

اللَّهُمَّ صَلِّ عَلَى مُحَمَّدٍ وَعَلَى آلِ مُحَمَّدٍ



دانشکده: فیزیک

گرایش: ذرات بنیادی

مطالعه حرکت شتابدار کوارک سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون

دانشجو: محمد عابدینی

استاد راهنما:

کاظم بی تقصیر فدافن

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه 1391

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

خدای را بسی شاکرم که از روی کرم پدر و مادری فداکار نصیبم ساخته تا در سایه درخت پر بار وجودشان بیاسایم و از ریشه آنها شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم و دانش تلاش نمایم والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی است بر بودنم چرا که این دو وجود پس از پروردگار مایه هستی ام بوده اند دستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند آموزگاران‌ی که برایم زندگی بودن و انسان بودن را معنا کردند

.... حال این برگ سبزی است تحفه درویش تقدیم آنان

سپاس و قدردانی

با تقدیر و تشکر شایسته از استاد فرهیخته و فرزانه جناب آقای دکتر بی تقصیر که با نکته های دلاویز و گفته های بلند ، صحیفه های سخن را علم پرور نمود و همواره راهنما و راه گشای نگارنده در اتمام و اکمال پایان نامه بوده است.

با سپاس بی دریغ خدمت جناب آقایان دکتر موحدیان، دکتر حسن آبادی ، دکتر صادقی، دکتر فارغ بال که همواره مشوق بنده بوده اند و همچنین دوستان گران مایه ام آقایان حسن نیازی، احسان عظیم فرد، مالک میرزایی ، حسین برزه کار، مهدی قنوازی ، وحید پارسا، محمد نوروزی، مهدی سلامت، علی عتیقی، حسین اصطبار که مرا صمیمانه و مشفقانه در انجام این پایان نامه یاری داده اند، بسیار سپاسگزارم.

تعهدنامه

اینجانب محمد عابدینی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه : مطالعه حرکت شتابدار کوارک سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون تحت راهنمایی‌های دکتر کاظم بی تقصیر فدافن متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در سال‌های اخیر نشان داده شده است که در اثر برخورد یون‌های سنگین نسبیتی در برخورد دهنده‌ی بزرگ هادرونی LHC و RHIC پلاسمای کوارک گلوئون با ثابت جفت شدگی قوی تولید می‌شود. از آن جا که ثابت جفت‌شدگی قوی است نمی‌توان از روش‌های اختلالی برای مطالعه این محیط استفاده کرد. یکی از روش‌های جدید برای مطالعه‌ی فیزیک این محیط استفاده از دوگانگی AdS/CFT است.

در این پایان‌نامه از این روش استفاده کرده و مسأله حرکت شتابدار کوارک سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون و خلأ بررسی می‌شود. برای مطالعه‌ی حرکت شتابدار، حرکت دایره‌ای کوارک با سرعت ثابت در نظر گرفته شده است. بنابراین کوارک با شتاب دورانی ثابت حرکت می‌کند. مطابق دوگانگی AdS/CFT دوگان گرانش این مسأله ریسمان چرخانی است که در فضای حجم دوران می‌کند. در ابتدا با مطالعه‌ی منابع مورد نظر مروری بر مسأله حرکت کوارک چرخان داریم. معادله دیفرانسیل حرکت را برای محیط‌های پلازما و خلأ بدست آورده و روش‌های مختلفی برای حل تحلیلی و عددی آن بررسی می‌شوند. جواب تحلیلی تنها در موردی که کوارک در محیط خلأ دوران می‌کند، بدست می‌آید و نشان داده می‌شود که در موارد دیگر بایستی از روش‌های عددی استفاده کرد. همچنین انرژی اتلافی کوارک در حدهای مختلف بررسی می‌شوند و مشاهده می‌شود که در حد شتاب‌های دورانی کم نیروی کششی و در حد شتاب‌های دورانی زیاد تابش غالب می‌شود.

سپس به عنوان مسأله جدید کوارک سنگینی در خلأ در نظر گرفته می‌شود که علاوه بر حرکت دایره‌ای در جهت محور دوران نیز با سرعت ثابت حرکت می‌کند. انرژی اتلافی به صورت تحلیلی محاسبه شده و نشان داده می‌شود که در این وضعیت اتلاف انرژی بیشتر از حالتی است که کوارک فقط حرکت دورانی دارد. یکی دیگر از مسأله‌هایی که بررسی می‌شوند مطالعه‌ی حرکت کوارک چرخان در فضا-زمان غیرنسبیتی است و به این منظور فقط حرکت ذره در خلأ در نظر گرفته شده است.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- 1- کاظم بی تقصیر فدافن ، محمد عابدینی “مطالعه‌ی ائتلاف انرژی کوارک سنگین چرخان در محیط خلأ با استفاده از AdS/CFT” کنفرانس بهاره فیزیک ذرات بنیادی (IPM) ، 27-28 اردیبهشت ماه 1391

فهرست مطالب

فصل اول: آشنایی با ذرات بنیادی

- 1-1- مقدمه 3
- 2-1- نیروهای بنیادی در طبیعت 5
- 3-1- وحدت نیروها 7
- 4-1- مدل استاندارد 8
- 5-1- دسته بندی لپتون ها و کوارک ها در مدل استاندارد 9
- 1-5-1- لپتون ها 9
- 2-5-1- کوارک ها 10
- 3-5-1- واسطه ها 13
- 6-1- پلاسمای کوارک گلوئون 13
- 7-1- نظریه کوانتومی رنگ 16
- 8-1- کوارک کونیوم 19

فصل دوم: نظریه ریسمان و تناظر AdS/CFT

- 1-2- نظریه ریسمان 21
- 1-1-2- ریسمان بوزونی 22
- 2-1-2- ابر ریسمان 22
- 2-2- نظریه -ام 23
- 3-2- ابعاد بالاتر 23
- 4-2- سیاه چاله 24
- 5-2- کشش ریسمان 26

28	6-2- شامه ها
29	7-2- شامه ها و هندسه فضا-زمان
32	8-2- تناظر AdS/CFT
34	9-2- فضای AdS
37	10-2- ارتباط بین پارامترهای دو نظریه در حد N بزرگ
39	11-2- ارتباط UV/IR

فصل سوم: حرکت کوارک چرخان در محیط خلأ و پلاسمای کوارک گلوئون

42	1-3- مقدمه
43	2-3- کوارک چرخان و ریسمان مارپیچی
45	3-3- ریسمان چرخان در زمینه کلی
49	1-3-3- یک نقطه خاص روی ریسمان مارپیچی
50	2-3-3- انرژی تلف شده در زمینه کلی
51	4-3- محیط پلاسمای کوارک گلوئون
52	1-4-3- معادلات حرکت در پلازما
61	2-4-3- انرژی تلف شده در پلازما
63	5-3- محیط خلأ
64	1-5-3- معادلات حرکت در خلأ
72	2-5-3- انرژی تلف شده در خلأ

فصل چهارم: تعمیم به مسأله‌های جدید

75	1-4- مقدمه
75	2-4- مطالعه‌ی حرکت کوارک چرخان متحرک در محیط خلأ در فضا-زمان نسبیتی

76.....	1-2-4 محاسبات
83.....	1-2-4 انرژی تلف شده
84.....	2-4 مطالعه‌ی حرکت کوآرک چرخان در محیط خلأ در فضا-زمان غیر نسبیتی
91.....	نتیجه گیری
92.....	پیوست
104.....	مراجع

فهرست اشکال

9.....	شکل 1-1- تقسیم بندی لپتون ها در سه نسل
10.....	شکل 2-1- نمایی از زیر ساختار های پروتون و نوترون
12.....	شکل 3-1- تقسیم بندی کوآرک ها در سه نسل
14.....	شکل 4-1- برخورد دو پروتون و برخورد دو یون طلا تصویر شده است
15.....	شکل 5-1- تصویری از تبدیل فاز پلاسمای کوآرک گلوئون به فاز هادرونی
19.....	شکل 6-1- تغییرات ثابت جفت شدگی در محیط QCD, QED بر حسب مقیاس فاصله، انرژی دما
19.....	شکل 7-1- نمودار فاینمن برای یک رأس
19.....	شکل 8-1- برهم کنش گلوئون ها
23.....	شکل 1-2- تصویری از پنج نمونه نظریه ریسمان
28.....	شکل 2-2- ریسمان های باز که به دو شامه ختم می شود
31.....	شکل 3-2- تصویری از فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$
33.....	شکل 4-2- تناظر بین فضای آنتی دو سیته و نظریه میدان همدیس
34.....	شکل 5-2- تصویری از برهم کنش ضعیف بین شامه ها
35.....	شکل 6-2- تصویری از برهم کنش قوی بین شامه ها و ایجاد فضای آنتی دو سیته

- شکل 2-7-ارتباط بین انرژی بالا و پایین در تناظر نظریه ریسمان / پیمانہ 39
- شکل 3-1-چگونگی اثر نیروی مقاوم بر ریسمان..... 42
- شکل 3-2-نمایی از ریسمان مارپیچی..... 43
- شکل 3-3-نمایی از ریسمان مارپیچی در محیط پلاسمای کوآرک گلوئون..... 51
- شکل 3-4-نمودار بخش بالایی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (3-43) به ازای $\Pi = 10, \omega = 5$ 59
- شکل 3-5-نمودار بخش پایینی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (3-43) به ازای $\Pi = 10, \omega = 5$ 59
- شکل 3-6-نمودار بخش پایینی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (3-43) به ازای $\Pi = 20, \omega = 0.05$ 59
- شکل 3-7-نمودار بخش بالایی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (3-43) به ازای $\Pi = 20, \omega = 0.05$ 59
- شکل 3-8-نمودار ترکیبی بخش بالایی و پایینی نقطه‌ی u_c 61
- شکل 3-9-نمودار $g(u)$ بر حسب u معادله دیفرانسیل (3-81) به ازای $\Pi = 0.1, \omega = 0.5$ 70
- شکل 3-10-نمودار $g(u) = 0.170821u^2 + 0.583604$ 71
- شکل 4-1-نمودار معادله دیفرانسیل (4-19) به ازای $\Pi = 0.1, \omega = 0.5, v_z = 0.3$ 79
- شکل 4-2-نمودار معادله دیفرانسیل (4-49) به ازای $\Pi = 1, \omega = 0.5$ 88
- شکل 4-3-نمودار معادله $\rho(u) = (-0.228459u^5 + 2.37125u^3 + 10.0096)^{1/5}$ 89
- شکل 4-4-نمودار معادله $\rho(u) = (-0.0338639u^7 + 1.02985u^3 + 6.38185)^{1/4}$ 90
- شکل 4-5-نمودار معادله $\rho(u) - 0.003$ 90

فهرست جداول

- جدول 1-1-ارتباط بین چهار حوزه مکانیک..... 3
- جدول 1-2-مشخصات چهار نیروی طبیعت..... 6
- جدول 1-3-مشخصات کوآرک ها..... 12
- جدول 1-4-ثابت حرکت و جواب های معادله دیفرانسیل..... 82

فصل اول

آشنایی با ذرات بنیادی

- ❖ مقدمه
- ❖ نیرو های بنیادی در طبیعت
- ❖ وحدت نیروها
- ❖ مدل استاندارد
- ❖ دسته بندی لپتون ها و کوارک ها در مدل استاندارد
- ❖ پلاسمای کوارک گلوئون
- ❖ نظریه کوانتومی رنگ
- ❖ کوارکونیوم

مقدمه:

فیزیک ذرات بنیادی یکی از شاخه‌های علم فیزیک می‌باشد که به بررسی ماده در بنیادی‌ترین حالت ممکن یعنی کوچکترین اجزاء تشکیل دهنده که به ذرات بنیادی معروف هستند می‌پردازد. طبیعت، بزرگ‌ترین مجموعه ممکن است که از ذرات بنیادی تشکیل یافته‌اند. این ذرات توسط نیروهای گرانشی، الکترومغناطیسی و هسته‌ای به هم پیوند یافته‌اند. سلسله مراتب ساختمانی آن در فضا (از هسته‌های اتم گرفته تا ابر کهکشان-ها) و سیر تکاملی آن توسط ویژگی‌های ذرات بنیادی و برهم‌کنش آنها اداره می‌شود. بنابراین، تشریح ساختمان طبیعت و تکامل آن بر اساس خواص و برهم‌کنش ذرات بنیادی صورت می‌گیرد.

زمانی که دالتون مدل اتمی نوین خود را در قرن نوزدهم ارائه داد و مندلیف جدول تناوبی عناصر را تنظیم کرد، دانشمندان گمان می‌کردند که اتم‌ها، آجرهای ریزسازنده طبیعت هستند اما این تصور چندان طول نکشید. و بعدها ثابت شد که ماده در بنیادی‌ترین سطح خود یعنی در کوچکترین مقیاس اندازه‌ها در سطح زیر اتمی از تکه‌های کوچکی مانند الکترون‌ها، پروتون‌ها، نوترون‌ها، مزون‌های پی و غیره تشکیل شده‌اند و فضای خالی بزرگی بین آنها وجود دارد و تعداد زیادی از آنها جهان اطراف ما را می‌سازند. این تکه‌های کوچک از همدیگر قابل تشخیص نیستند یعنی تمیز ناپذیرند و نمی‌توان بر روی آنها بر چسب گذاشت. در اواخر دهه 1960 شتاب دهنده‌های پرنرژی از تصادم الکترون‌ها و پروتون‌ها و در برخی موارد ذرات دیگر، صدها ذره بنیادی فراهم کردند تا فیزیکدانان را از غنای آن چه که در زیرلایه‌های اتم می‌گذرد آگاه کنند.

بعد ها اثبات کردند که حتی برخی از این ذرات زیر اتمی (مانند پروتون، نوترون و...) از ذرات ریزتری به نام کوارک‌ها تشکیل شده‌اند. ذرات بنیادی را می‌توان توسط آشکارسازهای ذرات نشان داد. این ذرات را به صورت مستقیم نمی‌توان آزمایش کرد و برای بررسی آزمایشگاهی بر روی آنها از اثرات آنها استفاده می‌شود. بسیاری از اثرات پیش‌بینی شده در این نظریات در انرژی‌های بالا رخ می‌دهد از این رو به این شاخه، فیزیک انرژی‌های بالا نیز گفته می‌شود.

جدول زیر چهار حوزه مکانیک را نشان می‌دهد.

کوچک →

↑ سریع	مکانیک کلاسیک	مکانیک کوانتومی
	مکانیک نسبیتی	نظریه میدان‌های کوانتومی

جدول 1-1-ارتباط بین چهار حوزه مکانیک. [4]

در زندگی روزمره مکانیک کلاسیک حاکم است. برای اجسامی که خیلی سریع حرکت می‌کنند نسبیت خاص جایگزین مکانیک کلاسیک می‌شود و برای اجسام بسیار کوچک مکانیک کوانتوم جایگزین مکانیک کلاسیک می‌شود. سرانجام، برای چیزهایی که هم سریع حرکت می‌کنند و هم کوچک هستند به نظریه‌ای نیاز داریم که اصول کوانتومی و نسبیت خاص را ترکیب کند که نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی نامیده می‌شود. [4]

دیراک¹ پس از تدوین مکانیک کوانتومی توسط هایزنبرگ² و شرودینگر³ به دنبال آن بود که یک نظریه مکانیک کوانتومی نسبیتی بسازد در اواخر دهه 1920 توانست به معادله‌ای دست یابد که علاوه بر توضیح دینامیک الکترون وجود ذره دیگری به نام پوزیترون را پیش بینی کند که تمام خواصش همانند الکترون است اما بار الکتریکی آن مخالف الکترون است. در سال 1931 کارل اندرسون با استفاده از عکس‌هایی که از تابش کیهانی گرفته بود وجود پوزیترون را کشف کرد.

می‌توان ذرات بنیادی را تولید کرد مثلاً برای تولید الکترون می‌توان یک قطعه فلز را گرم کرد تا الکترون‌ها از آن خارج شوند. و اگر باریکه‌ای از الکترون‌ها را بخواهیم می‌توانیم یک صفحه باردار مثبت را در حوالی آن فلز بگذاریم تا آنها را جذب کند، و سوراخ کوچکی را در صفحه ایجاد می‌کنیم تا الکترون‌های که از سوراخ عبور - کنند باریکه‌ی الکترونی را تولید می‌کنند. برای تولید پروتون می‌توانیم هیدروژن را یونیده کنیم. اگر پروتون

¹ dirac
² Heisenberg
³ Schrodinger

را به عنوان هدف استفاده کنیم در اثر برخورد سخت ذره فرودی الکترون‌ها به علت سبک بودن از مسیر خارج می‌شوند. بنابراین، یک محفظه‌ی هیدروژن اساساً یک محفظه‌ی پروتون است. برای تولید ذرات دیگر می‌توان از سه چشمه اصلی دیگر استفاده کرد: پرتوهای کیهانی، راکتورهای هسته‌ای، شتاب دهنده‌های ذرات

زمین همواره در معرض بمباران با ذرات با انرژی بالا است که از فضای خارج می‌آیند. وقتی آنها به اتم‌های بالای جو برخورد می‌کنند رگباری از ذرات ثانویه را تولید می‌کنند اغلب موئون‌ها هستند که مجال رسیدن به سطح زمین را دارند و پیوسته بر سر ما می‌بارند. پرتوهای کیهانی دارای دو ویژگی می‌باشند اول آنکه آزادند و دیگر آنکه انرژی آنها می‌تواند بسیار زیاد باشد. اما دو اشکال بزرگ هم وجود دارد: آهنگ برخورد آنها به هر آشکارسازی با اندازه‌ی معقول، بسیار کم است و دیگر آنکه غیر قابل کنترل می‌باشند. [4]

وقتی هسته‌ی پرتوزایی فرو می‌پاشد، ذرات گوناگونی گسیل می‌شود مانند نوترون‌ها، نوترینوها و آنچه پرتوهای آلفا (دو نوترون و دو پروتون)، بتا (الکترون یا پوزیترون)، گاما (فوتون) نامیده می‌شود. می‌توان الکترون و پروتون را تا حد انرژی بالا شتاب داد و سپس آنها را به یک هدف برخورد داد. با قرار دادن جذب کننده‌ها و مغناطیس‌ها می‌توانیم ذرات بنیادی مورد نظر را جدا کرد. برای تولید ذرات سنگین تر به انرژی برخورد بیشتری نیاز داریم و این نکته در فیزیک ذرات بنیادی دارای اهمیت زیادی می‌باشد زیرا هر چه انرژی بیشتر باشد دو ذره بیشتر به هم نزدیک می‌شوند بنابراین اگر بخواهیم برهم‌کنش بسیار کوتاه برد را بررسی کنیم به ذرات پر انرژی‌تری نیاز داریم. و به بیان مکانیک کوانتومی به ذره‌ای با تکانه p طول موج λ وابسته است که از فرمول دوبروی $\lambda = \frac{h}{p}$ به دست می‌آید. برای بررسی اشیاء کوچک به طول موجهای کوتاه‌تر و در نتیجه

تکانه بزرگ نیاز داریم. این مسأله نمودی از اصل عدم قطعیت نیز می‌باشد $\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ ، برای اینکه Δx

کوچک باشد، Δp باید بزرگ باشد. در نتیجه برای بررسی فاصله‌های کوچک به انرژی بالا نیاز داریم. [4]

1-2- نیروی‌های بنیادی در طبیعت:

نیروهای بنیادی در طبیعت، گرانشی، ضعیف، الکترومغناطیسی و قوی می‌باشند. نیروی گرانشی در برهم-کنش‌های بنیادی بین ذرات در قلمرو زیر اتمی، خیلی مهم نیست. نیروی گرانشی بین پروتون‌ها وقتی سطحشان بر یکدیگر مماس باشند، در حدود 10^{-38} برابر نیروی قوی بین آنها است. نیروی گرانشی دارای برد بی‌نهایت می‌باشد. و کوانتای میدان آن گراویتون‌ها می‌باشند که دارای جرم سکون صفر و بار الکتریکی صفر و اسپین دو می‌باشند. گراویتون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش دارند. این ذرات میدان را نمی‌توان کوانتیده کرد چرا که نظریه غیر قابل باز بهنجار پذیر می‌باشد. یعنی اینکه وقتی دو جسم را به هم نزدیک می‌کنیم میدان گرانشی به شدت افزایش می‌یابد و تعداد گراویتون‌های تبادلی به صورت تصاعدی زیاد می‌شود و بنا به اصل عدم قطعیت به ازای کوچکتر شدن Δx ، تکانه Δp گراویتون‌ها افزایش می‌یابد. و از آنجایی که خود گراویتون‌ها با هم برهم‌کنش دارند در نتیجه میدان و انرژی به سمت بی‌نهایت میل می‌کند و نمی‌توان آن را بهنجار کرد. تاکنون هیچ نظریه کوانتومی ارائه نشده که سازش بین نسبیت عام و مکانیک کوانتومی را توصیف کند و به همین دلیل از مسائل غیرقابل حل فیزیک امروز می‌باشد. نظریه ریسمان به عنوان یکی از مهمترین پیشنهادها برای نظریه کوانتومی گرانش است که هنوز در مرحله‌ی نظری است و با نتایج تجربه فاصله‌ی زیادی دارد.

نیروی ضعیف، عامل واپاشی بتا است و این برهم‌کنش نقشی در پیوند هسته‌ها ندارد و نیروی ضعیف بین دو پروتون مجاور در حدود 10^{-7} برابر نیروی قوی بین آنها می‌باشد. برد نیروهای ضعیف کمتر از $0.001 fm$ است و ذرات میدان آن بوزون ضعیف W^-, W^+ که دارای بار ± 1 و اسپین یک و جرم سکون آن $80.2 Mev$ می‌باشد و بوزون ضعیف z^0 که دارای بار صفر و اسپین یک و جرم سکون $91.2 Mev$ می‌باشد. نیروی ضعیف در شناخت رفتار ذرات بنیادی اهمیت دارد. [5]

نیروی الکترومغناطیس در قرن نوزدهم و با کارهای بزرگانی مثل فارادی، هانری، لورنتس، آمپر، اورستد و...

قوام پیدا کرد و سرانجام ماکسول توانست این نظریه ها را وحدت بخشیده و در یک نظریه واحد الکترومغناطیسی کلاسیک توضیح دهد. در نیروی الکترومغناطیسی ذرات باردار، ماده را می سازند و نیروی الکترومغناطیس در ساختار و برهم کنش های ذرات بنیادی اهمیت دارند. برد برهم کنش الکترومغناطیسی بینهایت است و این نیرو بین پروتون های مجاور در هسته در حدود 10^{-2} برابر نیروی قوی بین آنها می باشد. نظریه مربوط به برهم کنش الکترومغناطیس در ابعاد اتمی را الکترو دینامیک کوانتمی (QED) می نامند و ذره میدان آنها فوتون می باشد که دارای بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر دارد. فوتون ها با یکدیگر برهم کنش ندارند.

نیروی قوی عامل پیوند هسته ها می باشد و برد این نیرو نسبتاً کوتاه و در حدود 1 fm است. نظریه مربوط به برهم کنش قوی را کرومودینامیک کوانتمی (QCD) می نامند. ذره تبدالی بین آنها گلوئون ها می باشد که بار الکتریکی صفر و اسپین یک و جرم سکون صفر دارد. گلوئون ها حاوی بار رنگ هستند و خودشان با یکدیگر برهم کنش دارند.

ذرات می توانند از طریق هر یک از این نیروهای بنیادی با یکدیگر برهم کنش داشته باشند یا واپاشیده شوند جدول 1-2 نشان می دهد که چه ذراتی می توانند از طریق چهار نیرو، برهم کنش داشته باشند.

ذرات نمونه	زمان مشخصه	شدت نسبی	برد	نوع
p, n, K, Π	$< 10^{-22} s$	1	1 fm	قوی
p, n, K, Π, μ, e	$10^{-20} s - 10^{-14}$	10^{-2}	∞	الکترو مغناطیس
همه	$10^{-13} s - 10^{-8}$	10^{-7}	10^{-3} fm	ضعیف
همه	سالها	10^{-38}	∞	گرانشی

جدول 1-2- مشخصات چهار نیروی طبیعت. [5]

1-3- وحدت نیروها:

از گذشته دور فیزیکدانان در صدد بودن که چهار نیروی بنیادی در طبیعت را با یکدیگر وحدت بخشند. در سال 1865، ماکسول توانست نیروی الکتریسته و مغناطیس را یگانه سازی کند و نظریه الکترومغناطیس را بوجود آورد. در سال 1967، استیون واینبرگ و عبدالسلام هرکدام جداگانه با مطرح کردن نظریه الکتروضعیف اولین گام را به سوی ایجاد وحدت برداشتند. در این نظریه، برهم کنش های الکترومغناطیسی و ضعیف جنبه های مختلف یک نیروی بنیادی (نیروی الکتروضعیف) در نظر گرفته می شوند، درست همان طور که نیروی الکتریکی و مغناطیسی اجزای متفاوت یک پدیده واحد، الکترومغناطیس هستند. این نظریه وجود ذرات Z و W را پیش بینی کرد؛ کشف آنها در سال 1983 تأیید هیجان انگیز این نظریه بود.

گام بعدی در این وحدت بخشیدن ترکیب نیروی الکتروضعیف و نیروی قوی در یک برهم کنش واحد می باشد. نیروی قوی در سال 1966، توسط نامبو و باعث بوجود آمدن نظریه دینامیک رنگ یا کرومودینامیک کوانتومی¹ گردید. کوارک ها به دلیل داشتن درجه آزادی رنگ از طریق گلوئون ها که ذره تبادلی در نیروهای قوی، و حامل نیروی رنگ از یک کوارک به کوارک دیگر می باشد نیروی هسته ای قوی به یکدیگر وارد می کنند. و نظریه هایی که در جهت وحدت این نیروها می کوشند، نظریه وحدت بزرگ ($GUTs$) نامیده می شود. با گنجاندن لپتون ها و کوارک ها در یک نظریه واحد، بسیاری از پدیده های مشاهده شده مانند بار کسری کوارک ها و اختلاف بار واحد بین زوج کوارک ها و لپتون های هر نسل توجیه می شوند و همچنین پدیده های جدیدی، چون تبدیل کوارک ها به لپتون ها را پیش بینی می کند [5]، که باعث می شود یک پروتون با طول عمر 10^{31} سال به ذرات سبکتر واپاشد. فیزیکدانان توانسته اند با اعمال روش های کوانتشی² بر روی میدان های سه نیروی وحدت یافته، نظریه کوانتومی میدان این نیروها را بدست می آورد. چهارمین نیرو،

¹ Quantum Chromodynamics

² Quantization

نیروی گرانش است که فیزیکدانان نتوانستند با سه نیروی دیگر یگانه سازی کنند. جدول 1-2 نشان می‌دهد که این نیرو در ابعاد اتمی بسیار ضعیف می‌باشد.

1-4- مدل استاندارد:

از مجموع نظریه دینامیک رنگ و نظریه الکتروضعیف مدلی به نام مدل استاندارد¹ شکل گرفت که این مدل کامل ترین توصیفی است که از برهم کنش ذرات بنیادی در اختیار داریم در این مدل ماده از سه نوع ذرات بنیادی ساخته شده است. لپتون ها، کوارک ها و واسطه ها

لپتون ها و کوارک ها، فرمیون² هستند و از آمار فرمی- دیراک پیروی می‌کنند و اسپین آنها نیم صحیح است و تابع موج آنها تحت تعویض ذرات پاد متقارن هستند. واسطه ها بوزون³ می‌باشند و از آمار بوز- اینشتین پیروی می‌کنند و اسپین آنها صحیح است و دارای تابع موج متقارن می‌باشند. طبق این نظریه شش لپتون و شش کوارک (و پاد ذرات آنها) به اضافه ذرات میدان (فوتون، سه بوزون ضعیف، هشت گلوئون) است و در مجموع شست و یک ذره می‌باشد و یک ذره‌ی آن به نام هیگز می‌باشد و تنها ذره مدل استاندارد است که هنوز به صورت تجربی مشاهده نشده است. به تازگی نتایج LHC شاهی بر وجود چنین ذره‌ای است هر چند هنوز اسپین آن همانند ذره‌ی هیگز نیست. مشاهده تجربی این ذره ممکن است بتواند درباره چگونگی جرم دار شدن ماده توسط ذرات بنیادی بدون جرم دیگر، توضیح دهد. به طور خاص، بوزون هیگز احتمالاً می‌تواند دلایلی برای تفاوت های بین فوتون که بدون جرم است و بوزون W, Z که نسبتاً پر جرم هستند ارائه کند. بنابراین بوزون هیگز در صورت وجود یک مؤلفه بسیار مهم در دنیای ماده است.

