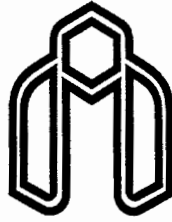


وزارت علوم ، تحقیقات و فناوری



دانشگاه صنعتی شاهرود

گزارش پایانی

طرح پژوهشی

بر هم کنش فوق مرکزی کوارکهای تشکیل دهنده و جرم باریونها

کد طرح ۲۴۰۷

مهر ماه ۱۳۸۴

مجری : دکتر علی اکبر رجبی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

عَلَّامٌ ١٤١٧

وزارت علوم ، تحقیقات و فناوری



گزارش پایانی

طرح پژوهشی

برهم کنش فوق مرکزی کوارکهای تشکیل دهنده و جرم باریونها

کد طرح ۲۴۰۷

مهر ماه ۱۳۸۴

مجری: دکتر علی اکبر رجبی

این طرح با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه صنعتی شاهرود انجام شده است و تاریخ های

تصویب و خاتمه آن به ترتیب ۸۳/۶/۲۹ و ۸۴/۷/۱۰ می باشد

پیشگفتار

این طرح پژوهشی در خصوص ساختار داخلی هادرونها می‌باشد که از کوارکها و گلوئونها تشکیل شده اند. امروزه در بسیاری از مراکز علمی و تحقیقاتی فیزیک نظری بحث کوارک و بحث QCD در خصوص ساختار هادرونها بحث روز است کاری که در این پروژه انجام داده ایم (جرم باریونها به کمک کوارکهای تشکیل دهنده نوکلئون در پتانسیل فوق مرکزی QCD) بوده که کاملاً جدید است زیرا حل مسأله سه جسم به صورت غیر نسبیتی برای کوارکها تاکنون حل نشده است ولی بحث سه جسم که تاکنون انجام پذیرفته و آخرین بحث در این زمینه است به صورت غیر نسبیتی بوده که مربوطه به مقاله سال ۲۰۰۲ می‌باشد. علاوه بر این در این پروژه پتانسیل بر هم کنش کوارکها را واقعی تر نموده ایم زیرا هم اثر پتانسیل نوسانی و هم اثر پتانسیل نگهدارنده و هم اثر پتانسیل رنگ، هر سه را در نظر گرفته ایم این سه پتانسیل به طریقه پدیده گرایی بدست آمده اند و سپس این توفیق را داشته ایم حرکت کوارکها را به طریق غیر نسبیتی و به صورت تحلیلی حل نمائیم البته بر هم کنش کوارکها و گلوئونها در درون هادرونها باید غیر نسبیتی باشد و حل آنها به طریق نسبیتی تقریبی است.

قدردانی:

از اعضاء محترم شورای پژوهشی دانشگاه صنعتی شاهرود به خاطر تصویب و از ناظر گرامی طرح برادر عزیزم آقای دکتر حسین موحدیان که در بررسی و مطالعه و نظرات کارشناسی خوب خویش مرا یاری نموده و در نهایت آن را تایید نمودند سپاسگزارم.

برهم کنش فوق مرکزی کوارکهای تشکیل دهنده جرم باریونها

چکیده

مدل کوارکهای تشکیل دهنده (CQMS) اخیراً به صورت خیلی وسیعی برای توصیف ساختار داخلی باریونها مورد استفاده قرار گرفته است [۹-۱۰]. مدلهای مختلف به صورتهای دیگر به محاسبه طیف باریونها پرداخته اند البته مطالعه اسپکتروکپی باریونها به تنهایی نمیتواند تفاوت بین رفتار دینامیکی مختلف کوارکهای تشکیل دهنده آنها را مشخص کند در این مقاله آثار فوق ریز مربوط به پتانسیل برهم کنش وابسته به ایزواسپین کوارکها را به صورت نسبیتی در نظر گرفته ام نتیجه بدست آمده برای توصیف طیف باریونها خیلی مناسب می باشد.

لیست علائم و اختصارات

p	اندازه حرکت خطی
ε	انرژی کوآرک
$U(x)$	پتانسیل اسکالر فوق مرکزی
$V(x)$	پتانسیل برداری فوق مرکزی
$\psi(x)$	تابع موج فوق کروی
M	جرم باریون
M_p	جرم پروتون
M_q	جرم کوآرک
m	جرم کوآرک
x	شعاع فوق مرکزی
C	ضریب پتانسیل رنگ
α_s	ضریب مؤثر کوپلاژ قوی
γ	عدد کوانتوم مداری بزرگ
$L(\Omega)$	عملگر اندازه حرکت زاویه ای فوق مرکزی
fm	فرمی
CQMS	کوآرکهای تشکیل دهنده
NRM	مدل غیر نسبیتی
$g(x)$	مولفه بالایی اسپینور دیراک
$f(x)$	مولفه پایینی اسپینور دیراک

فهرست

صفحه	عنوان
۱.....	مدل کوارکهای تشکیل دهنده در پایه نوسانی
۲.....	مقدمه
۸.....	هماهنگهای فوق کروی
۱۲.....	تابع موج نسبیتی غیر مختل شده
۱۶.....	هامیلتونین با برهم کنش ریز فوق مرکزی (تابع اسپین و ایزواسپین
۱۸.....	نتیجه گیری
۱۹.....	مراجع
۲۰.....	جداول

۱- مدل کوارکهای تشکیل دهنده در پایه نوسانی

مقدمه

برای محاسبات حالات باریون اگر برای آن تقارن در نظر گرفته شود. ابتدا لازم است که حالات فضایی آن را بدست آورد و سپس تابع موج مربوط به اسپین و طعم کوارکهای تشکیل دهنده آن را نوشت برای این اهداف ابتدا بسیار ساده خواهد بود آن را که به صورت مدل نوسانی غیر نسبیتی در نظر بگیریم این مدل به حدود ۳۵ سال پیش بر می گردد. [۱ و ۲] و قبل از آن به وسیله [۳] به آن اشاره شده است و توانسته پتانسیل بر هم کنش ریز وابستگی اسپین بین دو کوارک وقتی یک گلوئون جابجا می کنند را بین حالات اعضاء B^2 و 10^4 توصیف نماید. شکافت جرمی [۴] به وسیله پتانسیل نوسانی در پایه ای بدست می آید و حالت ریز را قطری می کند و از تانسور با تعویض پتانسیلهای یک گلوئونی استفاده می کنند. این مدل در طیف نگاری و ساختار باریونی خیلی موفق بوده است. روشن نیست که چرا این مدل غیر نسبیتی این قدر جوابهای خوبی را می دهد زیرا انتظار می رود که کوارکهای سبک تشکیل دهنده نوکلئونها را باید به صورت نسبیتی در نظر گرفت. فرض کنید که یک ذره به جرم m در حجم کره ای به شعاع R موجود باشد. در این صورت اندازه حرکت خطی این ذره با توجه به اصل عدم یقین هایزنبرگ متناسب با $\frac{1}{R}$ خواهد بود و در صورتی که انرژی جنبشی آن $T \ll m$ باشد در این صورت فقط اگر $mR \ll 1$ باشد اتفاق می افتد در مدل کوارکهای تشکیل دهنده که در اینجا مورد بحث است نمی تواند در مورد کوارکهای سبک با طعم u ، d و s برقرار باشد. این بحث کوتاه را باید در اینجا خاطر نشان کرد که در این مدل طعم کوارک حرکت مرکز جرم را می توان در حالت غیر نسبیتی به راحتی حذف نمود. در مدل نوسانگر که در اینجا توضیح داده می شود همه چیز را می توان به صورت تحلیلی و دقیق حل نمود حالات اساسی را می توان به وسیله هامیلتونین زیر بدست آورد.

