجزا محدود[1]

روش اجزا محدود که به اختصار FEM نامیده می‌شود، حاصل کار الکساندر هرنیکوف[2] (۱۹۴۱) و ریچارد کورانت[3] (۱۹۴۳) می‌باشد. با اینکه روش کار این دو دانشمند کاملاً متفاوت بود، اما یک ویژگی مشترک داشت و آن تقسیم یک دامنه پیوسته به قطعات کوچکتر و یا همان المان بود.

بارزترین ویژگی روش اجزا محدود که آن را از دیگر روش‌ها تفکیک می‌کند تقسیم دامنه‌ای مشخص به یک دسته زیر دامنه‌ی ساده، به نام اجزا محدود می‌باشد. هر شکل هندسی که محاسبه حل یا تقریب آن امکان‌پذیر باشد، یا روابط لازم بین مقادیر جواب در نقاط منتخب به نام گره‌های زیر دامنه را فراهم آورد، به عنوان یک جزء محدود قابل توصیف است. دیگر ویژگی‌های روش، شامل کنکاش برای یافتن حل تقریبی پیوسته، اغلب به‌صورت چند جمله‌ای، روی جزء بر حسب مقادیر گرهی و همبست معادلات اجزاء با اعمال پیوستگی حل و تعادل نیروها در بین اجزاء می‌باشد[۳۸].

هدف اصلی در این روش، یافتن حل یک مسئله پیچیده از طریق جایگزینی آن با یک مسأله ساده‌تر می‌باشد و هنگامی که مسأله واقعی با مدل ساده‌تری برای یافتن حل آن جایگزین گردید، یافتن حل تقریبی آن به‌صورت عددی امکان پذیر خواهد بود. روند کلی روش المان محدود به‌صورت زیر می‌باشد[۱۸]:

۱- گسسته‌سازی دامنه مسئله

۲- انتخاب جواب‌های آزمایشی و توابع وزنی

1 - Finite Element Method (FEM)
2- Hrenikoff
3- Courant

۳- جایگزینی جواب‌های آزمایشی در معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان

۴- انتگرال‌گیری از حاصلضرب معادلات حاکم در توابع وزنی

۵- تقریب مشتقات زمانی به روش تفاضل محدود

۶- جمع نمودن معادلات المان‌ها

۷- حل دستگاه به‌دست آمده

اولین قدم در روش اجزا محدود تقسیم دامنه به نواحی و یا همان قطعات کوچکتر به نام المان می‌باشد. انتخاب نوع المان بستگی به شرایط فیزیکی مسأله دارد. و بر این اساس می‌تواند به‌صورت یک بعدی، دو بعدی، و سه بعدی انتخاب شود همچنین این المان‌ها می‌توانند شکلی منظم و یا نا-منظم داشته باشند.

## ۳-۲-۶- روش حجم محدود[1]

یکی دیگر از روش‌های مدلسازی روش احجام محدود می‌باشد. در اینجا به دلیل استفاده از این روش جهت آنالیز معادلات دیفرانسیل پاره‌ای هذلولوی، این روش بیشتر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در این روش بر خلاف روش‌های تفاضل محدود، که به جستجوی مقادیر تقریبی حل در گره‌های مش می‌باشد، درپی تقریب زدن میانگین‌های انتگرالی حل بر روی احجام کنترل (سلول‌های محاسباتی) می‌باشیم.

تفاوت عمده این روش با روش تفاضل‌های محدود را می‌توان این‌گونه بیان نمود:

- معادلات تفاضل محدود در قلمرو مستطیلی با فواصل مساوی حل می‌شوند و از آنجایی که این قلمروها در بیشتر موارد ظاهر نامنظمی دارند، تبدیل مختصاتی از فضای فیزیکی به

1- Finite Volume Method (FVM)

فضای محاسباتی لازم است و لذا روش تفاضل محدود برای قلمروهای پیچیده ضعیف عمل می‌کند. در صورتی که روش احجام محدود دارای این ضعف نیست چرا که متغیر مستقل مستقیماً در قلمرو فیزیکی انتگرال‌گیری می‌شود و از این‌رو هموار بودن شبکه دیگر الزامی نیست.

- روش تفاضل محدود به شبکه یا سازمان نیاز دارد در صورتی که در روش احجام محدود این نیاز دیده نمی‌شود.

این روش در بیشتر موارد برای حل معادلات هذلولوی مورد استفاده قرار می‌گیرد از مزایای این روش می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- توانایی این روش در پایستاری جرم و مومنتم
- جلوگیری از نوسانات در نقاط ناپیوسته

هرگاه یک سیستم معادلات دیفرانسیلی پاره ای هذلولوی غیرخطی، در حالت یک بعدی به همراه شرایط مرزی و اولیه به صورت زیر در نظر گرفته شود[۱۷]:

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{U} + \partial_X \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \mathbf{S}(\mathbf{U}), \qquad x \in (0,b), \quad t > 0 \\ \mathrm{IC}: \mathbf{U}(x,0) = \mathbf{U}^{(0)}(x), \qquad x \in (0,b) \\ \mathrm{BCs}: \mathbf{U}(0,t) = \mathbf{U}_0(t), \mathbf{U}(b,t) = \mathbf{U}_b(t) \quad t \geq 0 \end{cases} \tag{۳- ۵}$$

روش عددی احجام محدودبرای سیستم فوق، شامل مراحل زیر می‌باشد:

۱. گسسته‌سازی دامنه

ابتدا دامنه یا همان قلمرو فیزیکی مسأله به یک شبکه تبدیل می‌شود. این شبکه بوسیله تعداد معینی سلول یا حجم محدود گسسته‌سازی شده است.

گسسته سازی در راستای بعد مکانی در محدوده [۰,b] توسط m تعداد سلول صورت می‌گیرد (b نقطه مرزی شبکه می‌باشد) که به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$I_i \equiv [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}] \qquad i = 1,..., M \tag{۶-۳}$$

۲. گسسته‌سازی در راستای بعد زمانی

گسسته‌سازی در راستای بعد زمانی نیز در محدوده(∞,۰] توسط درجه بندی‌های زمانی تا رسیدن به گام زمانی نهایی صورت می‌گیرد و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$t_0 = 0 \quad , \quad t_{n+1} = t_n + \Delta t_n \quad , \quad n = 0,... \tag{۷-۳}$$

در تعاریف فوق، $x_{i+0.5}$ و $x_{i-0.5}$ مرزهای هر سلول می‌باشند. همچنین عرض یا پهنای هر سلول با $\Delta x$ نشان داده می‌شود:

$$\Delta x_i = (x_{i+1/2} - x_{i-1/2}) \tag{۸-۳}$$

مرکز هر سلول با $x_i$ نشان داده می‌شود و بصورت زیر بیان می‌شود:

$$x_i = \frac{1}{2}(x_{i-1/2} + x_{i+1/2}) \tag{۹-۳}$$

همچنین بعد دیگر هر سلول یا گام زمانی با $\Delta t_n$ نشان داده می‌شود.

$$\Delta t_n = t_{n+1} - t_n \tag{۱۰-۳}$$

اکنون چنانچه از معادله دیفرانسیلی (۳- ۵) درون حجم کنترل V نسبت به زمان و مکان، انتگرال‌گیری شود، منجر به فرمولاسیون دقیق زیر خواهد شد:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}[\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}] + \Delta t.\mathbf{S}_i \qquad (۱۱ -۳)$$

$$\mathbf{U}_i^n = \frac{1}{\Delta x}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \mathbf{U}(x, t_n)dx \qquad (۱۲ -۳)$$

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} \mathbf{F}(\mathbf{U}(x_{i+1/2}, t))dt \qquad (۱۳ -۳)$$

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{\Delta t}\frac{1}{\Delta x}\int_0^{\Delta t}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \mathbf{S}(\mathbf{U}_i(x, t))dxdt \qquad (۱۴ -۳)$$

در فرمولاسیون فوق، $\mathbf{F}_{i+1/2}$ نمایانگر میانگین انتگرال زمانی(انتگرال نسبت به زمان) ترم فلاکس در مرز سلول می‌باشد. همچنین $\mathbf{S}_i$ نشان دهنده میانگین انتگرال حجمی ترم منبع در محدوده حجم کنترل و $\mathbf{U}_i^n$میانگین انتگرال مکانی متغیر مسأله درسلول $\mathbf{i}$ ام، و در گام زمانی $t = t_n$ می‌باشد(شرایط اولیه مسأله).

۳. محاسبه فلاکس‌های عددی

در این مرحله، برای تکمیل این فرمولاسیون، معرفی تقریبات مناسب جهت محاسبه فلاکس عددی $\mathbf{F}_{i+1/2}$الزامی می‌باشد.

اکنون چنانچه از ترم منبع معادله دیفرانسیل (۳- ۵) چشم پوشیده و به عبارتی حالت همگن این معادله را در نظر بگیریم، می‌توان ساختار کلی یک روش عددی بقایی را به جهت حل این معادله مطابق زیر بیان و تعریف نمود:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n + \frac{\Delta t}{\cdot}[\mathbf{F}_{i-1/2} - \mathbf{F}_{i+1/2}] \qquad (۱۵ -۳)$$

# فصل چهارم

# روش عددی گودونو

## ۴-۱- مقدمه

یکی از روش‌های مرسوم برای حل مسائل هذلولوی، روش احجام محدود می‌باشد، در این فصل روش حجم محدود گودونو به عنوان روشی نسبتاً جدید در حل مسأله ضربه قوچ و پدیده اندرکنش سیال- سازه مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش‌های مرتبه اول و دوم گودونو نیز برای حل معادلات و افزایش دقت حل، معرفی و تشریح می‌گردند. پس از آن برخی از مدل‌های اصطکاکی تشریح شده است و در نهایت مدل اصطکاکی مورد استفاده در برنامه‌نویسی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد، که در اینجا مدل مورد استفاده مدل اصطکاکی ناپایدار برونون و شبه پایدار دارسی وایسباخ می‌باشد. این مدل‌ها نیز به علت کاستی‌هایی مورد اصلاح قرار می‌گیرند که در متن به آن اشاره می‌شود.

## ۴-۲-تشریح روش عددی گودونو

در بسیاری از حوزه‌های علم فیزیک و مهندسی با مسائل انتشار امواج مواجه می‌شویم. مثال‌هایی از این قبیل شامل جریان ترافیک، دینامیک گازها، مسائل چند فازی، حرکت آب‌های سطحی و ... می‌باشد.

کلاس‌های خاصی از این مسائل که به صورت ریاضی بیان شده‌اند، سیستم‌های هیپربولیک[1] قوانین پایستار نامیده می‌شوند. بسیاری از سیستم‌ها در علم فیزیک غیرخطی هستند و حل آن‌ها به‌صورت تحلیلی مشکل است، حل پارامترهای غیرخطی اغلب به‌صورت ناپیوسته است و غالبا امواج شوک[2] و ناپیوستگی تماسی[3] را در بر می‌گیرد.

روش گودونو به حل این مسائل کمک می‌کند، در حقیقت روش گودونو یک جریان حل پیوسته را به صورت خاصی از یک جریان ناپیوسته در نظر می‌گیرد. مزیت عمده این رویکرد این است که

1 - Hyperbolic systems
2- Shock waves
3 - Contact discontinuities

پروفیل‌های پیوسته و ناپیوسته دقیقاً با یک روش و به‌صورت یکسان مورد بحث قرار می‌گیرند. بدون نیاز به ملاحظات خاص از انواع موج‌های مختلف اعم از شوک‌ها و ناپیوستگی‌های تماسی[۱۷].

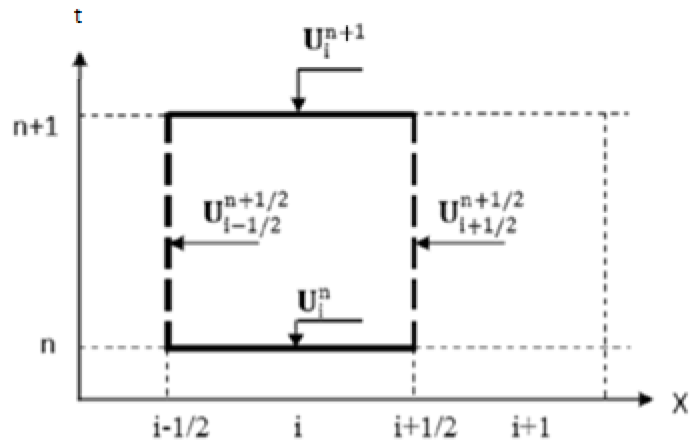
مدل گودونو بطور صریح در بردارنده فیزیک موج، در قالب شارهای تقریبی در سطح مشترک سلولها می‌باشد. به پیشنهاد گودونو شار در سطح مشترک سلول‌ها را می‌توان از حل دقیق مسائل ریمان به‌دست آورد.

### ۴-۲-۱- گام‌های حل به روش گودونو

گام‌هایی که باید برای حل مسائل به روش گودونو طی کنیم به شرح زیر می‌باشد[۱۷]:

۱. گسسته سازی

در این گام شبکه حل به یک سری سلول‌ها تقسیم می‌شود. مزیت عمده این کار امکان استفاده از سلول‌هایی با عرض متفاوت در یک شبکه حل و یا همان مش‌بندی نامنظم می‌باشد. جزئیات این گام در شکل زیر قابل مشاهده‌است.




شکل (۴-۱) نمایی از یک سلول محاسباتی و مرزهای اطراف آن

۲. محاسبه فلاکس‌های عددی

برای محاسبه فلاکس عددی در مرزهای میان سلولی باید از تعریف و سپس حل مسائل ریمان استفاده شود. که در ادامه روش گودونو شرح داده می‌شود. به عبارت دیگر، با تعریف مسأله ریمان در محل هرکدام از مرزهای سلول‌ها، شکاف و ناپیوستگی‌هایی که امواج در مسأله ایجاد می‌نمایند، به‌صورت مستقیم از همان ابتدا در مسأله دخالت داده می‌شوند و تأثیر مستقیم آنان در مقادیر متغیر در گام‌های بعدی، درنظر گرفته می‌شود.

بدین ترتیب، در هر گام زمانی n، در محل هر مرز $x_{i+1/2}$ یک مسأله ریمان مطابق با مختصات موضعی (با درنظر گرفتن مبداء مختصاتدر روی مرز) تعریف نموده و با نماد اختصاری $RP(\mathbf{U}_i^n, \mathbf{U}_i^{n+1})$ نشان داده می‌شود.. این یک مسأله مقدار اولیه است که مقادیر اولیه یا معلوم آن، $\mathbf{U}_i^n, \mathbf{U}_i^{n+1}$ می‌باشند. حاصل حل این مسأله ریمان به‌دست آمدن مقدار متغیر $\mathbf{U}_{i+1/2}^{n+1/2}$ می‌باشد که این مقدار را می‌توان در رابطه زیر قرار داده و شار عددی را محاسبه نمود. تعریف مسأله ریمان و حل آن و محاسبه فلاکس عددی، فرآیندی می‌باشد که از ابتدای مسأله تا گام زمانی نهایی و رسیدن به جواب‌های اصلی، در هر گام یا پله زمانی تکرار می‌شود.

$$F_{i+1/2}(t) = F_{i+1/2}^{n+1/2} = F(U_{i+1/2}^{n+1/2}) \quad for \quad t \in [t^n, t^{n+1}] \tag{۱-۴}$$

۳. انتخاب گام زمانی و محدودیت پایداری

در این مرحله نوبت به انتخاب گام زمانی $\Delta t$می‌رسد که وابسته به عدد کورانت می‌باشد و از آن به عنوان شرط پایداری یاد می‌شود. بر این اساس چنانچه سیستم معادله هذلولوی مطابق فرمول‌بندی (۳-۵) را در نظر بگیریم و سرعت موج ماکزیمم این سیستم در سرتاسر شبکه حل در گام زمانی n، با کمیتی همچون $\lambda_{max}^n$ نشان داده شود، می‌توان عدد کورانت ماکزیمم را در گام n $\lambda_{max}^n$به‌صورت زیر بیان نمود:

$$Cr_{max} = \Delta t \lambda^{n}_{max} / \Delta x \qquad (۲-۴)$$

برای تحلیل پایداری روش عددی گودونو، عدد کورانت باید در محدوده صفر تا یک باشد که با توجه به این محدوده می‌توان اندازه گام زمانی $\Delta t$ را تعیین نمود این معیار شرط لازم برای پایداری روش گودونو می باشد و معمولاً به ازای عدد کورانت ۰/۹ تا ۱ دقیق‌ترین جواب‌ها به‌دست می‌آیند.

۴. اضافه نمودن ترم منبع

اگر معادله دیفرانسیلی به‌صورت خطی باشد و یا بعبارتی دارای ترم منبع نباشد به این گام دیگر نیازی نیست اما اگر معادله دارای ترم منبع باشد در این گام باید آن را وارد معادلات حل نمود.

روش‌های مختلفی جهت بررسی و اعمال آثار این ترم‌ها در جواب نهایی مسأله وجود دارد. در روش گودونو از یک روش رایج و مرسوم استفاده می‌شود که تحت عنوان گام‌های دو تکه یا شکاف زمانی نامگذاری شده‌است.

در این تکنیک در هرگام زمانی ابتدا با در نظر نگرفتن ترم منبع، بخش همگن مسأله به‌دست می آید. در ادامه بر اساس جواب‌های به‌دست آمده از بخش همگن، اثرات ترم منبع مورد مطالعه قرار می‌گیرد در واقع به حل باقیمانده معادله در همان گام زمانی به صورت رابطه زیر پرداخته می‌شود:

$$\mathbf{U}_t = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{S} \qquad (۳-۴)$$

برای حل معادله فوق، جوابهای حاصل از بخش همگن مسأله به دست آمده، به عنوان مقادیر اولیه‌ای در نظر گرفته می‌شوند تا با جایگذاری آن‌ها در معادله فوق، جواب‌های نهایی درگام زمانی مذکور به‌دست آید. بنابراین اگر، مقادیر حاصل از بررسی بخش همگن معادله را به‌صورت $\mathbf{U}_i^{n+1,x}$ درنظربگیریم، مقادیر نهایی $\mathbf{U}_i^{n+1}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^{n+1,x} + S(\mathbf{U}_i^{n+1,x})\Delta t \qquad (۴-۴)$$

در رابطه فوق منظور از $S(\mathbf{U}_i^{n+1,x})$، محاسبه ترم منبع به ازای مقادیر $\mathbf{U}_i^{n+1,x}$ می باشد. زیرا ترم منبع نیز همانند فلاکس عددی، می‌تواند تابعی از متغیر مسأله باشد.

## ۴-۳- مسأله ریمان

مسأله ریمان، یک عنصر کلیدی روش عددی گودونو است، به نحوی که مستقیماً در فرایند حل مورد استفاده قرار می‌گیرد. براین اساس از منظر روش احجام محدودگودونو، حل کردن مسائل ریمانی(حل کننده های ریمانی) به‌عنوان یک پروسه مهم، جهت محاسبه فلاکس‌ها در مرزهای موجود در بین سلول‌های مش، دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشند.

با در نظر گرفتن سیستم معادله هذلولوی $m\times m$ به فرم زیر:

$$\text{PDEs}: \partial_t \mathbf{U} + \partial_x \mathbf{F}(\mathbf{U}) = 0 \qquad \text{or} \qquad \mathbf{U}_t + A(\mathbf{U})\mathbf{U}_x = 0$$

$$\mathbf{U}=\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ . \\ u_m \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{F}(\mathbf{U})=\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ . \\ . \\ . \\ f_m \end{bmatrix} \qquad (۵-۴)$$

ماتریس ضرایب نیز به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mathbf{A}(\mathbf{U})=\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial u_m} \end{pmatrix} \qquad (۶-۴)$$

مسأله ریمان برای این معادله عبارت از مسأله مقدار اولیه ای به فرم زیر است:

$$\mathbf{U}(x,0)=\mathbf{U}^{(0)}(x)\begin{cases}\mathbf{U}_L & x\le x_0\\ \mathbf{U}_R & x>x_0\end{cases} \qquad (۴-۷)$$

چنانچه به جای تعریف مسأله ریمان، شرایط اولیه برای سیستم معادلاتی به فرم (۴-۵) به‌صورت زیر، در نظر گرفته شود:

$$\mathbf{U}^{(0)}=(u_1^{(0)},...,u_m^{(0)}) \qquad (۴-۸)$$

برای حل مسأله براساس این شرایط اولیه، از متغیرهای مشخصه استفاده می‌شود (W):

$$U=KW \quad , \quad W=K^{-1}U \qquad (۴-۹)$$

در این رابطه، K ماتریس متشکل از بردار ویژه‌های ماتریس ضرایب A است و متغیر مشخصه را می‌توان از طریق تبدیل (۴-۹)، تعریف نمود.

$$U_t=KW_t \;,\; U_x=KW_x \qquad (۴-۱۰)$$

براین اساس، صورت موسوم به فرم مشخصه سیستم معادلات هذلولوی (۴-۵)، به‌دست می‌آید.

$$\mathbf{K.W}_t+\mathbf{AK.W}_x=0\rightarrow \mathbf{W}_t+\mathbf{\Lambda.W}_x=0$$
$$\Lambda=\begin{bmatrix}\lambda_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \lambda_m\end{bmatrix} \quad , \quad K=\left[K^{(1)},...,K^{(m)}\right] \qquad (۴-۱۱)$$

مزیت استفاده از فرم مشخصه، نقشی است که این فرم در جداسازی معادلات از یکدیگر دارد؛ با تبدیل متغیر اصلی به متغیر مشخصه و نوشتن فرم مشخصه، معادلات از یکدیگر جداسازی و تفکیک شده و می‌توان به‌راحتی به حل سیستم معادلات هذلولوی پرداخت.