¹ Standard model

² fermion

³ boson

دو مشکل اساسی در مدل استاندارد:

مشکلات مختلفی در این مدل وجود دارند که دو تا از مهم ترین آنها عبارتند از:

1. در این مدل گرانش به علت ضعیف بودن بیش از اندازه در ابعاد اتمی، جایگاهی ندارد.
2. حدود 20 پارامتر است که در این مدل به صورت دستی وارد می‌شوند در نتیجه فیزیک نظریه یکتا نمی‌باشد و این یک ضعف در این مدل می‌باشد زیرا به ازای پارامترهای مختلف، فیزیک متفاوتی به دست می‌آید.

1-5-1- دسته بندی لپتون‌ها و کوارک‌ها در مدل استاندارد:

1-5-1-1- لپتون‌ها

لپتون از واژه یونانی لپتوس به معنای ریز، کوچک، نازک آمده است. لپتون‌ها از دسته ذرات بنیادی با اسپین $(1/2)$ هستند که می‌توانند بر نیروهای الکترو مغناطیسی، گرانشی و نیروی ضعیف اثر کنند و برخلاف کوارک‌ها نیروی قوی روی آنها اثر نمی‌کند. لپتون‌ها بر حسب بار Q ، عدد الکترونی L_e ، عدد موئونی L_μ و عدد تاو L_τ دسته بندی می‌شوند. و این خانواده به طور طبیعی در سه خانواده یا سه نسل، جای می‌گیرند.

نسل سوم نسل دوم نسل اول

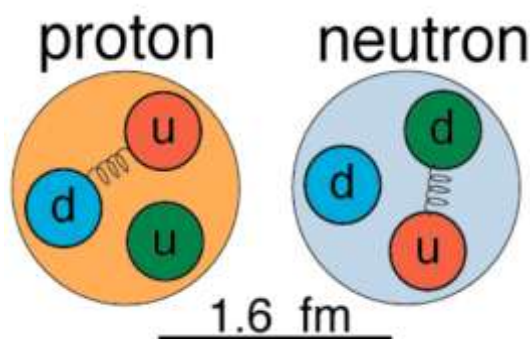
	$< 2.2 \text{ eV}/c^2$ 0 $1/2$ ν_e electron neutrino	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$ 0 $1/2$ ν_μ muon neutrino	$< 13.3 \text{ MeV}/c^2$ 0 $1/2$ ν_τ tau neutrino
Leptons	$0.511 \text{ MeV}/c^2$ -1 $1/2$ e electron	$105.7 \text{ MeV}/c^2$ -1 $1/2$ μ muon	$1.777 \text{ GeV}/c^2$ -1 $1/2$ τ tau

شکل 1-1- تقسیم بندی لپتون‌ها در سه نسل

شش پاد لپتون وجود دارد که علامت های آنها عکس لپتون هاست و در کل 12 لپتون وجود دارد.

1-5-2- کوارک ها:

کوارک ها یک ذره بنیادی و بخش اساسی سازنده ماده است. کوارک نخستین بار در سال 1964 توسط مورای گلمان و جورج زویک مطرح شد. در سال 1968 در آزمایشات انجام شده در شتابدهنده خطی استانفورد ثابت شده که پروتون از اجزا کوچکتری تشکیل شده است کوارک ها با هم ترکیب می شوند تا ذرات مرکبی به نام هادرون ها را بوجود آورند. پروتون و نوترون از معروف ترین آنها هستند. مثلاً پروتون از دو کوارک u و یک کوارک d تشکیل شده است. در حالی که دو کوارک d و یک کوارک u ، نوترون را می سازد. شکل 1-2- نمایی از ساختار پروتون و نوترون را نشان می دهد. آنها تنها ذرات بنیادی برای آزمایش همه چهار برهم کنش اساسی یا نیروهای اساسی در مدل استاندارد می باشند. به خاطر پدیده ای که به محبوسیت رنگ معروف است،



شکل 1-2- نمایی از زیر ساختارهای پروتون و نوترون

کوارک ها بنا بر اصل حبس کوارکی¹ در نظریه کوانتومی رنگ هیچ گاه به صورت انفرادی یافت نمی شوند و آنها را فقط می توان درون هادرون ها پیدا کرد. به همین دلیل بیشتر آنچه که ما درباره کوارک ها می دانیم از مشاهده خود هادرون ها به دست آمده است. کوارک ها علاوه بر درجه آزادی بار الکتریکی، بار رنگ، اسپین و

¹ confinement

جرم...دارای درجه آزادی طعم نیز می‌باشند. شش نوع مختلف از کوارک هایی که به طعم معروف هستند عبارتند از : بالا up، پایین down، افسون charm، شگفت strange، سر top یا حقیقت truth و ته bottom یا زیبایی beauty . بالا و پایین دارای کمترین وزن در بین کوارک‌ها می‌باشند. به جدول 1-3 مراجعه شود. کوارک‌های سنگین‌تر در طول یک فرآیند واپاشی به سرعت به کوارک‌های بالا و پایین تبدیل می‌شوند و تبدیل شدن از حالت جرم بیشتر به حالت جرم کمتر. به همین علت کوارک‌های بالا و پایین عموماً پایدار می‌باشند و رایج‌ترین کوارک‌ها در عالم می‌باشند، در حالی که کوارک‌های دیگر فقط در تصادم‌های با انرژی زیاد تولید می‌شوند (مثل تابش‌های کیهانی و شتاب دهنده‌های ذرات). برای هر یک از طعم‌های کوارک، یک پادماده متناظر با آن وجود دارد که به پادکوارک نیز معروفند و فقط در برخی خصوصیات دارای علامت مخالف می‌باشد.

کوارک‌ها تنها ذرات شناخته شده می‌باشند که بار الکتریکی آنها کسری از بار پایه می‌باشد. همانطور که اشاره شد کوارک‌ها هیچگاه به تنهایی نقشی را به عهده ندارند بلکه همیشه در گروه‌های دو و سه تایی هستند ذراتی که از دو کوارک (کوارک و پاد کوارک) تشکیل می‌شوند مزون نام دارند. ذراتی را که از سه کوارک تشکیل می‌شوند باریون می‌نامند. در جدول 1-3 مشخصات کوارک‌ها را نشان می‌دهد. کوارک‌ها در کنار بار الکتریکی که دارند خاصیت دیگری نیز دارا می‌باشند که رنگ خوانده می‌شود. کوارک‌ها از این جهت، به قرمز، سبز و آبی طبقه بندی می‌شوند. بنابراین ذرات در طبیعت باید همیشه دارای رنگ خنثی و به عبارت دیگر سفید باشند. در شکل 1-3 خانواده کوارک‌ها را در سه نسل نشان می‌دهد.

نسل سوم نسل دوم نسل اول



شکل 1-3- تقسیم بندی کوارکها در سه نسل

یک تفاوت بنیادی بین لپتون‌ها و کوارک‌ها این است که برخلاف لپتون‌ها، هیچ وقت در تجربیات آزمایشگاهی کوارک‌ها به صورت ذرات آزاد مشاهده نشده‌اند. این واقعیت که کوارک‌ها داخل پروتون وجود دارند، فقط بر اساس ایجاد برخورد میان پروتون و سایر ذرات پر انرژی که بتوانند به داخل آن نفوذ کنند، قابل بررسی است. در چنین آزمایشهایی که اعماق پروتون را می‌کاوند، می‌توان دید که کوارک‌ها به عنوان زیر ساختار پروتون وجود دارند.

نوع	نماد	پاد ذره	بار	اسپین	عدد باریون	انرژی سکون
بالا	u	\bar{u}	$+\frac{2}{3}e$	$\frac{1}{2}\hbar$	$+\frac{1}{3}$	300Mev
پایین	d	\bar{d}	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{1}{2}\hbar$	$+\frac{1}{3}$	300Mev
افسون	c	\bar{c}	$+\frac{2}{3}e$	$\frac{1}{2}\hbar$	$+\frac{1}{3}$	1500Mev
شگفت	s	\bar{s}	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{1}{2}\hbar$	$+\frac{1}{3}$	500Mev
سر	t	\bar{t}	$+\frac{2}{3}e$	$\frac{1}{2}\hbar$	$+\frac{1}{3}$	180000Mev
ته	b	\bar{b}	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{1}{2}\hbar$	$+\frac{1}{3}$	4700Mev

جدول 1-3- مشخصات کوارک‌ها. [5]

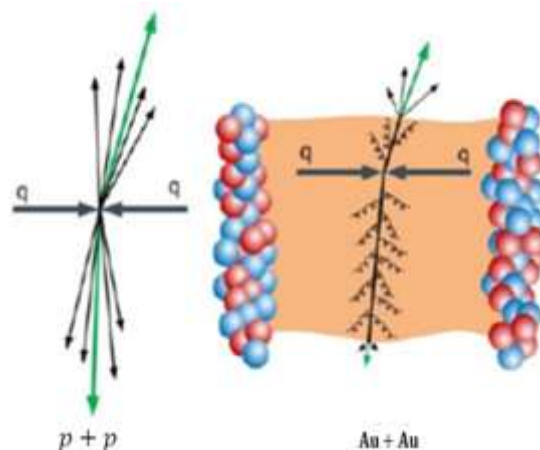
1-5-3- واسطه ها:

همان طور که پیش تر بیان کردیم هر برهم کنش، واسطه‌ی خودش را دارد. در نظریه اولیه یوکاوا در سال 1934 بیان کرد که واسطه نیروی قوی پایون می‌باشد. و سپس مدل کوارکی بیان کرد که برای بررسی نیروی قوی در سطح بنیادی، باید برهم کنش بین کوارک‌های منزوی را بررسی کنیم و ذره واسطه آن گلوئون ها می‌باشند. شواهد تجربی غیر مستقیم برای وجود گلوئون‌ها، در آزمایش‌های پراکندگی ناکشسان نشان داده شده است که تقریباً نصف تکانه یک پروتون را موجودی که به لحاظ الکتریکی خنثی است حمل می‌کند.[4]

1-8- پلاسمای کوارک-گلوئون:

پلاسمای کوارک گلوئون¹ یا سوپ کوارک یک فاز در کرومودینامیک کوانتومی است که در دما و یا چگالی‌های بسیار بالا رخ می‌دهد. به این صورت که دو یون سنگین نسبیتی طلا (RHIC) را سر به سر در انرژی‌های بالا به هم می‌زنند و با این کار دما و فشار بشدت بالا می‌رود. انرژی مرکز جرم در حدود 200 Gev گیگا الکترون ولت می‌باشد و حداکثر دما 300 Mev مگا الکترون ولت است. این دما بیش از دمای گذار فاز در QCD است. فیزیک پلاسمای کوارک گلوئونی با QCD توصیف می‌شود و دمای گذار فاز QCD مقدار 170 مگا الکترون ولت است.[6] در فاز پلاسمای کوارک گلوئون، پروتون‌ها و نوترون‌ها می‌توانند تغییر فاز بدهند و کوارک‌ها و گلوئون‌ها برای مدت بسیار کوتاهی از هر قید و بندی آزاد شوند. در این محیط ثابت جفت شدگی α_s تقریباً بالاست و برابر 0.5 می‌باشد و برای مطالعه‌ی فیزیک آن بایستی از دینامیک کوانتومی رنگ استفاده کرد ولی حل در QCD بسیار مشکل است زیرا سیستم همبسته قوی می‌باشد و بسط اختلالی در آن کاربرد ندارد در نتیجه باید به سراغ روش های غیر اختلالی برویم.

¹ Quark-gluon-plasma



شکل 1-4 سمت چپ برخورد دو پروتون و تصویر سمت راست برخورد دو یون طلا تصویر شده است.

در این فاز، ماده تقریباً فقط کوارک و گلوئون آزاد دارد که هر دو از بنیادی‌ترین ذرات سازنده ماده هستند. زمان بوجود آمدن سوپ بسیار کم است بنابراین خود سوپ را نمی‌توان دید بلکه اثرات آن قابل مشاهده است. بوجود آمدن سوپ، علائمی چون جهش ذراتی از آن منطقه در جهت‌های مخالف دارد که به جت معروف هستند. با توجه به شکل 1-4 برخورد دو یون طلا نسبیتی را نشان می‌دهد به دلیل وجود پروتون‌ها در طلا، همانند تصویر سمت چپ در شکل 1-4 جت‌های پشت به پشت¹ تولید می‌شوند. اگر چنین جت‌هایی همان طور که در سمت راست شکل 1-4 نشان داده شده است اتفاق افتد یکی از جت‌های پشت به پشت تولید شده از برخورد پروتون‌ها در داخل پلاسما تابش کرده و محو می‌شود چنین پدیده‌ای را خاموشی جت² می‌نامند. [6]

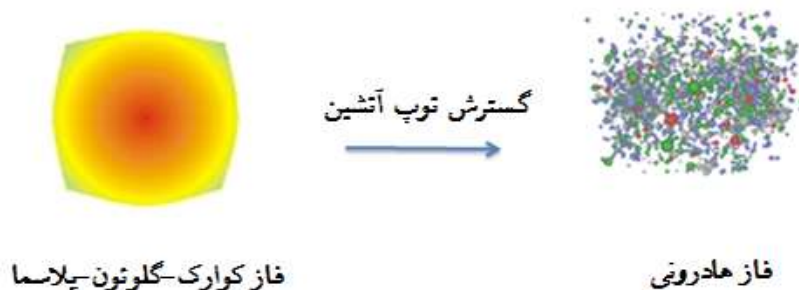
تجربیات برخورددهنده یون سنگین نسبیتی نشان می‌دهد که پلاسمای کوارک گلوئون یک سیال تقریباً کامل بوده که به گفته دانشمندان، ایده آل‌ترین سیال شناسایی شده تاکنون است. این امر بدین معنی است که آنها بدون هیچ مقاومتی جریان دارند. دانشمندان فیزیک ذرات بر این عقیده‌اند که این پلاسما در اولین

¹ Back to back

² Jet-quenching

میکروثانیه‌های پس از مه‌بانگ¹ وجود داشته است و بررسی خواص این پلاسما کمک بزرگی به چگونگی آغاز جهان دارد. سنکروترون سوپر پروتون در سرن برای اولین بار در دهه‌های 1980 و 1990 تلاش کردند که به پلاسمای کوارک گلوئون دست یابند نتایجی که به مدارک غیرمستقیم وجود این فاز منجر شد در سال 2000 آزمایشگاه ملی بروکهایون نیز به تحقیق درباره پلاسمای کوارک گلوئون پرداخت. سه آزمایش کنونی که در برخورددهنده هادرونی بزرگ، سرن در حال انجام است یعنی آزمایش آلیس²، اطلس³ و سی‌ام‌اس⁴، هنوز در حال بررسی خواص پلاسمای کوارک گلوئون است.

پس از تشکیل فاز کوارک پلاسمای کوارک گلوئون، دمای محیط به مرور زمان کم و کمتر می‌شود و برهم-کنش بین ذرات بیشتر می‌شود و در نتیجه ثابت جفت شدگی بزرگتر می‌شود و وارد فاز دیگری به نام فاز هادرونی می‌شود که یکی دیگر از فازهای کرومودینامیک کوانتومی می‌باشد. که در شکل 1-5 نشان داده شده است.



شکل 1-5- تصویری از تبدیل فاز پلاسمای کوارک گلوئون به فاز هادرونی

¹ Big Bang

² Alice

³ Atlas

⁴ CMS

در طبیعت در سه جا می‌توان محیط (QGP) را بیابیم که عبارتند از: عالم اولیه، قلب ستاره‌های نوترونی و برخورد یون‌های سنگین نسبیتی (RHIC¹) طلا با انرژی‌های بالا.

1-7- نظریه کوانتومی رنگ:

نظریه مربوط به کوارک‌ها و گلوئون‌ها و دینامیک بین آنها را نظریه دینامیک رنگ (کرومودینامیک کوانتومی) می‌نامند. می‌دانیم که نیروی قوی بین کوارک‌ها عمل می‌کند و کوارک‌ها علاوه بر بار الکتریکی معمولی که دارند، نوع دیگری بار را حمل می‌کنند که آنرا بار-رنگ می‌نامند. در مورد QCD در مقیاس بزرگ، تمام ذرات بدون رنگ هستند ترکیب بندی رنگ-پاد رنگ یا قرمز-آبی-سبز بدون رنگ خواهند بود. مطابق نظریه کوانتومی رنگ کوارک دارای رنگ یا پاد رنگ است و گلوئون دارای رنگ بعلاوه پاد رنگ یک رنگ متفاوت است. مانند قرمز و پاد آبی. [6] نظریه ای که برهم‌کنش موجود بین بارهای الکتریکی ذرات را از طریق مبادله‌ی یک فوتون توصیف می‌کند، الکترو دینامیک کوانتومی² نامیده می‌شود. اصطلاح کوانتوم به ما می‌گوید که با ذرات سرو کار داریم و اصطلاح الکترو دینامیک نشان می‌دهد که با پدیده‌های الکترومغناطیسی مواجه هستیم. بطور مشابه، نظریه‌ای به منظور توصیف برهم‌کنش قوی، بر اساس برهم‌کنشی شامل بار رنگی کوارک‌ها پایه ریزی شده است که آن را کرومودینامیک کوانتومی می‌نامند، که کرومو به رنگ مربوط می‌شود.

دو خصوصیت اصلی در کرومودینامیک کوانتومی:

1. اصل حبس کوارکی: طبق این اصل نمی‌توان کوارک را به صورت آزاد مشاهده نمود.

¹ Relativistic Heavy Ion Collider

² Quantum Electrodynamics

2. آزادی مجانبی¹: کوارک‌ها در داخل پروتون‌ها یا پيون‌ها، بدون برهم‌کنش زیاد، از این سو و آن سو حرکت می‌کنند.

شدت برهم‌کنش در الکتروودینامیک با ثابت α مشخص می‌شود و برابر $(\frac{1}{137})$ می‌باشد. در کرومودینامیک

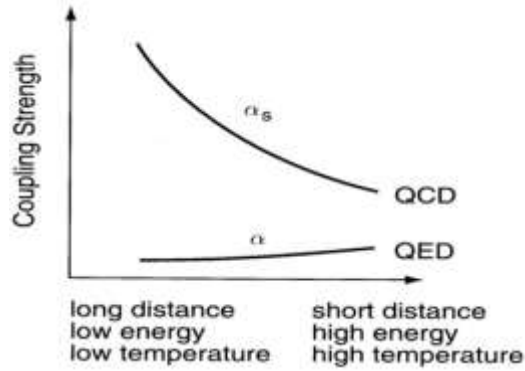
کوانتومی شدت برهم‌کنش با ثابت جفت شدگی² α_s مشخص می‌شود و از نیروی بین دو پروتون محاسبه می‌شود. به فاصله بین ذرات برهم‌کنش کننده بستگی دارد و این ثابت بزرگتر از یک می‌باشد. در فاصله‌های زیاد این عدد بزرگ می‌باشد. و در فاصله‌های کوتاه (کمتر از اندازه پروتون) کاملاً کوچک می‌شود. و همچنین در انرژی‌های بالا برهم‌کنش کوچک است و کوارک‌ها و گلوئون‌ها به طور ضعیف با هم برهم‌کنش می‌کنند در انرژی‌های پایین برهم‌کنش زیاد می‌باشد. این مربوط به خصوصیت دوم یعنی آزادی مجانبی می‌باشد. آزادی مجانبی به خاصیت ضد استتار³ رنگ مربوط می‌شود. یک بار برهنه⁴ دارای رنگ است و گلوئون‌ها هم دارای رنگ می‌باشند، و هرگاه به کوارک رنگی نزدیک شوند از شدت برهم‌کنش رنگ کاسته می‌شود. در نتیجه با عبور کردن از ابر گلوئونی سهم کوچک‌تری از بار برهنه را می‌یابد که این متضاد با محیط QED می‌باشد. در محیط QED، ابر جفت الکترون-پوزیترون بار برهنه را محصور می‌کند، یعنی اینکه با دور شدن از بار برهنه، بار مؤثر کاهش می‌یابد و در نتیجه میدان مربوط به آن کوچک می‌شود، در نتیجه در فواصل کوتاه، جفتیدگی افزایش می‌یابد. که در شکل 1-6 نشان داده شده است.

¹ Asymptotic freedom

² Coupling Constant

³ Screening

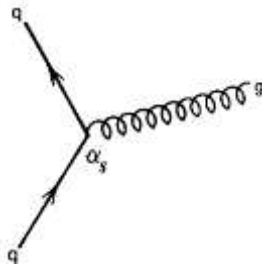
⁴ Bare



شکل 1-6- تغییرات ثابت جفت شدگی در محیط QCD و

QED بر حسب مقیاس فاصله، انرژی و دما

رأس بنیادی در QCD طبق نمودارهای فاینمن به صورت زیر می باشد.



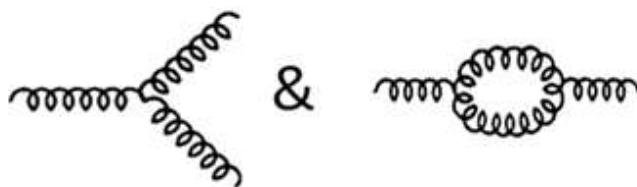
شکل 1-7- نمودار فاینمن برای یک رأس

ممکن است یک کوارک آبی به یک کوارک قرمز تبدیل شود. زیرا گلوئون‌ها با یکدیگر برهم کنش دارند که به مفهوم اساسی غیر آبدلی¹ یا نظریه پیمانانه ای یانگ-میلز² مربوط می شود. غیر آبدلی به معنای جابجا ناپذیری عملگرها است اگر دو عملگر A و B را در نظر بگیریم خواهیم داشت $AB \neq BA$. یعنی اینکه گلوئون‌ها می-

¹ Non abelian

² Yong-mills

توانند همدیگر را ببینند و با هم برهم‌کنش داشته باشند. و طبق نمودار 1-8 رأس‌های تازه‌ای به نمودار فاینمن¹ اضافه می‌شود.



شکل 1-8- برهم‌کنش گلوئون‌ها

1-6- کوارک کونیوم:

یکی از شواهد مطالعات مهم در فیزیک پلاسما کوارک گلوئون کوارک کونیوم‌ها هستند. در فیزیک ذرات، کوارک کونیوم یک گروه از مزون‌های بدون طعم است که متشکل از یک کوارک و پادکوارک خودش است. به طور مثال ذره پسی (چارمونیوم، $c\bar{c}$) و ذره اسپیلون (باتمونیوم، $b\bar{b}$). به خاطر جرم بالای کوارک سر، تاپونیوم وجود ندارد، از آنجایی که کوارک سر قبل از اینکه بتواند یک حالت مقید بسازد از طریق برهم‌کنش الکتروضعیف واپاشی می‌کند. معمولاً کوارک کونیوم‌ها به باتمونیوم و چارمونیوم اطلاق می‌شود و دیگر کوارک‌ها یعنی کوارک بالا، کوارک پایین و کوارک شگفت بسیار سبکتر از آن هستند که یک حالت مقید کوارک-پادکوارک بسازند.

تفاوت کوارک کونیوم‌ها و مزون‌ها در این است که مزون‌ها یک جفت کوارک-پادکوارک از هر نوعی هستند. اما یک کوارک کونیوم حتماً باید کوارک و پادکوارک یکسان باشند.

¹ Feynman Diagrams

فصل دوم

نظریه ریسمان و تناظر AdS/CFT

- ❖ نظریه ریسمان
- ❖ نظریه-ام
- ❖ ابعاد بالاتر
- ❖ سیاه چاله
- ❖ کنش ریسمان
- ❖ شامه ها
- ❖ شامه در هندسه فضا-زمان
- ❖ تناظر AdS/CFT
- ❖ فضای AdS
- ❖ ارتباط بین پارامترهای دو نظریه در حد N بزرگ
- ❖ ارتباط UV/IR

2-1- نظریه ریسمان:

نظریه ریسمان¹ نخستین بار برای توضیح نیروی بین هسته‌ای قوی پیشنهاد شد و معلوم شد که مدل نظریه کوانتومی رنگ که اینک بخشی از مدل استاندارد است در توضیح این پدیده بسیار موفق‌تر است. نظریه میدان کوانتومی، دینامیک ذرات نقطه‌ای را توصیف می‌کند اما نظریه ریسمان یک نظریه کوانتومی از برهم‌کنش‌های اجسام تک بعدی نسبیتی می‌باشد. طبق آن ماده در بنیادین‌ترین صورت خود نه ذره بلکه ریسمان گونه است. یعنی تمام ذرات بنیادین مانند الکترون، پوزیترون و فوتون اگر با بزرگ‌نمایی خیلی خیلی زیاد نگریسته شوند، ریسمان‌گونه هستند و ریسمان‌ها می‌توانند بسته مانند حلقه یا باز مانند طناب باشند. همانطور که حالت‌های مختلف نوسانی در سیم‌های سازهای زهی مانند گیتار، صداها نت‌های گوناگونی ایجاد می‌کند، حالت‌های مختلف نوسانی این ریسمان‌های بنیادین به صورت ذرات بنیادی گوناگونی جلوه‌گر می‌شود.

می‌توان گفت که چندین نظریه ریسمان وجود دارد. اما تنها تعداد کمی از آنها می‌توانند برای توصیف طبیعت مفید باشند. برای مثال نظریه ریسمانی که در طیف ذراتش (یعنی در حالت‌های مختلف نوسانی‌اش) ذره‌ای دارد که سریع‌تر از نور حرکت می‌کند نمی‌تواند مدل خوبی از طبیعت باشد. چون به سرعت بیشتر از سرعت نور اشاره دارد که درکش سخت‌تر است اما حتی نظریه‌های ریسمانی که مدل خوبی از طبیعت نیستند هم می‌توانند به فهم فیزیکدانان از طبیعت کمک کنند.

به طور کلی دو گونه نظریه ریسمان وجود دارد:

1. ریسمان بوزونی²

2. ابرریسمان

¹ String theory

² Bosonic

2-1-1-1- ریسمان بوزونی:

نخستین و ساده‌ترین گونه نظریه ریسمان است. به طور رایج احتیاج به 26 بعد دارد و عدد 26 از روی ضوابط ریاضی و نظریه گروه‌ها¹ برای حفظ تقارن لورنتس به دست می‌آید. در طیف ذرات آن تاکیون وجود دارد که ذره‌ای است که سریعتر از نور حرکت می‌کند و دارای جرم موهومی است بنابراین نمی‌تواند مدلی از طبیعت باشد. همچنین از آمار بوز-اینشتین پیروی می‌کند و بنابراین به طور طبیعی نمی‌تواند توصیف‌گر ذراتی مثل الکترون باشد. البته این نظریه در توصیف ذرات میدانی مانند گراویتون‌ها و فوتون‌ها موفق است.

2-1-2- ابرریسمان:

با اضافه کردن درجه آزادی (یعنی اضافه کردن اسپین نیم صحیح که مربوط به فرمیون‌هاست) به جهان-سطح ریسمان، نظریه ریسمان به نظریه ابر ریسمان² تقلیل می‌یابد. در این مورد از فرض ابرتقارن³ استفاده می‌شود یعنی در مقابل هر ذره بوزونی ذره‌ای فرمیونی وجود دارد (نتایج ابرتقارن در آزمایشات ذرات مشاهده نشده‌اند اما نظریه پردازان معتقد هستند که ذرات ابرتقارن بزرگتر و سنگین‌تر از آن هستند که در شتابدهنده‌های فعلی بتوان آنها را مشاهده کرد مثلاً در LHC هنوز شواهدی در این مورد پیدا نشده است). تعداد ابعاد مورد نیاز در ابرریسمان ده می‌باشد. در حال حاضر پنج نظریه ابرریسمان وجود دارند که این پنج نظریه شامل نوع I، IIA، IIB و دو نظریه ابرریسمان دیگر که شامل هتروتیک⁴ می‌باشند.

¹ Group theory

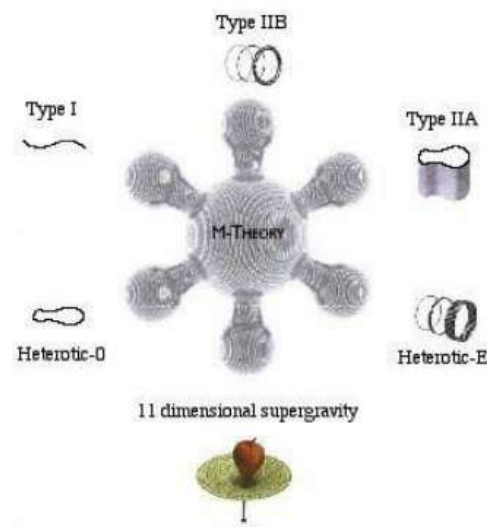
² Super string

³ Supersymmetry

⁴ heterotic

2-2- نظریه-ام (M-Theory):

در سال 1995 ادوارد ویتن¹ و دیگران ثابت کردند که این پنج نظریه ابررسمان به یکدیگر مربوط هستند. و نشان دادند که این پنج نظریه در واقع پنج نمود گوناگون از یک نظریه مادر و بزرگتر هستند. این نظریه مادر که آن را نظریه-ام نام نهادند یک نظریه یازده بعدی است و در شرایط خاص به هر یک از این پنج نظریه تقلیل می‌یابد.