$$H_0 = \frac{1}{2m}(p_1^2 + p_2^2) + \frac{1}{2m'}p_3^2 + \frac{1}{2}k \sum_{i < j} (r_i - r_j)^2 \quad (1)$$

فرض شود که کوارکهای ۱ و ۲ دارای جرم یکسان m باشند ولی جرم کوارکهای ۳ برابر با m' باشد از اختلاف جرم بین کوارک با طعم u و کوارک با طعم d صرف نظر می کنیم. برای نوکلئونهای N و Δ داریم $m' = m$ ولی برای نوکلئونها Λ و Σ $m' = m_s$ می باشد. کوارکهای مقید به حرکت در پتانسیل نوسانی رفتارشان مستقل از شماره طعم کوانتمی آنها است مختصات ژاکوبی را می توان به صورت زیر تعریف نمود که در این مختصات می توان تغییرات مربوط به مرکز جرم را حذف نمود.

$$\rho = \frac{(r_1 - r_2)}{\sqrt{2}}, \quad \lambda = \frac{(r_1 + r_2 - 2r_3)}{\sqrt{2}}, \quad R_{cm} = \frac{m(r_1 + r_2) + m'r_3}{(2m + m')} \quad (2)$$

دقت کنید که در رابطه بالا مختصه ژاکوبی ρ فاصله نسبی کوارک (۱) نسبت به کوارک ۲ بوده و در مختصه ژاکوبی λ فاصله نسبی ذره ۳ نسبت به مرکز جرم دو ذره دیگر می باشد. مختصه ρ نسبت به جابجایی دو ذره ۱ و ۲ ضد متقارن بوده ولی λ نسبت به جابجایی این دو ذره متقارن می باشد. با اطمینان از این نوشتار می توان در مورد اسپین و ایزواسپین توابع موج نیز بحث نمود. روابط زیر را تعریف می کنیم.

$$M = 2m + m', m_\rho = m, m_\lambda = \frac{3mm'}{(2m + m')} \quad (3)$$

اندازه حرکت مزدوج مختصات ρ و λ و مرکز جرم R_{cm} برابرند با

$$p_\rho = m_\rho \rho, p_\lambda = m_\lambda \lambda, P_{cm} = MR_m$$

در صورتی که این روابط را در رابطه (۱) قرار دهیم به راحتی می توان هامیلتونین نوسانگر هماهنگ را بر حسب مختصات ژاکوبی ρ, λ و P_ρ و P_λ و P_{cm} بدست آورد.

$$H_0 = \left(\frac{P_\rho^2}{2m_\rho} + \frac{3}{2} K \rho^2 \right) + \left(\frac{P_\lambda^2}{2m_\lambda} + \frac{3}{2} K \lambda^2 \right) + \frac{P_{cm}^2}{2M} \quad (4)$$

جمله آخر مربوط به حرکت مرکز جرم است و نقش خیلی مهمی را در طیف ذاتی باریون ندارد. بنابراین این درجات آزاد ذاتی مستقل مربوط به حرکت نوسانی در این مدل برابر دو نوسانگر هماهنگ مستقل باشد که

$$\omega_\rho = \left(\frac{3K}{m_\rho} \right)^{1/2}, \omega_\lambda = \left(\frac{3K}{m_\lambda} \right)^{1/2} \quad (5)$$

سرعت زاویه ای ω_ρ و ω_λ برای نوکلئونهای N ، Δ و Ω^- که در آنها $m = m'$ می باشد برابرند. در

صورتی که به ذرات N و Δ توجه کنیم برای آنها داریم $\omega = \omega_\rho = \omega_\lambda = \left(\frac{3k}{m} \right)^{1/2}$. بخش فضایی تابع موج

حاصل ضرب حالات نوسانگر ρ در حالات نوسانگر λ می باشد. با استفاده از نوشتار استاندارد اعداد کوانتومی اصلی مربوط به نوسانگر ρ برابر است با $N_\rho = (2n_\rho + l_\rho)$ و اعداد کوانتومی اصلی مربوط به نوسانگر λ برابر می شود با $N_\lambda = (2n_\lambda + l_\lambda)$ و انرژی یک حالت ذره نوسانگر سه بعدی متشکل از سه کوارک را می توان با عدد کوانتومی اصلی N به صورت زیر نوشت

$$E_N = \left(N + \frac{3}{2} \right) \omega, \quad N = N_\rho + N_\lambda = (2n_\rho + l_\rho) + (2n_\lambda + l_\lambda)$$

اندازه حرکت زاویه ای فضایی یک حالت l را می توان با جمع کردن اندازه حرکت زاویه ای مربوط به ρ و l_ρ و اندازه حرکت زاویه ای مربوط به λ و l_λ به صورت زیر بدست آورد.

$$L = l_\rho + l_\lambda \quad (6)$$

تابع موج مربوط به یک نوسانگر مثلاً برای نوسانگر ρ برابر است با

$$\psi_{n_\rho l_\rho}(\rho) = R_{n_\rho l_\rho}(\rho) Y_{l_\rho m_l}(\hat{\rho}) \quad (7)$$

که عدد کوانتوم مغناطیسی m_l را در تابع موج $\psi_{n_\rho n_\lambda}$ برای سادگی حذف نموده ایم. در صورتی که تابع موج

فضایی را با $\psi_{NL}(\vec{\rho}, \vec{\lambda})$ معین کنیم حالت پایه به صورت بدیهی دارای مقادیر $N = 0, L^\pi = 0^+$ می باشد.

$$\psi_{00}^S(\rho, \lambda) = \psi_{00}(\rho) \psi_{00}(\lambda) \quad (8)$$

با بهنجار کردن توابع موج نوسانی داریم

$$\psi_{00}^S(\rho, \lambda) = \left(\frac{\alpha^{3/2}}{\pi^{3/4}} \right) e^{-\alpha_0^2(\rho^2 + \lambda^2)/2} \quad (9)$$

توابع موج رابطه (۹) کاملاً متقارن هستند و آنها را باحالت پایه S که در آن $L=0$ است نمایش می‌دهیم با توجه به اینکه $\rho^2 + \lambda^2 = \frac{1}{3}(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2)$ می‌باشد از پارامتر نوسانی α_0 در رابطه (۹) استفاده نموده ایم.