براین اساس، i امین معادله پاره‌ای دیفرانسیل سیستم برحسب متغیر مشخصه به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial w_i}{\partial t}+\lambda_i\frac{\partial w_i}{\partial x}=0 \quad , \quad i=1,...,m \qquad (۴-۱۲)$$

براساس تعریف سرعت مشخصه ($\lambda_i$)، برای کلیه خطوط مشخصه مسأله، می‌توان رابطه زیر را بیان نمود:

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_i \quad , \quad i = 1,...,m \tag{۴- ۱۳}$$

براساس تبدیل متغیر صورت گرفته، گام بعدی حل مسأله، بیان شرایط اولیه بر حسب متغیر مشخصه است:

$$\mathbf{W}^{(0)} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{U}^{(0)} \tag{۴- ۱۴}$$

$$\mathbf{W}^{(0)} = (w_1^{(0)},..., w_m^{(0)}) \tag{۴- ۱۵}$$

با نوشتن سیستم معادلات (۳- ۵) در قالب فرم مشخصه و بیان شرایط اولیه مسأله در این قالب جدید، با تفکیک معادلات، مستقیماً می‌توان مسأله را به‌ازای متغیر مشخصه حل نمود.

$$w_i(x,t) = w_i^{(0)}(x - \lambda_i t) \quad , \quad i = 1,...,m \tag{۴- ۱۶}$$

در انتها با تبدیل متغیر مشخصه به متغیر اصلی، حل مسأله به ازای متغیر اصلی $U$ به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} &\mathbf{U} = \mathbf{KW} \\ &u_1 = w_1 k_1^{(1)} + w_2 k_1^{(2)} + ... + w_m k_1^{(m)} \\ &u_i = w_1 k_i^{(1)} + w_2 k_i^{(2)} + ... + w_m k_i^{(m)} \\ &u_m = w_1 k_m^{(1)} + w_2 k_m^{(2)} + ... + w_m k_m^{(m)} \end{aligned} \tag{۴- ۱۷}$$

$$\mathbf{U}(x,t) = \sum_{i=1}^{m} w_i(x,t)\mathbf{K}^{(i)} \tag{۴- ۱۸}$$

تفسیر حل فوق این مطلب است که برای هر نقطه مفروض در صفحه مختصات(x- t)، مقدار $u(x,t)$ دراین نقطه، تنها به $m$ مقدار اولیه‌ای بستگی دارد که در حقیقت این نقاط، محل تقاطع خطوط مشخصه با محور xها هستند و می‌توان رابطه (۴- ۱۹) را در مورد آن‌ها نوشت.

$$x_0^{(i)} = (x - \lambda_i t) \quad , \quad i = 1, \dots, m \qquad (۴- ۱۹)$$

با توجه به تعریف سیستم معادلات هذلولوی یادآوری می‌گردد که می‌توان مقادیر ویژه و متمایز $\lambda$ را به‌صورت زیر طبقه‌بندی نمود:

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \cdots < \lambda_m \qquad (۴- ۲۰)$$

این مقادیر، درحقیقت مقادیر ویژه ماتریس ضرایب A می باشند و مفهوم فیزیکی آنان سرعت امواج موجود در مسأله است. همچنین در سیستم معادلات هذلولوی، مقادیر بردار ویژه های $K^{(i)}$ نیز به‌صورت مستقل خطی می‌باشند.

با این مقدمه مجدداً به مسأله ریمان باز می‌گردیم. اکنون چنانچه شرایط اولیه لازم برای حل سیستم معادلات (۴- ۵) به جای (۴- ۸)، به‌صورت مسأله ریمان (۴-۷)، تعریف شود، براساس جواب به دست آمده برای متغیر اصلی در رابطه (۴- ۱۸)، می‌توان $\mathbf{U}_L$و $\mathbf{U}_R$ را نیز برحسب بردارهای ویژه، بسط داد.

$$\mathbf{U}_L = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \mathbf{K}^{(i)} \quad , \quad \mathbf{U}_R = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \mathbf{K}^{(i)} \qquad (۴- ۲۱)$$

در روابط فوق $\alpha i$ و $\beta i$ ضرایب ثابت هستند. بسط مقادیر ثابت$\mathbf{U}_L$و $\mathbf{U}_R$ به شکل فوق در واقع، حالات خاصی از رابطه (۴- ۱۸)، می‌باشد.

همانند حالت قبلی، با استفاده از تبدیل متغیر اصلی مسأله به متغیر مشخصه و نوشتن فرم مشخصه معادله، در این قسمت نیز می‌توانمسأله ریمان را شکافته و تعداد m مسأله ریمان اسکالر برای معادلات تفکیک شده تعریف نمود.

$$w_i^{(0)}(x) = \begin{cases} \alpha_i & x \le x_0 \\ \beta_i & x > x_0 \end{cases} \qquad (۴- ۲۲)$$

با تعریف مسأله ریمان برای متغیر مشخصه، شرایط اولیه لازم برای حل سیستم معادله (۴-۱۱)، تأمین شده و مشابه حالت قبلی، برحسب متغیر مشخصه، مسأله حل می‌شود.

$$w_i(x,t) = w_i^{(0)}(x-\lambda_i t) = \begin{cases} \alpha_i & x-\lambda_i t \le 0 \\ \beta_i & x-\lambda_i t > 0 \end{cases} \qquad (۴- ۲۳)$$

از سوی دیگر به ازای هر نقطه مفروض در صفحه مختصات(x- t)، می‌توان مقدار ویژه‌ای همچون $\lambda_I$ را یافت به نحوی که رابطه $\lambda_I < \frac{x}{t} < \lambda_{I+1}$، برای آن نقطه برقرار باشد. بدین شکل می‌توان عبارت زیر را بیان نمود:

$$\forall i \rightarrow \mathbf{x} - \lambda_i \mathbf{t} > 0, \quad i \le I \qquad (۴- ۲۴)$$

براساس رابطه فوق، I عددی صحیح و ماکزیمم مقدار i است؛ هرگاه رابطه فوق برای i، برقرار باشد. بنابراین می‌توان حل نهایی مسأله ریمان را برای سیستم معادلات هذلولوی مورد بحث بر حسب متغیرهای اصلی مسأله به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\mathbf{U}(x,t) = \sum_{i=I+1}^{m} \alpha_i \mathbf{K}^{(i)} + \sum_{i=1}^{I} \beta_i \mathbf{K}^{(i)} \qquad (۴- ۲۵)$$

در واقع، در اثر تعریف مسأله ریمان، اثر شکاف ایجاد شده توسط امواج موجود در مسأله، در مقدار متغیر لحاظ شده و کمیت I=I(x,t)، به خوبی این شکاف را در محاسبه مقدار متغیر نشان می‌دهد.

## ۴-۴- فرمول بندی مدل مرتبه اول گودونو

طرح‌های مرتبه اول و دوم روش احجام محدود گودونو، پایستاری هر دو مقدار پیوستگی و مومنتوم را تضمین می‌کنند. در فرمول بندی مرتبه یک و یا مراتب بالاتر تنها موضوع مورد بحث نحوه محاسبه مقادیر چپ و راست و یا همان $U_L$ و $U_R$ می‌باشد.

در فرمول بندی مرتبه یک کافی است[۶۴]:

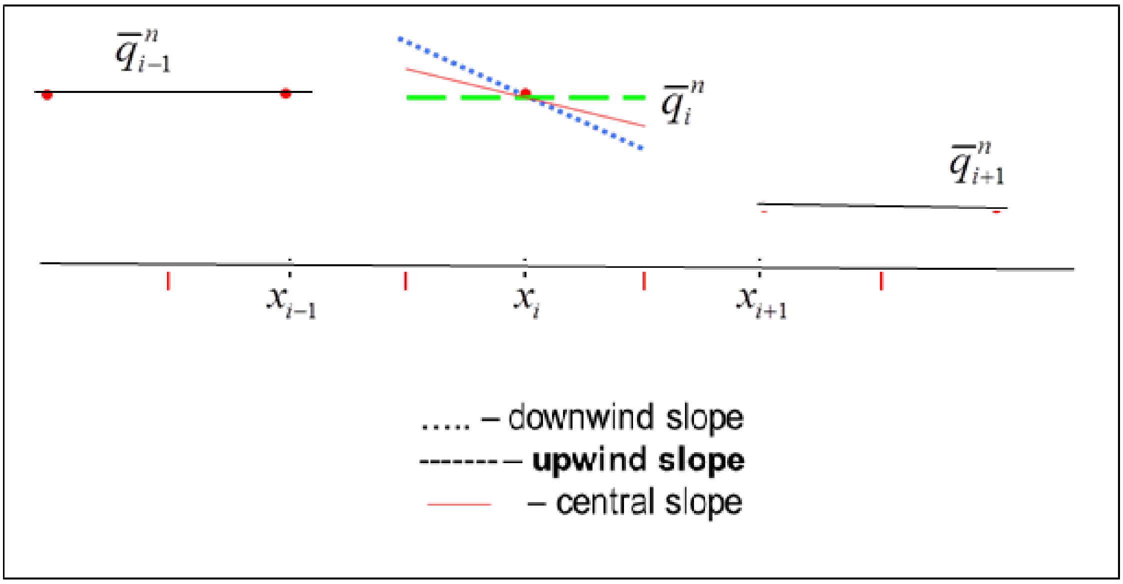
$$U_R = U_{i+1} \quad \text{و} \quad U_L = U_i \qquad (۴- ۲۶)$$

را در فرمول زیر قرار دهیم همانطور که اشاره شد پیرامون نحوه به‌دست آوردن این فرمول در فصل بعد بحث خواهد شد.

$$f_{i+1/2} = \bar{A}_{i+1/2} u_{i+1/2} = \bar{A}_{i+1/2} B U_L^n + \bar{A}_{i+1/2} C U_R^n \qquad (۲۷-۴)$$

## ۴-۵- فرمول بندی مدل مرتبه دوم گودونو

بسیاری از روش‌های خطی با دقت بالا تمایل به نوسانات مصنوعی در محل ناپیوستگی دارند. برای حل این مشکل از روش‌های مرتبه بالاتر (تی ـ وی ـ دی) از محدود کننده‌ها استفاده می‌کنند. محدود کننده‌های شار به عنوان محدود کننده‌های شیب[1] نیز شناخته می‌شوند چراکه هر دو شکل ریاضی یکسانی دارند.




شکل (۴-۲) محدود کننده‌های شیب

1- Slope Limiters

## ۴-۵-۱- محدود کننده ها

تعدیل پراکندگی‌های عددی در حقیقت کلید و راه حلی برای ساخت طرح‌هایی با بازسازی بالا و بدون نوسان بودند، از آن زمان که ون لیر[۱][۴۸] محدود کننده شار معرفی کرد و طرح بازسازی مرتبه بالا و بدون نوسان را به‌دست آورد.

انتخاب و ساخت محدودکننده‌های مناسب، راهی مهم برای طرح‌های بدون نوسان و تعدیل پراکندگی‌های عددی محسوب شد. چاکراواسی[۲] و شر[۳] محدود کننده‌های متنوعی را به‌وجود آوردند. برای معادله موج خطی، اسوبی[۴] ناحیه تعادل خوبی را برای طرح‌های تی ـ وی ـ دی به‌دست آورد.

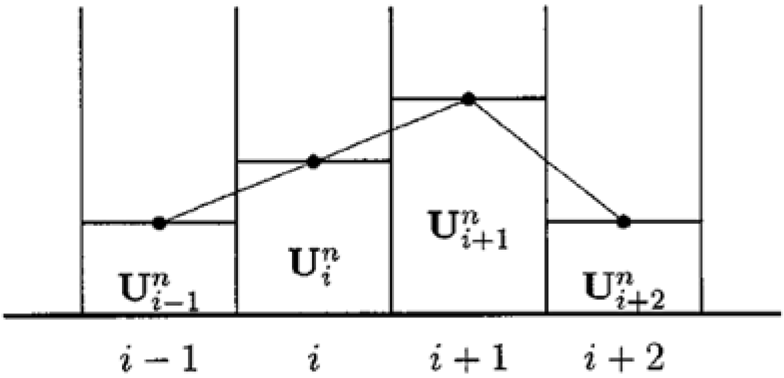
جامسون[۵] نیز طرح ای ـ ال ـ ای ـ دی[۶] را به‌دست آورد، که در نقاط ناپیوسته دقت بالایی داشت. بدون توجه به طرح‌های تی ـ وی ـ دی و ای ـ ال ـ ای ـ دی، طرح‌ها با محدودکننده‌های متفاوت تفاوت آشکاری بایکدیگر دارند[۴۷].

طرحی که پراکندگی عددی قوی‌تر وبیشتری دارد، در نقاط ناپیوسته بازسازی کمتری دارد و اغلب اوقات حل در نقاط ناپیوسته هموارتر است و حل را منحرف‌تر می‌کند و ممکن است محاسبات ناپایدارشوند.

عملگرهای محدودکننده در مواردی که امواج، ملایم و هموار باشند عمل نمی‌کنند بلکه جایی عمل می‌کنند که امواج شدید باشند[۲۷].

---

1-Van leer
2- Chakravarthy
3 -Sher
1- Sweby
2 -Jameson
3 -Essentially local extremum diminishing




شکل (۴-۳) محدود کننده شار[۵۹]

$f_{i-1/2}$ و $f_{i+1/2}$ مقادیر شار در فصل مشترک سلول‌ها هستند. که باید آن‌ها را بصورت نماینده‌ای از مقادیر شار در روش‌های با دقت بالا تعریف کرد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$f_{i+1/2} = f_{i+1/2}^{Low} - \emptyset(r_i)(f_{i+\frac{1}{2}}^{Low} - f_{i+\frac{1}{2}}^{high}) \qquad (۴- ۲۸)$$

$$f_{i-1/2} = f_{i-1/2}^{Low} - \emptyset(r_{i-1})(f_{i-1/2}^{Low} - f_{i-1/2}^{high}) \qquad (۴- ۲۹)$$

که در آن $f^{Low}$ نماینده شار با دقت پایین و $f^{high}$ نماینده شار با دقت بالا و $\emptyset(r)$ تابع محدود کننده شار می باشد. r نیز نسبت گرادیان‌های متوالی در شبکه بندی حل می‌باشد.

$$r_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{u_{i+1} - u_i} \qquad (۴- ۳۰)$$

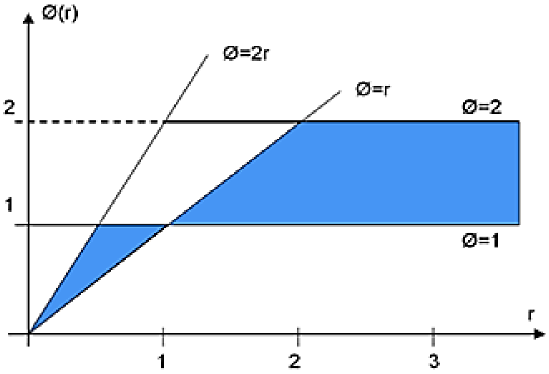
زمانی که محدود کننده‌ها بزرگتر از یک باشد شار نشان دهنده مرتبه دقت بالاتر و زمانی که صفر باشد نشان دهنده شار با مرتبه دقت پایین‌تر است.

## ۴-۵-۲- انواع توابع محدود کننده

برای تضمین پایداری روش‌های عددی مرتبه دوم،محدود کننده‌های تی ـ وی ـ دی باید در محدوده مجاز زیر قرار بگیرند[۳۸]:

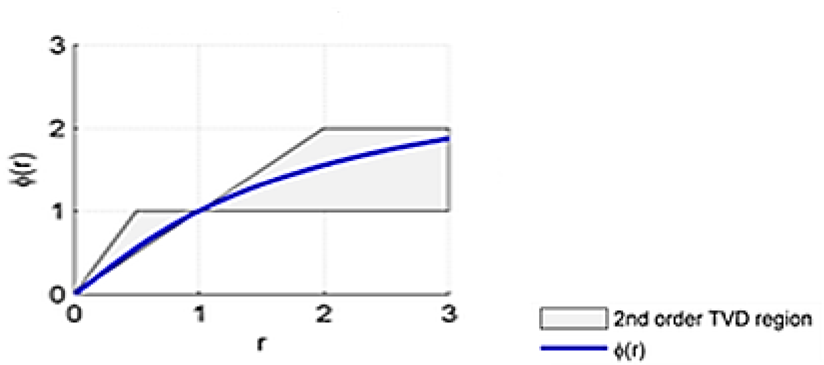
$$\begin{cases} r \leq \emptyset(r) \leq 2r\,, & (0 \leq r \leq 1) \\ 1 \leq \emptyset(r) \leq r \;\;, & (1 \leq r \leq 2) \\ 1 \leq \emptyset(r) \leq 2\;, & (r > 2) \end{cases}$$

$$\emptyset(1)=1 \qquad (۳۱ -۴)$$




شکل (۴-۴) محدوده مجاز برای محدود کننده روش‌های تی ـ وی ـ دی مرتبه دوم

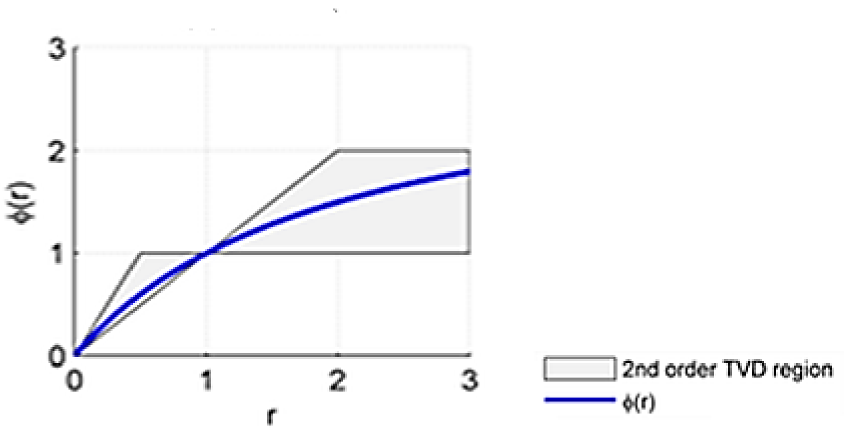
## ۴-۵-۲-۱-تابع محدود کننده CHARM




شکل(۴- ۵) تابع محدود کنندهCHARM

$$\emptyset_{cm}(\mathrm{r}) = \begin{cases} \frac{r(3r+1)}{(r+1)^2}, & r > 0, \quad lim_{r\to\infty}\emptyset_{cm}(r) = 3 \\ 0 \quad , & r \leq 0 \end{cases} \qquad (۳۲-۴)$$

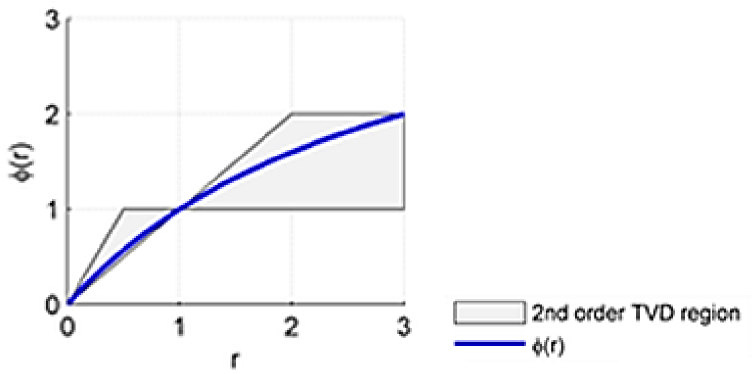
## ۴-۵-۲-۲- تابع محدود کننده HCUS




شکل(۴- ۶) تابع محدود کنندهHCUS

$$\emptyset_{hc}(r) = \frac{1.5(r+|r|}{(r+2)}; \quad lim_{r\to\infty}\emptyset_{hc}(r) = 3$$ (۳۳ -۴)

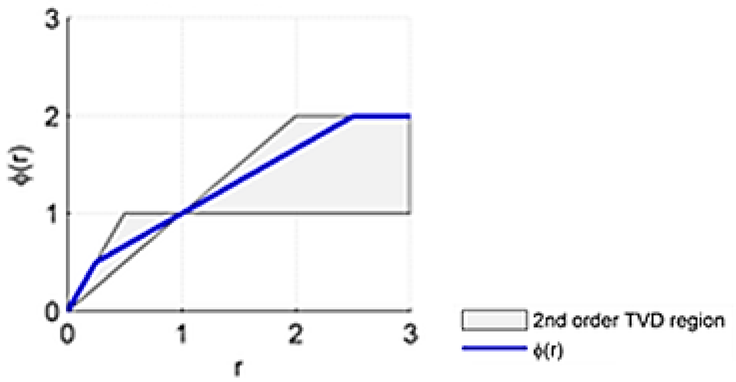
## ۴-۵-۲-۳- تابع محدود کننده HQUICK




شکل(۴- ۷) تابع محدود کنندهHQUICK

$$\emptyset_{hq}(r) = \frac{2(r+|r|}{(r+3)}; \quad lim_{r\to\infty}\emptyset_{hq}(r) = 4$$ (۳۴-۴)

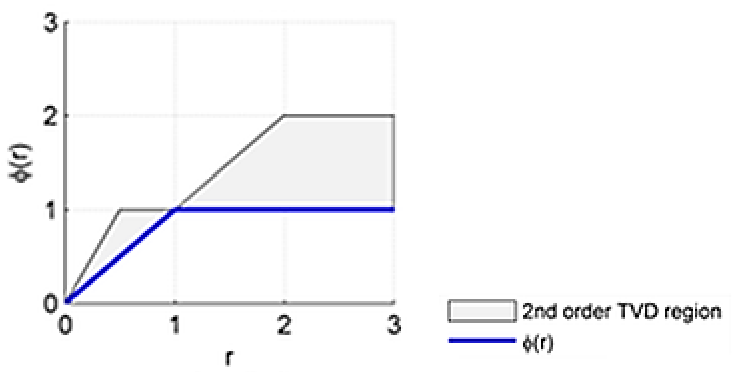
### ۴-۵-۲-۴- تابع محدود کننده KOREN




شکل(۴- ۸)  تابع محدود کنندهKOREN

$$\begin{cases} \emptyset_{kn}(r) = max[0, min(2r, (1+2r)/3, 2)] \\ lim_{r\to\infty} \emptyset_{kn}(r) = 2 \end{cases} \qquad (۴- ۳۵)$$

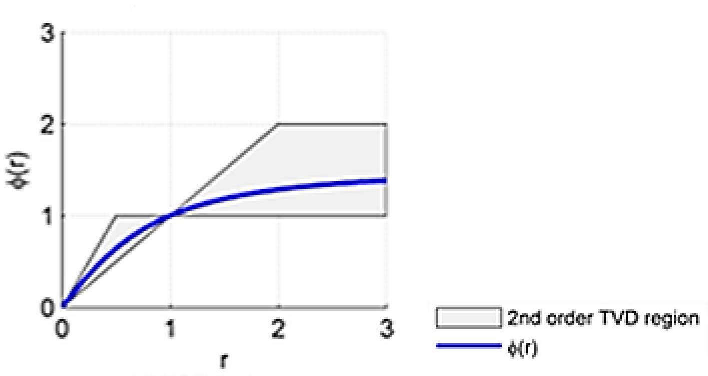
### ۴-۵-۲-۵- تابع محدود کننده MINMOD




شکل(۴- ۹)  تابع محدود کنندهMINMOD

$$\emptyset_{mm}(r) = \max[0, min(1, r)]; \quad lim_{r\to\infty} \emptyset_{mm}(r) = 1 \qquad (۴- ۳۶)$$

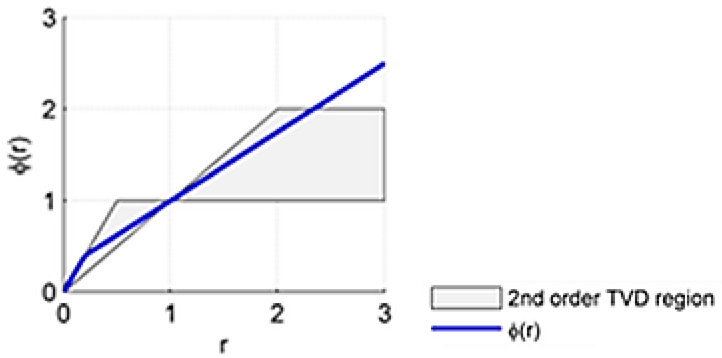
### ۴-۵-۲-۶- تابع محدود کننده OSPRE




شکل(۴-۱۰) تابع محدود کنندهOSPRE

$$\emptyset_{op}(r) = \frac{1.5(r^2+r)}{(r^2+r+1)}; \quad lim_{r\to\infty}\emptyset_{op}(r) = 1.5 \qquad (۴- ۳۷)$$