شکل 2-1- تصویری از پنج نوع از نظریه ریسمان

2-3- ابعاد بالاتر:

همان طور که بیان کردیم نظریه ابررسمان دارای 10 بعد می‌باشد. درک فضای 10 بعدی در ابتدا ممکن است کمی سخت به نظر برسد زیرا که به هر حال ما در اطراف خود چهار بعد بیشتر احساس نمی‌کنیم پس این ابعاد اضافه در کجا واقع‌اند؟ این ابعاد اضافه کوچک و فشرده هستند. فشرده یعنی آنکه اگر در جهت آنها به اندازه

¹ Witten

کافی پیش‌روی کنید به جای اول خود باز می‌گردید. کوچک بودن هم معنایش این است که برای آنکه به جای نخست بازگردید باید مسافت خیلی کمی را طی کنید.

برای نمونه یک لوله بینهایت دراز را در نظر بگیرید. سطح این لوله مسلماً دو بعدی است. یعنی مورچه‌ای که روی سطح این لوله قرار دارد می‌تواند در دو راستای مستقل از هم حرکت کند. فرض کنید که سر مورچه در راستای طول لوله است. مورچه می‌تواند به سمت عقب-جلو یا چپ و راست حرکت کند. اما اگر به فرض این مورچه به اندازه کافی (یعنی به اندازه محیط لوله) در جهت چپ حرکت کند به جای اول خود باز می‌گردد اما قضیه در مورد عقب جلو رفتن صدق نمی‌کند. پس یکی از بعدهای این فضای دو بعدی (یعنی یکی از بعدهای سطح لوله) فشرده و یکی نافشرده است.

این بار فرض کنید که محیط این لوله خیلی کم باشد یا مثلاً به جای لوله یک کابل برق داشته باشیم. برای مورچه، این کابل هنوز یک سطح دو بعدی است یعنی وقتی که روی سطح کابل قرار دارد می‌تواند در دو راستای مستقل از هم حرکت کند. اما برای ما انسان‌ها کابل برق یک شیء یک بعدی محسوب می‌شود چون فقط درازای آن قابل درک است. حالتی بسیار شبیه به این مثال‌ها در مورد ابعاد اضافه در نظریه ریسمان رخ می‌دهد. به این معنی که ما به خاطر اندازه بزرگ خود از درک این ابعاد اضافی عاجز هستیم اما این ابعاد برای بعضی از ذره‌ها با انرژی زیاد قابل دسترسی می‌باشد.

از آنجایی که در فصل‌های بعدی برای معرفی دما در نظریه مرز، بایستی سیاه چاله در فضای حجم در نظر گرفته شود لازم است در این جا به معرفی سیاه چاله بپردازیم.

2-4- سیاه چاله‌ها:

سیاه چاله ناحیه‌ای از فضا-زمان است که هیچ چیز، حتی نور نمی‌تواند از میدان گرانشی آن فرار کند.

تصور بر این است که سیاه چاله‌ها¹ در تمام کیهان پراکنده هستند و بزرگترین و پرجرم‌ترین آن‌ها در مرکز بزرگترین کهکشان‌ها پیدا می‌شوند. وجود سیاه چاله‌ها در نظریه نسبیت عام آلبرت اینشتین² پیش بینی می‌شود. این نظریه پیش بینی می‌کند که یک جرم به اندازه کافی فشرده می‌تواند سبب تغییر شکل و خمیدگی فضا-زمان و تشکیل سیاه چاله شود. مهمترین ویژگی که یک سیاه چاله را تعریف می‌کند پیدایش افق³ رویداد است. افق رویداد به شکل کروی یا تقریباً کروی با شعاع شوارتزشیلد⁴ حول نقطه‌ی مرکزی سیاه-چاله است. این کره ناحیه‌ای از فضا زمان است که عبور نور و ماده از آن تنها در یک جهت و به طرف درون آن ممکن است. درون این کره سرعت گریز از سرعت نور بیشتر خواهد بود و از آنجایی که هیچ جسمی توانایی حرکت با سرعت بیشتر از سرعت نور را ندارد، در نتیجه هیچ جسمی توانایی گریز از این منطقه را ندارد. هر جرم یا انرژی که به یک سیاه چاله نزدیک شود، در داخل فاصله معینی که افق رویداد آن خوانده می‌شود، به طور مقاومت ناپذیری به درون سیاه چاله کشیده می‌شود. نوری که از اطراف یک سیاه چاله عبور می‌کند، اگر به افق رویداد نرسد، روی مسیری منحنی شکل از کنار آن می‌گذرد و اگر به افق رویداد برسد، در سیاه چاله سقوط می‌کند. افق رویداد را از این رو به این نام می‌خوانند که از درون آن اطلاعات راجع به آن رخداد به مشاهده کننده نمی‌رسد و مشاهده کننده نمی‌تواند یقین حاصل کند که این اتفاق رخ داده است.

مکانیک کوانتومی پیش‌بینی می‌کند که سیاه چاله‌ها مانند یک جسم سیاه با دمای متناهی از خود تابش‌های گرمایی گسیل می‌کنند. این دما با جرم سیاه چاله نسبت وارونه دارد و از این روی مشاهده این تابش برای

¹ Black hole

² Einstein

³ horizon

⁴ Schwarzschild

سیاه چاله‌های ستاره‌ای و بزرگتر دشوار است. یک سیاه چاله به دلیل اینکه نوری از آن خارج نمی‌گردد دیده نخواهد شد اما می‌تواند بودن خود را از راه کنش و واکنش با ماده از پیرامون خود نشان دهد. از راه بررسی برهم‌کنش میان ستاره‌های دوتایی با همدم نامرئی‌شان، اخترشناسان نامزدهای برای احتمالی بسیاری سیاه چاله بودن در این منظومه‌ها شناسایی کرده‌اند.

در فصل‌های سه و چهار به سراغ معادلات حرکت خواهیم رفت. برای رسیدن به معادلات حرکت باید به سراغ کنش ریسمان برویم و در زیر تعریفی از کنش ریسمان را ارائه می‌دهیم.

2-5- کنش ریسمان:

ریسمان‌ها دارای دو مشخصه می‌باشند یکی تنش ریسمان T_{str} (اگرچه ریسمان‌ها در نظریه ریسمان در فضا-زمان شناور هستند و مقید نیستند با این حال آنها دارای کشش هستند) و دیگری ثابت جفت شدگی بدون بعد g_s که قدرت برهم‌کنش را بیان می‌کند.

می‌توان تنش ریسمان را بر حسب مقیاس طول بنیادی l_s بنویسیم که l_s را طول ریسمان می‌نامیم و همچنین خواهیم داشت:

$$T_s = \frac{1}{2\pi\alpha'} \quad (1-2)$$

و رابطه α' بر حسب طول ریسمان به صورت زیر می‌باشد.

$$\alpha' = l_s^2 \quad (2-2)$$

نظریه ریسمان، نظریه گرانش کوانتومی می‌باشد، پس متوسط اندازه ریسمان باید چیزی نزدیک به مقیاس طول گرانش کوانتوم باشد که طول پلانک¹ نامیده می‌شود و حدود 10^{-33} cm می‌باشد.

برای نوشتن کنش ریسمان باید جهان-سطح را با مختصات موضعی σ^α با $\alpha = 0, 1$ ، تقسیم بندی کنیم و زمان جهان-سطح را ثابت نگه می‌داریم (پیمانه ایستا)² $\sigma^0 = cte$ مختصات پارامتر σ^1 طول ریسمان می‌باشد. مسیر ریسمان در فضا-زمان توسط x^M داده می‌شود که $M = 0, \dots, d-1$. بر حسب این توابع مؤلفه-های متریک القایی دو بعدی $g_{\alpha\beta}$ بر جهان-سطح ریسمان به صورت زیر می‌باشد

$$g_{\alpha\beta} = \partial_\alpha x^M \partial_\beta x^N g_{MN} \quad (3-2)$$

که g_{MN} متریک فضا-زمان می‌باشد و کنش ریسمان به صورت زیر می‌باشد:

$$S_{str} = -T_{str} \int d^2\sigma \sqrt{-\det g} \quad (4-2)$$

که این کنش به نام نامبو-گوتو³ شناخته می‌شود.

برای ساخت حالت‌های کوانتومی یک تک ریسمان باید کنش را کوانتیده کنیم. به طور فیزیکی، حالت‌های مختلف در طیف‌های نظریه جهان-سطح دو بعدی متناظر با مدهای ارتعاشی مختلف ریسمان می‌باشند. و از نقطه نظر فضا-زمان، هر یک از این مدها به عنوان یک ذره دارای جرم و اسپین می‌باشند که به طور معمول شامل تعداد محدودی از مدهای بدون جرم⁴ و مدهایی با جرم از مرتبه $m_s = l_s^{-1}$ می‌باشند. [7]

¹ planck

² Static gauge

³ Nambu-goto

⁴ massless

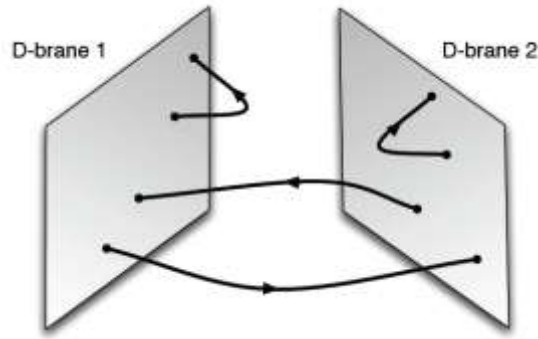
یکی از مدهای بدون جرم برای ریسمان بسته، ذره‌ای با اسپین دو به نام گراویتون¹ می‌باشد که می‌تواند دلیلی باشد بر اینکه نظریه ریسمان یک نظریه گرانش کوانتومی است گراویتون‌ها نوسانات کوچک در فضا-زمان متریک را توصیف می‌کنند.

2-6-شامه‌ها:

انواع ریسمان‌ها عبارتند از ریسمان بسته و ریسمان باز. دو سر ریسمان باز روی شامه‌ها قرار دارند و این شامه‌ها دارای جرم و بار می‌باشند میدان‌ها نیز روی این شامه‌ها زندگی می‌کنند. براین اساس می‌توان رویه‌هایی با ابعاد مختلف در یک فضای p بعدی داشت. به طوری که تعداد ابعاد آنها از صفر تا p تغییر کند. مثلاً شامه‌ی D_0 یعنی ذرات نقطه‌ای، شامه‌ی D_1 ریسمان است و شامه‌ی D_2 مانند یک صفحه کاغذ با ضخامت صفر می‌باشد و غیره. شامه‌های p بعدی پایدار در نظریه ابر ریسمان نوع IIA به ازای $p = 0, 2, 4, 6, 8$ وجود دارند و برای نظریه ابر ریسمان نوع IIB، $p = 1, 3, 5, 7$ می‌باشند.

به عنوان مثال شامه‌های دو بعدی دارای جهت طولی و عرضی می‌باشند ریسمان‌های باز فقط می‌توانند در جهت طولی x حرکت کنند (یعنی اینکه ریسمان‌های باز نمی‌توانند از سطح شامه بیرون بروند) و ریسمان‌های بسته در جهت عرضی y حرکت می‌کنند. به عنوان مثال از ریسمان‌های باز و شامه‌ها می‌توان شکل 2-2 را در نظر بگیریم.

¹ graviton



شکل 2-2- تصویری از ریسمان‌های باز که به دو شامه ختم شده‌اند. [7]

همان طور که ملاحظه می‌شود ریسمان باز می‌تواند به یک شامه یا به دو شامه متصل شود.

فرض می‌کنیم که دو شامه موازی در فاصله l از یکدیگر واقع‌اند و بسته به اینکه نقطه ابتدایی و انتهایی ریسمان باز به کدام شامه متصل است چهار نوع ریسمان باز وجود خواهد داشت. ریسمان‌هایی که هر دو نقطه ابتدایی و انتهایی آن به یک شامه متصل است بدون جرم می‌باشند و میدان‌های برداری آن را با $(A_\mu)_2^2, (A_\mu)_1^1$ مشخص می‌شود. اندیس‌های بالا (پایین) مربوط به شامه و مربوط به ریسمان می‌باشد. و ریسمان‌هایی که به دو شامه متصل هستند دارای جرم می‌باشند و میدان برداری آن با $(A_\mu)_1^2, (A_\mu)_2^1$ مشخص می‌شود و رابطه جرم با تنش ریسمان و فاصله بین شامه‌ها به صورت زیر می‌باشد.

$$m = \frac{l}{2\pi\alpha'} \quad (5-2)$$

هرگاه شامه‌ها خیلی به هم نزدیک شوند فاصله به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه از میان ریسمان‌های باز فقط ریسمان بدون جرم باقی می‌مانند. در این مورد چهار میدان برداری بدون جرم $(A_\mu)_b^a$ با $a, b = 1, 2$ وجود دارد که متناظر با میدان‌های پیمانه‌ای غیر آبلی از گروه پیمانه‌ای $u(2)$ می‌باشد و همچنین $9-p$ میدان‌های اسکالر بدون جرم $(\phi^i)_b^a$ وجود دارد و این یک ماتریس 2×2 است و در حالت کلی می‌توان دو

غشاء را به N_c شامه تعمیم دهیم که در این صورت گروه پیمانه‌ای $u(N_c)$ می‌باشد و این یک ماتریس $N_c \times N_c$ است. [7]

2-7- شامه‌ها و هندسه فضا-زمان:

شامه‌ها هندسه‌ی اطراف خود را تغییر می‌دهند به عنوان مثال متریک شامه‌های سه بعدی در نظریه ریسمان نوع IIB به صورت زیر می‌باشد:

$$ds^2 = H^{-1/2} [-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2] + H^{1/2} [dr^2 + r^2 d\Omega_5^2] \quad (6-2)$$

کروشه اول مربوط به سه مختصه مکانی و یک مختصه زمانی می‌باشد و در کروشه جمله دوم فقط برای متریک فضای تخت در جهت عرضی y ، در مختصات کروی با مختصات شعاعی $r^2 = y_1^2 + \dots + y_6^2$ بیان شده است. که r مختصات اطراف فضای تخت می‌باشد که عمود بر فضای تخت است.

تابع $H(r)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$H(r) = 1 + \frac{R^4}{r^4} \quad (7-2)$$

که

$$R^4 = 4\pi g_s N_c l_s^4 \quad (8-2)$$

از آنجایی که شامه‌های سه بعدی در طول سه جهت فضایی بسط یافته‌اند اثرات گرانش آنها شبیه به یک ذره نقطه‌ای با جرم $m \propto N_c T_{D3}$ در شش جهت عرضی می‌باشد. بنابراین متریک (6-2) تنها وابسته به مختصات شعاعی r در جهت‌های عرضی می‌باشد. اکنون دو حالت حدی را بررسی می‌کنیم.

اگر $R \gg r$ ، آنگاه $H \simeq 1$ بدست می‌آید. متریک (6-2) تبدیل به فضای تخت با یک تصحیح کوچکی که متناسب با:

$$\frac{R^4}{r^4} \sim \frac{N_c g_s l_s^4}{r^4} \sim \frac{GM}{r^4} \quad (9-2)$$

در نتیجه می‌توانیم یک پتانسیل گرانشی به علت شیء سنگینی به جرم M در شش مختصه فضایی تفسیر کنیم. پارامتر R به عنوان مشخصه مقیاس طول، می‌تواند اثرات گرانشی N_c تا شامه‌های سه بعدی را بیان کند و این اثرات برای $R \gg r$ ضعیف می‌باشد و برای $r \ll R$ قوی می‌باشد و در این حالت متریک (6-2) به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$ds^2 = ds_{AdS}^2 + R^2 d\Omega_5^2 \quad (10-2)$$

که Ω_5 ابر کره پنج بعدی است. متریک فضای AdS به صورت زیر می‌باشد.

$$ds_{AdS}^2 = \frac{r^2}{R^2} [-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2] + \frac{R^2}{r^2} dr^2 \quad (11-2)$$

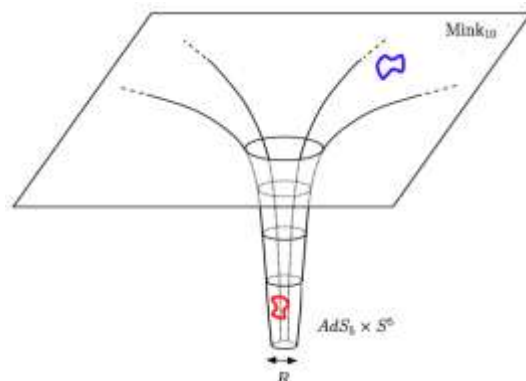
طبق تناظر AdS/CFT اگر در مرز دما معرفی شود بایستی در فضای حجم، سیاه چاله داشته باشیم. آنگاه به متریک (11-2)، تابع متریک $f(r)$ اضافه می‌شود به صورت:

$$f(r) = 1 - \frac{r_0^4}{r^4} \quad (12-2)$$

$$ds_{AdS}^2 = \frac{r^2}{R^2} [-fdt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2] + \frac{R^2}{r^2} f dr^2 \quad (13-2)$$

r_0 افق سیاه چاله می‌باشد. و r_0 متناسب با دمای $(r_0 \propto T)$ نظریه میدان در مرز می‌باشد.

همان طور که در شکل 2-3 نشان داده شده است می‌توان نتیجه گرفت که دور از شامه‌ها فضا-زمان تخت و فضای مینکوفسکی ده بعدی است و در حالی که نزدیک به شامه‌ها به شکل گلو است و فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$ می‌باشد و اندازه این گلو توسط R مقیاس طول مشخص می‌شود.



شکل 2-3- تصویری از فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$.

2-8- تناظر AdS/CFT:

در این بخش با ذکر مثال‌ها و شکل‌های مختلف دو وجه AdS و CFT را توضیح می‌دهیم. تناظر AdS / CFT روشی بسیار مفیدی برای مطالعه سیستم‌های همبسته قوی است در این سیستم‌ها نمی‌توان از روش اختلال برای مسائلی که دارای ثابت جفت شدگی بالا می‌باشند به کار برد.

AdS فضایی است به نام آنتی دو سیت¹ و مربوط به ریسمان‌های بسته و گرانش می‌باشد و CFT نظریه میدان همدیس² می‌باشد که در مرز فضا-زمان AdS زندگی می‌کند و مربوط به ریسمان‌های باز می‌باشد. همدیس یک نوع تبدیل است که شامل تبدیلات انتقال، دوران³ و لورنتس⁴ می‌باشد و به آن گروه تقارنی همدیس گفته می‌شود. و از فیزیکی همدیس به معنای این است که مقیاس انرژی نداریم. یعنی فیزیک مسأله

¹ Antti-de-sitter

² conformal

³ Rotation

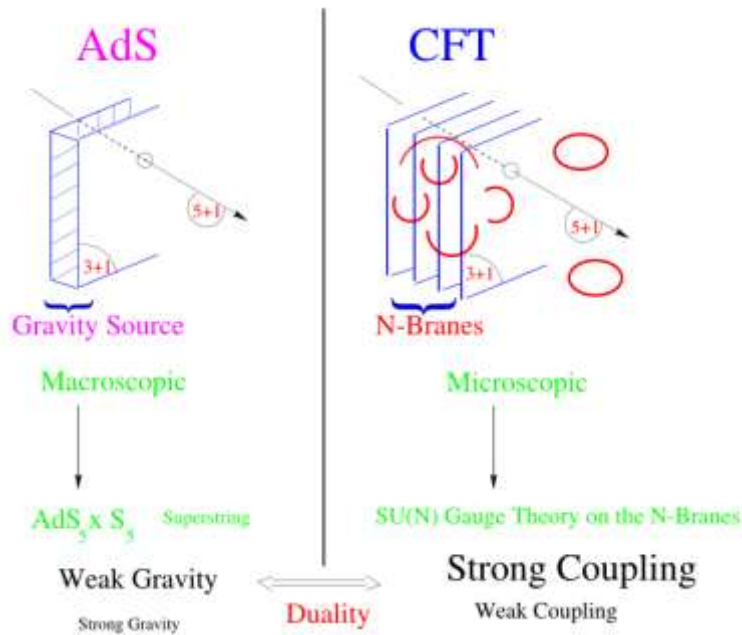
⁴ Lorentz

در انرژی های کم و زیاد بدون تغییر باقی می ماند. تناظر AdS/CFT از دو توصیف مختلف شامه ها به دست آمده است. در این بخش سعی می کنیم با ارایه این دو توصیف این تناظر را درک کنیم.

در توصیف اول از دید شامه نگاه می کنیم. در این دیدگاه برانگیختگی های شامه ها، ریسمان بازی هستند که بر روی آنها زندگی می کنند و ریسمان های بسته بیرون از این شامه منتشر می شوند. ریسمان های باز و بسته می توانند با هم برهم کنش داشته باشند و در واقع این ریسمان ها همان ذرات هستند مثلاً ریسمان باز مانند فوتون یا گلوئون و ریسمان های بسته مانند گراویتون ها می باشند و این توصیف از شامه ها در حد انرژی های پایین معادل با نظریه یانگ-میلز با بیشترین ابرتقارن $N=4$ با گروه $SU(N_c)$ در فضا-زمان چهار بعدی می باشد.

توصیف دوم از دیدگاه ریسمان های بسته می باشد. در هندسه فضا-زمان تنها ریسمان های بسته منتشر می شوند و در این توصیف ریسمان های باز وجود ندارند و شامه ها فضای AdS را بوجود می آورند. و در حد انرژی پایین این توصیف با نظریه ابر ریسمان نوع IIB معادل است. شکل 2-4 به خوبی این دو دیدگاه را نشان می دهد در شکل سمت راست مربوط به نظریه میدان همدیس می باشد که از دید میکروسکوپی به سیستم نگاه می کند که دارای ریسمان های باز و بسته (در واقع همان ذرات می باشند) که در روی شامه یا اطراف شامه ها قرار دارند در سمت چپ از دید ماکروسکوپی به سیستم نگاه می کند که شامه ها فضای AdS را بوجود آورده اند. و همان طور که ملاحظه می شود جفت شدگی قوی در CFT معادل با گرانش ضعیف در AdS می باشد. و از دو توصیف نتیجه می گیریم که: [7]

{ نظریه ابر تقارن یانگ-میلز $N=4$ با گروه $SU(N_c)$ } = { نظریه ریسمان نوع IIB در $AdS_5 \times S^5$ }



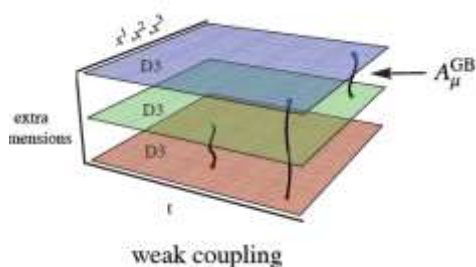
شکل 2-4-نمایی از تناظر بین فضای آنتی دو سیتة و نظریه میدان همدیس [8].

در بخش زیر نشان می‌دهیم که شامه‌ها چطور فضای AdS را می‌سازند.

9-2- فضای AdS :

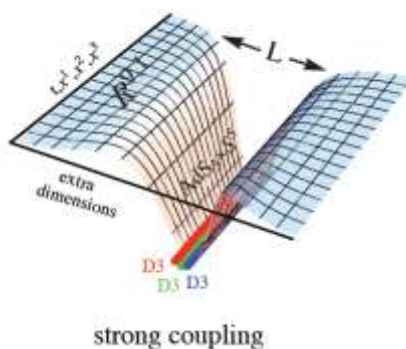
ابتدا یک مجموعه از N تا شامه‌های سه بعدی موازی را در فضا- زمان ده بعدی در نظر می‌گیریم. نظریه ریسمان روی این زمینه، شامل مدهای ریسمان باز و ریسمان‌های بسته است. ریسمان‌های بسته برانگیختگی- های فضای تهی هستند و ریسمان‌های باز روی انتهای شامه‌ها، مدهای برانگیخته‌ی شامه‌ها را توصیف می‌کنند. ریسمان‌های باز می‌توانند بین دو شامه متصل باشند در شکل 2-5 نشان داده شده است که چگونه یک ریسمان باز می‌تواند به دو یا سه شامه موازی متصل شود و همانند این مثال در شکل 2-2 مربوط به دو شامه

بررسی شد. در این حالت برهم‌کنش بین شامه‌ها ضعیف می‌باشد و فضای اطراف آن فضای ده بعدی مینکوفسکی است.



شکل 2-5- تصویری از برهم‌کنش ضعیف بین شامه‌ها

چنان‌که طول ریسمان به سمت صفر میل کند آنگاه شامه‌ها روی هم واقع می‌شوند و جرم آن بسیار سنگین می‌شود و برهم‌کنش بین آنها زیاد می‌شود و باعث خمیدگی فضا می‌شوند و در اطراف خود فضای AdS را بوجود می‌آورند و ریسمان‌های بسته¹ در فضا منتشر می‌شوند و این فضا را فضای آنتی دو سیته می‌نامند. در شکل 2-6 چگونگی تشکیل فضای AdS را نشان می‌دهد.



شکل 2-6- تصویری از برهم‌کنش قوی بین شامه‌ها

و ایجاد فضای آنتی دو سیته

¹ Closed string

جواب های متقارن معادله میدان اینشتین با ثابت کیهانشناسی λ به صورت زیر می باشد:

1. اگر $\lambda < 0$ منفی باشد آنگاه فضا - زمان پنج بعدی آنتی دو سیته (AdS_5) می باشد.

2. اگر $\lambda > 0$ مثبت باشد فضا-زمان پنج بعدی دو سیته $(dS)^1$ را خواهیم داشت.

3. اگر $\lambda = 0$ صفر باشد فضا-زمان چهار بعدی مینکوفسکی² است.

فضا زمان ده بعدی به شکل $AdS_5 \times S^5$ می باشد که S^5 ابر کره های پنج بعدی فشرده هستند و پنج بعد دیگر آن در فضای غیر فشرده آنتی دو سیته AdS_5 قرار دارد. این فضای پنج بعدی دارای سه بعد مکانی، یک بعد زمانی و یک بعد هولوگرام یا بعد شعاعی می باشد. و ما برای سادگی کار در برخی از مسأله ها فقط متریک AdS_5 را می نویسیم زیرا در جهت فشرده گی حرکتی نداریم.

به علت اینکه تناظر در حد انرژی پایین است باید حد انرژی های پایین را مورد بررسی قرار دهیم.

$$E \ll \frac{1}{\sqrt{\alpha'}} \quad \text{و} \quad \alpha' = l_s^2 \quad (14-2)$$

در این حالت، هنگامی که طول ریسمان به سمت صفر میل می کند فقط مدهای ریسمان بدون جرم برانگیخته می شود و حالت های سنگین ریسمان های باز، روی شامه ها قابل دسترسی نیستند. بنابراین فیزیک روی شامه-ها بوسیله میدان های بدون جرم یانگ-میلز $U(N)$ کنترل می شوند. ریسمان های بسته که روی تمام فضا-زمان منتشر می شوند، آزاد می شوند و در این حد ریسمان های بسته با هم برهم کنش ندارند زیرا طبق معادله گرانش ده بعدی اینشتین $G^{(10)} = g^2 \alpha'^4$ میدان گرانش به سمت صفر میل می کند در نتیجه ریسمان های بسته با هم برهم کنش نخواهند داشت.

¹ De-sitter

² minkowski

برای دریافت بیشتر تقارن همدیس فرض می‌کنیم که نظریه میدان d بعدی می‌تواند ریسمان یا نظریه گرانشی $(d+1)$ را توصیف کند و متریک $(d+1)$ بعدی با تقارن پوانکاره d بعدی سازگار می‌باشد و می‌توان نوشت:

$$ds^2 = \Omega^2(z) [-dt^2 + dx_i^2 + dz^2] \quad (15-2)$$

z در جهت بعد اضافی می‌باشد. به علت تقارن انتقال در جهت‌های t, \vec{x} ، فاکتور $\Omega(z)$ فقط وابسته به z می‌باشد و اگر نظریه میدان، همدیس باشد می‌توان فاکتور $\Omega(z)$ را تعیین کرد. و بطور همدیسی نظریه ناورداست و تحت مقیاس زیر هم ناوردا می‌ماند.

$$(t, \vec{x}) \rightarrow C(t, \vec{x}) \quad (16-2)$$

C ثابت است و برای نظریه گرانشی در رابطه $(15-2)$ برای توصیف چنین نظریه میدانی فرمول بندی شده است. متریک $(15-2)$ و با توجه به تقارن مقیاسی $(16-2)$ و مقیاس مختصات z یعنی $z \rightarrow Cz$ را باید به صورت همزمان اعمال کنیم. زیرا z نمایشگر مقیاس طول در نظریه مرزی می‌باشد. در نتیجه مقیاس $\Omega(z)$ به صورت زیر می‌باشد.

$$\Omega(z) = C^{-1}\Omega(z) \quad (17-2)$$

و بطور یکتا می‌توان تعیین کرد:

$$\Omega(z) = \frac{R}{z} \quad (18-2)$$

R ثابت می‌باشد و متریک $(15-2)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} (-dt^2 + d\vec{x}^2 + dz^2) \quad (19-2)$$

تقارن پوانکاره و مقیاس (2-16)، یک نظریه میدان همدیس در d بعد می‌باشد و همچنین تحت تبدیل همدیس خاصی ناورداست و که مجموعاً به شکل گروه همدیس $SO(2, d)$ می‌باشد. [7]

2-10- ارتباط بین پارامترها در حد N بزرگ:

نظریه ریسمان شامل دو پارامتر بدون بعد می‌باشد:

شعاع کره پنج بعدی در واحد طول ریسمان $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ که R انحناى فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$ می‌باشد و ثابت جفت شدگی ریسمان g_s که شدت برهم‌کنش بین ریسمان‌ها را نشان می‌دهد.