$$\alpha_0 = (m\omega)^{1/2} = (3Km)^{1/2} \quad (10)$$

برای حالات $N=1$ داریم $L^\pi = 1^-$ تابع موج دارای تقارن مخلوطی از توابع موج مربوط به ρ و λ بوده است. زیرا.

$$\begin{aligned} \psi_{11}^\rho &= \psi_{01}(\rho)\psi_{00}(\lambda) \\ \psi_{11}^\lambda &= \psi_{00}(\rho)\psi_{01}(\lambda) \end{aligned} \quad (11)$$

غیر از عامل تقارن کروی و تابع موج $\psi_{01}(\rho)$ متناسب با $\rho Y_1^2(\rho)$ بوده که همانند تبدیلات مربوط به ρ عمل می‌کند. و بنابر این با تغییر جابجایی ذره ۱ با ذره ۲ علامت تغییر خواهد کرد ما حالات مربوط به $N=2$ را در جدول ۱ که کاربرد زیادی دارند لیست کرده ایم و در این صورت داریم $L^\pi = 0^+, 1^+, 2^+$ با تلفیق توابع موج حالات نوسانی مربوط به تقارن مناسب $N=3$ را می‌توان در مرجع [۵] ملاحظه نمود. با تلفیق توابع موج مربوط به اسپین و طعم که در جدول (۲) به همراه حالات نوسانی نوشته شده است می‌توان حالات کاملاً متقارن مورد نیاز را بدست آورد این حالات برای ذرات N و Δ در زیر با حالتی که به صورت $\{SU_6\} B^{2s+1} L_{sym}$ نمایش داده می‌شوند لیست شده اند در اینجا $\{SU_6\}$ دلالت بر ساختار چند تایی طعم - اسپین دارد. B دلالت بر باریون $\frac{3}{2}$ یا $\frac{1}{2}$ دارد و L اندازه حرکت زاویه بوده و (sym) نشان دهنده حالات متقارن نوسانگر می‌باشد نشان خواهیم داد که نوشتارهای S و M و A به ترتیب دلالت بر حالات متقارن و مخلوط متقارن و ضد متقارن دارند. توابع موج نشان داده شده در جدول (۲) مربوط به مجموع $J = L + S$ می‌باشند. مثلاً حالات $\{70\} N^4, P_M$ جفت شده حالت مربوط به اندازه حرکت کلی $J = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ را بدست می‌دهد. از آنجا که حالات $N=1$ و $L=1^-$ مربوط به تقارن مخلوط می‌باشد (

معادله ۱۱ را ببینید) پاریته پائین ترین حالات فرد نوکلئون $\{70\} N, {}^2P_M$ و $\{70\} N, {}^4P_M$ منجر به پنج حالت $(\frac{5^-}{2}, \frac{3^-}{2}, \frac{1^-}{2}, \frac{3^-}{2}, \frac{1^-}{2})$ می‌شود برای نوکلئون Δ درحالت $N=1$ فقط حالت متقارن

$\{70\} \Delta, {}^2P_M$ مجاز می‌باشد که منجر به حالات $\Delta(1620) \frac{1^-}{2}$ و $\Delta(1700) \frac{3^-}{2}$ می‌باشد. مقادیر تجربی

داده شده در این جدول الگوی مناسب و جالبی است. در بین حالات برانگیخته با پاریته زوج $N=2$ فقط آرایشهای مربوط به $\{56\}$ مشاهده خواهد شد. درآرایش $\{70\} N=2$ و برای حالات $N=2$ از طرف دیگر

به استثناء $N(1710) \frac{1^+}{2}$ بسیار ضعیف و غیر محتمل بود و یا اصلاً دیده نمی‌شود. البته این موضوع مربوط

به حالت $N=1$ آرایش $\{70\}$ پاریته فرد شده بلکه تمام حالات آن دیده می‌شود.

جدول (۱) نشان می‌دهد که حالتی مثل ψ_{2L}^ρ که هر دو مختصه ρ و λ به صورت برانگیخته همزمان را در بردارد این حالات نصف حالات مربوط به آرایش $\{70\}$ مربوط به توابع موج $N=2$ را شامل می‌شود.

جدول (۲) چنین حالاتی به صورت مستقیم به حالت پایه از طریق پروسه کوآرکهای برانگیخته جفت نشده اند. به سادگی محاسبه می شود که $\vec{r}_3 = \vec{R} - \sqrt{\frac{2}{3}}\vec{\lambda}$ یک عملگر یک جسمی مربوط به سه کوآرک ممکن است فقط روی نوسانگر λ اثر کند و آن را به حالت برانگیخته ببرد. از آنجا که تابع موج کلی ممکن است متقارن باشد لذا عناصر ماتریسی عملگر را به صورت زیر می توان نوشت

$$\langle o_i \rangle = 3 \langle o_3 \rangle \quad (۱۲)$$

با توجه به آن حالات ψ_{21}^A و ψ_{2L}^P به سختی می تواند به حالت برانگیخته برود. دقت شود که حذف مختصات مرکز جرم R در محاسبه حالات بی تاثیر است این یکی از دلایلی است که چرا محاسبه طیف در حالت غیر نسبیتی این همه موفقیت آمیز بوده است. به منظور بدست آوردن چشم اندازی بهتر می توان پایه های نوسانگر را جواری انتخاب نمود که بر هم کنش بین کوآرکها در آن به صورت قطری در آید. اگر بتوان از بر هم کنش اسپین مدار و پتانسیل مربوط به تعویض یک گلوئون صرفنظر نمود در این صورت بخش وابسته به اسپین بین کوآرک i و j در یک باریون را می توان به صورت زیر نوشت [۳]

$$V_{hf}^{ij} = \frac{2\alpha_s}{3m_i m_j} \left[\frac{8\pi}{3} S_i \cdot S_j \delta^3(r_{ij}) + \frac{1}{r_{ij}^2} \left(\frac{3(S_i \cdot r_{ij}) S_j(r_{ij})}{r_{ij}^2} - S_i \cdot S_j \right) \right] \quad (۱۳)$$

پتانسیل کولنی مستقل از اسپین و دیگر جمله های وابسته به اندازه حرکت را حذف نموده ایم ضریب جفت شدگی موثر کوآرک - گلوئون α_s (همانند ضریب جفت شدگی ثابت الکترومغناطیسی $\alpha = \frac{1}{137}$) با توجه به اختلاف جرم باریون N و باریون Δ و با پتانسیل V_{hf} معادله (۱۳) در این مدل بدست می آید. بسیار مهم خواهد بود دقت شود که این مقدار α_s بستگی به بزرگی پایه نوسانی برای قطری نمودن V_{hf} دارد. پایه های خیلی بزرگ منجر به دامنه صفر در بر هم کنش جاذبه نوکلئون N شده و α_s بسیار کوچک خواهد بود. ساده ترین ترتیب این است که حالات نوسانی پایه خالص $N=0$ را در نظر بگیریم.