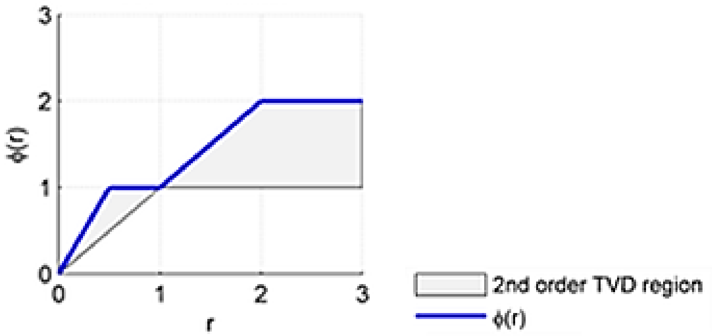
### ۴-۵-۲-۷- تابع محدود کننده SMART




شکل(۴- ۱۱) تابع محدود کنندهSMART

$$\begin{cases} \emptyset_{sm}(r) = max[0, min(2r, (0.25 + 0.75r), 4)] \\ lim_{r\to\infty}\,\emptyset_{sm}(r) = 4 \end{cases} \qquad (۴- ۳۸)$$

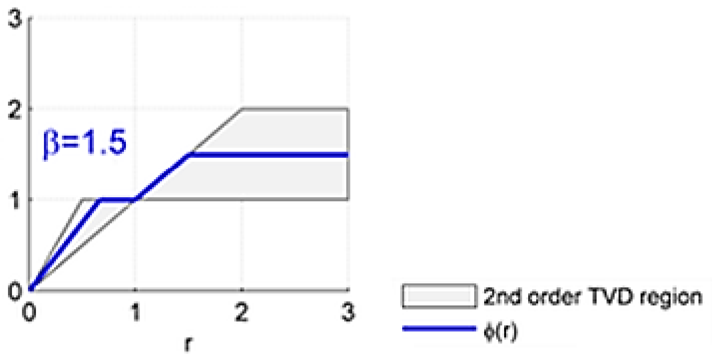
### ۴-۵-۲-۸- تابع محدود کننده SUPERBEE




شکل(۴- ۱۲) تابع محدود کنندهSUPERBEE

$$\begin{cases} \emptyset_{sb}(r) = max[0, min(2r,1), \min(r,2)] \\ lim_{r\to\infty} \emptyset_{sb}(r) = 2 \end{cases} \qquad (۴- ۳۹)$$

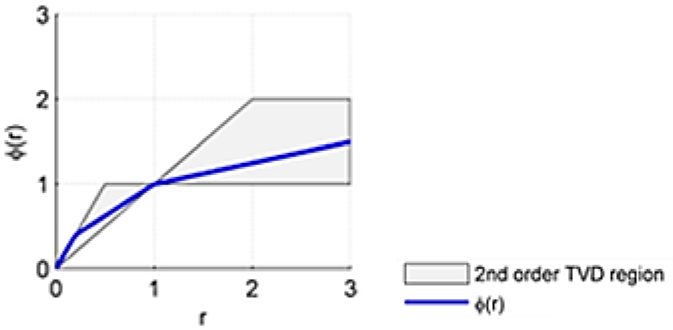
### ۴-۵-۲-۹- تابع محدود کننده SWEBY




شکل(۴- ۱۳) تابع محدود کنندهSWEBY

$$\begin{cases} \emptyset_{sw}(r) = max[0, min(\beta r,1), \min(r,\beta)] \\ lim_{r\to\infty} \emptyset_{sw}(r) = \beta \\ (1 \le \beta \le 2) \end{cases} \qquad (۴- ۴۰)$$

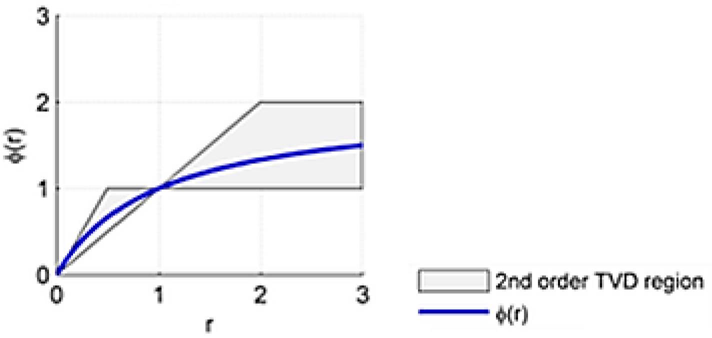
### ۴-۵-۲-۱۰- تابع محدود کننده UMIST




شکل(۴- ۱۴) تابع محدود کننده UMIST

$$\begin{cases} \emptyset_{um}(r) = max[0, min(2r, (0.25 + 0.75r), (0.75 + 0.25r), 2)] \\ lim_{r\to\infty} \emptyset_{um}(r) = 2 \end{cases} \qquad (۴۱-۴)$$

### ۴-۵-۲-۱۱- تابع محدود کننده VAN LEER




شکل(۴- ۱۵) تابع محدود کنندهVAN LEER

$$\emptyset_{vl}(r) = \frac{r+|r|}{1+|r|}; \quad lim_{r\to\infty} \emptyset_{vl}(r) = 2 \qquad (۴۲ -۴)$$

تابع محدود کننده مورد استفاده در این تحقیق محدود کننده MINMODمی باشد که در فصل بعدی شرح داده می‌شود.

## ۴-۶- مدل‌های اصطکاک ناپایدار

ترم‌های اصطکاک ناپایدار را می‌توان به شش گروه زیر طبقه بندی کرد:

۱- ترم اصطکاک وابسته به میانگین سرعت جریان آنی V. (هینو و همکاران[۲۰]، بریکه[۶]، کاچی[۱۱].

۲- ترم اصطکاک وابسته به میانگین سرعت جریان آنی Vوشتاب موضعی $\frac{\partial V}{\partial t}$.(دیلی و همکاران [۱۲]، کارستنس و رولر [۱۰]، ساف وات و واندر پولر [۳۰]، کرکاوا و مریکاوا [۲۵]، شای و آپلت [۳۳]، گلیا[۱۶]، کمپار [۲۴].

۳- ترم اصطکاک وابسته به میانگین سرعت جریان آنی V،شتاب موضعی $\frac{\partial V}{\partial t}$ و شتاب انتقالی $\frac{\partial V}{\partial x}$ برونون و همکاران [۸]، بگزم و اندرسون [۹].

۴- ترم اصطکاک وابسته به میانگین سرعت جریان آنی Vو انتشار $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$ . (وناتار [۵۳]، اسویگن[۳۷].

۵- ترم اصطکاک وابسته به میانگین سرعت جریان آنی Vو وزن‌ها برای تغییرات سرعت‌ها در زمان گذشته $w(\tau)$ . (زیکله[۶۰]، تریخا[۴۵]، آکارد و لسپینارد[۱]، آرت[۳]، کاگاوا و همکاران[۲۳]، براون[۷]، ایگانک و جینگ کاوو[۵۷]، سوزکی و همکاران[۳۶]، اسکو[۳۱]، واردی[۵۲]، واردی و همکاران[۵۱]، واردی و براون[۴۹]، شای[۳۲]، زارسکی[۵۸].

۶- ترم اصطکاک که بر پایه توزیع سطح مقطع سرعت جریان آنی بنا شده است. (وود و فاسک[۵۶]، وناتور[۵۳].

### ۴-۶-۱-مدلسازی اصطکاک

برای مدلسازی اصطکاک در جریانات ناماندگار، جمله‌ی اصطکاک ناماندگار($J_{\mathrm{U}}$) به‌صورت جبری به جمله اصطکاک شبه پایدار دارسی وایسباخ($J_{\mathrm{q}}$) اضافه می‌شود. برای به‌دست آوردن جمله

اصطکاک شبه- پایدار دارسی وایسباخ، فرض می‌شود که پروفیل سرعت در حالت جریان ناماندگار در مقایسه با  پروفیل سرعت در حالت جریان ماندگار با همان سرعت متوسط، تغییری نمی‌کند. مدل اصطکاکی شبه پایدار به‌صورت زیر تعریف می‌شود[۲]:

$$J_q = \frac{f}{D}\frac{V|V|}{2} \qquad (۳- ۵۱)$$

که در آن $f$ ضریب دارسی وایسباخ است که مقدار آن را می توان بر حسب عدد رینولدز و ضریب زبری نسبی$(\frac{\varepsilon}{D})$ از دیاگرام مودی به‌دست آورد.

برای به‌دست آوردن عبارت اصطکاک ناماندگار، مدل‌های بسیاری توسط محققین ارائه شده‌اند که در ادامه به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود.

### ۴-۶-۱-۱-مدل اصطکاکی زیلکه

این مدل به صورت آنالیزی برای جریان‌های آرام توسعه یافت. بخش ناپایدار ترم اصطکاک به تغییرات وزنی سرعت و به‌صورت زیر بیان می‌شود[۵]:

$$f_{i,k} = \left(f_q\right)_{i,k} + \frac{32\nu}{DV_{i,k}|V_{i,k}|}\sum_{j=1}^{k-1}\left(V_{i,j+1} - V_{i,j-1}\right)w((k-j)\Delta t \qquad (۴- ۵۲)$$

$$-\tau > 0.02: \;\; w(\tau) = \sum_{i=1}^{5} e^{-n_i\tau} \qquad (۴- ۵۳)$$

$$-\tau \le 0.02: \;\; w(\tau) = \sum_{i=1}^{6} m_i\tau^{(i-2)/2} \qquad (۴- ۵۴)$$

$$\tau = \frac{4\nu}{D^2}(k-j)\Delta t \qquad (۴- ۵۵)$$

که در آن k وj مضاربی از گام زمانی $\Delta t$، w تابع وزن، $\boldsymbol{\nu}$ سرعت سینماتیک سیال، τ زمان بی بعد شده است.

این مدل به زمان و حافظه محاسباتی بالایی نیاز داشت که همین امر سبب شد بسیاری از محققین در جستجوی راهی برای بهبود و اصلاح آن باشند.

### ۴-۶-۱-۲-مدل اصطکاکی تریخا

این مدل در واقع ساده شده مدل زیلکه است که نسبت به آن به زمان و حافظه محاسباتی کمتری نیازمند است. این مدل همچنین اولین مدل بود که روشی برای حل جریانات آشفته ارائه داد. این مدل به شرح زیر است[۴۵]:

$$J_u = \frac{16\nu}{D^2}(y_1 + y_2 + y_3) \qquad (۴- ۵۶)$$

$$y_i^{t+\Delta t} = y_i^t . e^{-n(\frac{4\nu}{D^2})\Delta t} + m_i(V^{t+\Delta t} - V^t) \qquad (۴- ۵۷)$$

$$w_{app}(\tau) = \sum_{i=1}^{3} m_i e_i^{-n_i\tau} for\tau > 0.00005 \qquad (۴- ۵۸)$$

$$m_i = \{40.0;8.1;1\} \quad , \quad n_i = \{8000;200;26.4\} \qquad (۴- ۵۹)$$

### ۴-۶-۱-۳-مدل اصطکاکی برونون

برونون و همکارانش علت اصلی انحراف مقادیر محاسباتی از نتایج تجربی را تعاریف ریاضی نادرست از نیروی اینرسی و تنش اصطکاکی دیواره بیان کردند. آن‌ها بر اساس داده‌های تجربی و با در نظر گرفتن پروفیل سرعت در سطح مقاطع مختلف لوله و محدوده وسیع اعداد رینولدز رابطه زیر را ارائه دادند [۵]،[ ۸]، مدل برونون به بخش اصطکاک ناپایدار مربوط می‌شود:

$$J_f = \frac{f}{D}\frac{V|V|}{2} + k(\frac{\partial V}{\partial t} - a\frac{\partial V}{\partial x}) \qquad (۴-۶۰)$$

که در آن $f$ فاکتور اصطکاک دارسی وایسباخ، $k$ ضریب اصطکاک برونون، $x$ فاصله و $D$ قطر لوله می‌باشد.

وکاوسکی[1] در سال ۱۹۹۸ مدل اصلی برونون را برای حالات مختلف جریان مورد بررسی و تحقیق قرار داد. او متوجه شد که فرمول (۴-۶۱) برای پیش‌بینی علامت صحیح ترم انتقالی $-a\frac{\partial V}{\partial x}$ برای جریان‌های خاص و راستای موج در فازهای افزایش و یا کاهش سرعت شکست می‌خورد، بطور مثال برای پیش‌بینی علامت صحیح در مورد بسته شدن شیر انتهایی بالادست در یک سیستم خط لوله ساده با جریان اولیه در راستای مثبت$x$ شکست می‌خورد. فرمول اصلی برونون بطور صحیح در مورد بسته شدن شیر انتهایی پایین‌دست است. وی سرانجام فرمول زیر را پیشنهاد داد.

$$\mathrm{J_U} = \mathrm{k}\left(\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{asign(v)}\left|\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{x}}\right|\right) \qquad (۴- ۶۱)$$

Sign(V) برای$V\geq 0$ مقدار ۱+ و برای $V<0$مقدار ۱- می‌شود. معادله (۴- ۶۱) علامت صحیحی را برای ترم انتقالی برای همه جریان‌های محتمل برای هر دو جهت افزایش و کاهش سرعت می‌دهد.

ضریب k به‌صورت تجربی بدست می‌آید و واردی نیز آن را به‌صورت زیر تعریف کرد[۴۹]:

$$k = \frac{\sqrt{c^*}}{2} \qquad (۴- ۶۲)$$

که در آن:

$$C^* = \begin{cases} 0.00476 & Re \leq 2000 \\ \dfrac{7.41}{Re^{\log_{10}\left(\frac{14.3}{Re^{0.05}}\right)}} & Re > 2000 \end{cases} \qquad (۴- ۶۳)$$

همانطور که در رابطه (۴- ۶۲) مشهود است ابتدا باید عدد رینولدز محاسبه شود. بر اساس عدد رینولدز بدست آمده دو مدل متفاوت از روش برونون به‌دست می‌آید[۲]. مدل اول، حالتی است که عدد رینولدز برابر عدد رینولدز لحظه‌ای قرار داده می‌شود. عدد رینولدز لحظه‌ای بر اساس سرعت جریان در هر لحظه محاسبه می‌شود، در حالت دوم عدد رینولدز را بر اساس سرعت اولیه بدست می آوریم، یعنی مدل اصطکاکی در حالت عدد رینولدز ثابت به‌دست می‌آید[۲].

1-Vitkovsky

### ۴-۶-۱-۴-مدل واردی و براون

این مدل، یک مدل دو لایه ای از انواع مدل‌های چند لایه‌ای است. مدل واردی- براون تقریبی و مدل واردی- براون آزمایشگاهی به خوبی در رنج بزرگی از اعداد رینولدز و فرکانس امواج با هم مطابقت دارند.

ست، واردی و همکاران با آنالیز پروفیل سرعت به این نتیجه رسیدند که اگر در معادله زیلکه تابع وزنی با عدد رینولدز ارتباط پیدا کند، معادله برای جریان‌های آشفته اصلاح خواهد شد. روابط به‌صورت زیر ارائه گردید[۴۹]:

$$J_q = \rho f \frac{V|V|}{8} \tag{۴-۶۴}$$

$$J_u = \frac{4\mu}{D}\int_0^t w(t-t')\frac{\partial V}{\partial t'}dt' \tag{۴-۶۵}$$

$$J = \frac{4}{\rho D}[\rho f \frac{V|V|}{8} + \frac{4\mu}{D}\int_0^t w(t-t')\frac{\partial V}{\partial t'}dt' \tag{۴-۶۶}$$

که در آن $f$ ضریب دارسی وایسباخ و$w$ تابع وزنی می‌باشد که به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$w(t) = \frac{\alpha.\exp(-\beta t)}{\sqrt{\pi t}} \tag{۴-۶۷}$$

که در آن $\alpha = D/4\sqrt{\nu}$، $\beta = 0.54\nu R^K/D^2$ و $K = \log(14.3/Re^{0.05})$ و$\nu$ لزجت سینماتیک سیال و$Re$ عدد رینولدز می‌باشد.

### ۴-۶-۱-۵-مدل زارسکی

زارسکی با استفاده از یک توزیع چهار ناحیه‌ای و با این فرض که جریانات نامادگار شبیه جریانات نوسانی هستند، تعریف دیگری برای تابع وزنی ارائه داد[۵۸].

$$w_{app} = \begin{cases} C_1 \tau^{-0.5} + C_2 e^{-m\tau} & Re \le Re_{c-u} \\ c \frac{1}{\sqrt{\tau}} . Re^n & Re > Re_{c-u} \end{cases} \qquad (۴- ۶۸)$$

$C_1 = 0.2812$ , $C_2 = -1.5821$ , $m = 8.8553$

$C = 0.299635$ , $n = -0.005535$ , $\tau = \frac{4\nu t}{D^2}$

$Re_{c-u}$ عدد رینولدز حالت ناماندگار است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re_{c-u} = 800\sqrt{\Omega} \qquad (۴- ۶۹)$$

که در آن:

$$\Omega = \frac{\omega D^2}{4\nu} \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad , \quad T = \frac{4L}{\alpha} \qquad (۴- ۷۰)$$

# فصل پنجم

# تشریح معادلات حاکم و الگوریتم حل آن‌ها به روش عددی

## ۵-۱- مقدمه

در این فصل ابتدا معرفی معادلات حاکم بر پدیده ضربه قوچ برحسب متغیرهای دبی و هد فشاری مورد بررسی قرار می‌گیرد و پس از آن به معرفی معادلات حاکم بر پدیده اندرکنش سیال- سازه می‌پردازیم.

سپس معادلات با دقت مرتبه اول و دقت مرتبه دوم مورد تحلیل قرار می‌گیرند. در این فصل همچنین مدل ساخته شده به روش حجم محدود با استفاده از زبان برنامه نویسی MATLAB تشریح می‌گردد. وارد نمودن اطلاعات ورودی به برنامه، نحوه اعمال شرایط مرزی و اولیه و تحلیل مسأله از مراحل الگوریتم حل می‌باشد.

## ۵-۲- بیان معادلات حاکم

این معادلات توصیف کننده‌ی جریان‌های گذرا با فرضیات تراکم‌پذیری سیال و الاستیک بودن دیواره‌های لوله به طور خطی، بر حسب دو متغیر وابسته سرعت $v(x,t)$ و فشار $p(x,t)$ و دو متغیر مستقل مکان در طول لوله (x) و زمان (t) به‌صورت زیر می‌باشد[۳۹].

$$\frac{\partial p}{\partial t} + V\frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (۵-۱)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + V\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + g\sin\theta + J = 0 \quad (۵-۲)$$

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1+\frac{KD}{E\times e}} \quad (۵-۳)$$

که در آن a سرعت موج فشاری است و توسط رابطه (۵- ۳) تعریف می شود، g شتاب ثقل،$\boldsymbol{\rho}$چگالی سیال، $\theta$ زاویه لوله نسبت به افق، V سرعت سیال و D قطر لوله و J اصطکاک جداره لوله می‌باشد. ترم‌های انتقال غیرخطی $V\frac{\partial v}{\partial x}$ و $V\frac{\partial p}{\partial x}$در اغلب مسائل ضربه قوچ به دلیل کوچکی قابل صرف نظر کردن هستند. که در این صورت معادله ضربه قوچ به معادله کلاسیک تبدیل خواهد شد، در اینجا نیز از این ترم‌ها چشم پوشی کرده‌ایم.

از طرف دیگر برای رسیدن به فرم تقریبی ضربه قوچ در حالت کلاسیک می‌توان $g \sin \theta$ را نیز از معادلات بالا حذف نمود، اما واضح است که هد یا فشار هر گره مستقل از رقوم گره نمی‌باشد و همواره به آن بستگی دارد (به عبارتی وابسته به $\theta$ است.)

معادلات حاکم را به شکل ماتریسی زیر می‌توان باز نویسی نمود:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A\,\frac{\partial u}{\partial x} = S \qquad (۴\text{-}۵)$$

که در آن $u = \begin{pmatrix} H \\ V \end{pmatrix}$ و $A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{a^2}{g} \\ g & 0 \end{pmatrix}$ و $S = \begin{pmatrix} 0 \\ J \end{pmatrix}$ است. با استفاده از روش تورو[1]، برای سیستم‌های هذلولوی، معادله (۵- ۴) را می‌توان به‌صورت زیر باز نویسی نمود[۴۳]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = S \qquad (۵\text{-}۵)$$

که در آن $f(u) = Au$، این طرح به ضربه قوچ کلاسیک اشاره دارد، جایی که ترم انتقال گرما قابل چشم پوشی است. معادلات حجم و مومنتوم برای حجم کنترل i با انتگرال گیری از معادله (۵- ۴) نسبت به x، از سطح کنترل $i - 1/2$ تا $i + 1/2$ سطح کنترل به‌دست می‌آیند. در نتیجه می‌توان نوشت[۵۹]:

$$\frac{d}{dt}\int_{i-1/2}^{i+1/2} u dx + f_{i+1/2} - f_{i-1/2} = \int_{i-1/2}^{i+1/2} S dx \qquad (۶\text{-}۵)$$

در ادامه برای آشنایی بیشتر با روش عددی گودونو با شرح یک مسأله و حل آن توسط الگوریتم گفته شده در فصل چهار، به بیان این روش خواهیم پرداخت.

همانطور که در فصول قبل هم گفته شد نخستین گام گسسته سازی یا همان انتخاب مش یا مش‌بندی است. برای این کار از محدودیت رابطه (۴-۲) استفاده خواهد شد. بر این اساس و توجه به این مطلب که پایداری در روش گودونو به ازای اعداد کورانت ۰/۹ به‌دست می‌آید، می‌توان ابعاد مش و یا همان بعد مکانی و یا زمانی را به‌دست آورد ($\lambda_{max}^{n}$ سرعت موج می‌باشد که در جدول نیز داده شده است.)

1- Toro

پس از مش بندی و تعیین ابعاد مش نوبت به  تعریف و حل مسأله ریمان می‌رسد.

ساختار ریمانی برای مسأله مورد نظر به شرح زیر است[۵۹]:

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}}+\frac{\partial f(u)}{\partial x}=0 \qquad u^n(x)=\begin{cases}U_L^n & for \quad x<x_{i+1/2}\\ U_R^n & for \quad x>x_{i+1/2}\end{cases} \qquad (۵- ۷)$$

که $U_L^n$ مقدار میانگین u در سمت چپ مرز حجم کنترل در نقطه $x_{i+1/2}$ در زمان n و $U_R^n$ مقدار میانگین u در سمت راست سطح تماس در نقطه $x_{i+1/2}$ در زمان n می‌باشد. برای به‌دست آوردن مقادیر $U_L^n$ و $U_R^n$ می‌توان آن‌ها را با استفاده از روش گودونو مرتبه اول و یا مرتبه دوم به‌دست آورد.