نظریه ابر تقارن یانگ-میلز شامل دو پارامتر بدون بعد می‌باشد:

یکی N که تعداد رنگ‌ها است و دیگری ثابت جفت شدگی یانگ-میلز g_{YM} ، که قدرت برهم‌کنش بین ذرات را نشان می‌دهد. ثابت جفت شدگی توفت¹ که مربوط به نظریه یانگ-میلز می‌باشد به صورت $\lambda = g_{YM}^2 N$ بیان می‌شود.

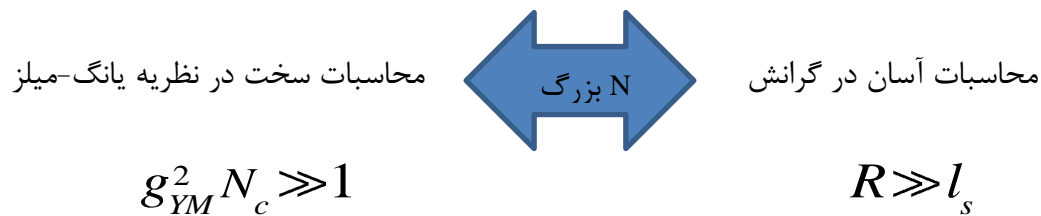
این دو نظریه هنگامی هم ارز می‌شوند که ارتباط بین پارامترهای دو طرف به صورت زیر باشد:

$$g_s = g_{YM}^2 \quad (20-2)$$

$$\lambda = g_{YM}^2 N = \frac{R^4}{\alpha'^2} \quad \text{و} \quad \alpha' = l_s^2 \quad (21-2)$$

¹ t hooft

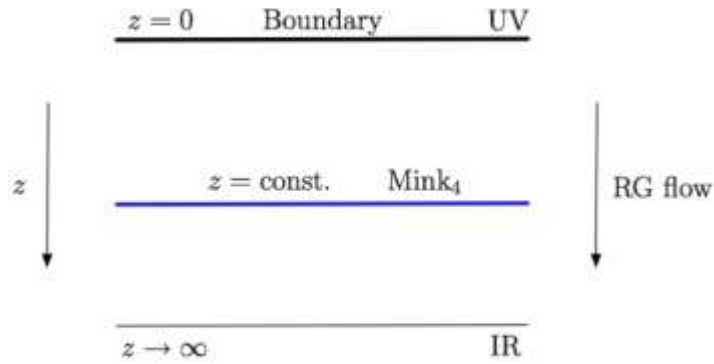
طبق رابطه (21-2)، برای $g_s N_c \ll 1$ (ثابت جفت شدگی توفت) باشد در نتیجه $R \ll l_s$ می‌باشد یعنی اینکه مشخصه شعاعی اثرات گرانشی شامه‌ها نسبت به واحد طول ریسمان کوچک می‌شود. [7] در نتیجه خمش فضا زیاد می‌شود و کار کردن در این فضا بسیار سخت و محاسبت بسیار سنگین می‌شود. برعکس، هنگامی که $g_s N_c \gg 1$ باشد در نتیجه $R \gg l_s$ آنگاه ریسمان را فقط به شکل یک ذره می‌بینیم و در این شرایط خمش فضا کم می‌شود و فضا به سمت فضای تخت¹ پیش می‌رود و در نتیجه کار کردن در این فضا (با توجه به گرانش آن) و محاسبات آن آسان می‌شود ولی با زیاد شدن ثابت جفت شدگی توفت برهم‌کنش بین ذرات در نظریه یانگ-میلز زیاد می‌شود و همچنین تعداد رنگ‌ها به سمت بی‌نهایت میل می‌کند $N \rightarrow \infty$ و محاسبات بسیار سنگین می‌شود. و برای N های بزرگ خواهیم داشت:



2-11-ارتباط UV/IR:

ارتباط بین انرژی بالا و انرژی پایین می‌باشد. UV مربوط به انرژی‌های بالا (فرا بنفش²) و روی مرز $z=0$ که بعد هولوگرام می‌باشد واقع است و IR مربوط به انرژی‌های پایین (مادون قرمز³)، و در عمق فضای حجم⁴ $z = \infty$ واقع می‌باشد. و در واقع ارتباط بین فیزیک روی مرز و سیستم حجمی می‌باشد.

¹ flat
² ultraviolet
³ infrared
⁴ bulk



شکل 2-7-نمایی از ارتباط بین انرژی بالا و پایین

در تناظر نظریه ریسمان/ نظریه پیمانه. [7]

از نقطه نظر حجم ، فیزیک نزدیک $z = 0$ متناظر با فیزیک مرز از فضا می باشد یعنی حجم زیاد (فاصله زیاد) یا IR فیزیک می باشد. و از نقطه نظر نظریه میدان، فیزیک برای z کوچک متناظر با فاصله های کوتاه یعنی UV فیزیک می باشد.

مثلاً فرض کنیم می خواهیم ذراتی را بررسی کنیم که برهم کنش بین آنها ضعیف باشد در نتیجه فاصله بین ذرات کم می باشد از نقطه نظر نظریه میدان که در مرز زندگی می کند UV فیزیک (انرژی های بالا) می باشد ولی از نقطه نظر فضای حجم که در فاصله دوری از آن قرار دارد IR فیزیک (انرژی پایین) می باشد.

فصل سوم

حرکت کوارک چرخان در محیط خلأ

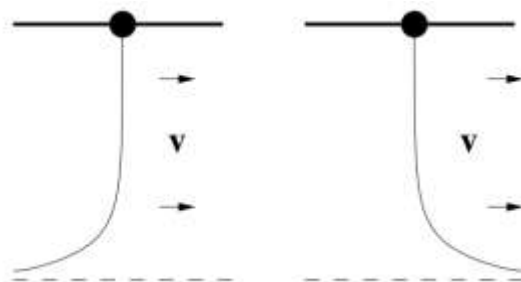
و پلاسمای کوارک گلوئون

- ❖ مقدمه
- ❖ کوارک چرخان و ریسمان ماریچی
- ❖ ریسمان چرخان در زمینه کلی
- ❖ معادلات حرکت در پلاسمای کوارک گلوئون
- ❖ معادلات حرکت در خلأ

3-1- مقدمه:

در این فصل با استفاده از تناظر AdS/CFT مسأله‌ی کوآرک چرخان را در محیط پلازما و خلأ مورد بررسی قرار می‌دهیم. این مسائل در مراجع [1,2] به صورت کامل بررسی شده‌اند و ما مروری بر این مسائل داریم. هدف ما در این فصل بدست آوردن معادلات حرکت و حل این معادلات و سپس انرژی اتلافی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. بدست آوردن نیروی کششی، ضریب اصطحکاک و زمان واهلش یک ذره سنگین در دمای صفر با استفاده از سیاه چاله‌های RN در مرجع [19] و مطالعه‌ی پتانسیل مزون‌های سنگین در مرجع [18] به طور کامل بررسی شده‌اند.

زمانی که یک کوآرک سنگین در پلازما جفت شده قوی حرکت می‌کند یک نیروی مقاوم خلاف جهت به کوآرک وارد می‌شود و باعث می‌شود که انرژی تلف شود. [10,17] در شکل 3-1 چگونگی نیروی مقاوم که بر دوگان گرانش کوآرک یعنی ریسمان وارد می‌شود را نشان می‌دهد که باعث خمش ریسمان شده است.

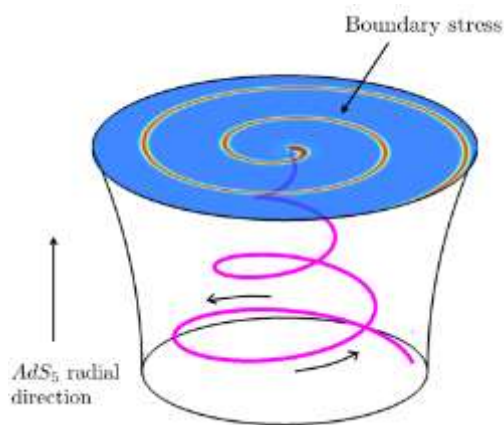


شکل 3-1- چگونگی اثر نیروی مقاوم بر ریسمان

اگر بخواهیم کوآرک چرخان را بررسی کنیم قسمتی از انرژی به علت چرخش کوآرک تلف می‌شود [2] زیرا حرکت دورانی باعث تابش‌های سیکلوترونی می‌شود.

3-2- کوارک چرخان و ریسمان مارپیچی:

در این بخش کوارک سنگینی که در محیط پلاسمای جفت شده‌ی قوی روی یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند در نظر گرفته می‌شود. کوارک چرخان در دایره‌ای به شعاع l و با سرعت ثابت V و سرعت زاویه‌ای ω که در همه لحظه‌ها ثابت است حرکت می‌کند.



شکل 3-2-نمایی از ریسمان مارپیچی [2]

فرض می‌شود که به کوارک یک نیروی خارجی وارد می‌شود. شتاب کوارک چرخان دارای دو مؤلفه می‌باشد:

1. شتاب مماسی : به علت تغییر سرعت کوارک اتفاق می‌افتد.
2. شتاب عمودی: به علت تغییر جهت کوارک بوجود می‌آید که شتاب جانب مرکز نامیده می‌شود. و به صورت زیر می‌باشد.

$$a = v\omega = \omega^2 l \quad (1-3)$$

از آن جایی که در این مسأله کوارک با سرعت ثابت حرکت می‌کند شتاب مماسی وجود ندارد. پس در این مسأله فقط یک شتاب عمودی (شتاب جانب مرکز) وجود خواهد داشت. در نتیجه نیروی جانب مرکز به این

کوارک چرخان وارد می‌شود و همان طور که در شکل 2-3 نشان داده شده است باعث می‌شود که هر چه به داخل فضای حجم پیش رویم شعاع دوران ریسمان بیشتر شود.

هدف ما در این بخش این است که انرژی تلف شده را مورد بررسی قرار دهیم.

انرژی تلف شده به دو علت اتفاق می‌افتد:

1. به علت نیروی مقاوم¹ در مقابل حرکت

2. به علت تابش های گلوئونی

همان طور که در فصل دوم بیان کردیم نظریه پیمانهای ابر تقارن یانگ-میلز $N = 4$ شامل دو پارامتر g_{YM}, N_c است. که g_{YM} جفت شدگی پیمانهای است.

ثابت جفت شدگی توفت به صورت $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ تعریف شد و این نظریه همدیس است و λ پارامتری است که می‌توان آن را انتخاب کرد. اگر λ را در دمای $T \neq 0$ بزرگ انتخاب کنیم این نظریه پلاسمای جفت شدگی قوی² را توصیف می‌کند. بر طبق تناظر AdS / CFT [14,15]، این نظریه پیمانهای معادل با نظریه ریسمان نوع IIB در فضا-زمان $AdS_5 \times S_5$ می‌باشد. و تنش ریسمان $(\frac{1}{2\pi\alpha'})$ به ثابت جفت شدگی توفت وابسته است. که به صورت زیر می‌باشد:

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2} \quad (2-3)$$

¹ Drag force

² Strong coupling

نظریه پیمانه‌ای می‌تواند روی فضای AdS_5 زندگی کند. اگر N_c به بی‌نهایت میل داده شود. پارامتر λ زیاد می‌شود. و نظریه ابر تقارن یانگ-میلز $N = 4$ در این حد خاص یک ابرگرانش¹ کلاسیکی را در فضا-زمان $AdS_5 \times S_5$ توصیف می‌کند.

اگر پارامتر λ به سمت صفر میل کند ثابت جفت شدگی در CFT کوچک می‌شود و در مرجع [2] ثابت شده است که این شبیه به الکترودینامیک کلاسیکی است.

در دوگانگی فوق، یک کوارک آزمون سنگین متناظر با یک ریسمان باز² است که نقطه‌ی انتهایی آن به یک شامه سه بعدی در مرز $u = \infty$ متصل است. ریسمان در داخل حجم آویزان است. و به داخل سیاه چاله ختم می‌شود. ما باید تا افق سیاه چاله را در نظر بگیریم زیرا در داخل سیاه چاله گرانش بسیار زیاد است. در نتیجه تا $u = u_h$ را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

3-3- ریسمان چرخان در زمینه کلی:

مطابق AdS / CFT دوگان گرانشی کوارک چرخان، ریسمان چرخانی است که در فضای حجم دوران می‌کند. متغیرهای جهان-سطحی³ که ریسمان جاروب می‌کند (σ, τ) هستند. و نگاشت آن به فضا-زمان با حدس زیر داده می‌شوند.

$$x^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, u = \sigma, \rho = \rho(u), \varphi = \omega\tau + \theta(u), x_3 = 0) \quad (3-3)$$

به منظور توصیف کوارک چرخانی که می‌خواهیم تحلیل کنیم در اینجا اندیس ν, μ دارای پنج بعد $\nu, \mu = (t, \rho, \varphi, u, x_3)$ هستند. دو بعد از سه بعد فضای در مختصات استوانه‌ای (ρ, φ, x_3) را به کار می‌بریم. که مختصه سوم برابر صفر است. زیرا می‌خواهیم کوارکی که روی دایره حرکت می‌کند را مورد بررسی قرار دهیم.

¹ Super gravity

² Open string

³ World sheet

مختصات u, ρ دارای بعد طول هستند که u مختصه حجم در بعد پنجم است که بعد هولوگرام می‌نامند.

متریک در زمینه¹ کلی در فضای AdS به صورت زیر می‌باشد:

$$ds^2 = G_{tt} dt^2 + G_{\rho\rho} d\rho^2 + G_{\varphi\varphi} d\varphi^2 + G_{zz} dz^2 + G_{uu} du^2 \quad (4-3)$$

نقطه انتهایی ریسمان بر روی شامه‌های سه بعدی قرار دارند و شرایط مرزی² به صورت زیر می‌باشد:

$$\rho(0) = l \quad (5-3)$$

$$\theta(0) = 0$$

برای رسیدن به معادلات حرکت ریسمان مارپیچی از اصل کمینه کردن³ کنش استفاده می‌کنیم.

کنش نامبو-گوتو به صورت زیر می‌باشد:

$$S = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma L = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} \quad (6-3)$$

و چگالی لاگرانژی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$L = \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} \quad (7-3)$$

که

$$g_{\alpha\beta} = G_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu \quad (8-3)$$

$g_{\alpha\beta}$ متریک القایی بر روی جهان-سطح است. و $G_{\mu\nu}$ متریک و $\partial_\alpha X^\mu, \partial_\beta X^\nu$ مشتق نسبت به τ, σ هستند.

¹ Background

² Boundry condition

³ Least Action

متریک القایی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} G_{tt} + G_{\varphi\varphi}\omega^2 & G_{\varphi\varphi}\omega\theta' \\ G_{\varphi\varphi}\omega\theta' & G_{uu} + G_{\rho\rho}\rho'^2 + G_{\varphi\varphi}\theta'^2 \end{pmatrix} \quad (9-3)$$

با توجه به رابطه (7-3) چگالی لاگرانژی در زمینه کلی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$L = \left[-G_{uu}(G_{tt} + G_{\varphi\varphi}\omega^2) - G_{\rho\rho}(G_{tt} + G_{\varphi\varphi}\omega^2)\rho'^2 - G_{tt}G_{\varphi\varphi}\theta'^2 \right]^{1/2} \quad (10-3)$$

اکنون متریک را برای یک کوارک چرخان به صورت زیر می‌نویسیم.

$$ds^2 = b(u)(-f_t(u)dt^2 + d\rho^2 + \rho^2d\varphi^2 + h(u)du^2) \quad (11-3)$$

معادلات حرکت ریسمان به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} - \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \rho'} = 0 \quad (12-3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \theta'} = 0 \quad (13-3)$$

$$\text{که } \rho' = \frac{\partial \rho}{\partial u}, \theta' = \frac{\partial \theta}{\partial u} \text{ است.}$$

همانطور که مشاهده می‌شود دو معادله حرکت وجود دارد. زیرا دو درجه آزادی داریم که ρ, θ وابسته به پارامتر ریسمان u هستند.

برای حل معادلات حرکت ابتدا وابستگی زاویه‌ای را در نظر می‌گیریم. لاگرانژی وابسته $\theta'(u)$ است و به $\theta(u), \theta''(u)$ وابسته نیست. بنابراین طبق (13-3) یک ثابت حرکت وجود دارد که به صورت زیر می‌باشد:

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = \frac{-\theta' G_{tt} G_{\varphi\varphi}}{L} = cte \quad (14-3)$$

این ثابت حرکت Π نامیده می‌شود و فقط وابسته به $\theta'(u)$ است و نقش خیلی مهمی در تحلیل مسأله‌ی ما دارد. در ادامه خواهیم دید که انرژی اتلافی در محیط توسط کواریک چرخان متناسب با ثابت حرکت Π می‌باشد.

و همچنین می‌توانیم $\theta'(u)$ را بر حسب تابعی از $\rho(u)$ بدست آوریم. [3]

$$\theta'^2(u) = \frac{\Pi^2 (-G_{tt} - \omega^2 G_{\varphi\varphi}) (\rho'^2 G_{\rho\rho} + G_{uu})}{G_{tt} G_{\varphi\varphi} (\Pi^2 + G_{tt} G_{\varphi\varphi})} \quad (15-3)$$

و اکنون θ'^2 را از معادله حرکت (12-3) حذف می‌کنیم که بتوانیم معادله حرکت را بر حسب $\rho(u)$ بدست آوریم.

با توجه به رابطه (15-3) و معادله حرکت (12-3) معادله دیفرانسیل به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} & 2f^2 h^2 (\Pi^2 - \omega^2 b^2 \rho^4) - (h\rho^3 (-2bf^2 (f + \omega^2 \rho^2) b' + (\Pi^2 \omega^2 - b^2 f^2) f')) \\ & + f\rho (f + \omega^2 \rho^2) (\Pi^2 + b^2 f \rho^2) h' \rho' + 2f^2 h (\Pi^2 - \omega^2 b^2 \rho^4) \rho'^2 + \rho^3 (2bf^2 \\ & (f + \omega^2 \rho^2) b' + (-\Pi^2 \omega^2 + b^2 f^2) f') \rho'^3 + 2fh\rho (f + \omega^2 \rho^2) (\Pi^2 + b^2 f \rho^2) \rho'' = 0 \end{aligned} \quad (16-3)$$

سپس معادله دیفرانسیل را حل می‌کنیم تا $\rho(u)$ را بدست آوریم. با انتگرال گیری از رابطه (15-3) $\theta(u)$ بدست می‌آید.

3-3-1- یک نقطه‌ی خاص روی ریسمان مارپیچی:

برای هر u مثبت از پارامتر ریسمان در فضای حجم برای $\rho(u) > 1$ و $u < \infty$ یک نیروی جانب مرکز به آن وارد می‌شود و ریسمان هم به افق سیاه چاله $u_h = 1$ ختم می‌شود. در مرز $u = \infty$ صورت کسر (3-15) مثبت است.

G_{tt} مسأله همواره منفی است. خواهیم داشت:

$$G_{tt} > \omega^2 G_{\varphi\varphi} \quad (17-3)$$

صورت کسر (3-15) در یک نقطه‌ی خاصی تغییر علامت می‌دهد و منفی می‌شود. از آنجایی که θ^2 همواره مثبت است. پس هرگاه مخرج تغییر علامت دهد صورت هم باید تغییر علامت دهد. بنابراین در یک نقطه‌ی خاصی از پارامتر ریسمان با هم تغییر علامت می‌دهند در نتیجه باید ریشه صورت و مخرج بر هم منطبق باشند. که آن نقطه را u_c می‌نامیم و در آن نقطه شعاع دایره ρ_c است. بدین ترتیب شرایط اصلی عبارتند از: [3]

$$\Pi^2 + G_{tt}(u_c)G_{\varphi\varphi}(u_c) = 0 \quad (18-3)$$

$$G_{tt}(u_c) + \omega^2 G_{\varphi\varphi}(u_c) = 0 \quad (19-3)$$

با توجه به روابط (3-18), (3-19) می‌توانیم روابط زیر را به دست آوریم.

$$\begin{aligned} G_{tt} &= |\Pi\omega| \\ G_{\varphi\varphi} &= \left| \frac{\Pi}{\omega} \right| \end{aligned} \quad (20-3)$$

مکان هندسی u_c به طور دقیق متناظر با نقطه‌ای است که سرعت ریسمان v_c است.

$$c(u) = \sqrt{f_i(u)} \quad (21-3)$$

این نقطه همچنین با جایگاهی از افق جهان-سطح منطبق است.

$$v_c = \rho(u_c)\omega = \sqrt{f_t(u_c)} \quad (22-3)$$

3-3-2- انرژی تلف شده:

انرژی اتلافی بر حسب تکانه جهان-سطح به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{dE}{dt} = \Pi_t^\sigma = \frac{-\partial S}{\partial(\partial_\sigma X^0)} = \frac{-G_{tt}G_{\varphi\varphi}\omega\theta'}{2\pi\alpha'L} \quad (23-3)$$

می‌توانیم انرژی اتلافی بر حسب $\Pi(\omega, l)$ بدست آوریم. اگر رابطه (14-3) در (23-3) قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{-\Pi(\omega, l)\omega}{2\pi\alpha'} \quad (24-3)$$

با استفاده از شکل کلی متریک و رابطه (20-3) داریم:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{|G_{tt}(u_c)|}{2\pi\alpha'} = \frac{b(u_c)f_t(u_c)}{2\pi\alpha'} = \frac{b(u_c)v_c^2}{2\pi\alpha'} \quad (25-3)$$

اگر $f(u), g(u)$ را به صورت شکل کلی زیر انتخاب می‌کنیم.

$$b(u) = \left(\frac{l}{u}\right)^\gamma, f(u) = 1 - \left(\frac{u}{u_h}\right)^\alpha \quad (26-3)$$

با توجه به رابطه (25-3) انرژی تلف شده به صورت زیر به دست می‌آید: [3]

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \left(\frac{l}{u}\right)^\gamma \frac{v_c^2}{(1-v_c^2)^\alpha} \quad (27-3)$$

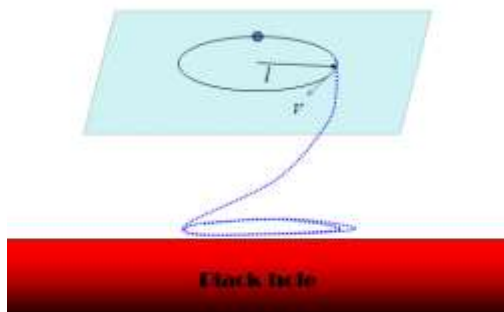
3-4- محیط پلاسمای کوآرک-گلوئون:(QGP)

قبلاً اشاره کردیم که هرگاه دو یون سنگین نسبیتی مانند طلا با انرژی زیاد و سرعت‌های بالا با هم برخورد رو در رو کنند محیطی به نام پلاسمای کوآرک گلوئون را تشکیل می‌دهند. و در این محیط دما بسیار بالاست و کوآرک آزاد یافت می‌شود. محیط پلاسمای کوآرک گلوئون، همدیس نیست زیرا فیزیک مسأله در انرژی‌های مختلف متفاوت است. مثلاً فرض می‌کنیم در حد انرژی‌های پایین سیستم شامل پروتون می‌باشد اما اگر به سیستم انرژی دهیم، سیستم دارای زیر ساختارهای پروتون (کوآرک‌ها، گلوئون‌ها) می‌باشد. در یک بازه زمانی پس از تشکیل، این محیط رفتاری مانند CFT^1 دارد. و همدیس است پس می‌توان از AdS/CFT برای حل این‌گونه موارد استفاده کرد.

در نظریه پیمان‌های، T معادل با دمای هاوکینگ² است. و در فضای AdS نقش سیاه چاله را برای ما ایفا می‌کند. رابطه‌ی دما با افق سیاه چاله به صورت زیر می‌باشد که R شعاع انحنای فضای AdS است.

$$T = \frac{u_h}{\pi R^2} \quad (28-3)$$

اکنون به مسأله کوآرک سنگین چرخان در محیط پلاسمای کوآرک گلوئون می‌پردازیم.



شکل 3-3-نمایی از کوآرک چرخان در محیط پلاسمای کوآرک گلوئون.

¹ Conformal field theory

² Howking

مسأله کوارک سنگین چرخان در محیط پلاسمای کوارک گلوئون در مرجع [1] مورد بررسی قرار گرفته است. شکل 3-3 نشان می‌دهد که کوارک روی دایره‌ای با سرعت ثابت v و به شعاع l حرکت می‌کند و معادل گرانشی آن ریسمانی است که تا افق کشیده شده است و افق روی سیاه چاله قرار دارد. حل معادله دیفرانسیل این مسأله به صورت عددی بررسی شده است. در ابتدای تحقیق این سؤال بررسی شد که آیا می‌توان این معادله دیفرانسیل را به صورت تحلیلی حل کرد یا خیر؟ اگر بخواهیم به صورت تحلیلی بررسی کنیم بایستی از روشی که برای حل معادله دیفرانسیل در محیط خلأ در مرجع [2] به کار گرفته شده است استفاده کرد. و در قسمت (ب) به توضیح آن پرداخته می‌شود. بعد از تلاش‌های فراوان برای حل معادله دیفرانسیل به این شیوه، متوجه شدیم که با این رهیافت در این مورد به جواب نمی‌رسد. زیرا حدس زدن ثابت حرکت بر حسب سرعت کوارک روی مرز v و سرعت زاویه‌ای ω و افق سیاه چاله u_h بسیار مشکل است. و همچنین حدس زدن جواب معادله دیفرانسیل بر حسب ω, Π کار بسیار مشکلی است.

3-4-1- معادلات حرکت در پلازما:

متریک فضای سیاه چاله‌ی AdS به صورت زیر می‌باشد.

$$ds^2 = -f(u)dt^2 + \frac{u^2}{R^2}(d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dx_3^2) + \frac{du^2}{f(u)} \quad (29-3)$$

و تابع متریک به صورت:

$$f(u) = \frac{u^2}{R^2} \left(1 - \frac{u_h^4}{u^4}\right) \quad (30-3)$$

متغیرهای جهان-سطحی که ریسمان جاروب می‌کند (σ, τ) هستند و نداشت آن به فضا-زمان به صورت زیر می‌باشد:

$$X^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, \rho = \rho(u), \varphi = \omega\tau + \theta(u), x_3 = 0, u = \sigma) \quad (31-3)$$

شرایط مرزی به صورت:

$$\begin{aligned} \rho(\infty) &= l \\ \theta(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (32-3)$$

متریک القایی به صورت زیر می باشد:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{X}.X' & \dot{X}^2 \\ X'^2 & \dot{X}.X' \end{pmatrix} \quad (33-3)$$

که \dot{X}^μ, X'^μ به ترتیب مشتق $X^\mu(\tau, \sigma)$ نسبت به فضا و زمان است. و به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, \omega, 0, 0) \quad (34-3)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, \rho', \theta', 0, 1) \quad (35-3)$$

$$\dot{X}^2 = g_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu = -f + \rho^2 u^2 \omega^2 \quad (36-3)$$

$$X'^2 = u^2 \rho'^2 + u^2 \rho^2 \theta'^2 + \frac{1}{f} \quad (37-3)$$

$$\dot{X}.X' = \rho^2 u^2 \omega \theta' \quad (38-3)$$

چگالی لاگرانژی به صورت زیر می باشد.

$$L = \sqrt{(\dot{X}.X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} \quad (39-3)$$

و از رابطه های (36-3), (37-3), (38-3) در رابطه (39-3) ، چگالی لاگرانژی به صورت بدست می آید.

$$L = \sqrt{(\rho'^2 + \frac{1}{fu^2})(fu^2 - u^4 \rho^2 \omega^2) + fu^2 \rho^2 \theta'^2} \quad (40-3)$$

حال از رابطه (14-3) ثابت حرکت برابر است با:

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = \frac{fu^2 \theta' \rho^2}{L} \quad (41-3)$$

دو طرف رابطه (41-3) را به توان دو می‌رسانیم تا بتوانیم θ'^2 را بر حسب $\rho(u)$ به دست آوریم.

$$\Pi^2 = \frac{f^2 u^4 \theta'^2 \rho^4}{(\rho'^2 + \frac{1}{fu^2})(fu^2 - u^4 \rho^2 \omega^2) + fu^2 \rho^2 \theta'^2}$$

$$f^2 u^2 \theta'^2 \rho^4 - \Pi^2 f \rho^2 \theta'^2 = \Pi^2 (\rho'^2 + \frac{1}{fu^2})(f - u^2 \rho^2 \omega^2) \quad (42-3)$$

$$\theta'^2 fu^2 \rho^2 (fu^2 \rho^2 - \Pi^2) = \Pi^2 (\rho'^2 + \frac{1}{fu^2})(fu^2 - u^4 \rho^2 \omega^2)$$

$$\Rightarrow \theta'^2 = \frac{\Pi^2 (\rho'^2 + \frac{1}{fu^2})(f - u^2 \rho^2 \omega^2)}{f \rho^2 (fu^2 \rho^2 - \Pi^2)} = \frac{\Pi^2 (\rho'^2 + \frac{1}{fu^2})(u^4 - 1 - u^4 \rho^2 \omega^2)}{(u^4 - 1) \rho^2 ((u^4 - 1) \rho^2 - \Pi^2)}$$

حال با توجه به رابطه‌های (18-3)، (19-3) خواهیم داشت:

$$f = u_c^2 \rho_c^2 \omega^2$$

$$\Pi^2 = fu^2 \rho^2 = \left(\frac{u_c^4 - u_h^4}{u_c^2}\right) u_c^2 \left(\frac{u_c^4 - u_h^4}{u_c^4 \omega^2}\right) \quad (43-3)$$

$$\Rightarrow (u_c^4 - u_h^4)^2 - \Pi^2 u_c^4 \omega^2 = 0$$

با حل معادله‌ی (43-3) نقطه‌ی u_c و شعاع ρ_c بر حسب ثابت حرکت Π و سرعت زاویه‌ای ω به صورت زیر

به دست می‌آیند.

$$u_c = \sqrt{\frac{\Pi \omega}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{4u_h^4 + \Pi^2 \omega^2}}$$

$$\rho_c = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2\Pi \omega}{\Pi \omega + \sqrt{4u_h^4 + \Pi^2 \omega^2}}} \quad (44-3)$$

که u_h افق سیاه چاله است و R شعاع انحنای فضای AdS می‌باشند که در این مسأله یک در نظر می‌گیریم.