$$|N\rangle = |\{56\} N, {}^2S_s\rangle, |\Delta\rangle = |\{56\} N, {}^4S_s\rangle \quad (۱۴)$$

مثلاً برای محاسبه α_s از تفاوت جرم N و Δ به صورت زیر استفاده می کنیم با استفاده از رابطه (۱۴) در تقریب اول اختلال می توان نشان داد که

$$M_\Delta - M_N = 2\sqrt{2}\alpha_s \frac{\alpha_0^3}{3m^2} \sqrt{\pi}$$

حالت پایه نوسانگر هماهنگ ψ_{00}^S در معادله (۹) تعریف شده است با توجه به اینکه $\alpha_0 = (m\omega)^{1/2}$ می باشد با انتخاب $m = 0.33 \text{ GeV}$ و $\omega = 0.5 \text{ GeV}$ نشان داده می شود $\alpha_s = 0.9$ البته از جرم های بدست آمده تجربی باریونهای N و Δ نیز باید استفاده نمود و همچنین خاصیت (۱۲) در محاسبه $\langle V_{hf}^{12} \rangle$ و ضرب نمودن آن در عدد ۳ باید استفاده کرد.

برای این محاسبه [۴] بخش فضایی نوسانگر را تا حالت $N=2$ را برای بیشتر محاسبات نوسانی در نظر گرفت اخیراً پایه خیلی بزرگی برای قطری نمودن در نظر گرفته اند. [۵] بر هم کنش حالات ریز باعث ایجاد توابع موج ساده خواهد شد. (۱۴) علت اینکه حالات پایه نوکلئون با حالات برانگیختگی آن کمی مخلوط می شوند. برای پایه تا حالات $N=2$ حالت زیر برای نوکلئون بدست می آید.

$$|N\rangle \approx 0.90|\{56\} N, {}^2S_S\rangle - 0.34|\{56\} N, {}^2S'_S\rangle - 0.27|\{70\} N, {}^2S_M\rangle - 0.06|\{70\} N, {}^2D_M\rangle \quad (15)$$

حالت مخلوط شده D با تانسور بر هم کنش V_{hf}^{ij} همچنان که در ترم دوم طرف راست معادله (۱۳) مشخص شده است که فقط در جفت حالت $S=1$ عمل می کند همچنین ترم $S_1 \cdot S_2$ برای حالت $S=1$ دافعه می باشد ولی برای حالت $S=0$ جاذبه است و لذا جفت کوآرک uu د پروتون و جفت کوآرک dd در نوترون دارای $S=1$ می باشند و لذا در این صورت جفت کوآرکهای همسان دافعه می باشند. این دلیلی است که توابع موج فضایی نوکلئون قبل و باریون Δ چرا به صورت کلی متقارن نیستند.

برای مثال شعاعی باری متوسط نوکلئون را بدست می آوریم

$$\langle r^2 \rangle_{ch} = \sum_{i=1}^3 \langle e_i (r_i - R)^2 \rangle$$

برای حالات پایه نوترون و پروتون حالات خالص نوسانی (۱۴) را انتخاب می کنیم بسیار ساده است که انتخاب کنیم $\langle r^2 \rangle_{ch} = 3 \langle e_3 (r_3 - R)^2 \rangle$ البته می دانیم که $(r_3 - R)^2 = \frac{2}{3} \lambda^2$ است بر حسب واحد بار برابر می شود با

$$e_3 = \left(\frac{1}{2} Y(3) + I_3(3)\right)$$

در رابطه فوق بار $Y = B + S$ بوده و $I_3 = \frac{\tau_3}{2}$ است در نتیجه مقادیر زیر بدست می آید.

$$\langle e_3 \rangle_p - \frac{1}{3}, \quad \langle e_3 \rangle_n = 0$$

و همچنین برای پروتون $\langle r^2 \rangle_{ch}^p = \alpha_0^{-2} \frac{1}{3}$ و برای نوترون $\langle r^2 \rangle_{ch}^n = 0$

برای مثال بالا می توان نشان داد که حالت کاملاً متقارن رابطه (۱۴) شعاع باری را برای نوترون برابر با صفر می دهد در حالی که مقدار تجربی آن $\langle r^2 \rangle_{ch}^n$ کوچک و منفی است حالت (۱۵) برای $|N\rangle$ که مخلوطی از آرایش تابع موج $|\{70\}, {}^2S_M\rangle$ را نشان می دهد که مقدار بدست آمده با این تابع موج به یک مقدار واقعی

برای نسبت $\frac{\langle r^2 \rangle_{ch}^n}{\langle r^2 \rangle_{ch}^p}$ منجر می شود البته با این حساب شعاع باری $\langle r^2 \rangle_{ch}^p$ برابر با 0.49 fm خواهد شد در

صورتی که سرعت زاویه ای ω را برابر با 500 Mev در نظر گرفته شود حالات با پارامتر منفی را برای آن جفت وجود نمود. این مقدار با مقدار تجربی بدست آمد یعنی 0.87 fm فاصله بسیار زیادی دارد.

در مثال جدید فرض شده است که هر کوآرک به صورت یک ذره نقطه ای دیراک فرض شود در حد غیر نسبیتی عملگر گشتاور مغناطیسی برابر می شود با

$$\vec{\mu} = \sum_{i=1}^3 \frac{e_i e}{2m_i} \sigma_i, \quad S_i = \frac{1}{2} \sigma_i$$

الف : مقدار $\langle N|\mu_z|N \rangle$ را برای N و P با استفاده از توابع موج (۱۴) محاسبه می‌کنیم و لذا برای

$$\mu_n = -\frac{2}{3} \frac{e}{2m} \quad \text{و} \quad \mu_p = \frac{e}{2m} \quad \text{و} \quad m_u = m_d = m$$

ب : می‌توان نشان داد که $\mu_{\Delta^+} = \langle \Delta^+|\mu_z|P \rangle = \frac{2\sqrt{2}}{3} \mu_p$ که در اینجا نیز فقط توابع پایه آرایش $\{56\}$ را در نظر گرفته‌ایم. با توجه به محاسبه گشتاور مغناطیسی در بالا مشاهده می‌شود که نسبت تجربی $\frac{\mu_n}{\mu_p} \approx \frac{1.91}{2.79} = 0.68$ به مقدار محاسبه شده نظری که برابر با $-\frac{2}{3}$ است نزدیک می‌شود برای بحث بیشتر

می‌توان از گشتاور مغناطیسی پروتون جرم کوارک را نیز بدست آورد که برابر می‌شود با $m = \frac{M_p}{2.799}$ در این رابطه M_p جرم پروتون می‌باشد که در این صورت جرم کوارکهای تشکیل دهنده پروتون برابر می‌شود با $m = 336 \text{ MeV}$ که در حدود یک سوم جرم نوکلئون است مرسوم است که جرم کوارک را در فاصله بین 300 Mev تا 350 Mev انتخاب نمود. کوارکهای تشکیل دهنده با کوارکهای جریان که جرم آنها در حدود 300 Mev و در لاکرانژین در حالت نسبیتی ظاهر می‌شوند تفاوت زیادی دارد. برهم کنش الکترومغناطیسی غیر نسبیتی با صرف نظر کردن از ترمهای A^2 به بعد [۸] برابر می‌شود با

$$H_{\text{int}}^{em} = \sum_{i=1}^3 -\frac{e_i e}{2m_i} [(p_i \cdot A(r_i) + A(r_i) \cdot p_i) + \sigma_i \cdot (\nabla_i \times A(r_i))] \quad (16)$$