حل مسأله ریمان در حقیقت به معنای یافتن مقادیر متغیر در ناحیه میانی دو موج می‌باشد. و با توجه به اینکه مقادیر ویژه ثابت‌اند، موج از نوع ناپیوستگی تماسی بوده و بر این اساس می‌توان از رابطه ثابت‌های ریمان و یا به‌عبارتی از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\frac{\mathrm{dU_1}}{\mathrm{K_1^{(P)}}}=\cdots=\frac{\mathrm{dU_m}}{\mathrm{K_m^{(P)}}}=Cst \qquad across \quad \frac{dx}{dt}=\lambda^{(p)} \qquad (۵- ۸)$$

ابتدا باید  بردارهای ویژه را به‌دست آورد.

$$k^{(1)}=\begin{bmatrix}\mathrm{a/g}\\ 1\end{bmatrix} \qquad (۵- ۹)$$

$$k^{(2)}=\begin{bmatrix}-\mathrm{a/g}\\ 1\end{bmatrix} \qquad (۵- ۱۰) \quad k=\begin{bmatrix}a/g & -a/g\\ 1 & 1\end{bmatrix} \quad (۵-$$

(۱۱ اکنون با جایگذاری روابط فوق در رابطه

(۵- ۸) خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{dH}}{\mathrm{a/g}}=\dfrac{\mathrm{dV}}{1} & across \quad \dfrac{dx}{dt}=a\\[2ex] \dfrac{\mathrm{dH}}{-\mathrm{a/g}}=\dfrac{\mathrm{dV}}{1} & across \quad \dfrac{dx}{dt}=-a\end{cases} \qquad (۵- ۱۲)$$

و پس از ساده‌سازی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d(H-(a/g)V=0 & across \quad \frac{dx}{dt}=a \\ d(H+(a/g)V=0 & across \quad \frac{dx}{dt}=-a \end{cases}$$ بر اساس (۵- ۱۳)

تساوی‌های فوق می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} H_*-\frac{a}{g}V_*=H_L-\frac{a}{g}V_L \\ H_*+\frac{a}{g}V_*=H_R-\frac{a}{g}V_R \end{cases}$$ (۵- ۱۴)

با حل دستگاه داریم:

$$\begin{cases} H_*=0.5(H_L+H_R+(V_L-V_R)/(a/g)) \\ V_*=0.5((H_L-H_R).(a/g))+(V_L+V_R) \end{cases}$$ (۵- ۱۵)

و با توجه به اینکه $U^*=U_{i+1/2}^{n+1/2}$ داریم:

$$U_{i+1/2}^{n+1/2}=0.5\begin{cases} (H_L+H_R+(V_L-V_R)/(a/g)) \\ ((H_L-H_R).(a/g))+(V_L+V_R) \end{cases}=BU_L^n+CU_R^n$$ (۵- ۱۶)

که در آن $C=\begin{pmatrix} 1 & -g/a \\ -a/g & 1 \end{pmatrix}$ , $B=1/2\begin{pmatrix} 1 & g/a \\ a/g & 1 \end{pmatrix}$ می‌باشد.

## ۵-۳- حل با روش گودونو مرتبه اول

مدل مرتبه اول به شکل زیر می‌باشد:

$$U_L=U_i, U_R=U_{i+1}$$ (۵- ۱۷)

$$U_{i+1/2}^{n+1/2}=0.5\begin{cases} (H_i+H_{i+1}+(V_i-V_{i+1})/(a/g)) \\ ((H_i-H_{i+1}).(a/g))+(V_i+V_{i+1}) \end{cases}$$ (۵- ۱۸)

و برای به‌دست آوردن ترم های شار این‌گونه خواهیم نوشت:

$$f_{i+1/2} = f\left(u_{i+1/2}^{n+1/2}\right) = Au_{i+1/2}^{n+1/2} = A_{i+1/2}BU_i^n + A_{i+1/2}CU_{i+1}^n \qquad (۵-۱۹)$$

بدین ترتیب فرمول مرتبه اول گودونو به‌دست می‌آید.

## ۵-۴- حل با روش گودونو مرتبه دوم

همان‌طور که در فصل گذشته نیز توضیح داده شد برای مراتب بالاتر از محدود کننده‌ها استفاده می‌شود که ما در این تحقیق از محدود کننده MINMOD، به عنوان نمونه‌ای از محدود کننده‌ها استفاده خواهیم کرد.

در فرمولاسیون روش گودونو، روش تی ـ وی ـ دی مرتبه دوم گودونو به‌صورت زیر به‌دست می‌آید. ابتدا فرض می‌شود[۴۴]،[۵۹]:

$$\sigma_{j-1}^n = (u_j^n - u_{j-1}^n)/\Delta x \qquad (۵-۲۰)$$

$$\sigma_j^n = (u_{j+1}^n - u_j^n)/\Delta x \qquad (۵-۲۱)$$

تقریب $u_{\mathrm{L}}^{\mathrm{n}}$ و $u_R^{\mathrm{n}}$ برای مدل مرتبه دوم در مکان، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

گام اول: بازسازی داده‌های اولیه

$$u_{i-(1/2)^+}^n = u_i^n - 0.5\Delta XMINMOD(\sigma_j^n, \sigma_{j-1}^n) \qquad (۵-۲۲)$$

$$u_{i+(1/2)^-}^n = u_i^n + 0.5\Delta XMINMOD(\sigma_j^n, \sigma_{j-1}^n) \qquad (۵-۲۳)$$

گام دوم: تغییر فرمولاسیون توسط $\Delta t/۲$

$$u_{i+(1/2)^-}^{n^*} = u_{\mathrm{i}+(1/2)^-}^n + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}[f(u_{\mathrm{i}-(1/2)^+}^n) - f(u_{\mathrm{i}+(1/2)^-}^n)] \qquad (۵-۲۴)$$

$$u_{\mathrm{i}-(1/2)^+}^{\mathrm{n}^*} = u_{\mathrm{i}-(1/2)^+}^n + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}[f(u_{\mathrm{i}-(1/2)^+}^n) - f(u_{\mathrm{i}+(1/2)^-}^n)] \qquad (۵-۲۵)$$

$$MINMOD(\sigma_j^n,\sigma_{j-1}^n)=\begin{cases}\sigma_j^n & if \quad |\sigma_j^n|<|\sigma_{j-1}^n| \quad and \quad \sigma_j^n,\sigma_{j-1}^n>0\\ \sigma_{j-1}^n & if \quad |\sigma_j^n|>|\sigma_{j-1}^n| \quad and \quad \sigma_j^n,\sigma_{j-1}^n>0\\ 0 & if \quad \sigma_j^n,\sigma_{j-1}^n<0\end{cases} \quad (۵- ۲۶)$$

اندیس $i+(1/2)^-$ مربوط به زمانی که $x\to x_{i+1/2}$ با مقادیر $x < x_{i+1/2}$ و اندیس $i+(1/2)^+$ مربوط به $x\to x_{i+1/2}$ با مقادیر $x > x_{i+1/2}$ می‌باشد. در نهایت، تقریب مرتبه دوم به‌صورت زیر می‌باشد:

$$u_L^n=u_{i+(1/2)^-}^{n^*} \quad , \quad u_R^n=u_{i-(1/2)^+}^{n^*} \quad (۵- ۲۷)$$

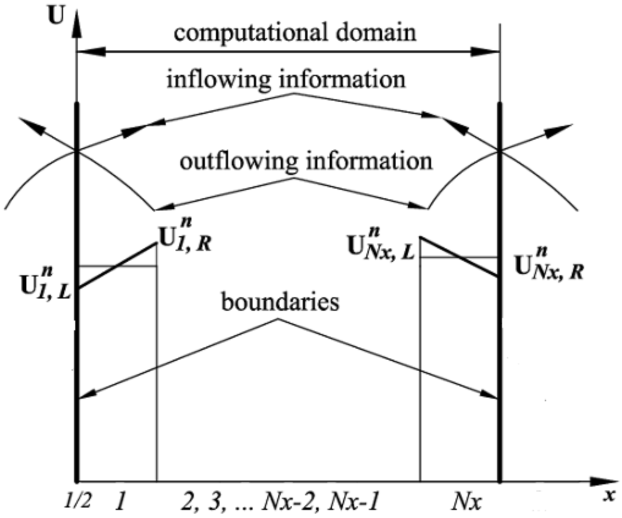
با جایگذاری مقادیر فوق در معادله (۴- ۲۷) معادلات مربوط به شار مرتبه دوم، در نقطه $x_{i+1/2}$ به‌دست می‌آید. این روش به نام روش MUSCL-HANCOCK نیز معروف است.

$$f_{i+1/2}=f\left(u_{i+1/2}^{n+1/2}\right)=Au_{i+1/2}^{n+1/2}=A_{i+1/2}BU_{i+(1/2)^-}^{n^*}+A_{i+1/2}CU_{i-(1/2)^+}^{n^*} \quad (۵- ۲۸)$$

## ۵-۵- شرایط مرزی

بیان شرایط مرزی برای تعیین مقادیر فشار و سرعت در مرزها ضروری است. برای بیان شرایط مرزی ابتدا باید آشنایی کافی در مورد سیستم داشته باشیم. در اینجا سیستم ما شامل یک خط لوله مستقیم با یک مخزن در سمت چپ، و یک شیر در سمت راست می‌باشد. هد مخزن در مرز چپ برابر $H_0$ می‌باشد. همچنین با توجه به بسته شدن ناگهانی شیر با صرف نظر از ایجاد تغییرات تدریجی بسته شدن، سرعت و به‌عبارتی مقدار دبی در مرز راست صفر در نظر گرفته می‌شود.

برای محاسبه شار در هر کدام از مرزها نیز می‌توان از مسأله ریمان استفاده نمود. برای مرز بالادست نامتغیرهای ریمان در معادله خط مشخصه منفی قرار می‌گیرند.




شکل(۵-۱) شرایط مرزی مرتبه دوم [۲۹]

که می‌توان نوشت:

$$H_{1/2} - \frac{a}{g} V_{1/2} = H_1^n - \frac{a}{g} V_1^n \quad (۵- ۲۹)$$

که در آن هد و سرعت با زیرنویس ۱/۲، مقادیر هد و سرعت در نقطه i=۱/۲ و زیرنویس ۱، مقادیر هد و سرعت در اولین سلول از شبکه حل می‌باشند. با استفاده از رابطه بالا می‌توان نوشت:

$$V_{1/2}^{n+1} = V_{3/2}^n + \frac{g}{a}(H_{1/2} - H_{3/2}^n) \quad (۵-۳۰)$$

برای شرط مرزی بالادست سطح آب در مخزن ثابت است. اگر لوله در بالادست به مخزن متصل باشد، ارتفاع آب در مخزن در تمام زمان‌ها ثابت خواهد بود( با صرف نظر کردن از ارتفاع نظیر سرعت). به‌عبارتی $H_{1/2}^n = H_{res}$ که ارتفاع ثابت سطح مخزن از مبنا$H_{res}$ می‌باشد.

مقادیر شار در این مرز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f_{1/2} = \begin{bmatrix} \frac{a^2}{g}\left(V_1^n + \frac{g}{a}(H_{res} - H_1^n)\right) \\ gH_{res} \end{bmatrix} \quad (۵- ۳۱)$$

شار در مزر پایین دست را نیز می‌توان به کمک روش ریمان حل نمود. برای مرز پایین دست نامتغیرهای ریمان در معادله خط مشخصه مثبت قرار می‌گیرند. در نتیجه:

$$\mathrm{H}_{\mathrm{Nx}+1/2}+\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{g}}\mathrm{V}_{\mathrm{Nx}+1/2}=\mathrm{H}_{\mathrm{Nx}}^{\mathrm{n}}+\frac{a}{\mathrm{g}}V_{Nx}^{n} \qquad (۵- ۳۲)$$

که در آن هد و سرعت با زیرنویس $\mathrm{Nx}+1/2$، مقادیر در نقطه $i=\mathrm{Nx}+1/2$ و هد و سرعت بازیرنویس $Nx$، مقادیر در آخرین سلول از شبکه می‌باشند.

در شرایط مرزی پایین دست اگر فرض کنیم شیر در زمان $T_C$ بسته شود به‌دست خواهیم آورد:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{Nx}+1/2}^{\mathrm{n}+1}=\mathrm{V}_{\mathrm{steady}}\left(1-\frac{t}{T_c}\right) \qquad 0\le t\le T_c \qquad (۵- ۳۳)$$

$$\mathrm{V}_{\mathrm{Nx}+1/2}^{\mathrm{n}+1}=0 \qquad \mathrm{t}>T_c \qquad (۵- ۳۴)$$

بدین صورت می‌توان برای محاسبه شار چنین نوشت:

$$f_{Nx+1/2}=\begin{bmatrix}0\\ g(H_{Nx}+\frac{a}{g}V_{Nx}^{n})\end{bmatrix} \qquad (۵- ۳۵)$$

لازم است که از معادله (۵- ۵) انتگرال‌گیری نماییم. در n+1 تا n به منظور پیشرفت حل از زمان غیاب اصطکاک انتگرال‌گیری دقیق است و منجر به رابطه زیر می‌شود.

$$U_i^{n+1}=U_i^n-\frac{\Delta x}{\Delta t}(f_{i+1/2}^n-f_{i-1/2}^n) \qquad (۵- ۳۶)$$

در حضور اصطکاک از روش صریح زیر استفاده می‌شود[۵۹]:

$$\overline{\mathrm{U}}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}+1}=\mathrm{U}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}}-\frac{\Delta\mathrm{x}}{\Delta\mathrm{t}}(\mathrm{f}_{\mathrm{i}+1/2}^{\mathrm{n}}-\mathrm{f}_{\mathrm{i}-1/2}^{\mathrm{n}}) \qquad (۵- ۳۷)$$

$$U_i^{n+1}=\overline{\mathrm{U}}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}+1}+\Delta t.S(\overline{\mathrm{U}}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}+1}) \qquad (۵- ۳۸)$$

## ۵-۶- شرط پایداری

گام زمانی باید شرایط عدد کورانت[1] را ارضا کند:

$$Cr = \frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \qquad (۵- ۳۹)$$

شرایط پایداری دیگری نیز برای ترم منبع[2] بکار می رود، اما زمانی که ترم منبع کوچک باشد شرط کورانت به‌تنهایی کافی است[۲].

## ۵-۷- تشریح الگوریتم حل معادلات حاکم با استفاده از نرم‌افزار MATLAB

در فصول قبل‌تر معادلات کلی و فرمولاسیون روش عددی حجم محدود گودونو برای حل مسائل ضربه قوچ و پدیده اندرکنش سیال ـ سازه تشریح گردید. در این بخش به ارائه جزئیات کدنویسی و عملیات انجام شده در محیط مطلب پرداخته می‌شود.

به طور کلی این عملیات شامل: ورودی‌های مسأله، اعمال شرایط مرزی، شرایط اولیه و تحلیل مسأله می‌باشد که در ادامه به آن می‌پردازیم.

### ۵-۷-۱- گام‌های متشکله الگوریتم

در این پایان نامه برای مدلسازی ضربه قوچ و پدیده اندرکنش سیال ـ سازه از محیط برنامه‌نویسی مطلب استفاده شده است. و گام‌های طی شده به شرح زیر می‌باشد:

۱- مشخص نمودن سیستم واحدها و ثابت‌ها

در این گام باید کلیه مقادیر ثابت عددی معرفی شده و پارامترهای مورد نیاز نیز باید معرفی گردد، که این پارامترها که مقادیر ثابت شامل شتاب ثقل و عدد پی می‌باشد.

1 -Courant-Friedrics-Lewy(CFL)
2 - Source Term

۲- وارد نمودن مقادیر ورودی شامل خصوصیات فیزیکی سیال و سازه

در این گام اطلاعات ورودی مسأله برای یک سیستم شبکه‌ای شیر- لوله – مخزن داده می‌شود که شامل:

تعیین مشخصات فیزیکی سازه لوله از قبیل: قطر، ضخامت لوله، ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ، مدول الاستیسیته و ضریب زبری نسبی.

تعیین مشخصات فیزیکی سیال شامل: لزجت، مدول بالک و چگالی سیال.

۳- تعریف ابعاد مش در دو بعد مکان و زمان

تعریف ابعاد مش در دو بعد مکان و زمان در واقع طول و عرض هر سلول محاسباتی می‌باشد که از طریق شرط پایداری به‌دست می‌آید. که در این برنامه‌نویسی برای دقت بیشتر برنامه، مش‌بندی سیال و سازه بصورت جداگانه در نظر گرفته شده است.

۴- تعیین شرایط اولیه شامل مقدار هد وسرعت اولیه

اعمال شرایط اولیه، برای حل معادلات حاکم بر پدیده ضروری می‌باشد. در اینجا شرایط اولیه همان شرایط جریان در حالت ماندگار می‌باشد که به‌صورت تعیین میزان دبی حالت ماندگار مشخص می‌گردد. در این صورت متغیرهای جریان در زمان $t=0$، برابر مقادیر متغیرهای جریان در حالت ماندگار فرض می‌شود.

۵- اعمال شرایط مرزی

شرایط مرزی شامل شرایط مرزی بالادست و پایین‌دست می‌باشد که به تفصیل در متن بیان شده است.

۶- تحلیل مسأله شامل به‌دست آوردن فشار و سرعت

در اینجا با استفاده از روش عددی گودونو مقادیر متغیرها در سلول‌های درون مش محاسبه می‌شود.

۷- مشاهده نتایج

پس از طی مسیرهای فوق مقادیر متغیرها در انتهای برنامه چاپ و نمودارها ترسیم می‌شوند. و پس از آن می‌توان نمودارهای به‌دست آمده را با نتایج تجربی و روش مشخصه مقایسه نمود.

# فصل ششم

# نتایج مدلسازی عددی به روش گودونو و مقایسه آن‌ها با سایر روش‌های عددی و آزمایشگاهی

## ۶-۱- مقدمه

در مدلسازی عددی، مقایسه مدل با حل‌های تحلیلی و یا آزمایشگاهی از مهم‌ترین بخش‌های اعتبار نتایج مدل محسوب می‌شود. در صحت سنجی مدل، سعی می‌شود تا شرایط حاکم بر مدل تجربی، تا حد امکان در مدل عددی، مدل شده و در نهایت مقادیر به‌دست آمده از مدل عددی، با چند نمونه مدل تجربی صحت سنجی شود. در هر مورد، فرضیات و مشخصات سیستم مورد نظر بیان می‌شود.

در صحت‌سنجی مدل عددی حاضر، ابتدا نتایج به‌دست آمده از محاسبات عددی با صرف نظر از ترم اصطکاک با نتایج تحلیلی موجود آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند و پس از آن با وارد نمودن ترم اصطکاک، این مقایسه صورت گرفته است.

## ۶-۲- مدلسازی اصطکاک

در این تحقیق برای مدلسازی اصطکاک از مدل برونون استفاده شده‌است که مطابق فرمول زیر می‌-باشد:

$$J_f = \frac{f}{D}\frac{V|V|}{2} + k\left(\frac{\partial V}{\partial t} - a\frac{\partial V}{\partial x}\right) \qquad (۶-۱)$$

با گسسته‌سازی فرمول فوق می‌توان نوشت:

$$\frac{\sigma V}{\sigma t} = \frac{V_i^{n+1} - V_i^{n-1}}{2\Delta t} \qquad (۶-۲)$$

$$\frac{\sigma V}{\sigma x} = \frac{V_{i+1}^{n} - V_{i-1}^{n}}{2\Delta x} \qquad (۶-۳)$$

$$\frac{\sigma V}{\sigma t} - a\frac{\sigma V}{\sigma x} = \left(\frac{V_i^{n+1} - V_i^{n-1}}{2\Delta t}\right) - a\left(\frac{V_{i+1}^{n} - V_{i-1}^{n}}{2\Delta x}\right) \qquad (۶-۴)$$

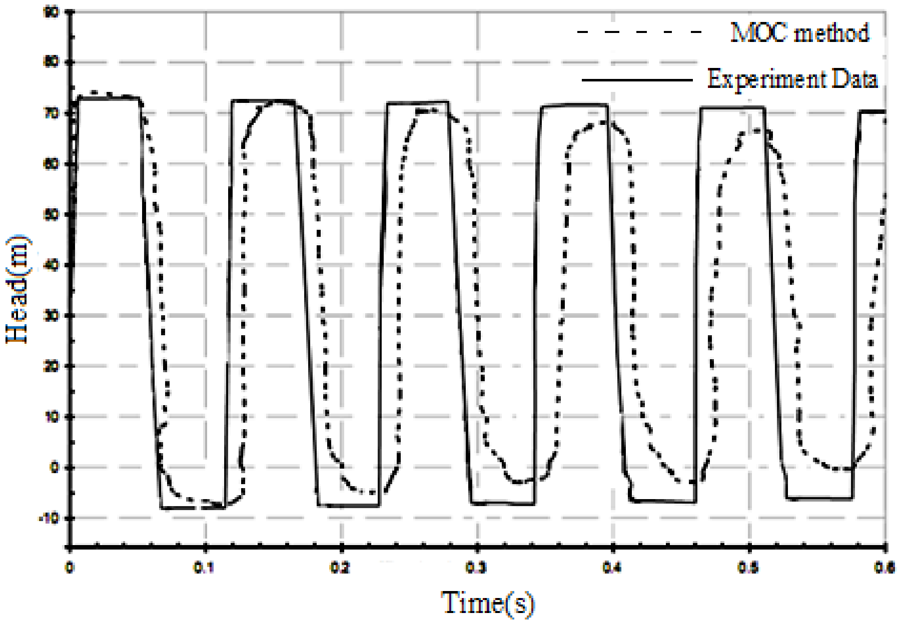
## ۶-۳- صحت سنجی نتایج با آزمون آزمایشگاهی

در این بخش جهت صحت سنجی برنامه از نتایج آزمایشگاهی که توسط برگانت[1] و سیمسون[2] در سال ۱۹۹۴ انجام شد، استفاده می‌گردد. مشخصات و پارامترهای آزمایش انجام شده توسط این محققان به شرح زیر می‌باشد [۱۵]:

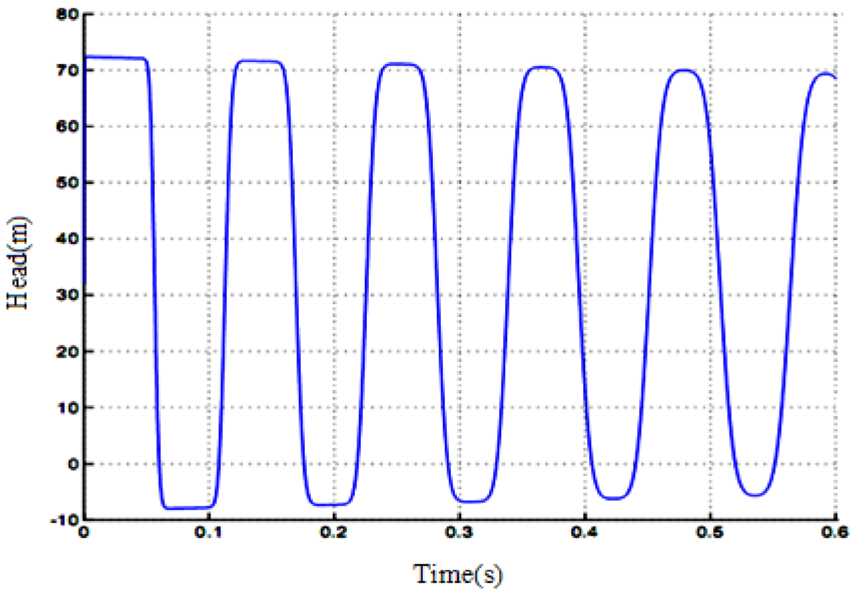
جدول (۶- ۱) مشخصات آزمون آزمایشگاهی

| مشخصات سیستم | مقادیر داده شده |
| --- | --- |
| قطر لوله (m) | ۰/۰۲۲ |
| طول لوله (m) | ۳۷/۲ |
| ضریب اصطکاکD.W | ۰/۰۳۴ |
| ضریب اصطکاک ناپایدار | ۰ |
| سرعت موج (m/s) | ۱۳۱۹ |
| ارتفاع آب در مخزن بالادست (m) | ۳۲ |
| سرعت جریان (m/s) | ۰/۳ |
| دبی جریان ماندگار اولیه (Lit/s) | ۰/۱۱۴ |
| چگالی سیال($Kg/cm^3$) | ۱۰۰۰ |
| ویسکوزیته سیال $\times 10^{6}$($m^2/s$) | ۱/۱۳۹ |

1- Bergant
2- Simpson




شکل(۶- ۱) مقایسه تغییرات فشار در محل شیر در مدلMOC و نتایج تجربی[۱۵]




شکل(۶- ۲) مقایسه تغییرات فشار در محل شیر به روش گودونو

با توجه به نمودارهای ترسیم شده می‌توان این چنین گفت که: نتایج حاصل از مدل، با نتایج آزمایشگاهی و با روش خطوط مشخصه مقایسه گردید. در نمودار فوق نتایج حاصل از مدل

آزمایشگاهی برگانت و سیمسون و نتایج مدل مشخصه و نیز مدل حجم محدودگودونو، آورده شده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از سه روش عددی, در ابتدا بر هم منطبق بوده ولی پس از گذشت اندکی زمان، از یکدیگر  فاصله می‌گیرند. علت این اختلاف بین مدل‌ها و نتایج آزمایشگاهی را می‌توان استفاده از ترم اصطکاک شبه‌پایدار دارسی ـ وایسباخ در مدل‌های عددی دانست، ترم اصطکاک بکار رفته در اینجا در حالتی می‌باشد که سرعت بصورت لحظه‌ای در نظر گرفته شده است. در این حالت ترم اصطکاک به کار گرفته شده باعث استهلاک در مقادیر فشار می‌گردد. همچنین مشاهده می‌شود که روش حجم محدود دارای پراکندگی عددی کمتری بوده و به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌باشد.

## ۶-۳-۱- تأثیر ضریب اصطکاک لوله در میزان نوسانات فشار

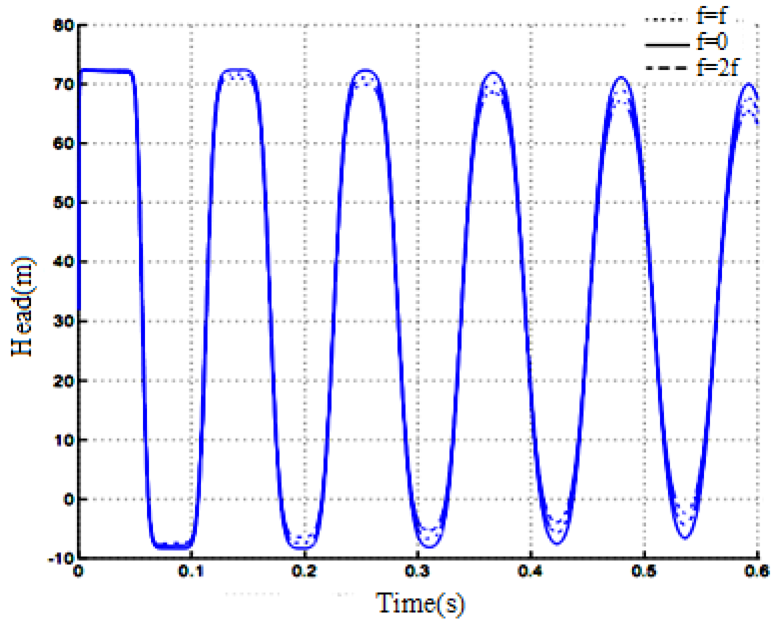
موج‌های ایجاد شده در اثر پدیده ضربه قوچ به‌صورت موجهای رفت و برگشتی در طول لوله حرکت می‌کنند. در صورتی که هیچ عامل مخالف حرکت این موج‌ها در لوله موجود نباشد این موج‌ها همیشه به حرکت خود ادامه خواهند داد. اما واقعیت چیز دیگری است. لوله‌ها، هر چند هم که صاف باشند همواره دارای زبری سطحی هستند که در مقابل جریان سیال از خود مقاومت نشان می‌دهند.این زبری همان پارامتری است که درلوله‌ها باعث ایجاد افت‌های طولی می‌گردد. لذا اصطکاک لوله‌ها عامل اصلی استهلاک فشارهای ایجاد شده در لوله هستند. در این قسمت مقدار اهمیت این پارامتر در میزان نوسانات مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسأله از آنجا ناشی می‌شود که میزان زبری لوله‌ها به مرور زمان افزایش می‌یابد(به دلیل فرسوده شدن، رسوبات و ...) و همواره مقدار ضریب اصطکاک آن متغیرمی‌باشد. از طرفی باید همواره از مقاومت لوله‌ها در مقابل فشارهای ایجاد شده مطمئن بود.

در این اینجا سه حالت مختلف برای اصطکاک لوله‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد(با این فرض که مقدار ضریب اصطکاک لوله ها در حالت پایه برابر $f=$ ۰/۰۳۴ باشد):

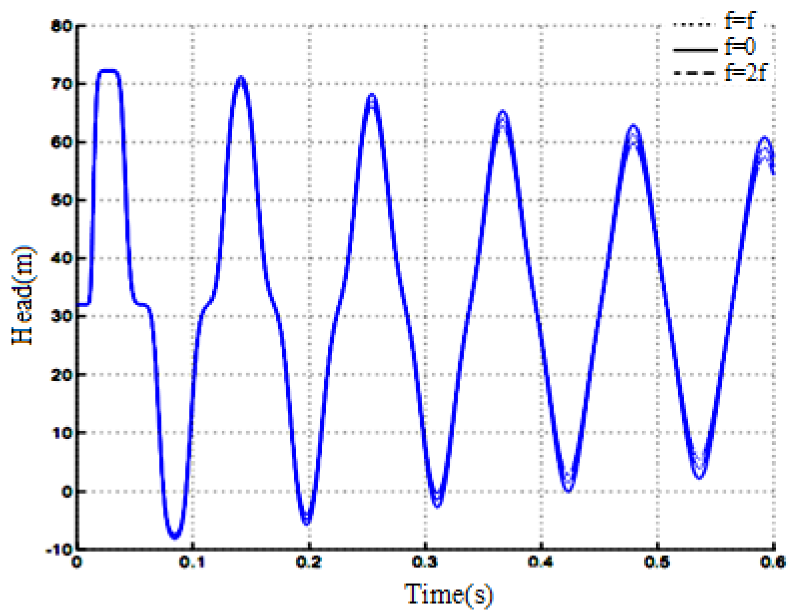
۱. مقدار ضریب اصطکاک لوله برابر ۰ باشد.

۲. مقدار ضریب اصطکاک لوله برابر f باشد.

۳. مقدار ضریب اصطکاک لوله برابر۲f باشد.




شکل (۶- ۳) تغییرات فشار در محل شیر برای حالات مختلف اصطکاک




شکل (۶- ۴) تغییرات فشار در وسط لوله برای حالات مختلف اصطکاک

از نمودارهای نمایش داده شده می‌توان اینگونه نتیجه گرفت که:

- تغییر ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ(f)، که با فرض جریان ماندگار و بر اساس شرایط اولیه جریان، شامل عدد رینولدز جریان و زبری نسبی لوله، به صورت یک ضریب ثابت در نظر گرفته شده است،تنها باعث کاهش یا افزایش فشار پیک ( مثبت و منفی) در لوله می‌گردد و هیچ‌گونه تأثیری در دامنه نوسانات ندارد. با اصلاح ضریب دارسی وایسباخ، و تبدیل آن به صورت یک تابع غیرماندگار مدل عددی بهتری ارائه شده است که می‌توان آن را در مقاله آقای مجد[۶۶] مشاهده نمود.

- همانطور که مشاهده می‌شود، نمودارها بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند و همین عامل باعث می‌شود که نتوان درک درستی از آن‌ها داشت. لذا از جدول زیر برای نمایش بهتر استفاده نموده‌ایم. نتایج حاصل از جدول به شرح زیر می‌باشد:

با افزایش صد درصدی ضریب اصطکاک(دو برابر شدن ضریب اصطکاک) در طول لوله، مقدار فشار حداکثر تنها ۰/۱۲ درصد کاهش می‌یابد و در شرایط کاهش صد درصدی ضریب اصطکاک(اصطکاک صفر) مقدار فشار حداکثر تنها ۰/۱۴ درصد افزایش می‌یابد. لذا می‌توان بیان نمود که ضریب اصطکاک تأثیر چندانی در میزان فشار حداکثر ندارد.

جدول(۶- ۲) مقایسه فشارهای ایجاد شده در سیستم برای حالات مختلف ضریب اصطکاک

| Parameter | | | Distance along the pipe(m) | | | | | | | | | | average |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ۳/۷۲ | ۷/۴۴ | ۱۱/۱۶ | ۱۴/۸۸ | ۱۸/۶ | ۲۲/۳۲ | ۲۶/۰۴ | ۲۹/۷۶ | ۳۳/۴۸ | ۳۷/۲ | |
| Head $_{max}$(m) | **Friction** | friction=0 | ۵۷/۴۹ | ۷۰/۰۵ | ۷۲/۲۱ | ۷۲/۳۴ | ۷۲/۳۵ | ۷۲/۳۵ | ۷۲/۳۵ | ۷۲/۳۵ | ۷۲/۳۵ | ۷۲/۳۵ | ۷۰/۶۱ |
| | | friction=f | ۵۷/۳۹ | ۶۹/۹۱ | ۷۲/۰۶ | ۷۲/۲۰ | ۷۲/۲۲ | ۷۲/۲۴ | ۷۲/۲۵ | ۷۲/۲۸ | ۷۲/۳۰ | ۷۲/۳۳ | ۷۰/۵۱ |
| | | friction=2f | ۵۷/۲۹ | ۶۹/۷۷ | ۷۱/۹۱ | ۷۲/۰۶ | ۷۲/۱۰ | ۷۲/۱۴ | ۷۲/۱۷ | ۷۲/۲۱ | ۷۲/۲۶ | ۷۲/۳۱ | ۷۰/۴۲ |
| Head $_{min}$(m) | **Friction** | friction=0 | ۱۵/۹۹ | ۲/۶۴ | -۴/۵۶ | -۷/۳۷ | -۸/۱۶ | -۸/۳۲ | -۸/۳۵ | -۸/۳۵ | -۸/۳۵ | -۸/۳۵ | -۴/۳۱ |
| | | friction=f | ۱۶/۱۷ | ۲/۹۷ | -۴/۱۶ | -۶/۹۴ | -۷/۷۲ | -۷/۸۸ | -۷/۹۱ | -۷/۹۳ | -۷/۹۴ | -۷/۹۶ | -۳/۹۳ |
| | | friction=2f | ۱۶/۳۴ | ۳/۲۸ | -۳/۷۷ | -۶/۵۲ | -۷/۳۰ | -۷/۴۶ | -۷/۴۹ | -۷/۵۲ | -۷/۵۵ | -۷/۵۸ | -۳/۵۵ |

## ۶-۴- معادلات حاکم بر پدیده اندرکنش سیال ـ سازه

مدلی که در این پایان‌نامه بررسی می‌شود، مدل چهار معادله دیفرانسیل می‌باشد که در فصل اول این مدل شرح داده شده است. مطابق با مسأله مرجع اول آزمایشگاه delft این مدل شامل چهار معادله دیفرانسیل مرتبه‌اول می‌باشد.

معادلات حاکم بر این پدیده، شامل دو معادله پیوستگی و مومنتوم سیال و یک معادله درجه‌دوم ارتعاش محوری سازه می‌باشد که به دو معادله مرتبه اول تبدیل می‌شود. معادلات پیوستگی و مومنتوم سیال همانند معادلاتی هستند که در قسمت بالا برای ضربه قوچ بیان گردید. با این تفاوت که معادله پیوستگی، شامل یک عبارت اضافه می‌باشد که سیال را با سازه لوله کوپله می‌کند و این جمله کوپله پواسون ($2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z}$) نامیده می‌شود[۴۱].

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial Z} + J = 0 \qquad (۶- ۵)$$

$$\frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{g}{c_f^2}\frac{\partial H}{\partial t} - 2\nu\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial Z} = 0 \qquad (۶-۶)$$

بر این اساس معادله (۶-۵) معادله مومنتوم و معادله (۶-۶) معادله پیوستگی نامیده می‌شود. معادلات تفکیک شده مرتبه اول ارتعاش محوری در حالت تقریبی به‌صورت زیر می‌باشد[۴۱]:

$$\rho_f g\frac{\nu R}{Ee}\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t c_t^2}\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial Z} = 0 \qquad (۶- ۷)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t}\frac{\partial \sigma z}{\partial z} = f\frac{\rho_f}{\rho_t}\frac{A_f}{A_t}\frac{V|V|}{4R} \qquad (۶- ۸)$$

در معادلات بالا، پارامترهای $A_f$ نمایانگر سطح مقطع جریان، $u_z$ سرعت محوری، $\sigma z$ تنش محوری، $\rho_t$ جرم مخصوص مصالح لوله، $\nu$ ضریب پواسون، D قطر لوله، $\rho_f$ دانسیته سیال، e ضخامت دیواره لوله، $c_t$ سرعت موج فشاری و $c_f$ سرعت موج برشی می‌باشند که دو پارامتر آخر از طریق زیر محاسبه می‌شوند:

$$c_t^2 = \frac{E}{\rho_t} \tag{۶- ۹}$$

$$c_f = (\rho_f(\frac{1}{K} + \left(1 - \nu^2\right)\frac{2R}{Ee}))^{-0.5} \tag{۶- ۱۰}$$

در اینجا سرعت، هد فشاری، سرعت محوری و تنش محوری لوله مجهولات مسأله را تشکیل می‌دهند.معادلات حاکم بر مسأله در فرم برداری به‌صورت رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$M\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}} + N\frac{\partial u}{\partial x} = S \tag{۶-۱۱}$$

و با استفاده از ماتریس‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شود[۱۷]:

$$U = \begin{bmatrix} V \\ H \\ u_z \\ \sigma z \end{bmatrix} \tag{۶- ۱۲}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{g}{c_f^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho_f g\frac{2R}{Ee} & 0 & -\frac{1}{\rho_t c_t^2} \end{bmatrix} \tag{۶- ۱۳}$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_t} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{۶- ۱۴}$$

$$s = \begin{bmatrix} -J \\ 0 \\ f\frac{\rho_f}{\rho_t}\frac{A_f}{A_t}\frac{V|V|}{4R} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۶- ۱۵}$$

## ۶-۴-۱- بیان شرایط مرزی

شرایط مرزی در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی بسیار مهم می‌باشد. این شرایط بصورت شرایط مرزی بالادست و پایین‌دست می‌باشد.

### ۶-۴-۱-۱- شرایط مرزی پایین‌دست

در مورد پدیده اندرکنش سیال- سازه، در محل شیر از روابط زیر جهت بیان شرایط مرزی استفاده می شود[۱۵].

$$V_M = \dot{u_{ZM}} \qquad (۶- ۱۶)$$

$$\sigma_{ZM} A_t = \rho_f g A_f H_M \qquad (۶- ۱۷)$$

رابطه (۶- ۱۶) با صرفنظر از اثر بازشدگی شیر بیان شده که از فرضیات مسأله بوده است. همچنین در روابط بالا اندیس m نشان دهنده مجهولات مسأله در محل شیر یا مرز سمت راست می‌باشد.

### ۶-۴-۱-۲- شرایط مرزی بالادست

در محل مخزن یا مرز سمت چپ نیز هد برابر با مقدار $H_0$اختیار می‌شود و مقدار سرعت محوری لوله نیز برابر با صفر می‌باشد($\dot{u_Z} = 0$).

## ۶-۴-۲-کوپله اتصال

در این قسمت ابتدا اثر مکانیزم کوپله اتصال به تنهایی و با حذف اثر پواسون مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای حذف اثر کوپله پواسون تنها کاری که باید کرد این است که مقدار عددی پواسون صفر قرار داده شود، در این حالت تمام ترم‌های شامل این عبارت از معادلات حذف می‌شود. در این

حالت تنها حالتی که موجب کوپله شدن معادلات سیال و سازه می‌گردد، نه در ظاهر معادلات، بلکه در شرایط مرزی مستتر است.

ماتریس ضرایب را البته با حذف پارامتر $v$ می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:

$$A=M^{-1}N \tag{۶-۱۸}$$

$$A=\begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ \frac{c_f^2}{g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_t} \\ 0 & 0 & -\rho_t c_t^2 & 0 \end{bmatrix} \tag{۶-۱۹}$$

برای حل مسائل عددی اولین گام همانطور که قبلاً هم ذکر شد مش‌بندی مسأله می باشد، برای این کار باید عدد کورانت سازه و سیال را بطور جداگانه در نظر گرفت و برای دقت بیشتر عدد کورانت را در حدود ۰/۹- ۱ قرار داد. در نظر گرفتن دو مش جداگانه برای معادلات سازه و سیال باعث دقت بیشتر جواب‌های به‌دست آمده می‌شود. گام بعدی محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه‌ی ماتریس ضرایب می‌باشد که به طریق زیر محاسبه می‌شود:

$$|A-\lambda I|=0 \tag{۶- ۲۰}$$

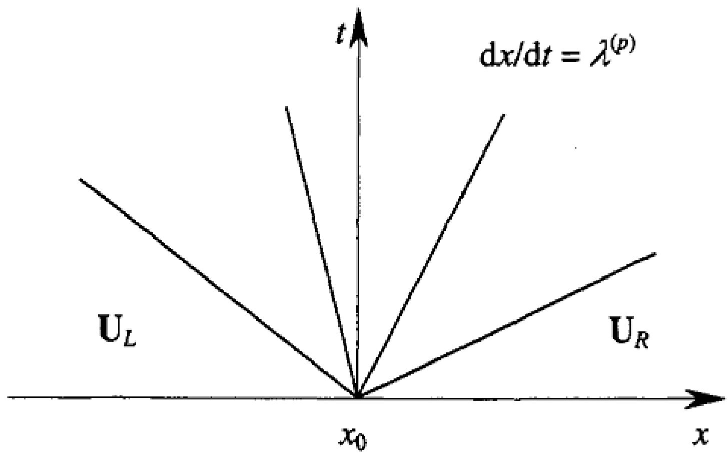
$$\lambda=\begin{bmatrix} -C_t \\ -C_f \\ +C_f \\ +C_t \end{bmatrix} \tag{۶- ۲۱}$$

$$k_1^{(1)}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{C_t\rho_t} \\ 0 \end{bmatrix} k_2^{(1)}=\begin{bmatrix} -\frac{g}{C_f} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} k_3^{(1)}=\begin{bmatrix} +\frac{g}{C_f} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} k_4^{(1)}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_t\rho_t} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۶- ۲۲}$$

با توجه به بردارهای ویژه فوق، ماتریس ضرایب k به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$k=\begin{bmatrix} 0 & -\frac{g}{C_f} & +\frac{g}{C_f} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ \frac{1}{C_t\rho_t} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_t\rho_t} \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{۶- ۲۳}$$

با توجه به ثابت بودن این مقادیر این نتیجه حاصل می‌شود که امواج از نوع ناپیوستگی تماسی می‌باشند. در نتیجه برای تعریف و حل مسائل ریمان از ثوابت عمومی ریمان استفاده می‌شود.