حال می‌توان دوباره با صفر قرار دادن صورت کسر (3-42) u_c را بر حسب v_c که سرعت در نقطه‌ی u_c است بدست آوریم.

$$u_c^4 - 1 - u_c^4 \rho_c^2 \omega^2 = 0$$

$$\Rightarrow \rho_{light}(u, \omega) = \frac{1}{\omega} \sqrt{1 - \frac{1}{u^4}} \quad (45-3)$$

$$v_c = \rho_c \omega \Rightarrow u_c = \left(\frac{1}{1 - v_c^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

نکته‌ای که وجود دارد این است که از مرز تا نقطه‌ی u_c یعنی بخش بالایی $u > u_c$ به ازای هر پارامتر ریسمان، سرعت ریسمان کمتر از سرعت نور است. از نقطه‌ی u_c تا افق سیاه چاله، بخش پایینی $u < u_c$ سرعت ریسمان بیشتر از سرعت نور می‌باشد و این مفهوم فیزیکی ندارد. پس نوسانات کوچک ریسمان در بخش بالایی و پایینی کاملاً از هم مجزا است. بخش پایینی ریسمان از نقطه‌ی انتهایی روی شامه‌های سه بعدی در مرز منفصل است [11,12]. بخش پایینی برای ریسمان نشان دهنده‌ی ابر گلوئونی است. و انرژی تلف شده به علت نیروی مقاوم است. در حالی که بخش بالایی از جهان-سطح نشانگر میدان رنگی¹ است که توسط تابع موج حمل می‌شود. [13]

پس در نتیجه باید از مرز تا نقطه‌ی u_c را مورد بررسی قرار دهیم.

رابطه (3-45) برای مرز $u = \infty$ بدست آمده است. این رابطه هنگامی که می‌خواهیم معادله‌ی دیفرانسیل را به صورت عددی حل کنیم مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما اگر فقط رابطه (3-44) را داشته باشیم و بخواهیم ρ'_c را طبق روشی که در زیر بیان می‌شود به دست بیاوریم. به یک معادله‌ی درجه چهار می‌رسیم که چهار ریشه بسیار بزرگ دارد و حدس زدن اینکه کدام جواب است بسیار مشکل است. اگر از رابطه (3-45) استفاده

¹ Color field

کنیم طبق همان روش به یک معادله‌ی درجه دو می‌رسیم و خیلی راحت می‌توان مقدار ρ'_c را بدست آوریم. و معادله‌ی دیفرانسیل را به صورت عددی حل کنیم.

اکنون با توجه به رابطه (3-12) به معادله دیفرانسیل حرکت می‌رسیم. که جزئیات آن در پیوست 1 بیان شده است.

$$\begin{aligned}
 & (-4u^3\rho'(-2+2\omega^2\rho^2+u\omega^2\rho\rho'))((-1+u^4-u^4\omega^2\rho^2))\left(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2\right) \\
 & +(u^4-1)\rho^2\theta'^2-2\rho(-u^4\omega^2)\left(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2\right)+(u^4-1)\theta'^2) \\
 & ((u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)\left(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2\right)+(u^4-1)\theta'^2\rho^2)+2(u^4-1-u^4\omega^2\rho^2) \\
 & ((u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)\left(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2\right)+(u^4-1)\theta'^2\rho^2)\rho''-(u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)\rho' \\
 & (-2u^3(-2+2\omega^2\rho^2+u\omega^2\rho\rho'))\left(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2\right)+4u^3\rho^2\theta'^2+2(u^4-1)\rho\rho'\theta'^2 \\
 & +(u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)\left(\frac{-4u^3}{(u^4-1)^2}+2\rho'\rho''\right)+2(u^4-1)\rho^2\theta'\theta'')=0
 \end{aligned} \tag{46-3}$$

حال اگر رابطه (3-42) را در رابطه (3-46) قرار دهیم و سپس روابط $\rho^2(u^4-1)$ ، $\rho^2\rho^2(u^4-1)^2$ را در رابطه (3-46) اضافه و کم کنیم معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید.

$$\rho'' + \frac{2u^3\rho\rho'-1}{\rho^2(u^4-1)-\Pi^2} \rho(\rho'^2(u^4-1)+1) + \frac{2u^3\rho\rho'(1-\rho^2\omega^2-\rho^2\rho'^2\omega^2)+\rho'^2(u^4-1)+1}{(1-\rho^2\omega^2)\rho u^4-\rho} = 0 \tag{47-3}$$

این معادله دیفرانسیل را به صورت عددی حل می‌کنیم. برای این کار باید ρ'_c را به دست آوریم و از روش زیر استفاده می‌کنیم.

معادله دیفرانسیل در نقطه‌ی u_c تکنیکی دارد پس باید جواب را در اطراف این نقطه بررسی کنیم. می‌توانیم $\rho(u)$ را در نقطه‌ی u_c بسط تیلور دهیم و مشتقات پی در پی آن و همچنین به جای u مقدار $u_c + \varepsilon$ را در معادله دیفرانسیل قرار دهیم.

بسط تیلور:

$$\begin{aligned}\rho(u) &= \rho_c + \rho'_c(u - u_c) + \frac{1}{2}\rho''_c(u - u_c)^2 + \dots \\ \rho'(u) &= \rho'_c + \rho''_c(u - u_c) + \dots \\ \rho''(u) &= \rho''_c + \dots\end{aligned}\quad (48-3)$$

سپس ضریب $(u - u_c)$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم. زیرا باید تک تک ضرایب مساوی صفر باشند. آنگاه به یک معادله‌ی درجه دو بر حسب ρ'_c می‌رسیم. جزئیات آن در پیوست 2 بیان شده است. که به صورت:

$$v_c\omega + \frac{4\sqrt{1-v_c^2} + \omega^2}{(1-v_c^2)^{\frac{1}{4}}}\rho'(u_c) - \frac{v_c^3\omega}{1-v_c^2}\rho'(u_c)^2 = 0 \quad (49-3)$$

این رابطه تصحیح شده رابطه (2-26) در مرجع [1] است.

ریشه منفی ρ'_c جواب مسأله ما است. زیرا مرز را $u = \infty$ فرض کرده‌ایم. و به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\rho'_c = \frac{(1-v_c^2)(4\sqrt{1-v_c^2} + \omega^2) - \sqrt{4v_c^4(1-v_c^2)^{\frac{3}{2}}\omega^2 + (1-v_c^2)^2(4\sqrt{1-v_c^2} + \omega^2)^2}}{2v_c^3(1-v_c^2)^{\frac{1}{4}}\omega} \quad (50-3)$$

به l ؛ z ؛ ω ؛ Π می‌توان طبق روابط (44-3) u_c, ρ_c را بدست آوریم. و ما از معادله دیفرانسیل، ρ'_c را بدست آوردیم و طبق رابطه (49-3)، ρ'_c بدست می‌آید. می‌خواهیم معادله دیفرانسیل مربوطه را برای بخش بالایی و پایینی نقطه‌ی u_c ، حل نموداری بدست آوریم.

کوارک چرخانی که روی مرز $u = \infty$ حرکت می‌کند ساختارش با ω, l بدست می‌آید که هر دوی آنها ثابت هستند. و همچنین ریسمان چرخان، ساختارش با ω, Π بدست می‌آید. پس می‌توان از نمودارهای زیر به رابطه‌ی بین Π, l پی برد.

به این نتیجه می‌رسیم که کوچک (بزرگ) شدن مقادیری از Π متناظر با کوچک (بزرگ) شدن مقادیری از l است که l شعاع دایره‌ای است که کوآرک روی مرز حرکت می‌کند.

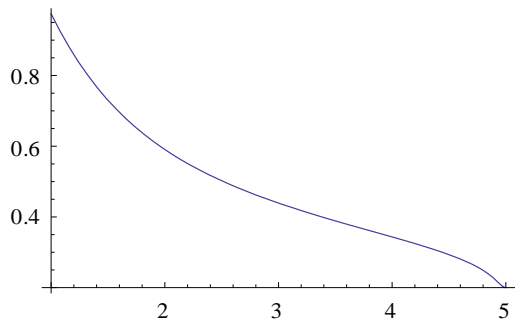
یک شامه سه بعدی در مرز $u = \infty$ واقع است و سرعت کوآرک چرخان نباید از سرعت نور بیشتر باشد. این مفهوم باعث می‌شود که شعاع l را محدود کند به صورت: $l < \frac{1}{\omega}$. در شکل 3-8 مشخص می‌شود که با افزایش Π ، u افزایش می‌یابد و در عمق فضای حجم سرعت ریسمان بیشتر از سرعت نور و جهان-سطح ریسمان خم می‌شود و باعث افزایش $\rho(u)$ می‌شود و ریسمان تا افق کشیده می‌شود. این خمش به علت این است که نیروی جانب مرکزی به ریسمان وارد می‌شود و در آنجا شتاب $a = \rho\omega^2$ بیشتری وجود دارد.

برای Π های خیلی کوچک $l \approx \rho(1)$ برابر است که شعاع در افق ماست. و خمش بسیار کم است. اما برای Π های خیلی بزرگ $l \gg \rho(1)$ می‌باشد.

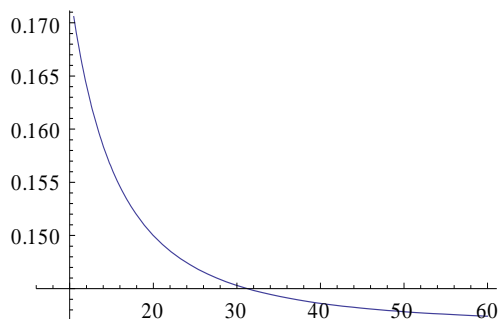
افزایش خمش یا افزایش شتاب را می‌توان با افزایش سرعت زاویه‌ای ω توصیف کرد. مثلاً اگر $\omega = 5$ در نظر بگیریم درمی‌یابیم که خمش برای هر Π غیر صفری وجود دارد و همچنین برای هیچ یک از مقادیر Π ، $\rho(1) \approx l$ وجود ندارد.

در ادامه، بخش بالایی و پایینی نقطه u را با استفاده از نرم افزار Mathematica بدست آورده‌ایم. و جزئیات آن در پیوست 3 بیان شده است.

نمودار $\rho(u)$ بر حسب u به ازای $\omega = 5$ و $\Pi = 10$ به صورت زیر می‌باشد.

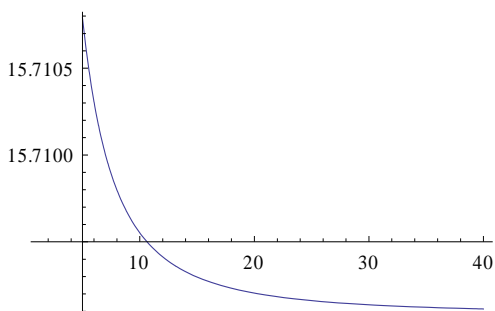


شکل 3-5-بخش پایینی

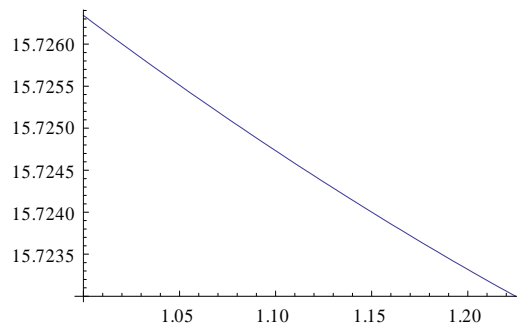


شکل 3-4-بخش بالایی

نمودار $\rho(u)$ بر حسب u به ازای $\omega = 0.05$ و $\Pi = 20$ به صورت زیر می باشد:



شکل 3-7-بخش بالایی



شکل 3-6-بخش پایینی

اکنون وابستگی شعاعی را در دو حالت حدی بررسی می کنیم.

1. برای حالتی که $\omega \rightarrow 0$ میل کند خواهیم داشت:

$$v = l\omega = \text{constant}, a = v\omega \rightarrow 0$$

از آنجایی که سرعت ثابت می باشد در نتیجه $l \rightarrow \infty$ میل می کند و شتاب جانب مرکز به سمت صفر میل می کند در نتیجه خمش بسیار کم است و به سمت صفر میل می کند. نتیجه می گیریم که مقدار $\rho(u)$ در این

حد یک مقدار ثابتی است و در شکل 8-3 مشخص است و همچنین $v = v_c = v(u)$ با هم برابرند. و در این حد داریم:

$$\Pi \omega \rightarrow \text{Constant}$$

2. برای حالتی که $\omega \rightarrow \infty$ خواهیم داشت:

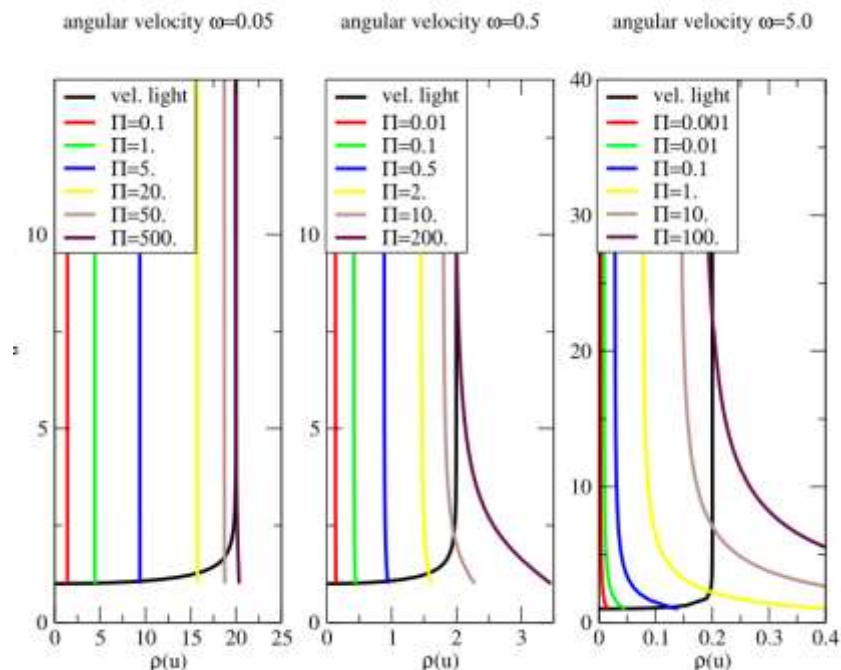
$$v = l\omega = \text{constant}, a = v\omega \rightarrow \infty$$

در نتیجه $l \rightarrow 0$ میل می کند و شتاب جانب مرکز خیلی زیاد می شود و خمش هم زیاد می شود و با توجه به اینکه l به سمت صفر میل می کند اما همچنان $\rho(1)$ مقدار ثابتی است زیرا انتهای ریسمان در افق سیاه چاله جمع می شود و شعاع ثابتی دارد. و از رابطه (3-44) در می یابیم ρ_c به سمت صفر میل می کند.

در این حد خواهیم داشت:

$$\frac{\Pi}{\omega} \rightarrow \text{Constant}$$

نتایج به دست آمده در نمودارهای بالا با نمودار 8-3 که از مرجع [1] برگرفته شده است کاملاً همخوانی دارد. همان طور که مشاهده می شود ترکیب نمودار 4-3 و 5-3 با نمودار 8-3 قسمت ستون سوم آن به ازای $\Pi = 10$ و ترکیب نمودار 6-3 و 7-3 با نمودار 8-3 قسمت ستون اول به ازای $\Pi = 20$ کاملاً همخوانی دارد.



شکل 3-8- نمودار ترکیبی u بر حسب $\rho(u)$ برای بخش بالایی و پایینی نقطه u_c . [1]

3-4-2- انرژی تلف شده در پلاسما:

انرژی اتلافی در محیط پلاسمای کوآرک گلوئون ناشی از نیروی کششی و تابش‌های سیکلوترونی می‌باشد. و به

صورت زیر بدست می‌آید. [1]

$$\pi_{\mu}^{\sigma} = -T_0 \frac{\partial L}{\partial(\partial_{\sigma} X^{\mu})} = \frac{-T_0}{c} G_{\mu\nu} \frac{\dot{X}^{\nu} (\dot{X} \cdot X') - \dot{X}^2 X'^{\nu}}{L} \quad (51-3)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \omega \Pi$$

اگر از ابتدای حل این مسأله تمام پارامترها را بر مبنای دما بنویسیم مطابق مرجع [1]، آنگاه انرژی اتلافی به

صورت زیر به دست می‌آید که در آن دما مستقیماً وارد شده است.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda T^2} \Pi \omega \quad (52-3)$$

با توجه به رابطه (18-3), (3-19) می توان Π را بر حسب v_c, ω بدست آوریم که به صورت زیر می باشد:

$$\Pi = \frac{v_c^2}{\omega(1-v_c^2)^{1/2}} \quad (53-3)$$

می توان رابطه (53-3) را در رابطه (52-3) قرار دهیم و خواهیم داشت:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda T^2} \frac{v_c^2}{\sqrt{1-v_c^2}} \quad (54-3)$$

انرژی اتلافی ناشی از نیروی کششی کوارکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند در مرجع [9,10] نشان داده شده است که به صورت زیر می باشد.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda T^2} \frac{v^2}{\sqrt{1-v^2}} \quad (55-3)$$

انرژی اتلافی در محیط QGP را در دو حالت حدی بررسی می کنیم:

1. حالتی که $\omega \rightarrow 0$ میل کند و سرعت ثابت باشد:

$$v = l\omega = \text{constant} \quad \text{و} \quad a = v\omega \rightarrow 0$$

در نتیجه $l \rightarrow \infty$ میل می کند یعنی اینکه در این حد، دایره تبدیل به خط راست می شود (l بسیار بزرگ و سرعت زاویه ای بسیار کوچک) و همان طور که در بخش قبل هم بیان کردیم $\rho(u) = \text{cet}$ و $v = v_c$ برابر است. در نتیجه می توان انتظار داشت که در این حد انرژی تلف شده ناشی از نیروی کششی است. زیرا اگر در رابطه (54-3) به جای v_c ، v قرار دهیم به رابطه (55-3) خواهیم رسید.

2. حالتی که $\omega \rightarrow \infty$ میل کند و سرعت ثابت باشد:

$$v = l\omega = \text{constant} \quad \text{و} \quad a = v\omega \rightarrow \infty$$

در نتیجه $l \rightarrow 0$ میل می کند یعنی اینکه در این حد ریسمان مارپیچی را خواهیم داشت در نتیجه انرژی تلف شده در این حد ناشی از تابش گلوئونی می باشد. و به صورت زیر می باشد:

$$a_{proper}^2 = \pi^2 T^2 \Pi \omega \quad (56-3)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \pi^2 T^2 \Pi \omega = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} a_{proper}^2 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{v^2 \omega^2}{(1-v^2)^{1/2}}$$

در بخش بعدی اثبات (56-3) بطور کامل بررسی خواهد شد.

3-5- محیط خلأ (vacuum) :

حرکت شتابدار کوارک چرخان در محیط خلأ در مرجع [2] بررسی شده است. منظور از محیط خلأ، محیطی است که مطابق با نظریه ابر تقارن یانگ-میلز $N = 4$ است و در این محیط دما صفر است. این محیط همدیس است زیرا مقیاس انرژی ندارد و فیزیکش در انرژی های بالا و پایین بدون تغییر باقی می ماند. پس رفتارش شبیه به CFT است و می توان از روش AdS / CFT برای حل این گونه موارد با ثابت جفت شدگی زیاد مورد استفاده قرار گیرد. کوارک چرخان آزمون در این محیط در دایره ای به شعاع l حرکت می کند. همان طور که در قسمت (الف) بیان کردیم در محیط QGP انرژی تلف شده به علت تابش های گلوئونی و نیروی کششی بود اما در محیط خلأ فقط شامل تابش های گلوئونی است و نیروی کششی را شامل نمی شود زیرا که از دیدگاه کوانتومی خلأ استعداد خلق ذرات بدون رنگ یا همان مزون ها را دارد که از کوارک-پادکوارک تشکیل شده اند. هدف ما در این بخش رسیدن به معادلات حرکت و سپس با روشی جالب به حل این معادله دیفرانسیل به صورت تحلیلی می پردازیم و انرژی تلف شده را محاسبه می کنیم.

3-5-1- معادلات حرکت در محیط خلأ:

متریک سیاه چاله‌ی فضای AdS به صورت زیر می‌باشد:

$$ds^2 = \frac{R^2}{u^2} (-f(u)dt^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + \frac{du^2}{f(u)}) \quad (57-3)$$

تابع متریک به صورت زیر می‌باشد:

$$f(u) = \left(1 - \frac{u^4}{u_h^4}\right) \quad (58-3)$$

در این مسأله پارامتر بندی ریسمان را از صفر تا بی‌نهایت و مرز را $u=0$ در نظر می‌گیریم. متریک محیط خلأ و محیط پلاسمای کوارک گلوئون هر دو یکی هستند فقط مرزهایمان تغییر کرده‌اند. اگر تبدیل $u \rightarrow \frac{1}{u}$ را در نظر بگیریم متریک رابطه‌ی (57-3) به متریک رابطه (29-3) تبدیل می‌شود.

همان طور که بیان کردیم در محیط خلأ دما صفر است و طبق AdS/CFT در فضای حجم سیاه چاله‌ای وجود ندارد. و طبق رابطه $u_h = \frac{1}{\pi T}$ ، u_h (افق سیاه چاله) به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. و نتیجه می‌گیریم که افق ما در بی‌نهایت قرار دارد.

و طبق شرطی که در بالا بیان کردیم تابع متریک برابر یک بدست می‌آید.

$$f(u) = \lim_{u_h \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{u^4}{u_h^4}\right) = 1 \quad (59-3)$$

متغیرهای جهان-سطحی که ریسمان جاروب می‌کند (τ, σ) هستند به صورت حدس زیر می‌باشد.

$$X^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, \rho = \rho(u), \varphi = \omega\tau + \theta(u), x_3 = 0, u = \sigma) \quad (60-3)$$

شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned}\rho(u=0) &= l \\ \theta(u=0) &= 0\end{aligned}\quad (61-3)$$

با توجه به نکاتی که قبلاً بین کردیم بایستی متریک القایی $g_{\alpha\beta}$ محاسبه شود و سپس \dot{X}, X' را محاسبه کنیم.

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, \omega, 0, 0) \quad (62-3)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, \rho', \theta', 0, 1) \quad (63-3)$$

و همچنین:

$$\dot{X}^2 = g_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu = \frac{-1}{u^2} + \frac{\rho^2 \omega^2}{u^2} \quad (64-3)$$

$$X'^2 = \frac{\rho'^2}{u^2} + \frac{\rho^2 \theta'^2}{u^2} + \frac{1}{u^2} \quad (65-3)$$

$$\dot{X} \cdot X' = \frac{\rho^2 \omega \theta'}{u^2} \quad (66-3)$$

بنابراین چگالی لاگرانژی از روابط (64-3), (65-3), (66-3) و رابطه (39-3) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L = \frac{\sqrt{(1 - \rho^2 \omega^2)(\rho'^2 + 1) + \rho^2 \theta'^2}}{u^2} \quad (67-3)$$

ثابت حرکت طبق رابطه (14-3) بدست می‌آید:

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = -\frac{\theta' \rho^2}{u^4 L} \quad (68-3)$$

حال مانند قبل باید θ'^2 را بر حسب $\rho(u)$ بدست آوریم. برای این کار دو طرف رابطه‌ی (68-3) را به توان دو برسانیم و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Pi^2 &= \frac{\theta'^2 \rho^4}{u^4 (1 - \omega^2 \rho^2)(1 + \rho'^2) + \rho^2 \theta'^2} \\ \Pi^2 u^4 (1 - \omega^2 \rho^2)(1 + \rho'^2) + \rho^2 \theta'^2 &= \theta'^2 \rho^4 \\ \rho^2 \theta'^2 (\Pi^2 u^4 - \rho^2) &= -\Pi^2 u^4 (1 - \omega^2 \rho^2)(1 + \rho'^2) \\ \theta'^2 &= \frac{\Pi^2 u^4 (1 - \omega^2 \rho^2)(1 + \rho'^2)}{\rho^2 (\rho^2 - \Pi^2 u^4)} \end{aligned} \quad (69-3)$$

θ'^2 در یک نقطه‌ی خاص تغییر علامت می‌دهد. با توجه به رابطه (19-3)، (18-3) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 1 - \omega^2 \rho_c^2 &= 0 \\ \rho_c^2 - \Pi^2 u_c^4 &= 0 \end{aligned} \quad (70-3)$$

از روابط (70-3) می‌توان نقطه‌ی u_c و شعاع در آن نقطه یعنی ρ_c را بدست آوریم که به صورت می‌باشد.

$$\rho_c = \frac{1}{\omega} \quad (71-3)$$

$$u_c = \frac{1}{\sqrt{\Pi \omega}} \quad (72-3)$$

که $v_c = \omega \rho_c$ می‌باشد و از رابطه (71-3) نتیجه می‌گیریم که نقطه‌ی u_c در انتهای ریسمان و در بی‌نهایت قرار دارد و نتیجه می‌گیریم که انتهای ریسمان با سرعت نور حرکت می‌کند. ($v_c = 1$)

با استفاده از رابطه (12-3) معادله دیفرانسیل مزبور را بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}
& 2(\rho' + \rho^3) + u\rho^3(\omega^2 - \theta'^2)(\omega^2(1 + \rho'^2) - \theta'^2) + \\
& u\rho(-\omega^2(1 + \rho'^2) + (1 + 2\rho'^2)\theta'^2) - u\rho'' + \rho^2(-4\omega^2\rho'^3 + \\
& u(2\omega^2 - \theta'^2)\rho'' + \rho'(-4\omega^2 + 2\theta'^2 + u\theta'\theta'')) + \omega^2\rho^4(2\omega^2\rho'^3 \\
& + u(-\omega^2 + \theta'^2)\rho'' + \rho'(2\omega^2 - \theta'(2\theta' + u\theta''))) = 0
\end{aligned} \tag{73-3}$$

اکنون رابطه (3-69) را در معادله (3-73) قرار دهیم و پس از منظم کردن عبارات معادله دیفرانسیل زیر بدست می‌آید. جزئیات در پیوست 4 بیان شده است.

$$\rho'' + \frac{\rho(u + 2\rho\rho')(1 + \rho'^2)}{u(u^4\Pi^2 - \rho^2)} + \frac{1 + \rho'^2}{\rho(1 - \omega^2\rho^2)} = 0 \tag{74-3}$$

حل این معادله دیفرانسیل مهمترین بخش محاسباتی مربوط به مطالعه حرکت ریسمان چرخان است. اکنون با روش زیر به حل این معادله دیفرانسیل می‌پردازیم.