اگر حالت برانگیختگی با پارامتر منفی $N=1$ مربوط به آرایش خالص $\{70\}$ در حالت $L=1$ و حالت پایه $L=1$ مربوط به آرایش $\{56\}$ را انتخاب کنیم. نخست با توجه به محاسبه انجام شده در مرجع [۹] در واپاشی الکترومغناطیسی خواهیم داشت

$$N(1675) \frac{5^-}{2} \rightarrow N(940) \frac{1^+}{2} + \gamma$$

با انتخاب مجدد $H_{\text{int}}^{em} = 3H_{\text{int}}^{em}(3)$ که تمام تقارنهای را در بر دارد و با توجه به جدول (۲) خواهیم داشت $N(1675) \frac{5^-}{2}$ متعلق به آرایش $\{70\}$ با تقارن اسپینی χ^s می‌باشد عملگر $H_{\text{in}}(3)$ تنها به مختصات کوارک سوم وابسته است و روی توابع موج کوارکهای ۱ و ۲ تاثیری ندارد. بنابر این χ^p و χ^s در این بخش بر هم عمود هستند و نتیجه ضرب آنها صفر می‌شود لذا فقط بخش λ مربوط به تابع موج در محاسبات مشارکت دارد.

$$\langle \{70\} N, {}^4P_M | e_3 | \{56\} N, {}^2S_S \rangle = \frac{1}{2} \langle \varphi^\lambda | e_3 | \varphi^\lambda \rangle$$

به سادگی می‌توان در مورد پروتون به این نتیجه رسید که $\langle \varphi_{1/2}^\lambda | e_3 | \varphi_{1/2}^\lambda \rangle = 0$ می‌باشد در حالی که برای

نوترون داریم $\langle \varphi_{-1/2}^\lambda | e_3 | \varphi_{-1/2}^\lambda \rangle = \frac{1}{3}$ نتیجه می‌شود که $N(1675) \frac{5^-}{2} \rightarrow p\gamma A_{3/2}^p$ و دامنه های $A_{1/2}^p$

حذف می‌شوند در حالی که انتقالات $n\gamma$ ممکن است قابل توجه باشد به طریقه تجربی داریم .

$$A_{3/2}^n = -69 \pm 19 \quad , \quad A_{1/2}^n = -47 \pm 23$$

$$A_{3/2}^p = 19 \pm 12 \quad , \quad A_{1/2}^p = 19 \pm 12$$

این محاسبات برحسب $10^{-3} \times GeV^{-\frac{1}{2}}$ می باشند اختلاف آنها با محاسبه Moorhouse مربوط به نیروی وابسته به اسپین می باشد که عامل مخلوط کردن آرایش $\{70\}$ در حالت پایه است. اکنون به بحث دیگری پیرامون طیف جرم بر می گردیم که در حالات برانگیخته با پاریده زوج همانند پاریده فرد دارای انرژی یکسان می باشند در یک مدل ایده آل مستقل از اسپین هامیلتونین که نظریه مزونی و طیف مربوط به آن ما را ملزم می کند که هامیلتونین آن را برابر با

$$H'_0 = \frac{1}{2m}(p_1^2 + p_2^2) + \frac{1}{2m'} p_3^2 \sum_{i<j} \left(-\frac{2}{3} \frac{\alpha_s}{r_{ij}} + \frac{1}{2} b r_{ij} \right) \quad (17)$$

انتخاب کنیم در این رابطه b عامل نگهدارنده عام می باشد که قدرت و شدت آن در حدود $18 GeV^2$ است و از طیف نگاری مزونهای سنگین بدست می آید. و α_s ضریب جفت شدگی موثر کوآرک گلوئون است. منشاء فاکتور $-\frac{2}{3}$ در پتانسیل شبه کولنی مربوط به فاکتور رنگ $\langle \lambda_{i/2} \cdot \lambda_{j/2} \rangle$ است که عدم وابستگی به اسپین در آن مشاهده می گردد و با مولد پایه های نوسانی متفاوت است.

فرض کنید کوآرکهای تشکیل دهنده باریونهای N و Δ در پتانسیل نوسانی ρ و λ حرکت کنند.

$$H_0 = \frac{1}{2m}(p_\rho^2 + p_\lambda^2) + \frac{1}{2} m \sum_{j=x,y,z} \omega_j^2 (\rho_j^2 + \lambda_j^2)$$

بنابر این انرژی ذاتی آن را می توان به صورت زیر نوشت .

$$E_{N_x N_y N_z} = \hbar \omega_x (N_x + 1) + \hbar \omega_y (N_y + 1) + \hbar \omega_z (N_z + 1)$$

که در آن

$$N_x = (n_{\rho x} + n_{\lambda x}), \quad N_y = (n_{\rho y} + n_{\lambda y}), \quad N_z = (n_{\rho z} + n_{\lambda z})$$

به منظور یافتن تغییرات مربوط به مجموعه اعداد کوانتومی (N_x, N_y, N_z) انرژی $E(N_x, N_y, N_z)$ را با توجه به تغییرات مربوط به مقدار کمینه $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ محاسبه می کنیم مشروط به اینکه حجم

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3 \quad \text{ثابت باقی بماند که در این صورت خواهیم داشت}$$

$$\omega_x (N_x + 1) = \omega_y (N_y + 1) = \omega_z (N_z + 1)$$

با تعریف $N = N_x + N_y + N_z$ باید دقت کرد که $N = 0$ حالت پایه مربوط به $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega_0$ می شود در این صورت باریون به صورت کره خواهد بود و دقیقاً همانند مدل Isgur-karl را می توان نشان داد در حالت تعادل برای حالت $N = 1$ کره فرو رفته با انرژی $E_{001} = 3.78 \omega_0$ می شود و جایگزین

حالت کره کامل می باشد همچنین می توان نشان داد که در حالت $N = 2$ این بحث

منجر به کره برآمده می شود و انرژی آن برابر است با $E_{002} = 4.32 \omega_0$ اختلاف انرژی بین حالات $N = 3$ و $N = 2$ برابر است با $0.54 \omega_0 = (4.32 - 3.78) \omega_0$ که با ω_0 مقدار مربوط به حالت کروی کامل برابر

نیست.

۲- هماهنگهای فوق کروی

مدل کوارکهای تشکیل دهنده CQM اخیراً به صورت وسیعی برای توصیف ساختار داخلی باریونها مورد استفاده قرار گرفته است [۹].