شکل(۶- ۵) ساختار مسأله ریمان برای ناپیوستگی تماسی[۱۷]

$$\begin{cases} \frac{dV}{0}=\frac{dH}{0}=\frac{d\dot{u}_z}{\frac{1}{C_t\rho_t}}=\frac{d\sigma_z}{1} & across \quad \lambda_1=-c_t \\ \frac{dV}{-\frac{g}{C_f}}=\frac{dH}{1}=\frac{d\dot{u}_z}{0}=\frac{d\sigma_z}{0} & across \quad \lambda_2=-c_f \\ \frac{dV}{\frac{g}{C_f}}=\frac{dH}{1}=\frac{d\dot{u}_z}{0}=\frac{d\sigma_z}{0} & across \quad \lambda_3=+c_f \\ \frac{dV}{0}=\frac{dH}{0}=\frac{d\dot{u}_z}{-\frac{1}{C_t\rho_t}}=\frac{d\sigma_z}{1} & across \quad \lambda_4=+c_t \end{cases} \tag{۶- ۲۴}$$

برای نمونه با استفاده از روابط به‌دست آمده فوق به محاسبه $H$ و $V$ میانی می‌پردازیم، چرا که در این ناحیه است که ناپیوستگی یا انفصال اتفاق می‌افتد:

$$\frac{dV}{-g/C_f}=\frac{dH}{1}\begin{cases} g/C_f dH+dV=0 \\ g/C_f H_*+V_*=g/C_f H_L+V_L \end{cases} \tag{۶- ۲۵}$$

$$\frac{dV}{g/C_f}=\frac{dH}{1}\begin{cases} -g/C_f dH+dV=0 \\ -g/C_f H_*+V_*=-g/C_f H_R+V_R \end{cases} \tag{۶- ۲۶}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$H_*=0.5(H_L+\frac{C_f}{g}V_L+H_R-\frac{C_f}{g}V_R) \tag{۶- ۲۷}$$

$$V_*=0.5(\frac{C_f}{g}H_L+V_L-\frac{C_f}{g}H_R+V_R) \tag{۶- ۲۸}$$

مجهولات مسأله‌H، V، $\sigma_z$ و $\dot{u}_z$ می‌باشند که با استفاده از روابط بالا به‌دست می‌آیند. پس از حل مسائل ریمان به محاسبه فلاکس عددی می‌پردازیم:

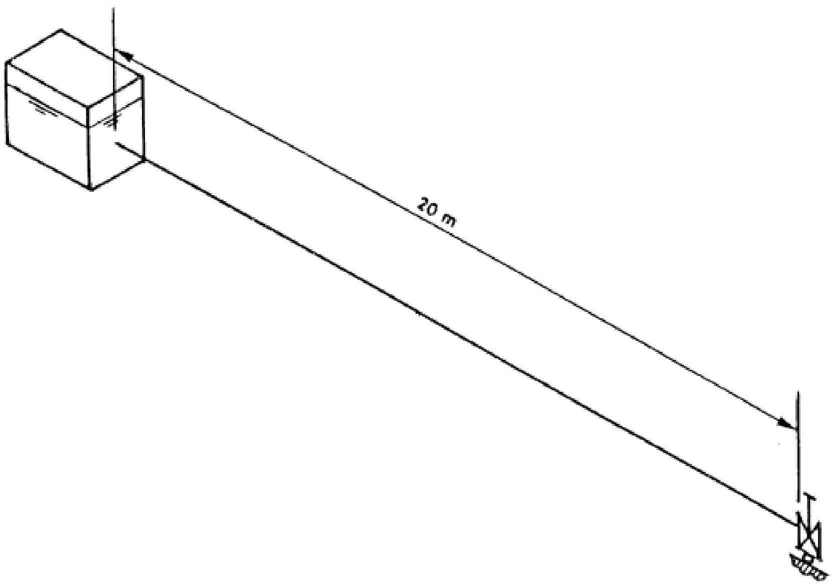
$$F=AU \tag{۶- ۲۹}$$

$$F\left(U_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}\right)=\begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ \frac{c_f^2}{g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_t} \\ 0 & 0 & -\rho_t c_t^2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_* \\ H_* \\ \dot{u}_{z*} \\ \sigma_{z*} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} g.H_{i+1/2}^{n+1/2} \\ \frac{c_f^2}{g}.V_{i+1/2}^{n+1/2} \\ -\frac{1}{\rho_t}.\sigma_{z\,i+1/2}^{\ n+1/2} \\ -\rho_t c_t^2.\dot{u}_{z\,i+1/2}^{\ n+1/2} \end{bmatrix} \tag{۶- ۳۰}$$

## ۶-۴-۲-۱- صحت سنجی نتایج با آزمون آزمایشگاهی

### ۶-۴-۲-۱-۱- مسأله مرجع اول آزمایشگاه Delft

در بخش جهت صحت سنجی برنامه از نتایج آزمایشگاهی استفاده می‌گردد. این مسأله در یک سیستم مخزن- لوله- شیر توسط محققین آزمایشگاه Delft ارائه گردیده است. از این مسأله به عنوان تحقیق درستی مدلسازی اثر تداخلی همزمان اتصال- اصطکاک، اثر تداخلی همزمان پواسون- اصطکاک استفاده می‌شود. مشخصات و پارامترهای آزمایش انجام شده توسط این محققین به شرح زیر می‌باشد[۴۱]:



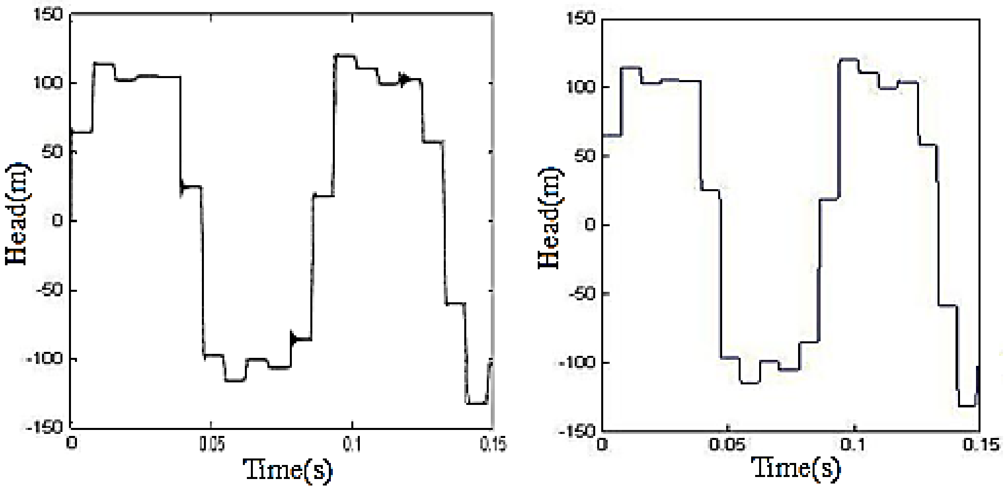

شکل(۶- ۶) سیستم مخزن- لوله- شیر در آزمایش تایسلینگ[۴۱]

جدول (۶- ۳) مشخصات آزمون انجام شده توسط محققین آزمایشگاهDelft

| مشخصات مسأله | مقادیر |
|---|---|
| هد مخزن(m) | ۰ |
| سرعت جریان(m/s) | ۱ |
| سرعت موج(m/s) | ۱۰۲۴/۷ |
| مدول یانگ(Gpa) | ۲۱۰ |
| قطر داخلی لوله(mm) | ۷۹۷ |
| ضخامت دیواره لوله (mm) | ۸ |
| جرم مخصوص لوله($kg/m^3$) | ۷۹۰۰ |
| نسبت پواسون | ۰ |
| طول لوله m | ۲۰ |

در ابتدا نتایج را بدون اصطکاک در نظر گرفته و بطور گذرا بررسی می‌کنیم چرا که این نتایج قبلاً توسط آقای نجاران طوسی[۶۷] مورد بحث وبررسی قرار گرفته‌اند، سپس به آنالیز نتایج باوجود ترم اصطکاک می‌پردازیم، همانطور که در این پایان نامه به آن اشاره شده است.

هنگامی که هدف بررسی نتایج اثر تداخلی اتصال می‌باشد، نسبت پواسون برای تمام المان‌های مدل صفر در نظر گرفته می‌شود و به تمام لوله اجازه ارتعاش در جهت لوله داده می‌شود. اما در حالت بررسی کوپله پواسون، در شرایط مرزی نظیر مخزن و شیر باید هیچگونه ارتعاشی وجود نداشته باشد.




شکل(۶- ۷) هد فشاری در گره شیر در حالت کوپله اتصال: چپ)روش MOCراست)روش گودونو[۶۷]

## ۶-۴-۳- مقایسه نتایج در حالت غیرخطی

### ۶-۴-۳-۱- آزمون اصطکاکی

برای مقایسه و آنالیز نتایج حاصل از وجود ترم اصطکاک و حساسیت مدل عددی، نسبت به مدل‌های اصطکاکی این آزمون ترتیب داده شده است و در نهایت نتایج با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند.از میان مدل‌های اصطکاکی معرفی شده در متن، مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ و مدل ناپایدار برونون انتخاب شده‌اند. سپس با انتخاب چند نقطه، مقادیر حاصله با مقادیر تجربی در این نقاط مقایسه شده‌اند. حالات در نظر گرفته بر اساس مدل اصطکاکی به کار گرفته به صورت زیر می‌باشند:

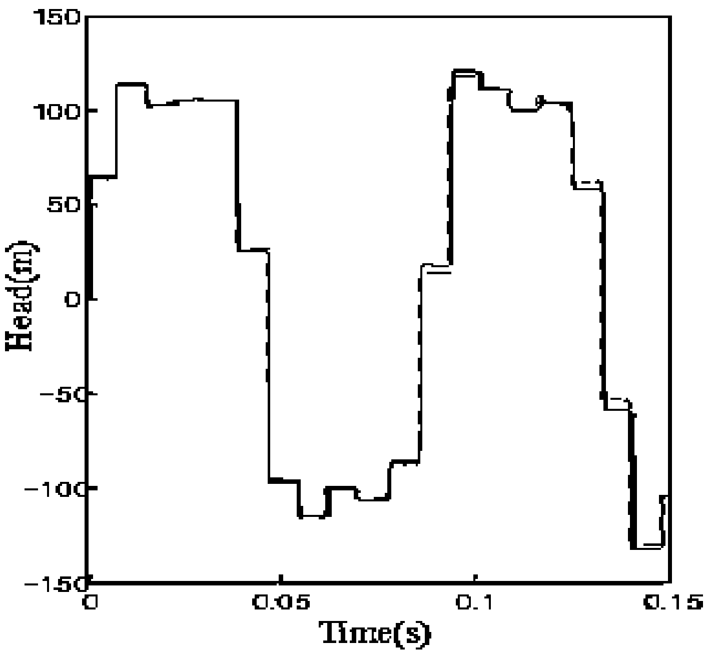
۱- مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ (با در نظر گرفتن سرعت لحظه‌ای)

۲- مدل اصطکاکی ناپایدار برونون (با در نظر گرفتن عدد رینولدز ثابت اولیه)

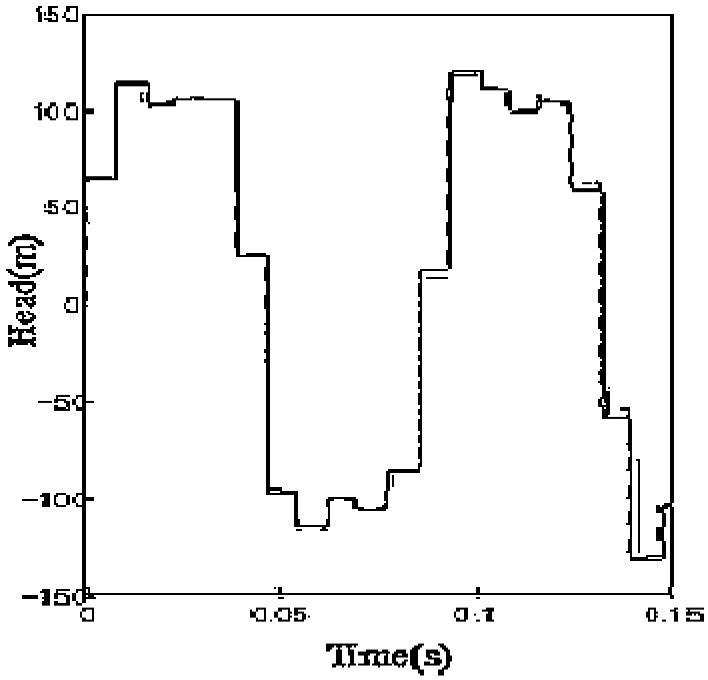
۳- مدل اصطکاکی ناپایدار برونون (با در نظر گرفتن عدد رینولدز ثابت لحظه‌ای)

در حالت اول که مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ مد نظر است، برای محاسبه ترم اصطکاک از فرمول دارسی وایسباخ استفاده می‌شود. در این رابطه ترم اصطکاک بر اساس عدد رینولدز لحظه‌ای که با توجه به مقادیر سرعت در هر لحظه به دست می‌آید محاسبه می‌گردد. با توجه به دیاگرام مودی و با استفاده از مشخصات داده شده در رابطه با جنس لوله[۶۱]، ضریب اصطکاک ۰/۰۱۴ در نظر گرفته می‌شود.

در حالت دوم، ترم اصطکاک از مدل برونون به دست می‌آید که اثر ناماندگاری جریان را نیز در نظر می‌گیرد. این ضریب با توجه به مقادیر اولیه یا همان سرعت اولیه محاسبه می‌شود. در حالت سوم نیز مانند حالت دوم از مدل برونون استفاده می‌شود با این تفاوت که عدد رینولدز بر اساس سرعت جریان در هر لحظه محاسبه می‌شود.

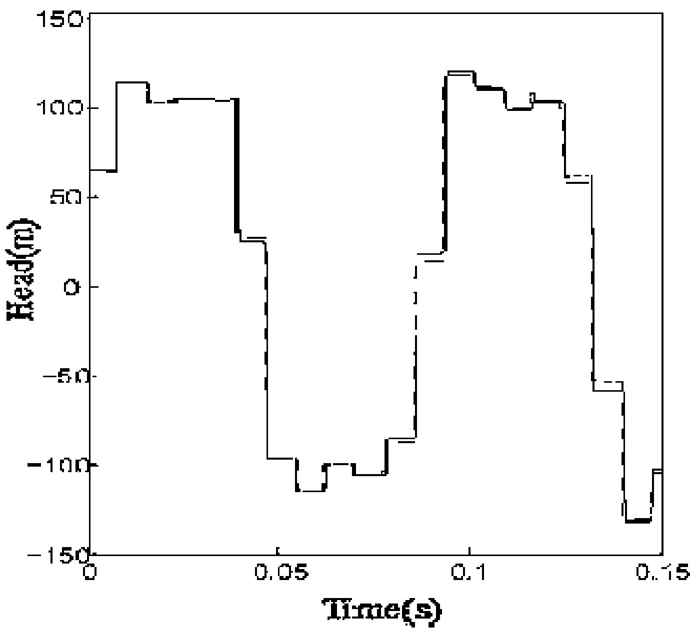



شکل(۶- ۸) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر حالت اصطکاکی مدل برونون۱ با نتایج آزمایشگاهی (نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)

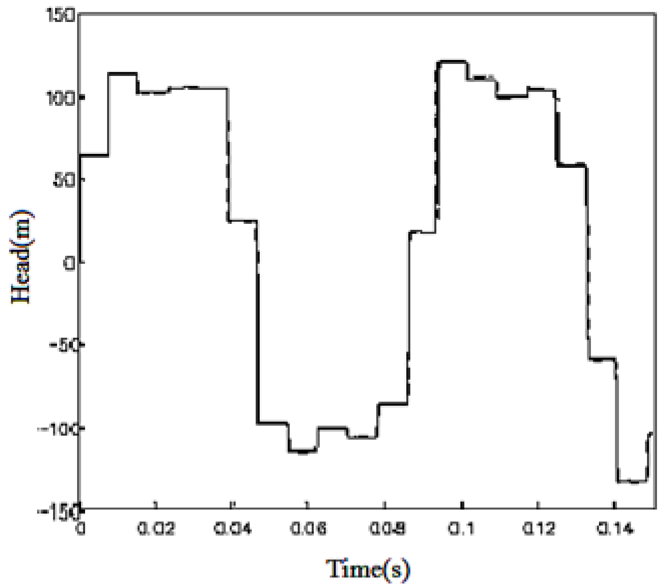



شکل(۶- ۹) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر، حالت اصطکاکی مدل برونون۲ با نتایج آزمایشگاهی

(نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)




شکل(۶-۱۰) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر، حالت اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ با نتایج آزمایشگاهی (نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)




شکل(۶- ۱۱) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در گره شیر،مدل اصطکاکی برونون۱ و ۲ (نقاط نقطه چین مدل برونون۲ و خطوط پیوسته برونون۱ )

همانطور که مشاهده می شود، نمودارهای به دست آمده بسیار نزدیک بهم می باشد. لذا برای نمایش بهتر نتایج به صورت اعداد و ارقام از جدول زیر استفاده نموده‌ایم.

جدول(۶- ۴) مقایسه فشارهای ایجاد شده در سیستم برای مدل‌های اصطکاکی مختلف در حالت کوپله اتصال

| parameter | | | Point of pipe | | | | average |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ۵ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | |
| Head max(m) | friction | experimental | ۱۱۳/۷۴ | ۱۲۸/۶۸ | ۱۳۱/۴۵ | ۱۳۴/۰۹ | ۱۲۶/۹۹ |
| | | Darcy | ۱۱۳/۹۲ | ۱۱۳/۹۳ | ۱۱۷/۰۸ | ۱۱۹/۸۹ | ۱۱۶/۲۰ |
| | | Brunone1 | ۱۱۵/۶۱ | ۱۱۵/۶۲ | ۱۱۸ | ۱۲۰/۴۴ | ۱۱۷/۴۱ |
| | | Brunone2 | ۱۲۰/۳۸ | ۱۱۹/۷۲ | ۱۱۸/۸۶ | ۱۲۰/۷۳ | ۱۱۹/۹۲ |
| | | Nofriction | ۱۱۳/۸۷ | ۱۱۳/۸۷ | ۱۱۷/۲۰ | ۱۱۹/۸۰ | ۱۱۶/۱۸ |
| Head min(m) | friction | experimental | -۱۰۹/۰۲ | -۱۲۱/۱۴ | -۱۲۱/۸۴ | -۱۳۰/۵۴ | -۱۲۰/۶۳ |
| | | Darcy | -۱۰۲/۳۰ | -۱۱۷/۱۹ | -۱۱۹/۱۶ | -۱۳۱/۹۳ | -۱۱۷/۶۴ |
| | | Brunone1 | -۱۰۲/۷۳ | -۱۱۷/۶۲ | -۱۱۹/۹۷ | -۱۳۳/۰۶ | -۱۱۸/۳۴ |
| | | Brunone2 | -۱۰۳/۷۹ | -۱۱۸/۴۹ | -۱۲۰/۰۳ | -۱۳۴/۱۳ | -۱۱۹/۱۱ |
| | | No friction | -۱۰۲/۲۲ | -۱۱۷/۱۹ | -۱۱۷/۸۲ | -۱۳۱/۸۰ | -۱۱۷/۲۵ |

با توجه به نمودارها و با استفاده از جدول فوق می‌توان برای مقایسه رفتار مدل‌های اصطکاکی می‌توان اینگونه بیان نمود که:

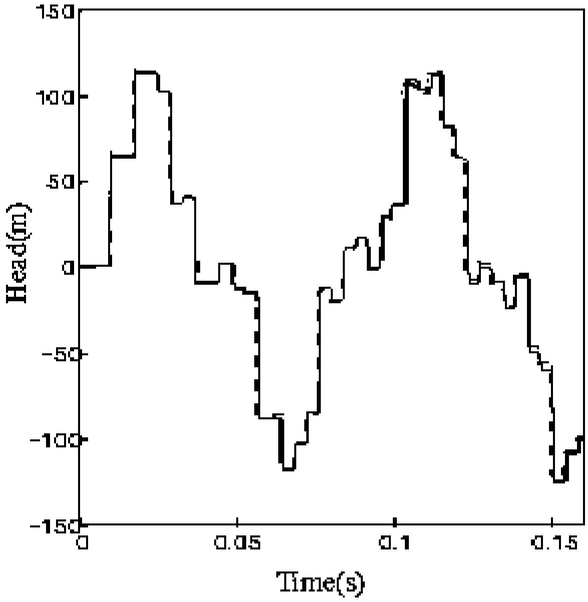
۱- استفاده ازمدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ، منجر به کاهش ۸/۴ درصدی مقدار فشار حداکثر در طول لوله می‌شود.

۲- مدل اصطکاکی برونون ۱ مقدار فشار حداکثر در طول لوله را ۷/۵ درصد کاهش می‌دهد.

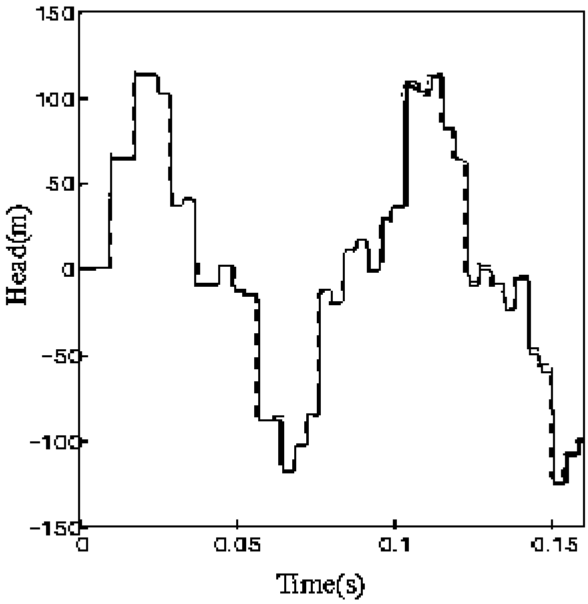
۳- مدل اصطکاکی برونون ۲ مقدار فشار حداکثر در طول لوله را ۵/۵ درصد کاهش می‌دهد.

۴- با کاهش صد درصدی ضریب اصطکاک(حالت خطی، اصطکاک صفر)، مقدار فشار حداکثر نسبت به مدل تجربی ۸/۵ درصد کاهش می‌یابد.

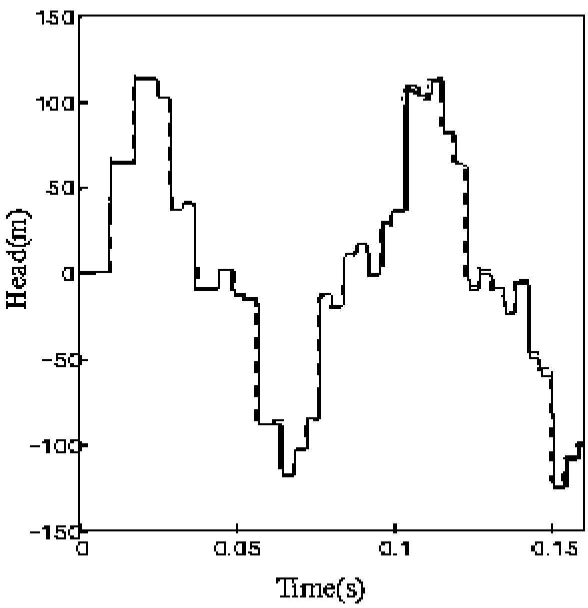
۵- در نهایت می‌توان گفت، مدل برونون دو با ۵/۵ درصد کاهش،باعث بهبود نتایج عددی، هم از لحاظ مقادیر فشاری و هم از لحاظ مطابقت زمانی با نتایج آزمایشگاهی می‌شود.



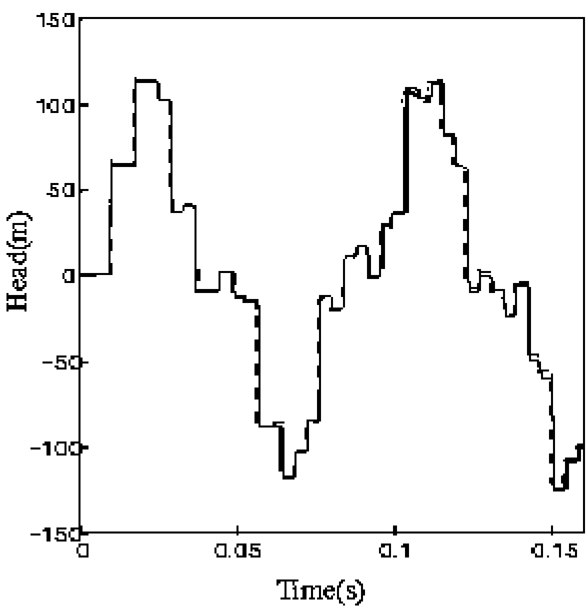

شکل(۶- ۱۲) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر حالت اصطکاکی مدل برونون۱ با نتایج ازمایشگاهی (نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)



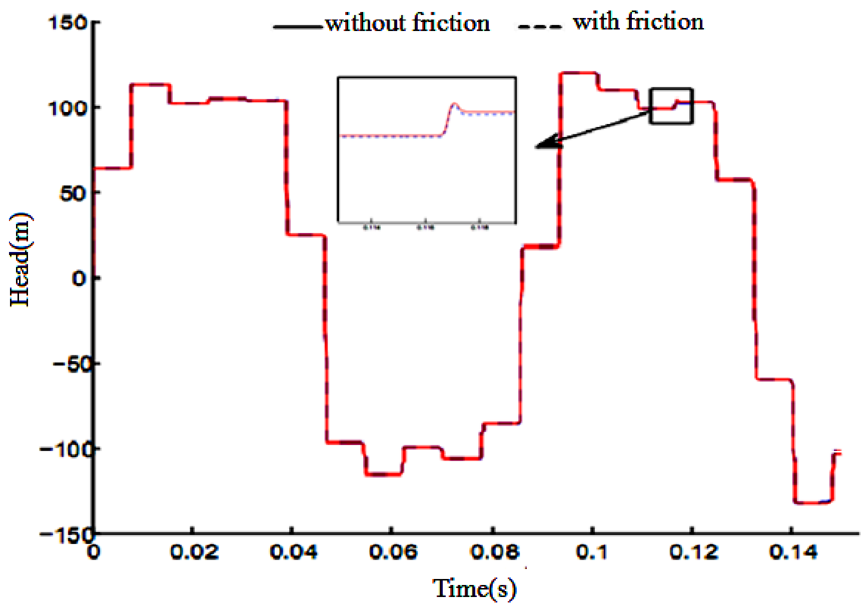

شکل(۶- ۱۳) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر حالت اصطکاکی مدل برونون۲ با نتایج آزمایشگاهی (نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)




شکل(۶- ۱۴) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر، حالت اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ با نتایج آزمایشگاهی (نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)




شکل(۶- ۱۵) مقایسه نتایج کوپله اتصال- اصطکاک در نقطه میانی شیر، حالت بدون اصطکاک با نتایج آزمایشگاهی (نقاط نقطه چین مدل آزمایشگاهی و خطوط پیوسته نتایج به دست آمده از روش عددی)




شکل(۶- ۱۶) هد فشاری در گره شیر در حالت کوپله اتصال با اصطکاک و بدون اصطکاک

با توجه به نمودارها و ارقام به دست آمده حاصل از مدل‌های اصطکاکی می‌توان اینگونه بیان نمود که مدل اصطکاکی برونون در حالت یک یا همان حالت رینولدز ثابت، با مدل برونون در حالت دو یا رینولدز لحظه‌ای و مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ اختلاف زیادی با یکدیگر ندارند اما می‌توان این چنین گفت که نتایج به دست آمده از مدل برونون در حالت رینولدز لحظه‌ای به نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر هستند.