مخرج معادله دیفرانسیل در نقطه‌ی u_c تکینگی دارد. برای رفع این تکینگی می‌توان از روش‌های زیر استفاده کنیم.

1. مانند بخش (الف)، $\rho(u)$ را در نقطه‌ی u_c بسط تیلور می‌دهیم و سپس مشتقات پی در پی آن را در معادله دیفرانسیل قرار می‌دهیم. و همچنین به جای u در معادله دیفرانسیل $u_c + \varepsilon$ قرار می‌دهیم سپس اگر ضریب $(u - u_c)$ و $(1/2)(u - u_c)^2$ را مساوی صفر قرار دهیم به ترتیب ρ'_c مشتق اول و ρ''_c مشتق دوم در نقطه‌ی u_c بر حسب (Π, ω) بدست می‌آیند. جزئیات آن در پیوست 5 بیان شده است.

معادله دیفرانسیل را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$u\rho(\rho^2 - \Pi^2u^4)(1 - \rho^2\omega^2)\rho'' - (1 + \rho'^2)(\Pi^2u^5 + \rho^3(2\rho' - \omega^2\rho(u + 2\rho\rho')))) = 0 \tag{75-3}$$

و سپس با جایگذاری بسط تیلور (3-48) و روابط (3-72)،(3-71) در معادله‌ی فوق و قرار دادن ضریب $(u - u_c)$ برابر صفر به یک معادله‌ی درجه دو بر حسب ρ_c' خواهیم رسید و با حل این معادله ρ_c' بر حسب (Π, ω) بدست می‌آید.

معادله درجه دوم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sqrt{\Pi\omega}\rho_c' - \Pi(1 - \rho_c'^2) = 0 \quad (76-3)$$

جواب این معادله که قابل قبول می‌باشد به صورت زیر است:

$$\rho_c' = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\omega}{\Pi} + 4} - \sqrt{\frac{\omega}{\Pi}} \right] \quad (77-3)$$

و اگر ضریب $\frac{1}{2}(u - u_c)^2$ را برابر صفر قرار دهیم ρ_c'' بر حسب (Π, ω) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_c'' = - \frac{\omega(1 + \rho_c'^2)(-5\Pi + 2\sqrt{\Pi\omega}\rho_c' + 3\omega\rho_c'^2 + 7\sqrt{\Pi\omega}\rho_c'^3)}{\omega + 3\sqrt{\Pi\omega}\rho_c' + 3\omega\rho_c'^2 + 7\sqrt{\Pi\omega}\rho_c'^3} \quad (78-3)$$

2. می‌توان کل معادله دیفرانسیل را تا مرتبه اول، دوم و.... بسط داد. سپس می‌توان به جای ρ_c, u_c از روابط

(3-72)،(3-71) استفاده کرد و مقادیر آن را در معادله دیفرانسیل قرار دهیم. در نتیجه می‌توانیم ρ_c', ρ_c'' و..

بر حسب (Π, ω) بدست آوریم.

حل آن در پیوست 6 بیان شده است.

3. می‌توان برای رفع تکینگی از قاعده هوییتال استفاده کنیم.

اگر کل معادله دیفرانسیل را در عبارت $\rho(1 - \omega^2\rho^2)$ ضرب کنیم . معادله دیفرانسیل به صورت:

$$(1 + \rho'^2) \left(1 + \frac{\rho^2(1 - \omega^2 \rho^2)(u + 2\rho\rho')}{u(\Pi^2 u^4 - \rho^2)} \right) = 0 \quad (79-3)$$

به ازای نقاط u_c, ρ_c جمله دوم صفر صفرم می‌شود که می‌توان صورت و مخرج را نسبت به u مشتق گرفت. باید توجه کنیم که ρ هم تابعی از u می‌باشد. پس از رفع ابهام خواهیم داشت:

$$-2(u_c + 2\rho_c \rho'_c) \rho_c \rho'_c + u_c (4u_c^3 \Pi^2 - 2\rho_c \rho'_c) = 0 \quad (80-3)$$

با قرار دادن نقاط ρ_c, u_c در معادله بالا، جواب معادله درجه دو به صورت رابطه‌ی (77-3) بدست می‌آید.

بسط تیلور به صورت:

$$\rho(u) = \rho_c + \rho'_c(u - u_c) + \frac{1}{2} \rho''_c(u - u_c)^2 + \dots \quad (81-3)$$

مقدار $\rho_c, \rho'_c, \rho''_c$ را بر حسب (Π, ω) بدست آورده‌ایم در نتیجه می‌توانیم طبق این بسط $\rho(u)$ را حدس بزنیم که جواب معادله دیفرانسیل مزبور می‌باشد.

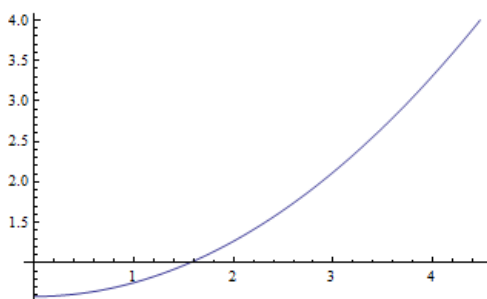
برای این منظور اگر به معادله دیفرانسیل نگاه کنیم خواهیم دید که در صورت کسر دوم $2\rho\rho'$ وجود دارد. باید معادله دیفرانسیل را بر حسب $g = \rho^2$ بنویسیم آنگاه $2\rho\rho' = g'$ می‌باشد و حدس زدن $g(u)$ راحت تر می‌شود. در نتیجه رادیکال گرفتن از $g(u)$ ، تابع $\rho(u)$ را به ما می‌دهد که همان جواب معادله دیفرانسیل است و نقاط g'_c, g''_c به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} g_c &= \rho_c^2 \\ g'_c &= 2\rho_c \rho'_c \\ g''_c &= 2\rho'^2 + 2\rho_c \rho''_c \end{aligned} \quad (82-3)$$

معادله‌ی دیفرانسیل بر حسب $g(u)$ به صورت زیر بدست می‌آید.

$$g'' + \frac{(4 + g'^2 \omega^2)}{2(1 - g\omega^2)} + \frac{(u + g')(4g + g'^2)}{2u(u^4 \Pi^2 - g)} = 0 \quad (83-3)$$

نمودار $g(u)$ بر حسب u معادله دیفرانسیل (83-3) به صورت زیر می‌باشد:



نمودار 3-9 به ازای $\Pi = 0.1, \omega = 0.5$

حال اگر $g(u)$ را به صورت زیر حدس بزنیم.

$$g(u) = au^2 + b \quad (84-3)$$

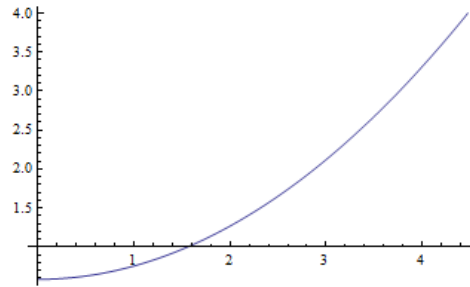
با توجه به روابط (82-3) می‌توانیم مقادیر a, b را بدست آوریم و نمودار $g(u)$ را رسم کنیم که باید این نمودار با نمودار (9-3) کاملاً یکسان باشد. برای ω, Π های دیگر هم باید حتماً صادق باشد.

با توجه به روابط (71-3), (77-3) به ازای ω, Π مربوطه مقادیر ρ_c, ρ'_c بدست می‌آیند و با توجه به روابط (82-3) مقادیر g_c, g'_c بدست می‌آیند. اگر از رابطه (84-3) مشتق بگیریم و به ازای نقطه‌ی u_c ، مقدار a بدست می‌آید و اگر در رابطه (84-3) قرار دهیم مقدار b بدست می‌آید. به صورت:

$$g_c = 4, g'_c = 1.52786 \quad (85-3)$$

$$a = 0.170821, b = 0.583604$$

نمودار $g(u)$ بر حسب u رابطه (84-3) به صورت زیر می‌باشد:



نمودار 3-10 - $(g(u) = 0.170821u^2 + 0.583604)$

نتیجه این که نمودار 3-10 کاملاً با نمودار (9-3) یکسان می‌باشد.

در نتیجه شکل کلی تابع $\rho(u)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\rho(u) = \sqrt{au^2 + b} \quad (86-3)$$

اکنون باید ثابت حرکت Π را بر حسب سرعت کوارک روی مرز v و سرعت زاویه‌ای ω حدس بزنیم. و این

کاملاً حدسی است و هیچ راهی برای بدست آوردن آن وجود ندارد.

Π را به صورت زیر حدس می‌زنیم:

$$\Pi = \frac{v^2 \omega}{(1-v^2)^2} \quad (87-3)$$

آنگاه نقاط u_c, ρ'_c, ρ''_c به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{(1-v^2)}{v\omega} \\ \rho'_c &= v \\ \rho''_c &= \frac{v^4\omega}{(1-v^2)} \end{aligned} \quad (88-3)$$

از دو طرف رابطه (86-3) مشتق نسبت به u می‌گیریم و با استفاده از رابطه (88-3) می‌توانیم ضرایب b, a بر حسب v, ω بدست آوریم که به صورت :

$$\begin{aligned} \rho_c \rho'_c &= a u_c \Rightarrow \frac{v}{\omega} = a \frac{(1-v^2)}{v\omega} \\ \Rightarrow a &= \frac{v^2}{(1-v^2)} \\ \rho_c^2 &= a u_c^2 + b \Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{v^2}{(1-v^2)} \frac{(1-v^2)^2}{v^2 \omega^2} + b \\ \Rightarrow b &= \frac{v^2}{\omega^2} = \rho_0^2 \end{aligned} \quad (89-3)$$

که ρ_0 شعاع دایره روی مرز است.

جواب معادله دیفرانسیل به صورت زیر می‌باشد.

$$\rho(u) = \sqrt{\frac{v^2}{(1-v^2)} u^2 + \rho_0^2} \quad (90-3)$$

3-5-2- انرژی تلف شده در خلا:

انرژی اتلافی در محیط خلا ناشی از تابش های گلوئونی است و از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\pi_{\mu}^{\sigma} = -T_0 \frac{\partial L}{\partial(\partial_{\sigma} X^{\mu})} = -T_0 \frac{\partial L}{\partial(X'^{\mu})} \quad (91-3)$$

$$\pi_{\mu}^{\sigma} = \frac{-T_0}{c} G_{\mu\nu} \frac{\dot{X}^{\nu}(\dot{X}.X') - \dot{X}^2 X'^{\nu}}{L}$$

که L چگالی لاگرانژی و T_0 تنش ریسمان که برابر $\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}$ می‌باشد. حال اگر $\mu = 0$ قرار دهیم که مربوط به شار انرژی است مؤلفه اول $X^{\mu}(\tau, \sigma)$ می‌باشد. مؤلفه‌ی اول X'^{ν} و X'^{ν} طبق روابط (62-3) و (63-3) به ترتیب برابر صفر و یک می‌باشند. در نتیجه رابطه (91-3) به صورت زیر نوشت.

$$\pi_0^1 = \frac{-T_0}{c} G_{11} \frac{(\dot{X}.X')}{L} \quad (92-3)$$

رابطه‌ی بین ثابت حرکت Π و $\dot{X}.X'$ طبق روابط (66-3), (68-3) به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{X}.X' = -\omega u^2 L \Pi \quad (93-3)$$

در نتیجه انرژی اتلافی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\pi_0^1 = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \Pi \omega \quad (94-3)$$

از رابطه (72-3) می‌توان انرژی اتلافی را برحسب u_c نوشت و با توجه به رابطه‌ی $a = \frac{v\omega}{(1-v^2)}$ خواهیم

داشت:

$$\pi_0^1 = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{1}{u_c^2} = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} a^2 \quad (95-3)$$

بنابراین توانستیم با مطالعه‌ی ریسمان چرخان در محیط خلأ و پلاسما روش حل معادله‌ی حرکت را تحقیق کنیم و در فصل بعدی از آنچه آموخته‌ایم استفاده کرده و مسأله‌های تازه‌ای را بررسی خواهیم کرد.

فصل چهارم

تعمیم به مسأله های جدید

❖ مقدمه

❖ مطالعه‌ی حرکت کوارک چرخان متحرک در فضا-زمان نسبیتی

❖ مطالعه‌ی حرکت کوارک چرخان در فضا-زمان غیرنسبیتی

4-1-مقدمه

در فصل سوم مسأله کوآرک چرخان را در محیط پلازما و خلأ بررسی کردیم. در محیط پلازما ابتدا حل معادله‌ی دیفرانسیل مربوطه را به صورت عددی بررسی کردیم و سپس انرژی اتلافی که ناشی از نیروی مقاوم و تابش گلوئونی بودند را در دو حد مورد بررسی قرار دادیم. سپس این مسأله را در محیط خلأ بررسی کردیم. معادله‌ی دیفرانسیل مربوطه را با روشی جالب به صورت تحلیلی حل کردیم و سپس انرژی اتلافی که ناشی از تابش‌های گلوئونی بودند را محاسبه کردیم. این مسائل در مراجع [1,2] به صورت کامل بررسی شده‌اند. اکنون مسائل جدیدی را طرح می‌کنیم که تاکنون بررسی نشده‌اند. ، بخش اول مربوط به کوآرک چرخانی متحرکی است که با سرعت ثابت در محیط خلأ در فضا-زمان نسبیتی حرکت می‌کند و در بخش دوم کوآرک چرخان در محیط خلأ را در فضا-زمان غیر نسبیتی (شرودینگری) در نظر می‌گیریم و با استفاده از تناظر AdS/CFT به حل این مسأله‌ها می‌پردازیم .

4-2-بخش اول:

مطالعه‌ی حرکت کوآرک چرخان متحرک در فضا-زمان نسبیتی

در این بخش کوآرک سنگینی در نظر گرفته می‌شود که علاوه بر حرکت دایره‌ای در جهت محور دوران نیز با سرعت ثابت در محیط خلأ حرکت می‌کند. همان طور که گفته شد محیط خلأ دارای دمای صفر می‌باشد. پس طبق AdS/CFT دوگان گرانش آن سیاه چاله‌ای وجود ندارد و تابع متریک در این محیط یک می‌باشد. فرض می‌کنیم کوآرک با سرعت v روی دایره‌ای به شعاع l و با سرعت v_z در جهت محور دوران با سرعت ثابت حرکت می‌کند. فضا-زمان عبارتست از $AdS_5 \times S_5$ و مرز در $u=0$ واقع شده است و مطابق

AdS/CFT ، دوگان گرانشی مسأله فوق ریسمان چرخانی است که در فضای حجم دوران می‌کند. و هر چه پایین تر می‌رویم به دلیل نیروی گریز از مرکز شعاع دوران بیشتر می‌شود.

4-2-1-محاسبات:

متغیرهای جهان-سطحی که ریسمان جاروب می‌کند (τ, σ) هستند و به صورت حدس زیر می‌باشد:

$$X^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, \rho = \rho(u), \varphi = \omega\tau + \theta(u), z = v_z \tau, u = \sigma) \quad (1-4)$$

متریک فضای AdS به صورت زیر می‌باشد:

$$ds^2 = \frac{R^2}{u^2} (-dt^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dz^2 + du^2) \quad (2-4)$$

تابع متریک، یک در نظر گرفته شده است.

شرایط مرزی رابطه عبارتند از:

$$\begin{aligned} \rho(0) &= l \\ \theta(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (3-4)$$

چگالی لاگرانژی به صورت:

$$L = \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} = \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} \quad (4-4)$$

با توجه به رابطه (1-4)، \dot{X}^μ, X'^μ به صورت زیر می‌باشند:

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, \omega, v_z, 0) \quad (5-4)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, \rho', \theta', 0, 1) \quad (6-4)$$

و هم‌چنین خواهیم داشت:

$$\dot{X}^2 = g_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu = \frac{-1}{u^2} + \frac{\rho^2 \omega^2}{u^2} + \frac{1}{u^2} v_z^2 \quad (7-4)$$

$$X'^2 = \frac{\rho'^2}{u^2} + \frac{\rho^2 \theta'^2}{u^2} + \frac{1}{u^2} \quad (8-4)$$

$$\dot{X} \cdot X' = \frac{\rho^2 \omega \theta'}{u^2} \quad (9-4)$$

با قرار دادن روابط (7-4), (8-4), (9-4) در رابطه (4-4) چگالی لاگرانژی به صورت زیر بدست می‌آید.

$$L = \frac{\sqrt{(1-v_z^2 - \rho^2 \omega^2)(1+\rho'^2) + (1-v_z^2)\rho^2 \theta'^2}}{u^2} \quad (10-4)$$

ثابت حرکت طبق رابطه (13-3) بدست می‌آید. چگالی لاگرانژی به $\theta(u)$ وابسته نیست در نتیجه $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$

می‌باشد. خواهیم داشت:

$$-\frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \theta'} = 0 \Rightarrow -\frac{\partial L}{\partial \theta'} = \Pi = \text{constant}$$

$$\Pi = -\frac{\rho^2 \theta' (1-v_z^2)}{u^4 L} \quad (11-4)$$

باید θ'^2 را بر حسب $\rho(u)$ بدست آوریم دو طرف رابطه (11-4) را به توان دو می‌رسانیم. خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (1-v_z^2)\rho^4 \theta'^2 &= \Pi^2 u^4 \left[(1-\rho^2 \omega^2 - v_z^2)(1+\rho'^2) + \rho^2 \theta'^2 (1-v_z^2) \right] \\ (1-v_z^2)\rho^4 \theta'^2 - \Pi^2 u^4 \rho^2 \theta'^2 (1-v_z^2) &= \Pi^2 u^4 (1-\rho^2 \omega^2 - v_z^2)(1+\rho'^2) \\ \theta'^2 &= \frac{\Pi^2 u^4 (1-\rho^2 \omega^2 - v_z^2)(1+\rho'^2)}{(1-v_z^2)\rho^2 ((1-v_z^2)\rho^2 - \Pi^2 u^4)} \end{aligned} \quad (12-4)$$

حال باید شرط رابطه (18-3) و (19-3) را اعمال کنیم. که به صورت زیر می‌باشد:

$$1 - \rho_c^2 \omega_c^2 - v_z^2 = 0 \quad (13-4)$$

$$(1 - v_z^2) \rho_c^2 - \Pi^2 u_c^4 = 0 \quad (14-4)$$

با توجه به روابط (13-4), (14-4) نقاط خاص ρ_c, u_c به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho_c = \frac{\sqrt{1 - v_z^2}}{\omega} \Rightarrow v_c^2 + v_z^2 = 1 \quad (15-4)$$

$$u_c = \sqrt{\frac{1 - v_z^2}{\Pi \omega}}$$

نتیجه می‌گیریم که به خاطر حرکت عمودی کوآرک نقاط (ρ_c, u_c) نسبت به مسأله بخش 3-5 جابه جا می‌شوند. یعنی اینکه که مقدار u_c در این مسأله به ازای هر v_z کوچکتر از مقدار u_c در رابطه (72-3) می‌باشد. اگر v_z را برابر صفر قرار دهیم همان رابطه (72-3) بدست می‌آید.

$$\sqrt{\frac{1 - v_z^2}{\Pi \omega}} < \sqrt{\frac{1}{\Pi \omega}} \quad (16-4)$$

از آن جایی که همواره $v_c > v$ می‌باشد طبق رابطه (15-4) خواهیم داشت:

$$v_z^2 + v_c^2 = 1 \Rightarrow v_z^2 + v^2 < 1$$

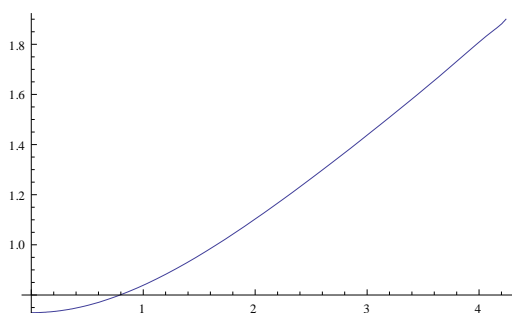
$$\Rightarrow v_c^2 > v^2 \quad (17-4)$$

از معادله حرکت (12-3) معادله‌ی دیفرانسیل زیر بدست می‌آید. جزئیات در پیوست 7 بیان شده است.

$$\rho'' + \frac{(1 - v_z^2) [\Pi^2 u^5 - u \omega^2 \rho^4 + 2 \rho^3 \rho' (1 - v_z^2 - \rho^2 \omega^2)] (1 + \rho'^2)}{u \rho [\Pi^2 u^4 - (1 - v_z^2) \rho^2] (1 - v_z^2 - \rho^2 \omega^2)} = 0 \quad (18-4)$$

برای بدست آوردن شکل نموداری $\rho(u)$ بر حسب u معادله دیفرانسیل (4-18) باید مقادیر Π, ω, v_z را در روابط (4-15), (4-20) قرار دهیم تا نقاط u_c, ρ_c, ρ'_c بدست آیند برای مثال $\Pi = 0.1, \omega = 0.5, v_z = 0.3$ در نظر می‌گیریم شکل نموداری بصورت زیر بدست می‌آید. جزئیات در پیوست 8 بیان شده است.

$$\begin{aligned}\rho_c &= 1.90788 \\ u_c &= 4.26615 \\ \rho'_c &= 0.3881966\end{aligned}$$



نمودار 4-1- نمودار معادله دیفرانسیل برای $\Pi = 0.1, \omega = 0.5, v_z = 0.3$

حال باید ρ'_c را بر حسب (Π, ω) بدست آوریم برای این کار می‌توان کل معادله دیفرانسیل را تا مرتبه اول در نقطه u_c بسط دهیم. سپس به یک معادله درجه دوم می‌رسیم و با حل این معادله ρ'_c بدست می‌آید. جزئیات در پیوست 9 بیان شده است.

معادله‌ی درجه دو به صورت:

$$\sqrt{\frac{(1-v_z^2)\omega}{\Pi}} \rho'_c - \sqrt{1-v_z^2} (\rho_c'^2 - 1) = 0 \quad (19-4)$$

جواب این معادله که قابل قبول می‌باشد به صورت:

$$\rho'_c = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{\omega}{\Pi} + 4} - \sqrt{\frac{\omega}{\Pi}} \right] \quad (20-4)$$

که همان رابطه (75-3) می‌باشد و مستقل از v_z است.

حال اگر کل معادله دیفرانسیل را تا مرتبه دوم بسط دهیم ρ''_c بر حسب (Π, ω) به صورت زیر می‌باشد:

$$\rho''_c = - \frac{\omega(1+\rho_c'^2) \left[-5\sqrt{\frac{(1-v_z^2)\Pi}{\omega}} + 3\sqrt{\frac{(1-v_z^2)\omega}{\Pi}} \rho_c'^2 + \sqrt{1-v_z^2} \rho_c'(2+7\rho_c'^2) \right]}{(1-v_z^2) \sqrt{\frac{\omega}{\Pi}} + 3(1-v_z^2) \rho_c' + 3(1-v_z^2) \sqrt{\frac{\omega}{\Pi}} \rho_c'^2 + 7(1-v_z^2) \rho_c'^3} \quad (21-4)$$

برای حل معادله دیفرانسیل (18-4) از روش قبل استفاده می‌کنیم. باید ثابت حرکت Π را بر حسب سرعت

کوارک روی مرز v و سرعت عمودی کوارک v_z و سرعت زاویه‌ای ω حدس بزنیم.

ثابت حرکت را به صورت زیر حدس می‌زنیم.

$$\Pi = \frac{v^2 \omega (1-v_z^2)}{(1-v_z^2 - v^2)^2} \quad (22-4)$$

طبق رابطه (15-4)، (20-4)، ρ'_c, u_c برابر است با:

$$\rho'_c = \frac{v}{(1-v_z^2)^{1/2}} \quad (23-4)$$

$$u_c = \frac{(1-v_z^2 - v^2)}{v\omega}$$

ضرایب a, b طبق رابطه (86-3) و (23-4) به صورت زیر بدست می‌آیند.

$$\rho_c \rho'_c = au_c$$

$$\frac{(1-v_z^2)^{1/2}}{\omega} \frac{v}{(1-v_z^2)^{1/2}} = a \frac{(1-v_z^2 - v^2)}{v\omega} \Rightarrow a = \frac{v^2}{(1-v_z^2 - v^2)}$$

$$\rho_c^2 = au_c^2 + b \tag{24-4}$$

$$\frac{(1-v_z^2)}{\omega^2} = \frac{v^2}{(1-v_z^2 - v^2)} \frac{(1-v_z^2 - v^2)^2}{v^2 \omega^2} \Rightarrow b = \frac{v^2}{\omega^2} = \rho_0^2$$

جواب معادله‌ی دیفرانسیل به صورت زیر می‌باشد.

$$\rho(u) = \sqrt{\frac{v^2}{(1-v_z^2 - v^2)} u^2 + \rho_0^2} \tag{25-4}$$

در این مسأله ثابت حرکت های زیادی وجود دارند که به ازای آن‌ها جواب هایی بدست می‌آیند که در معادله دیفرانسیل صدق می‌کنند. که در جدول زیر بیان شده است اما با توجه به دو شرط (16-4)، (17-4) این جواب ها حذف می‌شوند. که در ادامه بیان خواهیم کرد.

	Π	u_c	a	b	$\rho(u)$
1	$\frac{v^2 \omega (1-v_z^2)^2}{((1-v_z^2)^2 - v^2)^2}$	$\frac{(1-v_z^2)^2 - v^2}{v \omega (1-v_z^2)^{1/2}}$	$\frac{v^2}{(1-v_z^2)^2 - v^2}$	$\frac{v^2}{\omega^2 (1-v_z^2)}$	$\sqrt{\frac{v^2}{(1-v_z^2)^2 - v^2} u^2 + \frac{v^2}{\omega^2 (1-v_z^2)}}$
2	$\frac{v^2 \omega (1-v_z^2)^2}{(1-v^2(1-v_z^2)^2)^2}$	$\frac{1-v^2(1-v_z^2)^2}{v \omega (1-v_z^2)^{1/2}}$	$\frac{v^2(1-v_z^2)^2}{1-v^2(1-v_z^2)^2}$	$\frac{v^2(1-v_z^2)^3}{\omega^2}$	$\sqrt{\frac{v^2(1-v_z^2)^2}{1-v^2(1-v_z^2)^2} u^2 + \frac{v^2(1-v_z^2)^3}{\omega^2}}$
3	$\frac{v^2 \omega (1-v_z^2)^4}{(1-v^2(1-v_z^2)^4)^2}$	$\frac{1-v^2(1-v_z^2)^4}{v \omega (1-v_z^2)^{3/2}}$	$\frac{v^2(1-v_z^2)^4}{1-v^2(1-v_z^2)^4}$	$\frac{v^2(1-v_z^2)^5}{\omega^2}$	$\sqrt{\frac{v^2(1-v_z^2)^4}{1-v^2(1-v_z^2)^4} u^2 + \frac{v^2(1-v_z^2)^5}{\omega^2}}$

4	$\frac{v^2 \omega (1-v_z^2)}{(1-v^2(1-v_z^2))^2}$	$\frac{1-v^2(1-v_z^2)}{v\omega}$	$\frac{v^2(1-v_z^2)}{1-v^2(1-v_z^2)}$	$\frac{v^2(1-v_z^2)^2}{\omega^2}$	$\sqrt{\frac{v^2(1-v_z^2)}{1-v^2(1-v_z^2)} u^2 + \frac{v^2(1-v_z^2)^2}{\omega^2}}$
5	$\frac{v^2 \omega (1-v_z^2)^4}{((1-v_z^2)^4 - v^2)^2}$	$\frac{(1-v_z^2)^4 - v^2}{v\omega(1-v_z^2)^{3/2}}$	$\frac{v^2}{(1-v_z^2)^4 - v^2}$	$\frac{v^2}{\omega^2(1-v_z^2)^3}$	$\sqrt{\frac{v^2}{(1-v_z^2)^4 - v^2} u^2 + \frac{v^2}{\omega^2(1-v_z^2)^3}}$

جدول 1-4- ثابت حرکت و جواب های معادله دیفرانسیل

ممکن است ثابت حرکت های دیگر هم، مانند جدول بالا وجود داشته باشند. اما قطعاً ثابت حرکت مسأله مورد نظر نمی باشد.

همان طور که گفته شد تمام $\rho(u)$ ها در جدول 1-4 در معادله دیفرانسیل صدق می کنند. اما طبق روابط (16-4)،(17-4) این جواب ها حذف می شوند.

در جدول بالا ثابت حرکت های شماره 2,3,4 در رابطه (16-4) صدق نمی کنند. زیرا به ازای هر v_z مقدار u_c آن بیشتر از مقدار u_c برای $v_z = 0$ می باشد. به عنوان نمونه ثابت حرکت 2 جدول را بررسی می کنیم.

$$\frac{1-v^2(1-v_z^2)^2}{v\omega(1-v_z^2)^{1/2}} > \frac{1-v^2}{v\omega} \quad (26-4)$$

همانطور که ملاحظه می شود به ازای هر $0 < v_z < 1$ رابطه (26-4) برقرار می باشد و این رابطه (16-4) را نقض می کند.