بر اساس مدل‌های مورد استفاده کوارکهای جریان دارای جرم کوچکی هستند (MeV 4 to 10) در حالی که کوارکهای تشکیل دهنده دارای جرم بیشتری هستند بین (MeV 100~350) [۱۰] در مدل غیر نسبیتی کوارک این مقدار تقریباً 340 MeV است در این طرح رابطه بین جرم کوارکهای تشکیل دهنده و ضریب موثر کوپلاژ قوی را بدست می آوریم این پارامترها مستقیماً بهم مرتبط هستند. حرکت داخلی کوارکها را می توان به وسیله مختصات ژاکوبی [۱۱] ρ و λ به منظور توصیف دینامیکی سه کوارک به صورت بسیار ساده ای بدست آورد. سپس می توان با استفاده از تبدیل به مختصات فوق کروی با (λ, ρ) که در آن $x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}$ شعاع فوق مرکزی است. همچنین فرض می شود که پتانسیل نگاهدارنده فوق مرکزی فقط تابعی از شعاع x می باشد در این مدل سه پتانسیل فوق مرکزی داریم که منجر به جواب تحلیلی به کمک یک پیش بینی خواهد شد [۱۲ و ۱۳] این سه پتانسیل عبارتند از پتانسیل نوسانگر شش بعدی که رفتاری بین بر هم کنش دو جسم دارد و دقیقاً فوق مرکزی می باشد.

$$V_{ho} = \sum_{i < j} \frac{1}{2} k (r_i - r_j)^2 = \frac{3}{2} k x^2 = a x^2 \quad (18)$$

پتانسیل دومی: پتانسیل شش بعدی فوق کولنی است [۱۱ و ۱۲]. که در فواصل کوچک جاذبه بوده و منشاء آن بار رنگ است $V_{hyc}(x) = \frac{k\alpha_s}{x} = \frac{-c}{x}$ این پتانسیل، پتانسیل نگاهدارنده نیست ولی دارای خواص جالبی است این پتانسیل منجر به رفتار تبانی فرم فاکتور پروتون می شود و دارای دژنرسی بین حالات برانگیخته آن خواهد بود رفتار دینامیکی پتانسیل فوق کولنی را می توان برای بدست آوردن مقادیر ویژه روشهای کاملاً جبری به کار برد محاسباتی که در ارتباط با اتم هیدروژن انجام پذیرفته است. در حالی که در فواصل دور پتانسیل نگاهدارنده خطی [۱۴] به صورت $V_{con}(x) = bx$ ظاهر می شود. به هر حال کوشش های زیادی صورت پذیرفته است که بتوان V_{hyc} و V_{con} را ایجاد کرد [۱۹، ۱۸، ۱۷، ۱۶، ۱۵، ۲۰].

فرض کنید (ξ_1, \dots, ξ_N) مجموعه ای از مختصات خطی باشند یک چند جمله ای همگن از درجه L $H_{(L)}(\xi_1, \dots, \xi_N)$ یک هماهنگ است زمانی که در معادله لاپلاسین زیر صدق کند

$$\sum_{i=1}^N \nabla_i^2 H_{(L)}(\xi_1, \dots, \xi_N) = 0 \quad (19)$$

اکنون فوق شعاعی زیر را تعریف می کنیم

$$r = \left[\sum_{i=1}^N \xi_i^2 \right]^{1/2} \quad (20)$$

تابع

$$Y_{(L)}(\Omega) = r^{-L} H_{[L]}(\xi) \quad (\xi = \xi_1, \dots, \xi_N) \quad (21)$$

مقدار هماهنگهای چند جمله ای $H_{[L]}(\xi)$ در سطح فوق کره واحد $r=1$ می باشد که به آن هماهنگهای فوق کروی اطلاق می شود. $(H.H).\Omega$ مجموعه ای از $3N-1$ مختصات زاویه ای که مکان یک نقطه را در

سطح فوق کره واحد توصیف می‌کند. L یک مجموع از $3N-1$ زیر نویس اعداد چند جمله ای می‌باشد که می‌باید برای مثال مرتبط به n درجه از مختصات خطی ξ که در چند جمله ای ظاهر می‌شوند می‌باشد و در شرط $\sum_{i=1}^{3N} n_i = L$ صدق می‌کند. هماهنگهای فوق کروی پایه کاملی را برای محاسبه روابط مرتبط برقرار می‌کند. برای این هدف از این خاصیت که هماهنگهای فوق کروی شامل مجموعه ای کامل از توابع روی سطح فوق کره واحد تعریف می‌شوند وجود دارند. بنابر این اگر $H_{(L)}(\xi_1, \dots, \xi_q)$ شامل یک مجموعه کامل از توابع متعامد بهنجار شده هماهنگهای فوق کروی برای مختصات خطی (ξ_1, \dots, ξ_q) را شامل شود در این صورت مجموعه کامل مختصات $(\xi_1, \dots, \xi_q, \xi_q + 1)$ با حل معادلات زیر بدست می‌آید.

$$\int H_{(L)}(\xi_1, \dots, \xi_q) P_n^{(L)}(\xi_{q+1}) P_{n'}^{(L')}(\xi_{q+1}) H_{(L')}(\xi_1, \dots, \xi_q) d\Omega_{q+1} = \delta_{(L),(L')} \delta_{n,n'} \quad (22)$$

این انتگرال روی سطح فوق کره واحد در فضای $q+1$ بعدی و چند جمله ایهای P گرفته می‌شود علامت کرونگر $\delta_{(L),(L')}$ زمانی که اعداد L و L' مساوی باشند برابر واحد است و در بقیه موارد برابر صفر می‌باشد. عنصر سطح در روی فوق کره واحد با مختصات فوق کروی زیر مرتبط است

$$\xi_{q+1} = r \cos \varphi_{q+1},$$

$$\xi_i = r \sin \varphi_{q+1} \dots \sin \varphi_{i+1} \cos \varphi_i \quad (23)$$

$$\xi_1 = r \sin \varphi_{q+1} \dots \sin \varphi_2 \quad (\varphi_1 = 0)$$

$$d\Omega_{q+1} = (\sin \varphi_{q+1})^{q-1} (\sin \varphi_q)^{q-2} \dots \sin \varphi_3 d\varphi_{q+1} \dots d\varphi_2 \quad (24)$$

شرط تعامد توابع لزاندر به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$\int_{-1}^1 (1-x^2)^{L+\frac{q}{2}-1} P_n^L(x) P_{n'}^L(x) dx = \delta_{n,n'} \quad (25)$$