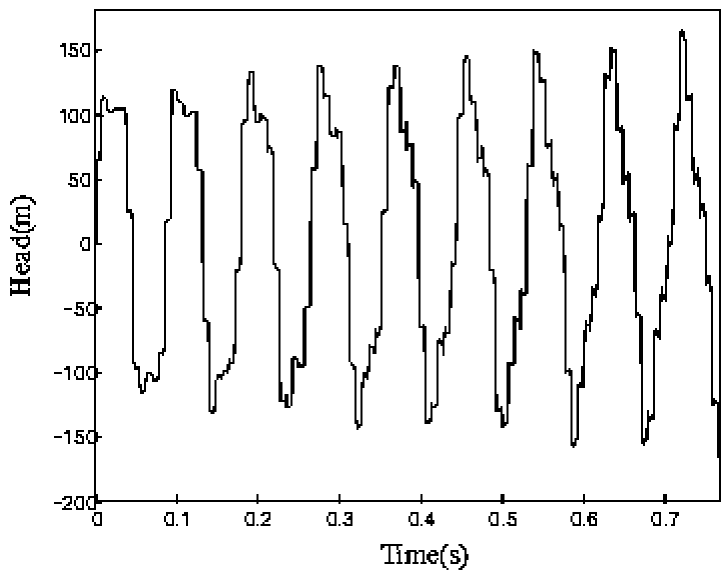
همچنین می‌توان اینگونه بیان نمود و نتیجه گرفت که حالت خطی و غیرخطی در مدلسازی با روش

عددی گودونو تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند.

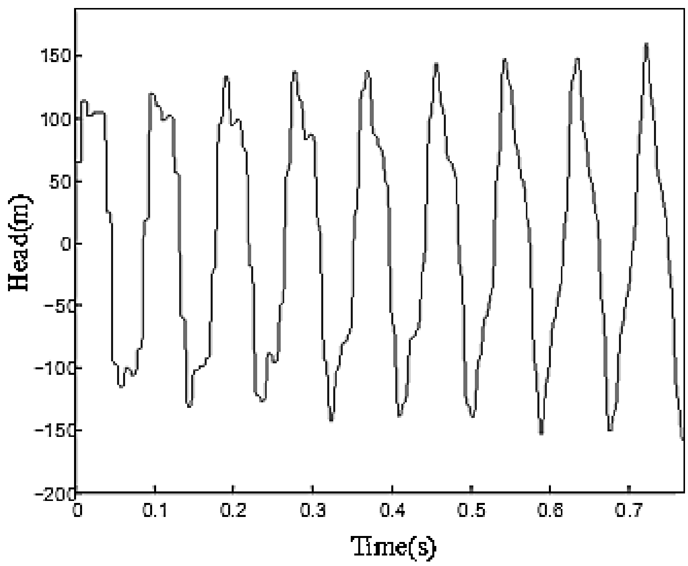
لذا با توجه به موارد بالا عملاً تأثیر اصطکاک در نوسانات فشار، با حد قابل قبولی خطا قابل صرف نظر کردن می‌باشد.

### ۶-۴-۳-۲- تأثیر تابع محدود کننده بر میزان نوسانات

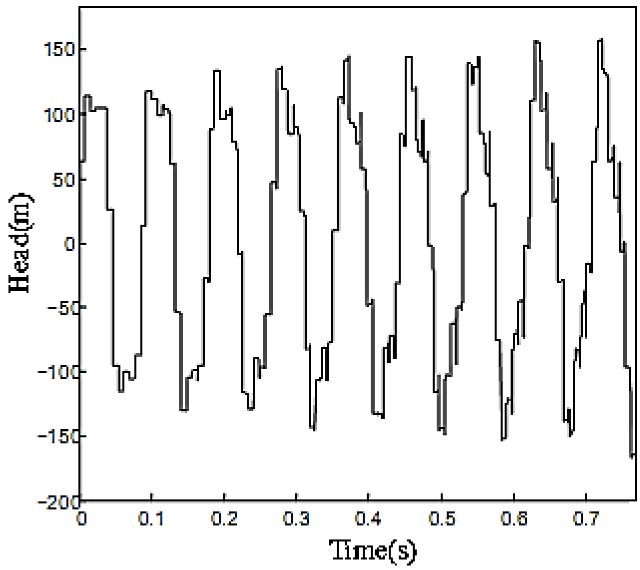
در این تحقیق، برای میزان دقت روش حجم محدود مرتبه دوم گودونو، از تابع محدود کننده MINMODاستفاده شده است. از آنجا که پایداری این روش برای عدد نزدیک به یک (کمتر از یک) است، عدد کورانت را ۰/۹ در نظر گرفته می‌شود.




شکل(۶- ۱۷) مقادیر فشار در گره شیر با اعمال محدود کننده MINMOD در کوپله اتصال (مدل مرتبه دوم)




شکل(۶-۱۸) مقادیر فشار در گره شیر بدون اعمال محدود کننده MINMOD در کوپله اتصال (مدل مرتبه اول)




شکل(۶- ۱۹) نتایج تحلیلی مقادیر فشار در گره شیر در کوپله اتصال

همانطور که در نمودارها دیده می‌شود، با گذشت زمان مدل مرتبه اول گودونو نسبت به مدل مرتبه دوم، پراکندگی بیشتری تولید می‌کند و از مقادیر تحلیلی دورتر می‌شود. اما تأثیر اعمال محدود کننده در روش مرتبه دوم گودونو به وضوح مشهود است. همانطور که در این اشکال دیده می‌شود تابع محدود کننده MINMOD، پراکندگی عددی کمتری ایجاد کرده است و باعث شده که نتایج به مقادیر تحلیلی نزدیک‌تر شوند.

## ۶-۴-۴- کوپله پواسون

اعمال اثر کوپله پواسون، با نسبت دادن یک مقدار عددی به ضریب پواسون بدست می آید. که در اینجا این مقدار ۰/۳ در نظر گرفته می‌شود. برای اعمال این اثر می بایست گره‌های مرز را به‌صورت کاملاً صلب و ثابت در نظر گرفت، به عبارت دیگر اثر کوپله اتصال را حذف می‌شود. این کار با اعمال $u_{\dot{z}M} = 0$ در محل شیر صورت خواهد گرفت.

به دلیل تشابه مراحل حل و طبق مطالب ارائه شده در خصوص کوپله اتصال از تشریح روش صرف نظر می‌گردد و مانند روش گفته شده ابتدا به مش‌بندی مسأله با توجه به شرط پایداری

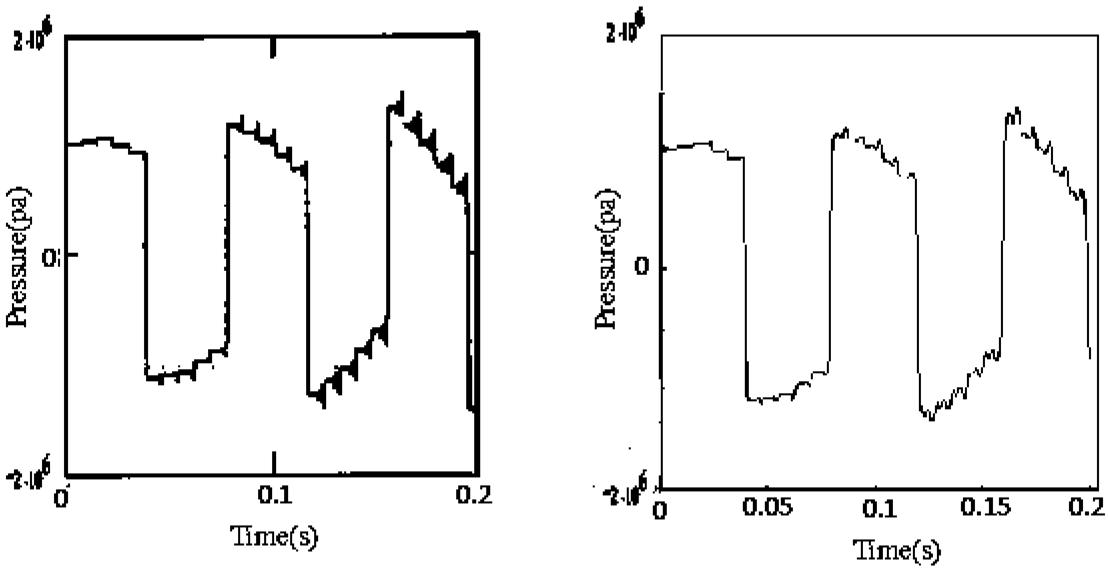
می‌پردازیم پس از آن حل مسأله ریمان و در نهایت در نظر گرفتن شرایط و محاسبه فلاکس‌های عددی است که جزئیات قبلاً ارائه شده‌اند. در این صورت داریم:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ \frac{c_f^2}{g} & 0 & -2\nu\frac{c_f^2}{g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_t} \\ 0 & 0 & -\rho_t c_t^2 & 0 \end{bmatrix} \tag{۶-۳۱}$$

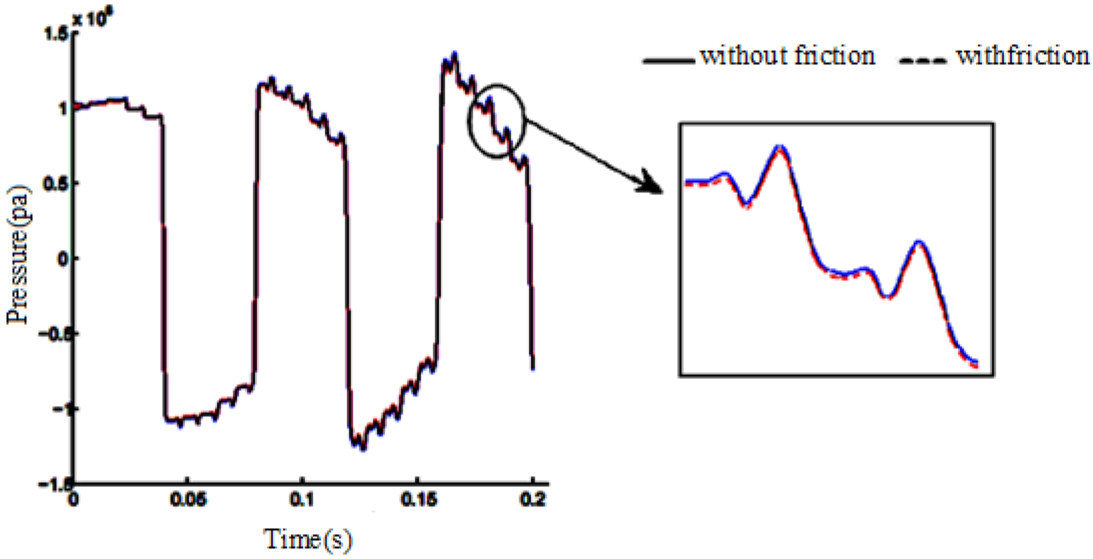
در اینجا تنها تفاوت حاصل شده اضافه شدن عبارت $-2\nu\frac{c_f^2}{g}$ در ماتریس ضرایب A می‌باشد و ادامه مسیر مانند روش ذکر شده در فوق می‌باشد.

ابتدا مسأله بدون در نظر گرفتن ضریب اصطکاک حل می‌گردد و سپس با در نظر گرفتن ترم اصطکاک حل شده و مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد.

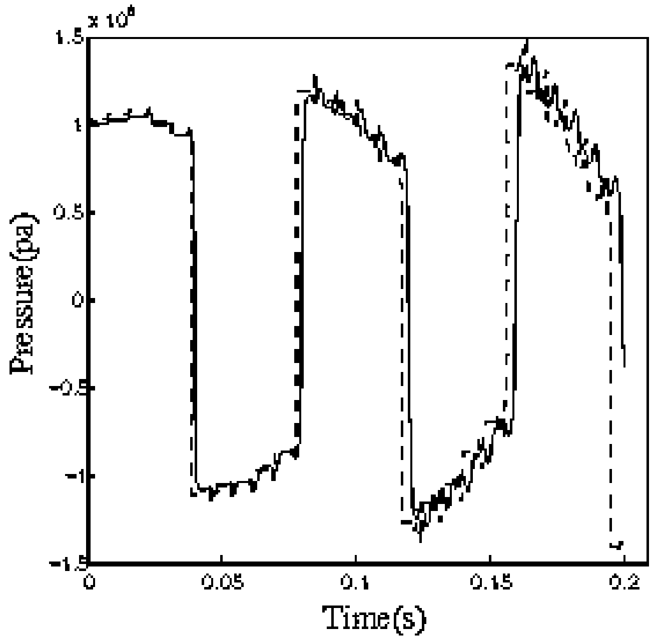
برای صحت سنجی از جدول ذکر شده در بخش کوپله اتصال استفاده می‌گردد با این تفاوت که برای نسبت پواسون ضریب ۰/۳ را قرار می‌دهیم.



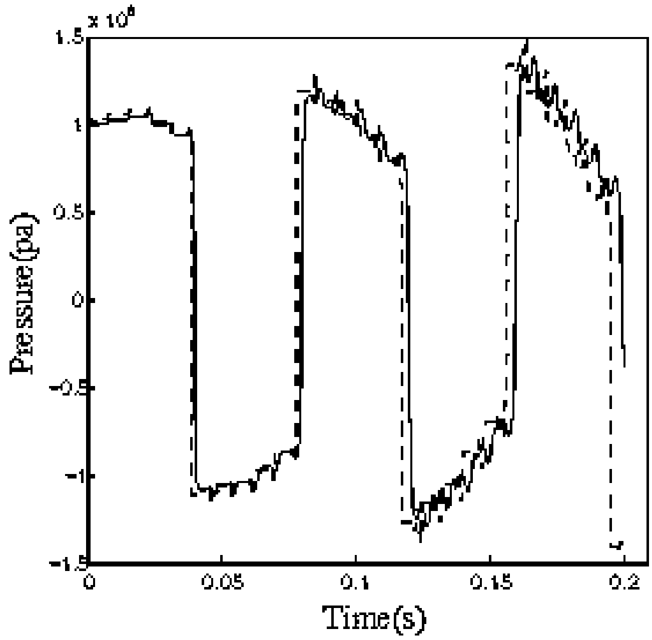

شکل(۶-۲۰) مقادیر فشار در گره شیر در حالت کوپله پواسون، سمت چپ)روش MOC سمت راست) روش عددی گودونو



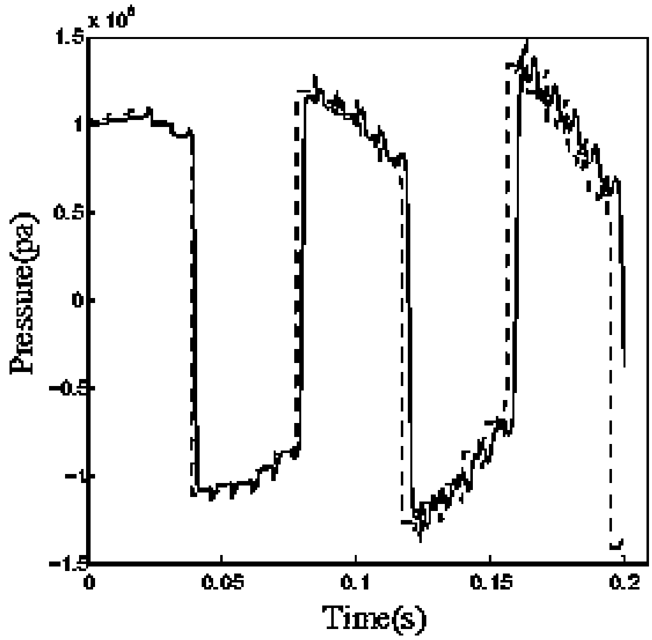

شکل(۶- ۲۱) محاسبه فشار در حالت کوپله پواسون در حالت مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ



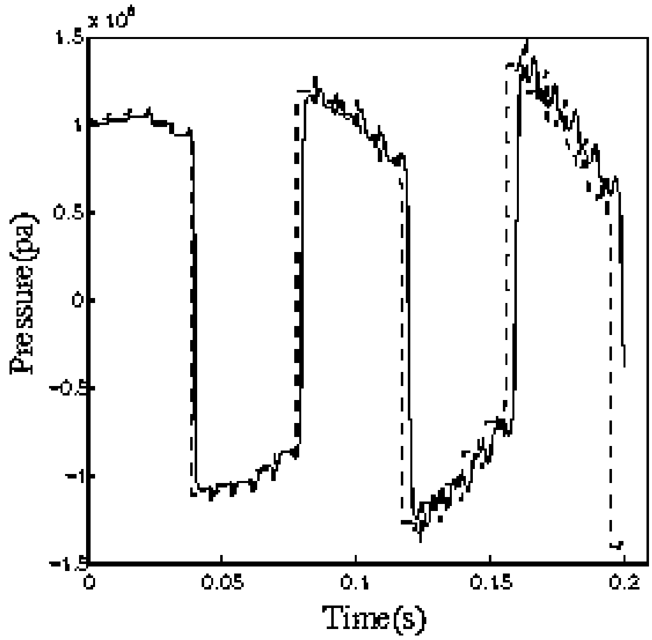

شکل(۶- ۲۲) مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت مدل اصطکاکی برونون۱و نتایج تجربی (خطوط پیوسته مدل اصطکاکی و خطوط ناپیوسته مدل تجربی)




شکل(۶- ۲۳) مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت مدل اصطکاکی برونون۲و نتایج تجربی (خطوط پیوسته مدل اصطکاکی و خطوط ناپیوسته مدل تجربی)




شکل(۶- ۲۴) مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت مدل شبه پایدار دارسی وایسباخ و نتایج تجربی (خطوط پیوسته مدل اصطکاکی و خطوط ناپیوسته مدل تجربی)




شکل(۶- ۲۵) مقایسه فشار در کوپله پواسون در حالت بدون اصطکاک و نتایج تجربی (خطوط پیوسته مدل اصطکاکی و خطوط ناپیوسته مدل تجربی)

جدول(۶- ۵) مقایسه فشارهای ایجاد شده در سیستم برای مدل‌های اصطکاکی مختلف در حالت کوپله پواسون

| parameter | | | Point of pipe | | | | average |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ۵ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۰ | |
| head max(m) | friction | experimental | ۱۱۷/۵۱ | ۱۲۷/۳۲ | ۱۳۷/۸۴ | ۱۵۰/۷۲ | ۱۳۳/۳۴ |
| | | Darcy | ۱۰۶/۵۷ | ۱۱۹/۹۸ | ۱۲۶/۸۲ | ۱۳۸/۶۴ | ۱۲۳ |
| | | Brunone1 | ۱۰۸/۲ | ۱۲۲/۱۳ | ۱۲۸/۱۵ | ۱۴۰/۹۱ | ۱۲۴/۸۴ |
| | | Brunone2 | ۱۰۷/۵۳ | ۱۲۱/۹۵ | ۱۲۶/۷ | ۱۴۰/۵۳ | ۱۲۴/۱۷ |
| | | No friction | ۱۰۶/۵۷ | ۱۲۰/۰۴ | ۱۲۶/۸۸ | ۱۳۸/۷۱ | ۱۲۳/۰۵ |
| head min(m) | friction | experimental | -۱۱۵/۷۵ | -۱۲۳/۱۷ | -۱۳۰/۵۴ | -۱۴۹/۱۸ | -۱۲۹/۶۶ |
| | | Darcy | -۱۰۶/۷۴ | -۱۱۷/۰۴ | -۱۲۱/۷۲ | -۱۳۱/۱۷ | ۱۱۹/۱۶ |
| | | Brunone1 | -۱۰۸/۰۸ | -۱۱۸/۷۲ | -۱۲۲/۹۳ | -۱۳۲/۵۱ | -۱۲۰/۵۶ |
| | | Brunone2 | -۱۰۷/۳۸ | -۱۱۸/۳۶ | -۱۲۲/۱۳ | -۱۳۲/۰۹ | -۱۱۹/۹۹ |
| | | No friction | -۱۰۶/۷۹ | -۱۱۷/۰۸ | -۱۲۱/۷۷ | -۱۳۱/۲۲ | -۱۱۹/۲۱ |

نتایج حاصل از روش عددی گودونو در ابتدا با نتایج تجربی منطبق می‌باشد، ولی پس از گذشت زمان، نمودار از نتایج تجربی فاصله می‌گیرد. علت این اختلاف بین مدل‌ها و نتایج آزمایشگاهی را می‌توان استفاده از ترم اصطکاک در مدل عددی بیان نمود که باعث استهلاک در مقادیر فشار می‌گردد. این استهلاک در تمام مدل‌های استفاده شده در این تحقیق دیده می‌شود اما با اندکی اختلاف بین مدل‌ها که با استفاده از جدول می‌توان میزان خطای مدل‌های اصطکاکی استفاده شده را بررسی نمود و اینگونه بیان نمود که:

۱- استفاده از مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ، منجر به کاهش ۷/۷ درصدی مقدار فشار حداکثر در طول لوله می‌شود.

۲- مدل اصطکاکی برونون ۱ مقدار فشار حداکثر در طول لوله را ۶/۳ درصد کاهش می‌دهد.

۳- مدل اصطکاکی برونون ۲ مقدار فشار حداکثر در طول لوله را ۶/۸ درصد کاهش می‌دهد.

۴- با کاهش صد درصدی ضریب اصطکاک(حالت خطی، اصطکاک صفر)، مقدار فشار حداکثر نسبت به مدل تجربی ۷/۷ درصد کاهش می‌یابد.