ثابت حرکت های 1 و 5 طبق شرط (17-4) حذف می شوند زیرا u_c همواره مثبت است مخرج مثبت است پس باید صورت هم مثبت باشد در نتیجه برای ثابت حرکت شماره 1 جدول خواهیم داشت:

$$(1-v_z^2)^2 - v^2 > 0 \Rightarrow (1-v_z^2)^2 > v^2$$

$$1-v_z^2 = v_c^2 \Rightarrow v_c^4 > v^2$$
(27-4)

از ثابت حرکت شماره 5 خواهیم داشت:

$$(1-v_z^2)^4 - v^2 > 0 \Rightarrow (1-v_z^2)^4 > v^2$$

$$1-v_z^2 = v_c^2 \Rightarrow v_c^8 > v^2$$
(28-4)

روابط (27-4)،(28-4) شرط رابطه (17-4) نمی‌باشند در نتیجه این ثابت‌های حرکت قابل قبول نیستند.

4-2-2-4- انرژی تلف شده:

همان طور که بیان شد انرژی تلف شده توسط کوآرک چرخان ناشی از تابش‌های سیکلوترونی می‌باشد. و از رابطه (23-3) بدست می‌آید. [3]

$$\frac{dE}{dt} = \Pi_i^\sigma = \frac{-\partial S}{\partial(\partial_\sigma X^0)} = \frac{-G_{tt}G_{\phi\phi}\omega\theta'}{2\pi\alpha'L} = T_0 \frac{\omega\rho^2\theta'}{u^4L}$$
(29-4)

از متریک (2-4)، مقدار $G_{tt} = -\frac{1}{u^2}$ ، $G_{\phi\phi} = \frac{\rho^2}{u^2}$ می‌باشد و L چگالی لاگرانژی است.

از رابطه (11-4) می‌توانیم انرژی تلف شده را بر حسب ثابت حرکت بدست بیاوریم.

$$\Pi = -\frac{\rho^2\theta'(1-v_z^2)}{u^4L} \Rightarrow \rho^2\theta' = -u^4L\Pi(1-v_z^2)$$
(30-4)

رابطه (29-4) را در رابطه (30-4) قرار می‌دهیم در نتیجه انرژی تلف شده بر حسب ثابت حرکت به صورت زیر بدست می‌آید.

$$-\Pi_0^1 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{\Pi\omega}{(1-v_z^2)} \quad (31-4)$$

طبق رابطه (4-15) می‌توانیم انرژی تلف شده را بر حسب u_c بدست آوریم. [2]

$$-\Pi_0^1 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{1}{u_c^2} \quad (32-4)$$

4-3-بخش دوم:

مطالعه‌ی حرکت کوارک چرخان در فضا-زمان غیرنسبیتی

در این بخش کوارک چرخانی را در نظر می‌گیریم که در محیط خلأ و در فضا-زمان غیر نسبیتی، بر روی دایره‌ای به شعاع l و با سرعت زاویه‌ای ω حرکت می‌کند. در فضا-زمان غیر نسبیتی یک بعد فشرده داریم که در این مسأله آن را ثابت در نظر گرفته‌ایم. فضای غیر نسبیتی شامل فضای شرودینگر و فضای لیف شیتز می‌باشند در این مسأله در فضای شرودینگر کار می‌کنیم. زیرا تغییرات زمان از مرتبه یک و تغییرات مکان از مرتبه دو می‌باشد و تقارنی که در این مسأله وجود دارد تقارن شرودینگری است. مرز را $u=0$ در نظر می‌گیریم و پارامتر بندی ریمان از صفر تا بی‌نهایت می‌باشد.

هدف رسیدن به معادلات دیفرانسیل کوارک چرخان در این فضای غیر نسبیتی می‌باشد. جواب معادله دیفرانسیل را به صورت کامل بدست نیاورده‌ایم. ولی یک سری جواب‌های که به جواب معادله دیفرانسیل نزدیک می‌باشد را بدست آورده‌ایم که در ادامه بیان خواهیم کرد. متریک فضای AdS در فضا-زمان غیر نسبیتی به صورت زیر می‌باشد. [16]

$$ds^2 = R^2 \left(-\frac{dt^2}{u^{2z}} + 2\frac{d\zeta dt}{u^2} + \frac{dx^i dx_i}{u^2} + \frac{du^2}{u^2} \right) \quad (33-4)$$

که بعد فشرده است و ثابت در نظر گرفته ایم در نتیجه $d\zeta = 0$ می باشد.

اگر $z = 2$ فرض کنیم فضا، فضای شرودینگری است.

متریک برای کوارک چرخان در فضا-زمان غیر نسبیتی صورت زیر می باشد:

$$ds^2 = R^2 \left(\frac{-dt^2}{u^4} + \frac{d\rho^2}{u^2} + \frac{\rho^2 d\varphi^2}{u^2} + \frac{du^2}{u^2} \right) \quad (34-4)$$

R انحنای فضای AdS است که برابر یک در نظر می گیریم.

تحت تبدیل زیر متریک رابطه (34-4) ناوردای باقی می ماند.

$$\begin{aligned} x'^i &= \lambda x^i \\ t'^i &= \lambda^z t^i \end{aligned} \quad (35-4)$$

حال اگر $z = 1$ باشد فضای نسبیتی است و به ازای $z = 2$ فضای غیر نسبیتی شرودینگری و $z \neq 2$ فضای غیر نسبیتی لیف شیتز می باشد.

متغیرهای جهان-سطحی که ریسمان جاروب می کند (τ, σ) هستند که با حدس زیر داده می شود:

$$X^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, \rho = \rho(u), \varphi = \omega\tau + \theta(u), x_3 = 0, u = \sigma) \quad (36-4)$$

شرایط مرزی رابطه (3-61) می باشد.

کنش نامبو-گوتو و چگالی لاگرانژی به ترتیب از روابط (3-6), (3-7) بدست می آیند.

برای بدست آوردن چگالی لاگرانژی از روابط زیر استفاده می کنیم.

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, \omega, 0, 0) \quad (37-4)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, \rho', \theta', 0, 1) \quad (38-4)$$

$$\dot{X}^2 = g_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu = \frac{-1}{u^4} + \frac{\rho^2 \omega^2}{u^2} \quad (39-4)$$

$$X'^2 = \frac{\rho'^2}{u^2} + \frac{\rho^2 \theta'^2}{u^2} + \frac{1}{u^2} \quad (40-4)$$

$$\dot{X} \cdot X' = \frac{\rho^2 \omega \theta'}{u^2} \quad (41-4)$$

با قرار دادن روابط (39-4), (40-4), (41-4) در رابطه (4-4) خواهیم داشت:

$$L = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - \rho^2 \omega^2\right)(\rho'^2 + 1) + \frac{1}{u^2} \rho^2 \theta'^2}}{u^2} \quad (42-4)$$

ثابت حرکت طبق رابطه (3-14) بدست می آید.

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = -\frac{\theta' \rho^2}{u^6 L} \quad (43-4)$$

حال باید θ'^2 را بر حسب $\rho(u)$ بدست بیاوریم. دو طرف رابطه (43-4) را به توان دو می رسانیم. خواهیم

داشت:

$$\begin{aligned} \Pi^2 u^{12} L^2 &= \theta'^2 \rho^4 \\ \Pi^2 u^8 \left[\left(\frac{1}{u^2} - \rho^2 \omega^2 \right) (\rho'^2 + 1) + \frac{1}{u^2} \rho^2 \theta'^2 \right] &= \theta'^2 \rho^4 \\ \Rightarrow \theta'^2 &= \frac{\Pi^2 u^8 (1 + \rho'^2) \left(\frac{1}{u^2} - \rho^2 \omega^2 \right)}{\rho^2 (\rho^2 - u^6 \Pi^2)} \end{aligned} \quad (44-4)$$

برای بدست آوردن نقاطی که θ'^2 تغییر علامت می‌دهد از روابط (18-3)، (19-3) استفاده می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$\frac{1}{u_c^2} - \rho_c^2 \omega^2 = 0 \quad (45-4)$$

$$\rho_c^2 - u_c^6 \Pi^2 = 0 \quad (46-4)$$

باید صورت و مخرج برهم منطبق باشند. در نتیجه نقاط u_c, ρ_c به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{1}{(\Pi \omega)^{1/4}} \\ \rho_c &= \left(\frac{\Pi}{\omega^3} \right)^{1/4} \end{aligned} \quad (47-4)$$

برای رسیدن به معادله حرکت از رابطه (12-3) استفاده می‌کنیم. جزئیات در پیوست 10 بیان شده است.

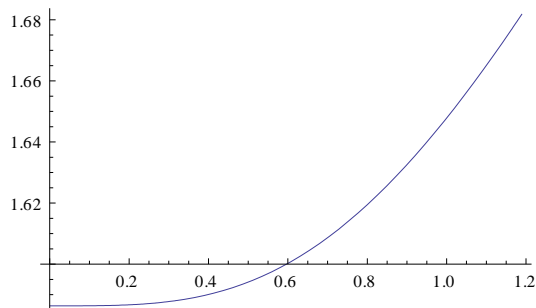
$$\rho'' + \frac{(1 + \rho'^2)(-u^7 \Pi^2 + \rho^3(-3\rho' + u^2 \omega^2(u\rho + (\Pi^2 u^6 + 2\rho^2)\rho')))}{u\rho(\Pi^2 u^6 - \rho^2)(u^2 \omega^2 \rho^2 - 1)} = 0 \quad (48-4)$$

برای بدست آوردن شکل نموداری $\rho(u)$ بر حسب u برای معادله دیفرانسیل (48-4) باید مقادیر Π, ω را

در روابط (47-4)، (51-4) قرار دهیم تا نقاط u_c, ρ_c, ρ'_c بدست آیند برای مثال مقدار $\Pi=1, \omega=0.5$ در

نظر می‌گیریم در نتیجه شکل نموداری بصورت زیر بدست می‌آید. جزئیات در پیوست 11 بیان شده است.

$$\begin{aligned} \rho_c &= 1.68179 \\ u_c &= 1.18921 \\ \rho'_c &= 0.194396 \end{aligned} \quad (49-4)$$



نمودار 4-2- نمودار معادله دیفرانسیل برای $\Pi = 1, \omega = 0.5$

حال باید ρ'_c را بر حسب Π, ω بدست آوریم. می توان کل معادله دیفرانسیل را در نقطه u_c تا مرتبه اول بسط داد سپس به یک معادله درجه دو بر حسب ρ'_c می رسیم که جواب این معادله ρ'_c را بر حسب Π, ω به ما می دهد.

معادله درجه دو به صورت زیر می باشد. جزئیات در پیوست 12 بیان شده است.

$$\sqrt{\Pi\omega}\rho_c'^2 + (3\Pi + \omega)\rho'_c - \sqrt{\Pi\omega} = 0 \quad (50-4)$$

جواب این معادله که قابل قبول می باشد به صورت زیر است:

$$\rho'_c = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{9\Pi^2 + 10\Pi\omega + \omega^2} - 3\Pi - \omega}{\sqrt{\Pi\omega}} \right] \quad (51-4)$$

حال باید مانند رابطه (3-86) شکل تابعی $\rho(u)$ را حدس بزنیم.

ابتدا مقدار $\Pi = 1, \omega = 0.5$ انتخاب می کنیم. تابع $\rho(u)$ را به صورت زیر حدس می زنیم و مقدار و مشتق آن به ازای نقطه u_c از رابطه (4-49) بدست آورده ایم سپس شکل نموداری آن را رسم می کنیم که باید دقیقاً نمودار (4-2) بدست آید در این بخش فقط جوابهایی که به جواب معادله دیفرانسیل نزدیک است را بدست آورده ایم و جواب دقیق بدست نیامده است.

حدس اول:

$$\rho(u) = (au^5 + bu^3 + c)^{1/5} \quad (52-4)$$

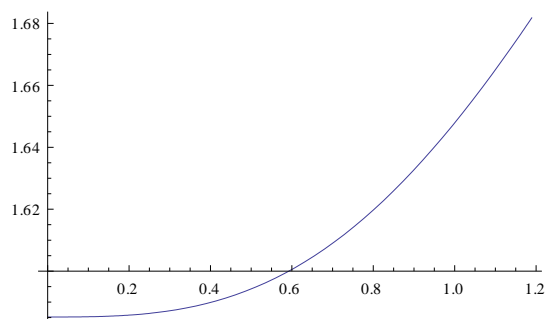
ضرایب a, b, c به صورت زیر می‌باشند:

$$a = -0.228459$$

$$b = 2.37125$$

$$c = 10.0096$$

نمودار $\rho(u)$ بر حسب u رابطه (52-4) به صورت زیر می‌باشد.



$$\rho(u) = (-0.228459u^5 + 2.37125u^3 + 10.0096)^{1/5} \quad \text{نمودار 3-4}$$

همان طور که ملاحظه می‌شود نمودار (3-4) مشابه با نمودار (2-4) می‌باشد.

حدس دوم :

$$\rho(u) = (au^7 + bu^3 + c)^{1/4} \quad (53-4)$$

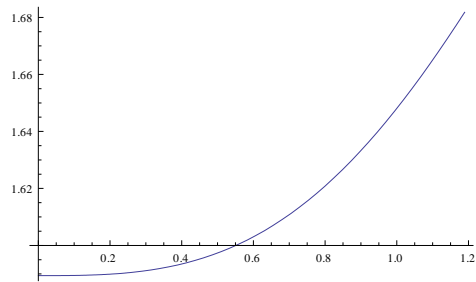
ضرایب a, b, c به صورت زیر می‌باشند:

$$a = -0.0338639$$

$$b = 1.02985$$

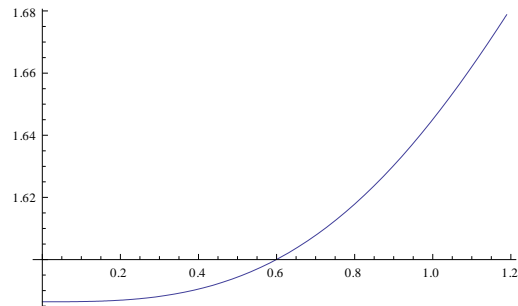
$$c = 6.38185$$

نمودار $\rho(u)$ بر حسب u رابطه (53-4) به صورت زیر می‌باشد.



$$\rho(u) = (-0.0338639u^7 + 1.02985u^3 + 6.38185)^{1/4} - 4 \text{ نمودار 4-4}$$

اگر تابع $\rho(u)$ را منهای -0.003 کنیم دقیقاً شکل نموداری (2-4) بدست می‌آید.



$$\rho(u) - 0.003 \text{ نمودار 5-4}$$

نتیجه گیری:

در این پایان نامه مسأله‌ی حرکت شتابدار کوارک بررسی شد. به عنوان مثالی از حرکت شتابدار، حرکت دورانی با سرعت ثابت را در نظر گرفتیم و با استفاده از تناظر AdS/CFT توانستیم این مسأله را مورد بررسی قرار دهیم.

در فصل سوم مسأله کوارک چرخان را در محیط پلاسما و خلأ بررسی کردیم. [1,2] ابتدا محیط پلاسما را بررسی کردیم و به معادلات حرکت رسیدیم و دریافتیم که نمی‌توان معادله دیفرانسیل را به صورت تحلیلی طبق روش بیان شده در مرجع [2] حل کرد. و حل آن به صورت عددی بررسی شد و سپس برای دو حد از سرعت زاویه‌ای، انرژی اتلافی را بدست آوردیم و دریافتیم که برای حد $\omega \rightarrow 0$ ، انرژی تلف شده ناشی از نیروی کششی است و برای حد $\omega \rightarrow \infty$ ، انرژی تلف شده ناشی از تابش‌های گلوئونی می‌باشد و نتیجه گرفتیم که در محیط پلاسما، انرژی کوارک چرخان توسط نیروی کششی و تابش‌های گلوئونی تلف می‌شود.

سپس محیط خلأ را مورد بررسی قرار دادیم. [2] و به معادلات حرکت رسیدیم و حل این معادله به روش تحلیلی بررسی شد و توانستیم برای رفع تکینگی معادله دیفرانسیل، سه روش را بیابیم و از طریق آن ρ'_c را محاسبه کنیم و سرانجام انرژی تلف شده در این محیط که فقط ناشی از تابش‌های گلوئونی است بدست آوریم.

در ادامه مسأله‌های جدیدی طرح شدند که در بحث‌های (2-4)، (3-4) مطرح شدند و از بحث (2-4) دریافتیم که در محیط خلأ، هنگامی که کوارک علاوه بر حرکت دورانی، حرکت خطی نیز در راستای محور چرخش داشته باشد بیشتر انرژی تلف می‌کند نسبت به هنگامی که کوارک فقط حرکت دورانی دارد. همچنین از بحث (3-4) توانستیم به معادله حرکت برسیم و جواب‌هایی که خیلی به جواب معادله دیفرانسیل نزدیک است را بیابیم.

پیوست

❖ نمونه فایل Mathematica محاسبات

پیوست 1: بدست آوردن معادله دیفرانسیل کوآرک چرخان در محیط پلاسمای کوآرک گلوئون.

$$\text{eq1} = \frac{D[\text{Sqrt}[(u^4 - x[u]^2 + w^2 + u^4 - 1) + (D[x[u], u]^2 + (1/(u^4 - 1)))] + x[u]^2 + (u^4 - 1) + (D[\theta[u], u])^2, D[x[u], u]]}{}$$

$$D\left[\frac{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) x'[u]}{\sqrt{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2}}, u\right]$$

$$\text{eq1} = \frac{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) x'[u]}{\sqrt{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$\text{eq2} = \frac{x'[u] (4 u^3 - 4 u^3 w^2 x[u]^2 - 2 u^4 w^2 x[u] x'[u])}{\sqrt{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$\frac{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) x''[u]}{\sqrt{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$\left((-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) x'[u] \left((4 u^3 - 4 u^3 w^2 x[u]^2 - 2 u^4 w^2 x[u] x'[u]) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + 4 u^3 x[u]^2 \theta'[u]^2 + 2 (-1 + u^4) x[u] x'[u] \theta'[u]^2 + (-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(-\frac{4 u^3}{(-1 + u^4)^2} + 2 x'[u] x''[u]\right) + 2 (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u] \theta''[u] \right) \right) / \left(2 \left((-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2 \right)^{3/2} \right)$$

$$\text{eq3} = \frac{D[\text{Sqrt}[(u^4 - x[u]^2 + w^2 + u^4 - 1) + (D[x[u], u]^2 + (1/(u^4 - 1)))] + x[u]^2 + (u^4 - 1) + (D[\theta[u], u])^2, x[u]]}{x[u]}$$

$$\text{eq3} = \frac{-2 u^4 w^2 x[u] \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + 2 (-1 + u^4) x[u] \theta'[u]^2}{2 \sqrt{(-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$\left(-4 u^3 x'[u] (-2 + 2 w^2 x[u]^2 + u w^2 x[u] x'[u]) \left((-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2 \right) - 2 x[u] \left(-u^4 w^2 \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) \theta'[u]^2 \right) \left((-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2 \right) + 2 (-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left((-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u]^2 \right) x''[u] - (-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) x'[u] \right)$$

$$\left(-2 u^3 (-2 + 2 w^2 x[u]^2 + u w^2 x[u] x'[u]) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) + 4 u^3 x[u]^2 \theta'[u]^2 + 2 (-1 + u^4) x[u] x'[u] \theta'[u]^2 + \right.$$

$$\left. (-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(-\frac{4 u^3}{(-1 + u^4)^2} + 2 x'[u] x''[u]\right) + 2 (-1 + u^4) x[u]^2 \theta'[u] \theta''[u] \right) = 0$$

$$\theta'[u]^2 = \left(\pi^2 (-1 + u^4 - u^4 w^2 x[u]^2) \left(\frac{1}{-1 + u^4} + x'[u]^2\right) \right) / \left(x[u]^2 (-1 + u^4) (x[u]^2 (-1 + u^4) - \pi^2) \right)$$

equation :

$$-\left(\pi^2 - u^4 w^2 x[u]^4 + 2 u^3 x[u] (\pi^2 - (-2 + 2 u^4 + w^2 \pi^2) x[u]^2 + (-1 + 2 u^4) w^2 x[u]^4) x'[u] + (-1 + u^4) (\pi^2 - u^4 w^2 x[u]^4) x'[u]^2 + 2 u^3 x[u]^3 (-(-1 + u^4)^2 + w^2 \pi^2 + (-1 + u^4)^2 w^2 x[u]^2) x'[u]^3 \right) / (x[u] (\pi^2 - (-1 + u^4) x[u]^2) (1 - u^4 + u^4 w^2 x[u]^2)) + x''[u] = 0$$

پیوست 2: بدست آوردن معادله درجه دوم بر حسب r'_c .

$$\begin{aligned} & \left((r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 (x+z)^4 - p^2 \right) \\ & \left((1 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 w^2) (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (x+z)^4 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) r''[x] + \right. \\ & \left. \left((1 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 w^2) (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (x+z)^4 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) \right) \right) \\ & \left(2(x+z)^2 (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (r'[x] + zr''[x] - 1) (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) \right. \\ & \left. (r'[x] + zr''[x])^2 (x+z)^4 - 1) + 1 \right) + \\ & \left((r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 (x+z)^4 - p^2 \right) \\ & \left((2(x+z)^2 (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (r'[x] + zr''[x]) \right. \\ & \left. (1 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 w^2 + (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 (r'[x] + zr''[x])^2 w^2) \right) + \\ & \left. (r'[x] + zr''[x])^2 (x+z)^4 - 1) + 1 \right) = 0 \end{aligned}$$

$$p^2 = r[x]^2 (x^4 - 1)$$

$$z = (u - u_0)$$

Coefficient[

$$\begin{aligned} & \left((r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 (x+z)^4 - p^2 \right) (x+z)^2 (x^4 - 1) \\ & \left((1 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 w^2) (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (x+z)^4 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) r''[x] + \right. \\ & \left. \left((1 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 w^2) (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (x+z)^4 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) \right) \right) \\ & \left(2(x+z)^2 (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (r'[x] + zr''[x] - 1) (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) \right. \\ & \left. (r'[x] + zr''[x])^2 (x+z)^4 - 1) + 1 \right) + \\ & \left((r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 (x+z)^4 - p^2 \right) (x+z)^2 (x^4 - 1) \\ & \left((2(x+z)^2 (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x]) (r'[x] + zr''[x]) \right. \\ & \left. (1 - (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 w^2 + (r[x] + zr'[x] + (1/2)z^2r''[x])^2 (r'[x] + zr''[x])^2 w^2) \right) + \\ & \left. (r'[x] + zr''[x])^2 (x+z)^4 - 1) + 1 \right) \cdot x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (4x^3 r[x]^2 + 2(-1-x^4) r[x] r'[x]) (1 - (-1-x^4) r'[x]^2 - 2x^2 r[x] r''[x] (1 - w^2 r[x]^2 - w^2 r[x]^2 r'[x]^2)) + \\ & (-r[x] + x^4 r[x] (1 - w^2 r[x]^2)) (4x^3 r[x]^2 + 2(-1-x^4) r[x] r'[x]) r''[x] - \\ & (-r[x] + x^4 r[x] (1 - w^2 r[x]^2)) (-1 + 2x^2 r[x] r'[x]) (r'[x] (1 - (-1-x^4) r'[x]^2) - r[x] (4x^3 r[x]^2 + 2(-1-x^4) r'[x] r''[x])) - \\ & r[x] (1 - (-1-x^4) r'[x]^2) (-1 + 2x^2 r[x] r'[x]) (4x^3 r[x] (1 - w^2 r[x]^2) - r'[x] - x^4 (-2w^2 r[x]^2 r'[x] + (1 - w^2 r[x]^2) r''[x])) + \\ & (-r[x] + x^4 r[x] (1 - w^2 r[x]^2)) (6x^2 r[x] r'[x] - 2x^2 (r'[x]^2 + r[x] r''[x])) \end{aligned}$$

FullSimplify[

$$\begin{aligned} & \left(4 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w)^2 + 2 \left(-1 + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 (v/w) r'[x] \right) \\ & \left(1 + \left(-1 + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 r'[x]^2 + 2 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) r'[x] (1 - w^2 (v/w)^2 + w^2 (v/w)^2 r'[x]^2) \right) + \\ & \left(- (v/w) + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) (1 - w^2 (v/w)^2) \right) \left(4 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w)^2 + 2 \left(-1 + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 (v/w) r'[x] \right) r''[x] + \\ & \left(- (v/w) + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) (1 - w^2 (v/w)^2) \right) \left(-1 + 2 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) r'[x] \right) \\ & \left(r'[x] \left(1 + \left(-1 + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 r'[x]^2 \right) + (v/w) \left(4 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} r'[x]^2 + 2 \left(-1 + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 r'[x] r''[x] \right) \right) + \\ & (v/w) \left(1 + \left(-1 + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 r'[x]^2 \right) \\ & \left(\left(-1 + 2 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} \right)^4 (v/w) r'[x] \right) \\ & \left(4 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) (1 - w^2 (v/w)^2) - r'[x] + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (-2w^2 (v/w)^2 r'[x] + (1 - w^2 (v/w)^2) r''[x]) \right) + \\ & \left(- (v/w) + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) (1 - w^2 (v/w)^2) \right) \\ & \left(6 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w) r'[x] + 2 \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (v/w)^2 (r'[x]^2 + (v/w) r''[x]) \right) \end{aligned}$$

$$\frac{4v^4(1-v^2-v^2r'[x]^2)(vw-v^3w-\frac{1}{1-v^2})^{1/4}(-1+v^2)(-4\sqrt{\frac{1}{1-v^2}}+4v^2\sqrt{\frac{1}{1-v^2}}-w^2)r'[x]-v^4wr'[x]^2}{(\frac{1}{1-v^2})^{1/4}(-1+v^2)^2w^3}$$

$$\text{FactorTerms} \left[\left(vw - v^3w + \left(\frac{1}{1-v^2} \right)^{1/4} (-1+v^2) \left(-4\sqrt{\frac{1}{1-v^2}} + 4v^2\sqrt{\frac{1}{1-v^2}} - w^2 \right) r'[x] - v^4wr'[x]^2 \right) \right]$$

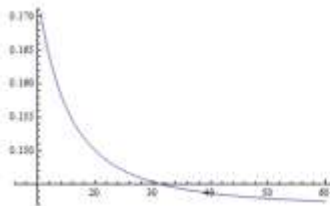
$$vw - v^3w + 4 \left(-\frac{1}{-1+v^2} \right)^{1/4} r'[x] - 8v^2 \left(-\frac{1}{-1+v^2} \right)^{1/4} r'[x]^2 +$$

$$4v^4 \left(-\frac{1}{-1+v^2} \right)^{1/4} r'[x] + \left(-\frac{1}{-1+v^2} \right)^{1/4} w^2 r'[x] - v^2 \left(-\frac{1}{-1+v^2} \right)^{1/4} w^2 r'[x] - v^3wr'[x]^2$$

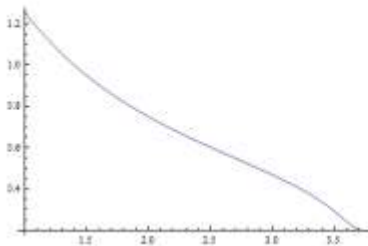
$$vw + \frac{(4\sqrt{1-v^2} + w^2) r'[u]}{(1-v^2)^{1/4}} - \frac{v^3wr'[u]^2}{1-v^2} = 0$$

پیوست 3: بدست آوردن نمودارهای بخش بالایی و پایینی نقطه u_c برای معادله حرکت (3-47).

```
f2 =
NDSolve[
  {(-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2)) (y[x] (-1 + 2 x^3 y[x] y'[x]) (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2)) +
   (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2)
   (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2 + 2 x^3 y[x] y'[x] (1 - w^2 y[x]^2 + w^2 y[x]^2 y'[x]^2)) +
   (-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2))
   (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2) y''[x] == 0, y[uc] == 0.19996, y'[uc] == -0.0141245}, y, {x, uc, 60}]
p = 10
uc = 7.07248182
w = 5
Plot[Evaluate[{y[x] /. f2}], {x, uc, 60}, PlotStyle -> Automatic]
```