که در آن $x = \cos \varphi_{q+1}$ چند جمله ای های $P_n^L(x)$ مرتبط است با تابع وزن $(1-x^2)^{L+\frac{q}{2}-1}$ که مرتبط با چند جمله ایهای گایگن بایر $C_n^{L+(q-1)/2}(x)$ می‌باشند. پایه های بدست آمده به وسیله روابط ارتباطی شامل ضرب چند جمله ایهای گایگن بایر می‌باشد که با مسائل فیزیکی توافقی ندارد زیرا این چند جمله ایها در دوران هر بردار دلخواهی مثل ξ_i در فضای سه بعدی بی تغییر باقی نمی‌مانند. به جای تعریف مستقل چند جمله ایهای هماهنگ برای هر مختصه فرض کنید $H_L(\xi_a, \xi_\beta, \dots)$ و $h_l(\xi_i, \xi_j, \dots)$ دو چند جمله ای هماهنگ از درجه L و l به ترتیب از دو مجموعه مجزای مختصات $(\xi_a, \xi_\beta, \dots)$ و (ξ_i, ξ_j, \dots) باشند. حاصل ضرب $h_l(\xi_i, \dots)$ همچنین یک چند جمله ای هماهنگ $L+1$ می‌باشد این نتیجه یک نتیجه بدیهی از ساختار خطی عملگر لاپلاسیان می‌باشد.

$$\nabla^2 = \sum_{i=1}^N \nabla_i^2 \quad (26)$$

فرض کنید $H_{(L_{N-1})}(\xi_1, \dots, \xi_{N-1})$ مجموعه کاملی از هماهنگهای کروی برای مختصات نخست $(\xi_1, \dots, \xi_{N-1})$ باشد در این صورت $H_{(L_{N-1})}(\xi_1, \dots, \xi_{N-1}) \xi_N^{IN} Y_{IN}^{mN}(\omega_n)$ در آن مختصات کروی از ξ_N و Y_l^m یک هماهنگ کروی است که مجدداً یک چند جمله ای هماهنگ می‌باشد با استفاده از

$$\left[\sum_{i=1}^{N-1} \xi_i^2 \right]^{1/2} = r \sin \varphi_N, \quad \xi_N = r \cos \varphi_N, \quad 0 \leq \varphi_N \leq \frac{\pi}{2} \quad (27)$$

معادله به صورت زیر نتیجه می شود

$$\int_0^{\pi/2} P_n^{L_{N-1}, L_N}(\cos \varphi_N)(\sin \varphi_N)^{2L_{N-1}+3N-4}(\cos \varphi_N)^{2(L_N+1)} d\varphi_N = \delta_{n,n'} \quad (28)$$

چند جمله ایهای $P_n^{L_{N-1}, L_N}$ به وسیله تابع وزن تولید می شوند.

$$(1-x)^{L_{N-1}+\frac{3N-5}{2}}(1+x)^{L_N+\frac{1}{2}}, \quad x = \cos 2\varphi_N$$

در دامنه $-1 \leq x \leq 1$ چند جمله ایهای ژاکوبی می باشند.

$$P_n^{L_N+\frac{1}{2}}(x)$$

که در آن $v_{N-1} = L_{N-1} + \frac{(D-5)}{2}$ و $D = 3N$ به منظور بدست آوردن پایه های مورد نظر رابطه ارتباطی را به کار می بریم. برای سادگی از یک فضای سه بعدی که هماهنگهای کروی معمولی را تولید می کنند شروع می کنیم. $Y_l^{m_l}(\omega_1)$ مختصات فوق کروی که مورد استفاده قرار می گیرند.

$$\Omega(\omega_1, \omega_2, \varphi_2, \dots, \omega_N, \varphi_N) \quad (29)$$

ω_i در این رابطه شامل دو مختصه زاویه ξ_i و φ_i می باشند که با روابط زیر معین می شوند.

$$\tan \varphi_i = \left(\sum_{j=1}^{i-1} \xi_j^2 \right)^{1/2} \xi_i^{-1} \quad (30)$$

$$\xi_N = r \cos \varphi_N,$$

$$\xi_i = r \sin \varphi_N \dots \sin \varphi_{i+1} \cos \varphi_i \quad (31)$$

$$\xi_1 = r \sin \varphi_N \dots \sin \varphi_2 \quad (\varphi_1 = 0)$$

ایجاد پایه بهنجار شده به وسیله روابط ارتباطی برابر است با

$$Y_{(L)}(\Omega) = Y_{l_1}^{m_1}(\omega_1) \prod_{j=2}^N Y_{l_j}^{m_j}(\omega_j)^{(j)} P_{L_j}^{l_j, L_{j-2}}(\varphi_j) \quad (32)$$

با استفاده از نوشتار

$$^{(j)} P_{L_j}^{l_j, L_{j-2}}(\varphi_j) = \left[\frac{2v_j \Gamma(v_j - n_j) n_j!}{\Gamma(v_j - n_j - l_j - \frac{1}{2}) \Gamma(n_j + l_j + \frac{1}{2})} \right]^{1/2} \times (\cos \varphi_j)^{l_j} (\sin \varphi_j)^{L_{j-1}} P_{n_j}^{v_{j-1}, L_j + \frac{1}{2}}(\cos 2\varphi_j) \quad (33)$$

با

$$v_j = v_{j-1} + 2n_j + l_j + \frac{3}{2} = L_j + \frac{3j}{2} - 1 = L_{j-1} + 2n_j + l_j + \frac{3j}{2} - 1$$

$p_n^{a,b}$ چند جمله ای ژاکوبی می باشد. مجموعه $[L]$ از $3N-1$ اعداد کوانتومی وابسته به $3N-1$ درجه آزادی Ω که شامل $2N$ عدد کوانتوم مداری و عدد کوانتومی سمتی $l_j, m_j (j=1, \dots, N)$ و $N-1$ عدد کوانتومی فوق کروی می باشد. $L_j (j=2, \dots, N)$ شامل اعداد کوانتومی بزرگ مداری $L = L_N$ می باشد.

L_j به اعداد کوانتومی n_i, l_i با رابطه زیر مرتبط است

$$L_j = \sum_{i=1}^j (2n_i + l_i) \quad (n_1 = 0) \quad (34)$$

هارمونیک های فوق کروی در روابط زیر صدق می کنند

$$\int Y_{(L)}^{*m}(\Omega) Y_{(L')}^m(\Omega) d\Omega = \delta_{(L),(L')} \quad (35)$$

جزء سطح فوق کروی واحد برابر است با

$$d\Omega = d\omega_1 \prod_{j=2}^N d\omega_j (\sin \varphi_j)^{3j-4} \cos^2 \varphi_j d\varphi_j \quad (36)$$

در حالت خاص داریم :

$$\int_{\pi/2}^{\pi} P_{L_j}^{l_j, L_j-1}(\varphi_j) P_{L_j}^{l_j, L_j-1}(\varphi_j) (\sin \varphi_j)^{3j-4} \cos^2 \varphi_j d\varphi_j = \delta_{L_j, L_j'} \quad (37)$$

عملگر لاپلاسیان را در مختصات فوق کروی در فضای D بعدی به صورت زیر نوشته می شود

$$\nabla^2 = \sum_{i=1}^N \nabla_i^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{dr}{dr} + \frac{L^2(\Omega)}{r^2} \quad (38)$$

که در آن $L^2(\Omega)$ عملگر بزرگ مداری است. دقت کنید که $r^L Y_L(\Omega)$ یک چند جمله ای هماهنگ بوده و می توان معادل مقدار ویژه آن را برای هماهنگهای فوق کروی به صورت زیر نوشت :

$$\{L^2(\Omega) + L(L+D-2)\} Y_{(L)}(\Omega) = 0 \quad (39)$$

L درجه چند جمله ای است و یا می توان آن را عدد کوانتوم مداری بزرگ نامید.