با توجه به موارد بالا می‌توان گفت که مدل‌های اصطکاکی بالا از لحاظ عملکرد با یکدیگر تفاوت چندانی ندارند. و اینکه مدل اصطکاکی ناپایدار، نوسانات فشاری ناشی از بسته شدن شیر را بهتر از مدل شبه پایدار نشان می‌دهد.

## ۶-۵- نتیجه گیری

مثالهای حل شده مربوط به پدیده اندرکنش سیال و سازه که در دو حالت کوپله اتصال و پواسون مورد بررسی قرار گرفته‌اند، مربوط به حالتی هستند که مش سیال و سازه از هم جدا شده و بر اساس عدد کورانت هر یک، انتخاب شده‌اند. در هنگام انتخاب ابعاد مش باید به این مورد توجه نمود که مرزهای بین سلولی در مش بزرگتر، منطبق بر مرزهای بین سلولی در مش کوچکتر باشند.

- نمودارهای فوق مربوط دو حالت خطی و غیرخطی می‌باشند که حالت غیرخطی با وجود ترم اصطکاک می باشد. حل مسائل و انطباق آنها با جواب‌های حاصل از روش خطوط مشخصه و نتایج آزمایشگاهی حاکی از این است که روش گودونو توانایی بالایی در حل مسائل خطی و غیرخطی دارد.

- نمودارهای فوق در دو حالت دقت مرتبه اول و دوم ترسیم شده‌اند. در این تحقیق برای دقت مرتبه دوم از تابع محدود کننده MINMOD استفاده شده است. نمودارها و اشکال نمایش داده شده گویای این مطلب بودند که دقت مرتبه اول با گذشت زمان به مراتب دارای پراکندگی بیشتری نسبت به مرتبه دوم می‌باشد.

- مثال های ارائه شده همگی یک بعدی بوده‌اند و در اینجا کارآیی روش گودونو در حل مسائل یک بعدی بررسی شده است.

- در این تحقیق برای نشان دادن حالت غیرخطی با وجود ترم اصطکاک، از دو حالت اصطکاک ناپایدار و اصطکاک شبه پایدار استفاده شده است. حالت ناپایدار مربوط به مدل اصطکاکی برونون می‌باشد که در دو حالت عدد رینولدز ثابت و عدد رینولدز لحظه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. و نتایج نشان دهنده این بود که این مدل‌ها تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند ولی در نهایت حالت ناپایدار نتایج نزدیکتری به مقادیر تحلیلی نشان می‌داد که گویای کاراتر بودن مدل اصطکاکی ناپایدار نسبت به مدل شبه پایدار می‌باشد.

- همانطور که در نمودارها مشهود است، اصطکاک تنها باعث کاهش فشار پیک در لوله می‌گردد و هیچ‌گونه تأثیری در دامنه نوسانات ندارد و در حالتی که هیچ‌گونه اصطکاکی وجود نداشته باشد مقدار حداکثر فشار در هر سیکل باید ثابت باقی بماند.

- عملکرد کوپله اصطکاک به گونه‌ای است که باعث کاهش تنش‌ها و فشارها می‌شود، لذا در نظر نگرفتن آن در طراحی در جهت اطمینان می‌باشد.

# فصل هفتم

# جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

## ۷-۱-مقدمه

در این تحقیق همانطور که در متن نیز آورده شده است، پس از معرفی ضربه قوچ و معادلات حاکم بر آن حل چند مسأله مورد بررسی قرار گرفت، سپس پدیده اندرکنش سیال- سازه و معادلات حاکم بر آن معرفی گردید و پس از آن روش عددی گودونو برای حل این معادلات مورد بررسی قرار گرفت. همانطور که ذکر گردید این روش قبلاً برای حل مسائل خطی ارائه گردیده است. اما در اینجا برای اولین بار برای حل مسائل غیرخطی پدیده اندرکنش سیال- سازه مورد توجه قرار گرفت که پیش از این، حل این مسائل با روش MOC صورت می‌گرفت. علاوه بر آن برای افزایش دقت حل انواع محدود کننده‌ها برای حل معادلات معرفی گردید و در نهایت از محدود کننده MINMOD استفاده شد. برای مدلسازی اصطکاک نیز پس از معرفی چند مدل اصطکاکی، از مدل اصطکاکی شبه پایدار دارسی وایسباخ و مدل اصطکاکی ناپایدار برونون استفاده شده است و در پایان نتایج بدست آمده با روش های MOC و روش گودونو خطی مقایسه گردید، که اهم نتایج بدست آمده از این مدلسازی‌ها در ادامه ذکر گردیده است.

## ۷-۲-نتایج

از موارد ذکر شده در این تحقیق می‌توان این‌گونه نتیجه گرفت که:

۱- میزان پراکندگی عددی در روش مرتبه‌دوم گودونو(حجم محدود)، به‌مراتب کمتر از روش MOCو مرتبه اول گودونواست، به گونه‌ای که هر چه به زمان بسته شدن شیر افزایش می یابد و هر چه در زمان به سمت جلو پیش می رویم این پراکندگی در مرتبه اول افزایش می‌یابد.

۲- برای مدلسازی اصطکاک از مدل تقریبی برونون استفاده شد که نسبت به روش دارسی ـ وایسباخ نتایج قابل قبول‌تری به‌دست می‌دهد.

۳- ترم اصطکاک در مدلسازی مسأله تأثیر بسیار ناچیزی دارد به نحوی که می‌توان آن را در معادلات نادیده گرفت. همانطور که در فصل قبل تر نیز ذکر گردید ترم اصطکاک باعث کاهش تنش ها و فشارها می شود پس نادیده گرفتن آن در جهت اطمینان است.

۴- روش عددی گودونو در حالت خطی و غیرخطی(با وجود ترم منبع اصطکاک) با یکدیگر تفاوت چندانی ندارند اما می‌توان این‌گونه بیان نمود که حالت خطی به نتایج تجربی نزدیک‌تر است.

۵- مقدار عدد کورانت نقش مهمی در نتایج دارد به طوری که با میل کردن عدد کورانت به سمت ۱ جواب‌ها به حالت تحلیلی نزدیک‌تر می‌شود و با کوچکتر شدن آن جواب‌ها دارای نواسانات بیشتری خواهد بود.

۶- توجه به عدد کورانت را همواره باید مدنظر داشت، چرا که اگر عدد کورانت از محدوده ذکر شده پایین‌تر رود، روش عددی گودونو قابلیت خود را در حل دقیق مسأله از دست خواهد داد.

۷- در پدیده اندرکنش سیال- سازه به علت روبرو بودن با دو ساختار متفاوت از امواج با سرعت‌های گوناگون، مش بندی سیال و سازه باید به طور جداگانه صورت گیرد و چنانچه در مسأله‌ای با امواج گوناگون روبرو بودیم می بایست به تأثیرپذیری عدد کورانت این امواج دقت نمود.

۸- رفتار خطی و غیرخطی تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند که می‌توان گفت علت آن بی تأثیر بودن ترم اصطکاک در معادلات می‌باشد.

## ۷-۳- پیشنهادات

۱- در این تحقیق مدلسازی در حالتی بود که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال بزرگتر بوده است، کاویتاسیون زمانی رخ می‌دهد که فشار درون سیستم از فشار بخار سیال  کمتر شده و سبب تبخیر سیال می‌گردد، که در این حالت جریان تک فازی سیال به جریان دو فازی تبدیل می‌گردد. می‌توان مدل حاضر را با اعمال مدل‌های کاویتاسیون توسعه داد.

۲- در این تحقیق، ما از میان مدل‌های اصطکاکی ناپایدار تنها به مدل برونون پرداختیم. می‌توان با استفاده از مدل‌های اصطکاکی ذکر شده به بررسی اثر تداخلی اتصال ـ اصطکاک و پواسون ـ اصطکاک پرداخت و این مدلسازی را توسعه داد.

۳- در اینجا ما با فرض الاستیک بودن سیستم لوله به بررسی رفتارها پرداختیم، می‌توان در گام‌های بعدی پا را فراتر نهاد و با فرض ویسکوالاستیک بودن به بررسی این مدل پرداخت.

۴- اثر تداخل اتصال ـ اصطکاک و پواسون ـ اصطکاک در این تحقیق بررسی شد، می‌توان در مراحل بعد اثرات همزمان هر سه حالت کوپله را با روش گودونو حل نمود و به مقایسه آن با روش خطوط مشخصه پرداخت.

# مراجع فارسی و لاتین

## الف- مراجع لاتین


1. Achard J.L. and Lespinard G.M. (1981) “Structure of the transient wall-law in one-dimensional models of laminar pipe flows” **Journal of Fluid Mechanics., 113, pp283-298.**
2. Adamkowski A. Lewandowski M. (2006) “Experimental examination of unsteady friction models for transient pipe flow simulation**”** **Journal of Fluids Engineering., Vol. 128, pp 1351-1363.**
3. Arlt H. (1983) “Experimentelle Untersuchungenuber des instationare, turbulente Reibungsver halten beiaufgepragten Druckimpulsenineiner Rohrleitungmit Kreisquerschnitt”. Mitteilungsheft Nr. 102, Institut fur Wasserbau und Wasserwirtschaft, Technische Universitat Berlin, Berlin, Germany (in German).
4. Belytchko T. Karabin M. Lin J.I. (1986) “**Fluid Structure Interaction in Waterhammer Respose of Flexible Piping**” PVP, ASME, Vol. 108, pp. 249-255.
5. Bergant A., Simpson A. R. and Vitkovsky J. P. (2001) “Developments in unsteady pipe flow friction modeling” **Journal of Hydraulic Research, Vol. 39, pp 249-257.**
6. Brekke H., (1984), PhD Thesis, “A stability study on hydropower plant governing including the influence from a quasi-nonlinear damping of oscillatory flow and from the turbine characteristics”. NTH,Trondheim, Norway.
7. Brown F.T. (1984) “**On weighting functions for the simulation of unsteady turbulent flow. Forum on Unsteady Flow**”, ASME, New Orleans, USA, FED-Vol.15, 26-28.
8. Brunone B. Golia U. M., and Greco, M. (1991)“**Some remarks on the momentum equation for fast transients**”, lnt. Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation. 9th Round Table. IAHR. Valencia. Spain. pp 140-148.
9. Bughazem M. B. and AndersonA. (1996) “**Problems with simple models for damping in unsteady flow**”. Proc., Int. Conf. on Pressure Surges and Fluid Transients, BHR Group, Harrogate, England, 537-548.
10. Carstens M.R. and Roller, J.E. (1959)“**Boundary shear stress in unsteady turbulent**

**pipe flow.Journal of the Hydraulics Division**", ASCE, 85(HY2), pp 67-81.

11. Cocchi G. (1988)"**Esperimentosullaresistenza al deflusso con motovario in un tubo". Attidella Accademiadelle Scienze dell**" Instituto di Bologna, Italy, 14(5), 203-210 (in Italian).
12. Daily W.L., Hankey W.L., Olive, R. W., and Jordaan, J.M. (1956) " **Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices**". Transactions of ASME, 78(July), pp 1071-1077.
13. De Jong, C. A. F., Ph.D. thesis (1994) "Analysis of Pulsations and Vibrations in Fluid-Filled Pipe Systems", Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands
14. Gale J., Tiselj, I. (2008), " Godunov's Method for Simulations of Fluid-Structure Interaction in Piping Systems" **Journal of Pressure Vessel Technology, Trans. ASME, Vol. 130, No. 031304.**
15. Ghidaoui M. S. and Mansour S. "Efficient treatment of the Vardy-Brown unsteady shear in pipe transients", **Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 128.**
16. Golia U.M. (1990) "**Sulla valutazionedelleforzeresistentinelcolpod'ariete**". Report n. 639, Dept. of Hydr. andEnvir. Engrg., University of Naples, Naples, Italy (in Italian).
17. Guinot V. (2003) "**Godunov–Type Schemes. An Introduction for Engineers**", Elsevier
18. Jovice
19. Hadj-Taieb E. and Lili T. (2000) "Validation of hyperbolic model for water-hammer in deformable pipes" **Journal of Fluids Engineering., Vol. 122, pp 57-64.**
20. Hino M .,Sawamoto M.,andTakasu S.(1977) "**Study on the transition to turbulence and frictional coefficient in an oscillatory pipe flow**". Transactions of JSCE,9,pp282-284.
21. Hirsh c. (1990) "**Numerical computation of internal and external flows**", Vol. 2, Wiley.
22. Hu C. K. and Phillips J. W. (1981) "**Pulse Propagation in Fluid-Filled Elastic Curved Tubes**" ASME J. Pressure Vessel Technol., 103, pp. 43-49.
23. Kagawa T. Lee, I., Kitagawa A., and Takenaka T. (1983) "**High speed and accurate computing method of frequency-dependent friction in laminar pipe**

**flow for characteristics method**". Transactions of JSME, 49(447), 2638-2644 (in Japanese).

24. Kompare, B. (1995) PhD Thesis "The use of artificial intelligence in ecological modeling" University of Ljubljana, Ljubljana, Slovenia / Royal Danish School of Pharmacy, Copenhagen East, Denmark.
25. Kurokawa J., and Morikawa M.(1986) "**Accelerated and decelerated flows in a circular pipe**". Bulletin of JSME, 29(249), pp758-765.
26. Lavooij C. S. W., and Tijseeling A. S., (1991) "Fluid-Structure Interaction in Liquid-Filled Piping Systems" **J. Fluids Struct., 5, pp. 573-595.**
27. Lax P. D. and Wendroff B.( 1960) "**Systems of conservation laws**", Comm. Pure Appl. Math., pp 217–237.
28. Menabrea L. F., "**Note sur les effets de choc de l'eaudans les conduits**",(Note on effects of water shock in conduits.) ComptesRendusHebdomadaires des séances de l'Academic des Sciences(Paris) Vol. 47, p 221-224, 1858
29. S., Ghidaui, M. S., Schmidt, A. R. and Garcia, M. H., "**An efficient finite-volume scheme for modeling water hammer flows**" , Contemporary Modeling of Urban Water System, Monograph 15,2007.
30. Safwat H .H., and Vander Polder J. (1973) "Friction frequency dependence for oscillatory flows in circular pipes". **Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 99(HY11), pp1933-1945**
31. Schohl G.A. (1993) "Improved approximate method for simulating frequency-depenent friction in transient laminar flow". **Journal of Fluids Engineering, ASME, 115(3), pp420-424.**
32. Shuy E.B. (1995) "Approximate wall shear equation for unsteady laminar pipe flows". **Journal of Hydraulic Research, IAHR, 33(4), pp457-469.**
33. Shuy E.B., and Apelt C.J.(1987) "**Experimental studies of unsteady shear stress in turbulent flow in smooth round pipes**". Conf. on Hydraulics in Civil Engineering, Melbourne, Australia, 137-141.
34. Skalak R., (1956), "**An Extension of the Theory of Waterhammer**" Trans.ASME, 78,pp. 105-116.
35. Streeter V. L. Wylie E.B, (1993) "**Fluid Transients in Systems**" ,Prentice Hall.

36. Suzuki K., Taketomi T., and Sato, S. (1991) “Improving Zielke’s method of simulating frequency-dependent friction in laminar liquid pipe flow” **Journal of Fluids Engineering, ASME, 113(4), pp569-573.**
37. Svingen B. (1997) “**Rayleigh damping as an approximate model for transient hydraulic pipe friction**”. Proc., 8th Int. Meet. On the Behaviour of Hydraulic Machinery under Steady Oscillatory Conditions, IAHR, Chatou, France, Paper F-2.
38. Sweby P.K., (1984) “**High resolution schemes using flux-limiters for hyperbolic conservation laws**”,SIAMJ.Num. Anal., Vol. 21, pp 995-1011, Leon, A.
39. Tijsseling A.S. (1993), PhD Thesis “Fluid-structure interaction in case of water hammer with cavitation” Delft University of Technology, Delft, The Netherlands,.
40. Tijsseling A.S. (1996) “Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems : a review” **Journal of Fluids and Structures,Vol 10, pp. 109-146.**
41. Tijsseling A.S. (2003) “Exact solution of linear hyperbolic four- equation system in axial liquid- pipe vibration” **Journal of Fluids and Structure, Vol. 18, pp 179-196.**
42. Tiselj I., Horvat A., (2002) “**Accuracy of the Operator Splitting Technique for Two-Phase Flow With Stiff Source Terms**” Procceding of ASME FEDSM02.
43. Toro E.F., (2008) “**Riemann Solvers and Numerical Methods forFluid Dynamics**”, (Third ed.). Springer-Verlag
44. Toro E.F., Millington, R.C., Nejad, L.A.M., (2001), “**Towards very high-order godunov schemes. In: Godunov Methods: Theory and Applications**”, Edited Review, Toro, E.F. (Editor). Kluwer Academic/Plenum Publishers, pp. 905–938
45. Trikha A. K. (1975) “An efficient method for simulating frequency-dependent friction in transient liquid flow” **Journal of Fluids Engineering, ASME, Vol. 97,pp 97-105.**
46. Valentin, R. A., Phillips, J. W., and Walker, J. S. (1979) “**Reflection and Transmission of Fluid Transients at an Elbow**” Transaction of SMiRT5, Paper No. B 2-6.
47. Van Leer B. (1974) “Towards the ultimate conservative difference scheme II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme” **Journal of Computational Physics, Vol. 14, pp 361-70.**
48. Van Leer B.(1979) “Towards the ultimate conservative difference scheme V. A second-order sequel to Godunov s method” **Journal of Computational Physics, Vol. 32, pp 101-136.**
49. Vardy A. E., Brown J. M., (1996) “**On turbulent unsteady, smooh-pipe**

**friction**",Proc. of the 7th International Conf. on Pressure Surges-BHR Group, Harrogate, United Kingdom.

50. Vardy A.E., and Hwang K.L. (1991) "A characteristics model of transient friction in pipes" **Journal of Hydraulic Research, IAHR, 29(5), pp669-684.**
51. Vardy A.E , Hwang K.L., and Brown J.M.B. (1993) " A weighting function model of transient turbulent pipe flow" **Journal of Hydraulic Research, IAHR, 31(4), pp533-548.**
52. Vardy A.E. (1992) "**Approximating unsteady friction at high Reynolds numbers**". Proc., Int. Conf. on Unsteady Flow and Fluid Transients. Durham. England. 21-29.
53. Vennatr B. (1996) " **Unsteady friction in pipelines. Proc., XVIII IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitation**", Valencia, Spain, Vol. 2, pp819-826.
54. Walker J. S., and Phillips J. W., (1977) "**Pulse Propagation in Fluid-Filled Tubes**" ASME J. Appl. Mech., 44, pp. 31-35.
55. Wiggert, D. C., Hatfield, F. J., and Stuckenbruck, S., (1987) "**Analysis of Liquid and Structural Transients in Piping by the Method of Characteristics**" ASME J. Fluids Eng., 109, pp 161-165.
56. Wood D.J. and Funk J.E. (1970) "A boundary-layer theory for transient viscous losses in turbulent flow" **Journal of Basic Engineering, ASME, 92(4), pp865-873.**
57. Yigang C., and Jing-Chao S. (1989) "**An efficient approximate expression for transient flow of high viscous fluid in hydraulic pipelines**". Proc., 6th Int. Conf. on pressure Surges, BHRA, Cranfield, England, 349-356.
58. Zarzycki Z., "**Hydraulic resistance of unsteady turbulent liquid flow in pipelines**", Proc., 3rd lnt. Conf. on Water Pipeline Systems, BHR Group, The Hague, the Netherlands, p 163-178, 1997.
59. Zhao M. and Ghidaoui M. S. (2004) "Godunov-type solutions for water hammer flows" **Journal of Hydraulic Engineering , Vol. 130, pp 341–348.**
60. Zielke W. (1968) "Frequency-dependent friction in transient pipe flow" **Journal of Basic Engineering, ASME, 90(1), pp109-115.**

## ب- مراجع فارسی


۶۱- استریتر و.ال، وایلی ب، (۱۳۸۵)،" **مکانیک سیالات** " [ترجمه] ملک زاده غ، کاشانی حصار م، چاپ هجدهم، انتشارات جهان فردا، مشهد.

۶۲- تائبی ا ، چمنی م، (۱۳۷۹)، "**شبکه‌های توزیع آب شهری**" انتشارات صنعتی اصفهان.

۶۳- حسینی م، ابریشمی ج، (۱۳۸۹) " **هیدرولیک کانالهای باز** " چاپ بیست و سوم، انتشارات آستان قدس رضوی، مشهد.

۶۴- عباسی ع و صباغ یزدی س.ر. (۱۳۷۸) "اصطکاک ناماندگار در تحلیل حجم محدود جهتمند پدیده ضربه قوچ در لوله‌ها در شرایط عدم جدایی توده آب"، **مجله هیدرولیک ایران**.

۶۵- کرامت ع، (۱۳۸۹)، رساله دکترا: " بررسی اندرکنش سیال- سازه در سیستم های لوله ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن جدایی ستون مایع "، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

۶۶- مجد ع و احمدی ا. (۱۳۹۱) ،" مقایسه اثر اصطکاک ناماندگار در حالت‌های مختلف جریان غیرماندگار"، **نهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان**.

۶۷- نجاران طوسی ع، (۱۳۹۰)، پایان نامه کارشناسی ارشد: "بررسی پدیده اندرکنش سیال – سازه با روش عددی گودونو"، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

۶۸- نجمائی محمد، (۱۳۷۴)"**ضربه قوچ**"، انتشارات هما.

## Abstract

If condition change during a steady state to another steady state, the unsteady flow occurs between two steady flow that between flow the call transient state flow so, water hammer is a kind of transient state flow that in the pipeline is created. This creates considerable dynamic forces to pipeline's structure. If these forces can cause movement of the pipe network phenomenon called fluid structure interaction will occur.

This phenomenon involves transmission of energy and momentum between the pipeline's structure and the fluid and is normally produced by intensive change of flow rate and fluid pressure or mechanical factors in pipeline systems. This phenomenon pioneered by Skalak, examined. For this purpose, he used the governing interaction equations water hammer.

As the governing equation are hyperbolic in this phenomenon, For analyzing and simulating this interactional feature, In the past, for analyzing and simulating this interactional the method of characteristics (MOC) was used. But due to some reasons like encountering with nonlinear equation systems or existence of complex terms in model using MOC method has some limitations. There for, in this study, for modeling Godunov numerical method, have been used. The scheme is based on Reimann solution and The implementation of boundary conditions such as reservoirs, valves and pipe junctions within the Godunov approach is similar to that of the method of characteristics.

In this modelling, considering the unsteady friction models. In the end, for evaluating model results, developed model compared with the existing lab tests and analytical results presented by pervious researchers. Obtained results indicate that Godunov method in the field of analyzing hyperbolic system of equations is stable for Courant number less than or equal to one and efficient and can be used.

Key words: unsteady flow, water hammer, Godunov method, fluid structure interaction, unsteady friction.

**Shahrood University Technology**

**Depatment of Civill Engineering**


# Investigation of Fluid – Structure interaction using numerical nonlinear Godunov method


**Mahbube Masoominia**

**Supervisor :**

**Dr.Ahmad Ahmadi**



**December 2012**