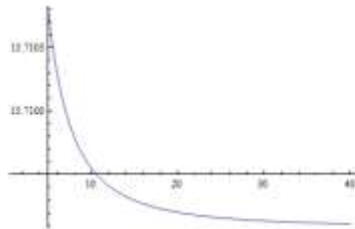
```
f3 =
NDSolve[
  {(-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2)) (y[x] (-1 + 2 x^3 y[x] y'[x]) (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2)) +
   (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2) (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2 + 2 x^3 y[x] y'[x] (1 - w^2 y[x]^2 + w^2 y[x]^2 y'[x]^2)) +
   (-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2)) (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2) y''[x] == 0, y[uc] == 0.19996,
   y'[uc] == -0.0141245}, y, {x, uc, 1}]
p = 10
uc = 3.73481817
w = 5
Plot[Evaluate[{y[x] /. f3}], {x, uc, 1}, PlotStyle -> Automatic]
```



```

f4 =
NDSolve[
  {(-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2)) (y[x] (-1 + 2 x^3 y[x] y'[x]) (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2)) +
    (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2) (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2 + 2 x^3 y[x] y'[x] (1 - w^2 y[x]^2 + w^2 y[x]^2 y'[x]^2)) +
    (-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2)) (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2) y''[x] == 0, y[uc] == 15.723,
    y'[uc] == -0.0124842}, y, {x, uc, 40}]
p = 20
uc = 1.27287
w = 0.05
Plot[Evaluate[{y[x] /. f4}], {x, uc, 40}, PlotStyle -> Automatic]

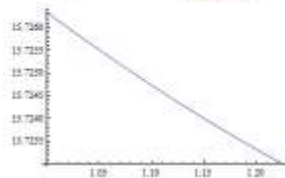
```



```

f5 =
NDSolve[
  {(-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2)) (y[x] (-1 + 2 x^3 y[x] y'[x]) (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2)) +
    (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2)
    (1 + (-1 + x^4) y'[x]^2 + 2 x^3 y[x] y'[x] (1 - w^2 y[x]^2 + w^2 y[x]^2 y'[x]^2)) +
    (-y[x] + x^4 y[x] (1 - w^2 y[x]^2))
    (-p^2 + (-1 + x^4) y[x]^2) y''[x] == 0,
    y[uc] == 15.723, y'[uc] == -0.0124842}, y, {x, uc, 1}]
p = 20
uc = 1.22487
w = 0.05
Plot[Evaluate[{y[x] /. f5}], {x, uc, 1}, PlotStyle -> Automatic]

```



پیوست 4: بدست آوردن معادله حرکت کوارک چرخان در محیط خلأ.

$$\begin{aligned}
 & \text{D} \left[\left((1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2 \right)^{1/2} / u^2, r[u] \right] \\
 & \frac{-2 w^2 r[u] (1 + r'[u]^2) + 2 r[u] \theta'[u]^2}{2 u^2 \sqrt{(1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2}} \\
 & \text{D} \left[\frac{(1 - w^2 r[u]^2) r'[u]}{u^2 \sqrt{(1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2}}, u \right] \\
 & \frac{2 (1 - w^2 r[u]^2) r'[u]}{u^3 \sqrt{(1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2}} - \\
 & \frac{2 w^2 r[u] r'[u]^2}{u^2 \sqrt{(1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2}} + \frac{(1 - w^2 r[u]^2) r''[u]}{u^2 \sqrt{(1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2}} - \\
 & \left((1 - w^2 r[u]^2) r'[u] (-2 w^2 r[u] r'[u] (1 + r'[u]^2) + 2 r[u] r'[u] \theta'[u]^2 + 2 (1 - w^2 r[u]^2) r'[u] r''[u] + \right. \\
 & \left. 2 r[u]^2 \theta'[u] \theta''[u]) \right) / \left(2 u^2 ((1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2)^{3/2} \right) \\
 & \left((1 - w^2 r[u]^2) r'[u] \right. \\
 & \left. (-2 w^2 r[u] r'[u] (1 + r'[u]^2) + 2 r[u] r'[u] \theta'[u]^2 + 2 (1 - w^2 r[u]^2) r'[u] r''[u] + 2 r[u]^2 \theta'[u] \theta''[u]) \right) / \\
 & \left(2 u^2 ((1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) + r[u]^2 \theta'[u]^2)^{3/2} \right) \\
 & - \left(2 (r'[u] + r'[u]^3) + u r[u]^3 (w^2 - \theta'[u]^2) (w^2 (1 + r'[u]^2) - \theta'[u]^2) + \right. \\
 & \left. u r[u] (-w^2 (1 + r'[u]^2) + (1 + 2 r'[u]^2) \theta'[u]^2) - u r''[u] + \right. \\
 & \left. r[u]^2 (-4 w^2 r'[u]^3 + u (2 w^2 - \theta'[u]^2) r''[u] + r'[u] (-4 w^2 + 2 \theta'[u]^2 + u \theta'[u] \theta''[u])) + \right. \\
 & \left. w^2 r[u]^4 (2 w^2 r'[u]^3 + u (-w^2 + \theta'[u]^2) r''[u] + r'[u] (2 w^2 - \theta'[u]^2) (2 \theta'[u] + u \theta''[u])) \right) = \\
 & 0 \\
 & \theta'[u]^2 = (u^4 p^2 (1 - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2) / (r[u]^2 (r[u]^2 - u^4 p^2))) \\
 & \text{equation} = \\
 & (1 + r'[u]^2) (p^2 u^5 + r[u]^3 (2 r'[u] - w^2 r[u] (u + 2 r[u] r'[u]))) / (u r[u] (-p^2 u^4 + r[u]^2) (-1 + w^2 r[u]^2)) + \\
 & r''[u] = 0
 \end{aligned}$$

پیوست 5: بدست آوردن معادله‌ی درجه دوم بر حسب r'_c از طریق بسط تیلور، برای معادله دیفرانسیل

(72-3)

$$\left((1 + r'[u]^2) (p^2 u^5 + r[u]^3 (2 r'[u] - w^2 r[u] (u + 2 r[u] r'[u])) \right) + u r[u] (-p^2 u^4 + r[u]^2) (-1 + w^2 r[u]^2) r''[u] = 0$$

$$r[u] = (r[x] + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x])$$

$$r'[u] = (r'[x] + z r''[x])$$

$$r''[u] = r''[x]$$

$$u = (u_0 + z)$$

$$u_0 = (1 / (p w))^{1/2}$$

$$r[x] = (1 / w)$$

Ⓜ(72)- Coefficient [

$$\begin{aligned} & \left((1 + (r'[x] + z r''[x])^2) \right. \\ & \left(p^2 \left((1 / (p w))^{1/2} + z \right)^5 + \left((1 / w) + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x] \right)^3 \right. \\ & \left. (2 (r'[x] + z r''[x]) - w^2 \left((1 / w) + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x] \right) \right. \\ & \left. \left. \left(\left((1 / (p w))^{1/2} + z \right) + 2 \left((1 / w) + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x] \right) (r'[x] + z r''[x]) \right) \right) \right) + \\ & \left((1 / (p w))^{1/2} + z \right) \left((1 / w) + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x] \right) \\ & \left(-p^2 \left((1 / (p w))^{1/2} + z \right)^4 + \left((1 / w) + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x] \right)^2 \right) \\ & \left. (-1 + w^2 \left((1 / w) + z r'[x] + (1/2) z^2 r''[x] \right)^2) r''[x] \right), z \end{aligned}$$

$$\text{FullSimplify} \left[\frac{4}{w^2} - \frac{4 \sqrt{p w} r'[x]}{p w^2} - \frac{4 \sqrt{p w} r'[x]^3}{p w^2} - \frac{4 r'[x]^4}{w^2} \right] - \frac{4 (1 - r'[x]^2) (\sqrt{p w} r'[x] - p (-1 + r'[x]^2))}{p w^2}$$

$$\text{Solve} \left[(\sqrt{p w} r'[x] - p (1 - r'[x]^2)) = 0, r'[x] \right]$$

$$\left\{ \left\{ r'[x] \rightarrow \frac{-\sqrt{p w} - \sqrt{p} \sqrt{4 p + w}}{2 p} \right\}, \left\{ r'[x] \rightarrow \frac{-\sqrt{p w} + \sqrt{p} \sqrt{4 p + w}}{2 p} \right\} \right\}$$

پیوست 6: بدست آوردن معادله‌ی درجه دوم بر حسب r'_c از طریق بسط دادن کل معادله دیفرانسیل

برای معادله دیفرانسیل (74-3).

```
Series[
  ((1+r'[u]^2) (p^2 u^5 + r[u]^3 (2 r'[u] - w^2 r[u] (u + 2 r[u] r'[u]))) +
   u r[u] (-p^2 u^4 + r[u]^2) (-1 + w^2 r[u]^2) r''[u]) == 0, {u, x, 1
}]
```

```
FullSimplify[
  (2 r'[x] (p^2 x^5 - w^2 x r[x]^4 + 2 r[x]^3 r'[x] - 2 w^2 r[x]^5 r'[x]) r''[x] +
   (2 w^2 x r[x]^2 (-p^2 x^4 + r[x]^2) r'[x] +
    (-1 + w^2 r[x]^2) ((-p^2 x^4 + r[x]^2) (r[x] + x r'[x]) + x r[x] (-4 p^2 x^3 + 2 r[x] r'[x]))) r''[x] +
   (1 + r'[x]^2) (5 p^2 x^4 - w^2 r[x]^4 - 4 w^2 x r[x]^3 r'[x] + 6 r[x]^2 r'[x]^2 - 10 w^2 r[x]^4 r'[x]^2 +
    2 r[x]^3 r''[x] - 2 w^2 r[x]^5 r''[x]) + x r[x] (-p^2 x^4 + r[x]^2) (-1 + w^2 r[x]^2) r^{(3)}[x])]
```

```
FullSimplify[
  (2 r'[x] (p^2 x^5 - w^2 x r[x]^4 + 2 r[x]^3 r'[x] - 2 w^2 r[x]^5 r'[x]) r''[x] +
   (2 w^2 x r[x]^2 (-p^2 x^4 + r[x]^2) r'[x] +
    (-1 + w^2 r[x]^2) ((-p^2 x^4 + r[x]^2) (r[x] + x r'[x]) + x r[x] (-4 p^2 x^3 + 2 r[x] r'[x]))) r''[x] +
   (1 + r'[x]^2) (5 p^2 x^4 - w^2 r[x]^4 - 4 w^2 x r[x]^3 r'[x] + 6 r[x]^2 r'[x]^2 - 10 w^2 r[x]^4 r'[x]^2 +
    2 r[x]^3 r''[x] - 2 w^2 r[x]^5 r''[x]) + x r[x] (-p^2 x^4 + r[x]^2) (-1 + w^2 r[x]^2) r^{(3)}[x])]
```

$r[x] = (1/w)$

$x = (1/(pw)^{1/2})$

```
FullSimplify[3 (1/w)^2 r'[x] (2 (r'[x] + r'[x]^3) - (1/(pw)^{1/2}) (1 + p^2 w^2 (1/(pw)^{1/2})^4) r''[x]) -
  w^2 (1/w)^4 (1 + 11 r'[x]^2 + 10 r'[x]^4 - 3 (1/(pw)^{1/2}) r'[x] r''[x]) +
  p^2 (1/(pw)^{1/2})^4 (5 + 5 r'[x]^2 + 3 (1/(pw)^{1/2}) r'[x] r''[x]) -
  w^2 (1/w)^5 ((1 + 6 r'[x]^2) r''[x] - (1/(pw)^{1/2}) r^{(3)}[x]) +
  p^2 (1/(pw)^{1/2})^4 (1/w) (5 r''[x] + (1/(pw)^{1/2}) r^{(3)}[x]) -
  (1/w)^3 (4 w^2 (1/(pw)^{1/2}) r'[x] + 4 w^2 (1/(pw)^{1/2}) r'[x]^3 + (-1 + 5 p^2 w^2 (1/(pw)^{1/2})^4) r''[x] -
   6 r'[x]^2 r''[x] + (1/(pw)^{1/2}) (1 + p^2 w^2 (1/(pw)^{1/2})^4) r^{(3)}[x])]
-
  4 (1 + r'[x]^2) (sqrt[pw] r'[x] + p (-1 + r'[x]^2))
  pw^2 = 0
```

پیوست 7 : بدست آوردن معادله دیفرانسیل (4-18).

$$z = (1 - v_z^2)$$

$$D\left[\left(\left(-r[u]^2 w^2 + z\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2\right)^{1/2} / u^2, r[u]\right]$$

$$\frac{-2 w^2 r[u] \left(1 + r'[u]^2\right) + 2 z r[u] \theta'[u]^2}{2 u^2 \sqrt{\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$D\left[\frac{\left(z - w^2 r[u]^2\right) r'[u]}{u^2 \sqrt{\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2}}, u\right]$$

$$\frac{-2 w^2 r[u] \left(1 + r'[u]^2\right) + 2 z r[u] \theta'[u]^2}{2 u^2 \sqrt{\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$- \frac{2 \left(z - w^2 r[u]^2\right) r'[u]}{u^3 \sqrt{\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$- \frac{2 w^2 r[u] r'[u]^2}{u^2 \sqrt{\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2}} + \frac{\left(z - w^2 r[u]^2\right) r''[u]}{u^2 \sqrt{\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2}}$$

$$\left(\left(z - w^2 r[u]^2\right) r'[u] \left(-2 w^2 r[u] r'[u] \left(1 + r'[u]^2\right) + 2 z r[u] r'[u] \theta'[u]^2 + 2 \left(z - w^2 r[u]^2\right) r'[u] r''[u] + 2 z r[u]^2 \theta'[u] \theta''[u]\right)\right) / \left(2 u^2 \left(\left(z - w^2 r[u]^2\right) \left(1 + r'[u]^2\right) + z r[u]^2 \theta'[u]^2\right)^{3/2}\right)$$

در معادله حرکت قرار داده می شود. خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} & (-u r[u]^3 (w^2 - z \theta'[u]^2) (w^2 (1 + r'[u]^2) - z \theta'[u]^2) + u z r[u] (w^2 (1 + r'[u]^2) - z (1 + 2 r'[u]^2) \theta'[u]^2) + \\ & z^2 (-2 (r'[u] + r'[u]^3) + u r''[u]) + \\ & z r[u]^2 (4 w^2 r'[u]^3 + u (-2 w^2 + z \theta'[u]^2) r''[u] + r'[u] (4 w^2 - z \theta'[u] (2 \theta'[u] + u \theta''[u]))) + \\ & w^2 r[u]^4 (-2 w^2 r'[u]^3 + u (w^2 - z \theta'[u]^2) r''[u] + r'[u] (-2 w^2 + z \theta'[u] (2 \theta'[u] + u \theta''[u]))) = 0 \end{aligned}$$

$$\theta'[u]^2 = \left(\frac{p^2 u^4 (z - w^2 r[u]^2) (1 + r'[u]^2)}{z r[u]^2 (-p^2 u^4 + z r[u]^2)} \right)$$

equatino :

$$\frac{1}{(p^2 u^4 - z r[u]^2)^2} z r[u] (z - w^2 r[u]^2)$$

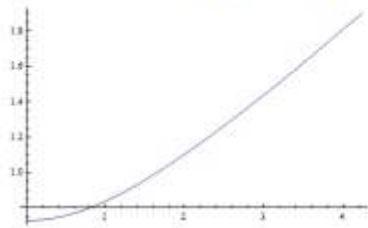
$$\left(-z (1 + r'[u]^2) (p^2 u^5 - r[u]^3 (-2 z r'[u] + w^2 r[u] (u + 2 r[u] r'[u]))) + u r[u] (z - w^2 r[u]^2) (-p^2 u^4 + z r[u]^2) r''[u]\right) = 0$$

پیوست 8: بدست آوردن نمودار معادله (18-4) برای $\Pi = 0.1, \omega = 0.5$

```

r1 =
NDSolve[
  {(-1 + v_x^2) (p^2 x^5 - x w^2 y[x]^4 - 2 y[x]^3 (-1 + v_x^2 + w^2 y[x]^2) y'[x]) (1 + y'[x]^2) +
    x y[x] (p^2 x^4 + (-1 + v_x^2) y[x]^2) (-1 + v_x^2 + w^2 y[x]^2) y''[x] == 0, y[uc] == 1.9, y'[uc] == 0.3881966},
  y, {x, uc, 0.001}]
p = Pi = 0.1
w = 0.5
v_x = 0.3
uc = 4.240368115248899`
Plot[Evaluate[{y[x] /. r1}], {x, uc, 0.001}, PlotStyle -> Automatic]

```



پیوست 9: بدست آوردن معادله درجه دوم بر حسب r'_c برای معادله دیفرانسیل (18-4).

```

Series[
  (-z (1 + r'[u]^2) (p^2 u^5 - r[u]^3 (-2 z r'[u] + w^2 r[u] (u + 2 r[u] r'[u]))) +
    u r[u] (z - w^2 r[u]^2) (-p^2 u^4 + z r[u]^2) r''[u]) == 0, {u, x, 1}]

FullSimplify[
  ((x r[x] (z - w^2 r[x]^2) (-4 p^2 x^3 + 2 z r[x] r'[x]) +
    (-p^2 x^4 + z r[x]^2) (-2 w^2 x r[x]^2 r'[x] + (z - w^2 r[x]^2) (r[x] + x r'[x]))) r''[x] +
    z (-2 r'[x] (p^2 x^5 - w^2 x r[x]^4 + 2 z r[x]^3 r'[x] - 2 w^2 r[x]^5 r'[x]) r''[x] -
    (1 + r'[x]^2) (5 p^2 x^4 - w^2 r[x]^4 - 4 w^2 x r[x]^3 r'[x] + 6 z r[x]^2 r'[x]^2 - 10 w^2 r[x]^4 r'[x]^2 +
    2 z r[x]^3 r''[x] - 2 w^2 r[x]^5 r''[x])) + x r[x] (z - w^2 r[x]^2) (-p^2 x^4 + z r[x]^2) r^{(3)}[x]) ]
  r[x] = (z^{1/2} / w)
  x = (z / (p w))^{1/2}
  4 z^{5/2} (1 + r'[\sqrt{\frac{z}{p w}}]^2) (w \sqrt{\frac{z}{p w}} r'[\sqrt{\frac{z}{p w}}] + \sqrt{z} (-1 + r'[\sqrt{\frac{z}{p w}}]^2))
  w^2

```

پیوست 10 : بدست آوردن معادله دیفرانسیل (48-4).

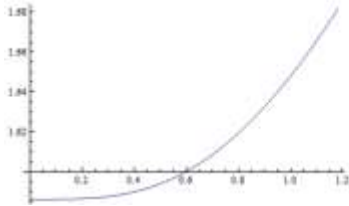
$$\begin{aligned}
 & D\left[\left(\frac{-2w^2 r[u] (1+r'[u]^2) + \frac{2r[u]\theta'[u]^2}{u^2}}{2u^2 \sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2}}}\right), r[u]\right] \\
 & D\left[\frac{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) r'[u]}{u^2 \sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2}}}, u\right] \\
 & \text{FullSimplify}\left[\right. \\
 & \left. \left(\frac{2\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) r'[u]}{u^3 \sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2}}} + \frac{r'[u] \left(-\frac{2}{u^3} - 2w^2 r[u] r'[u]\right)}{u^2 \sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2}}} + \right. \right. \\
 & \left. \frac{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) r''[u]}{u^2 \sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2}}} - \right. \\
 & \left. \left(\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) r'[u] \left(\left(-\frac{2}{u^3} - 2w^2 r[u] r'[u]\right) (1+r'[u]^2) - \frac{2r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^3} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{2r[u] r'[u] \theta'[u]^2}{u^2} + 2\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) r'[u] r''[u] + \frac{2r[u]^2 \theta'[u] \theta''[u]}{u^2} \right) \right) / \right. \\
 & \left. \left(2u^2 \left(\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2} \right)^{3/2} \right) \right) - \\
 & \left. \left(\frac{-2w^2 r[u] (1+r'[u]^2) + \frac{2r[u]\theta'[u]^2}{u^2}}{2u^2 \sqrt{\left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2) + \frac{r[u]^2 \theta'[u]^2}{u^2}}} \right) \right] \\
 & \theta'[u]^2 = \left(\frac{\Pi^2 u^8 \left(\frac{1}{u^2} - w^2 r[u]^2\right) (1+r'[u]^2)}{r[u]^2 (-\Pi^2 u^6 + r[u]^2)} \right) \\
 & \text{equatin : } \left((1+r'[u]^2) (-\Pi^2 u^7 + r[u]^3 (-3r'[u] + u^2 w^2 (u r[u] + (\Pi^2 u^6 + 2r[u]^2) r'[u])) \right) + \\
 & \quad u r[u] (\Pi^2 u^6 - r[u]^2) (-1 + u^2 w^2 r[u]^2) r''[u] = 0
 \end{aligned}$$

پیوست 11: بدست آوردن نمودار معادله دیفرانسیل (48-4) برای $\Pi=1, \omega=0.5$

```
g2 =
NDSolve[
  {((1+r'[u]^2) (-Pi^2 u^7 + r[u]^3 (-3 r'[u] + u^2 w^2 (u r[u] + (Pi^2 u^6 + 2 r[u]^2) r'[u]))) +
    u r[u] (Pi^2 u^6 - r[u]^2) (-1 + u^2 w^2 r[u]^2) r''[u]) == 0, r[uc] == 1.68179, r'[uc] == 0.194396},
  r, {u, uc, 0.001}]
Pi = 1
w = 0.5

uc = 1.18221

Plot[Evaluate[{r[u] /. g2}], {u, uc, 0.001}, PlotStyle -> Automatic]
```



پیوست 12: بدست آوردن معادله درجه دوم بر حسب r'_c برای معادله دیفرانسیل (48-4).

```
Series[(((1+r'[u]^2) (-Pi^2 u^7 + r[u]^3 (-3 r'[u] + u^2 w^2 (u r[u] + (Pi^2 u^6 + 2 r[u]^2) r'[u]))) +
  u r[u] (Pi^2 u^6 - r[u]^2) (-1 + u^2 w^2 r[u]^2) r''[u]), {u, x, 1}]

FullSimplify[
  (2 r'[x] (-x^7 Pi^2 + w^2 x^3 r[x]^4 - 3 r[x]^3 r'[x] + w^2 x^8 Pi^2 r[x]^3 r'[x] + 2 w^2 x^2 r[x]^5 r'[x]) r''[x] +
    (x r[x] (x^6 Pi^2 - r[x]^2) (2 w^2 x r[x]^2 + 2 w^2 x^2 r[x] r'[x]) +
    (-1 + w^2 x^2 r[x]^2) ((x^6 Pi^2 - r[x]^2) (r[x] + x r'[x]) + x r[x] (6 x^5 Pi^2 - 2 r[x] r'[x]))) r''[x] +
    (1 + r'[x]^2) (-7 x^6 Pi^2 + 3 w^2 x^2 r[x]^4 + 4 w^2 x^3 r[x]^3 r'[x] + 8 w^2 x^7 Pi^2 r[x]^3 r'[x] +
    4 w^2 x r[x]^5 r'[x] - 9 r[x]^2 r'[x]^2 + 3 w^2 x^8 Pi^2 r[x]^2 r'[x]^2 + 10 w^2 x^2 r[x]^4 r'[x]^2 -
    3 r[x]^3 r''[x] + w^2 x^8 Pi^2 r[x]^3 r''[x] + 2 w^2 x^2 r[x]^5 r''[x]) +
    x r[x] (x^6 Pi^2 - r[x]^2) (-1 + w^2 x^2 r[x]^2) r^{(3)}[x]) == 0]
r[x] = (Pi^{1/4} / w^{3/4})
x = (1 / (Pi^{1/4} w^{1/4}))
r'[1/(Pi^{1/4} w^{1/4})] (w + 3 Pi + r'[1/(Pi^{1/4} w^{1/4})])^2 (w + 3 Pi + sqrt(w) sqrt(Pi) r'[1/(Pi^{1/4} w^{1/4})])
  / (sqrt(Pi) sqrt(w)) == 0
```

- [1]. K. B. Fadafan, H. Liu, K. Rajagopal, and U. A. Wiedemann, "Stirring Strongly Coupled Plasma," *Eur. Phys. J. C* 61 (2009) 553-567
- [2]. C. Athanasiou, P. M. Chesler, H. Liu, D. Nickel and K. Rajagopal, "Synchrotron radiation in strongly coupled conformal field theories," *Phys. Rev. D* 81, 126001 (2010) [arXiv:1001.3880 [hep-th]].
- [3]. M. Ali-Akbari and U. Gursoy, "Rotating strings and energy loss in non-conformal holography," *JHEP* 1201, 105 (2012) *JHEP* 1201, 105 (2012)
- [4] گریفیث، دیوید جفری، "مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی"، ترجمه حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیایگر، تهران: مرکز نشر دانشگاهی، (1385).
- [5] کنت اس. کرین، "فیزیک جدید"، ترجمه منیژه رهبر، بهرام معلمی، تهران: مرکز نشر دانشگاهی، (1382).
- [6] ابی‌تقصیر فدافن، کاظم، طرح پژوهشی "مطالعه خواص پلاسمای کوارک گلوئونی با استفاده نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (1387).
- [7]. J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, "Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions," arXiv:1101.0618 [hep-th].
- [8]. R. Peschanski, "Introduction to String Theory and Gauge/Gravity duality for students in QCD and QGP phenomenology," *Acta Phys. Polon. B* 39, 2479 (2008) [arXiv:0804.3210 [hep-ph]].
- [9]. C. P. Herzog, A. Karch, P. Kovtun, C. Kozcaz and L. G. Yaffe, "Energy loss of a heavy quark moving through $N=4$ supersymmetric Yang-Mills plasma," *JHEP* 0607 (2006) 013 arXiv: 0605158 [hep-th]
- [10]. S. S. Gubser, "Drag force in AdS/CFT," *Phys. Rev. D* 74, 126005 (2006) arXiv: 0605182 [hep-th]
- [11]. J. Casalderrey-Solana and D. Teaney, "Transverse Momentum Broadening of a Fast Quark in a $N=4$ Yang Mills Plasma," *JHEP* 0704, 039 (2007) arXiv: 0701123 [hep-th]
- [12]. S. S. Gubser, "Momentum fluctuations of heavy quarks in the gauge-string duality," *Nucl. Phys. B* 790, 175 (2008) arXiv: 0612143 [hep-th]

[13]. F.Dominguez, C.Marquet, A.H.Mueller, B.Wu and B.-W.Xiao,
``Comparing energy loss and p-perpendicular - broadening in perturbative QCD with strong coupling N = 4 SYM theory," Nucl. Phys. A 811, 197 (2008) [arXiv:0803.3234 [nucl-th]].

[14]. J. M. Maldacena, " The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity," Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1998) arXiv: 9711200 [hep-th]

[15]. O. Aharony, S. S. Gubser, J. M. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz, "Large N Field Theories, String Theory and Gravity," Phys. Rept. 323, 183 (2000) arXiv: 9905111 [hep-th]

[16].J.Kluson, ``Open String in Non-Relativistic Background," Phys. Rev. D 81, 106006 (2010) [arXiv:0912.4587 [hep-th]].

[17].C. P. Herzog, A. Karch, P. Kovtun, C. Kozcaz, and L. G. Yaffe, "Energy loss of a heavy quark moving through N = 4 supersymmetric Yang-Mills plasma," JHEP 07 (2006) 013, arXiv: 0605158[hep-th]

[18]. K.B.Fadafan and E.Azimfard, ``On meson melting in the quark medium," Nucl.Phys. B 863, 347 (2012) [arXiv:1203.3942 [hep-th]].

[19]. بی تقصیر فدافن، کاظم. نیازی، حسن "مطالعه اتلاف انرژی کوارک سنگین با استفاده از سیاه چاله RN"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (1390).

abstract

In recent years it has been shown that in relativistic heavy ion collisions at the Large Hadron Collider LHC and RHIC quark-gluon plasma (QGP) is produced by the strong coupling constant. Since the coupling is strong, one can not use perturbation approach. A new method for studying QGP is to use the AdS / CFT correspondence.

The thesis has used this method and the problem of acceleration of heavy quarks in the QGP quark gluon plasma and vacuum is reviewed. To study accelerated motion, circular motion of a heavy quark with constant speed is considered. From the AdS / CFT, the dual picture is a rotating string t in the bulk. We begin with an overview of the resources in question and find the differential equation of motion for the case of plasma and vacuum. The different ways to solve them are examined analytically and numerically. Analytical solutions only in the case of quarks in the vacuum can be obtained and shown in other cases numerical methods must be used. Also lost energy quarks are studied in various limits and it can be seen that as the rotational accelerations decreases the drag force and as the rotational accelerations increases the radiation is dominant.

Then a new problem is considered which express that the rotating heavy quark in the vacuum is moving with a constant speed in the direction of the axis of rotation. The energy loss is calculated and is shown analytically that in this case the energy loss is greater than when the quark energy loss has only rotational motion. Another problem is that the study of the motion of rotation quarks in non-relativistic space –time and just move in vacuum.



Shahrood University of Technology
Faculty of physics

Master of Science Thesis

**Study of accelerated motion of heavy quark in
the quark gluon plasma**

Shahrood University of Technology
Faculty of physics

Master of Science Thesis

Mohammad abedini

Supervisor:
Dr. K. Bitaghsir Fadafan

September – 2012