هدف کلی روش فوق کروی برای بدست آوردن لاپلاسیان در این مختصات است فرض کنید برای سادگی با سیستمی متشکل از N ذره همسان روبرو باشیم در این صورت لاپلاسیان را می توان به صورت زیر نوشت که در آن x جانشین مختصات x_i ذرات و بر هم کنش دو جسمی است مرکز جرم را می توان با استفاده از مختصات ژاکوبی حذف نمود.

در خصوص محاسبه طیف باریونها می توان به صورت خیلی خوب با مدل (CQMS) توصیف نمود گرچه مدل های مختلف دیگری به صورتهای دیگر به محاسبه طیف باریونها پرداخته اند البته مطالعه طیف اسپکتروکپی باریونها به تنهایی نمی تواند تفاوت بین رفتار دینامیکی مختلف کوآرکهای تشکیل دهنده آنها را مشخص کند ولی می توان در صورت نیاز تمام کمیات فیزیکی قابل مشاهده باریون را علاوه بر طیف جرم از قبیل فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی و دامنه های واپاشی قوی و --- به صورت سیستماتیک محاسبه نمود این گونه خواص باریون خیلی بهتر از روشهای عمومی دیگر انجام پذیر است. برای محاسبه می توان از روش های جدید فوق مرکزی مکانیک کوآرکها استفاده نمود. [۲۲] در این مدل پتانسیل فوق مرکزی بر هم کنش بین کوآرکها شامل پتانسیل نوسانگر هماهنگ که رفتاری همانند بر هم کنش دو جسم دارد که دقیقاً فوق مرکزی است و پتانسیل پتانسیل فوق کولنی استفاده نمود. لذا این مدل به صورت مدل فوق مرکزی کوآرکهای تشکیل دهنده معرفی می شوند (hCQM).

پتانسیل کولنی گرچه پتانسیل نگهدارنده نیست ولی رفتار و خواص جالبی دارد. توصیف طیف باریونهای بدون کوآرک شگفتی به وسیله مدل کوآرکهای تشکیل دهنده فوق مرکزی (hCQM) به نتایج بسیار مناسبی منجر شده و از نتایج مدل های دیگر بهتر است.

کوآرکهای تشکیل دهنده اخیراً بصورت خیلی وسیع برای توصیف ساختار داخلی باریونها استفاده می شود [۹]. طیف باریونها معمولاً در مدل های مختلف بدست آمده است. گرچه مطالعه طیف سنجی در رفتار مختلف

دینامیکی کفایت نمی‌کند ولی از رفتار دینامیکی کوآرکها می‌توان استفاده نمود و طیف هادرونها را بدست آورد رفتار دینامیکی کوآرکها در مدل مورد بحث ما از پتانسیل نوسانی که بین دو کوآرک ایجاد می‌شود که کاملاً فوق مرکزی است شروع می‌گردد و بر هم کنش بعدی . پتانسیل فوق کولنی است. پتانسیل اخیر رفتار جالبی دارد و منجر به فرم فاکتور پروتون و به فرم فاکتور انتقال می‌گردد. [۲۲]. گر چه یک تبهگنی دقیقی بین اولین حالت برانگیختگی ایجاد می‌شود [۱۲، ۱۱، ۱۳] که بتوان آن را با نوسات روپر و نوسانات با پاریده منفی مشخص نمود به نظر می‌رسد که این تبهگنی با پدیده گرائی و تقارن $O(7)$ توافق دارد [۱۴]. این پدیده را نمی‌توان در مدلی با نیروی دو جسم و یا پایه‌های نوسانگر هماهنگ معرفی نمود. با توجه به اینکه حالت برانگیخته L دارای چند گره بالاتر از حالت معمولی L است. [۱۱]. همانند محاسبات QCD می‌توان از حالات بدست آمده برای باریون استفاده نمود و خواصی از آن که مورد انتظار باشد را بدست آورد [۱۴]. توصیف طیف باریونهای غیر شگفتی که توسط مدل کوآرکهای تشکیل دهنده فوق مرکزی (hcQM) بسیار مناسب می‌باشد [۱۶] تفاوت جرم $\Delta - N$ به صورت درستی توصیف می‌شود و انرژی بدست آمده تئوری با پاریده منفی نوسانات با داده‌های تجربی توافق کاملی دارد.

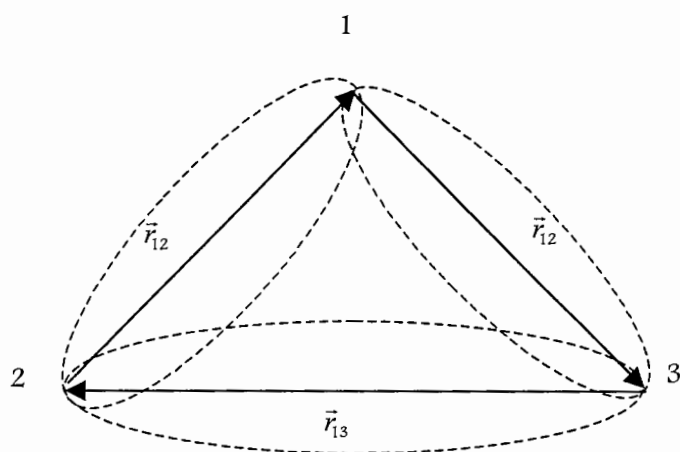
تقارن دینامیکی فوق کولنی $O(7)$ رای محاسبه مقادیر ویژه با استفاده از روش کاملاً جبری مشابه اتم هیدروژن [۱۳] بدست می‌آید. در اینجا پتانسیل بر هم کنش اسپین و اسپین - ایزواسپین را بر حسب (h) (CQM معرفی نموده و هامیلتونین آن را وارد می‌کنیم [۲۳] که در این صورت هامیلتونین کامل مسأله به صورت زیر بدست می‌آید.

$$H = ax^2 + bx - \frac{c}{x} + H_s + H_l + H_{sl} \quad (40)$$

در این رابطه پتانسیل $ax^2 + bx - \frac{c}{x}$ عبارت است از پتانسیل فوق مرکزی نوسانی $(h,0)$ و پتانسیل نگهدارنده bx و پتانسیل فوق کولنی $\frac{c}{x}$ مجموع این سه پتانسیل به صورت پتانسیل غیر مختل شده مورد توجه است در حالی که پتانسیل $H_s + H_l + H_{sl}$ پتانسیل غیر نگهدارنده بوده و به صورت پتانسیل بر هم کنش اختلال مورد نظر است در این مدل ابتدا تابع موج و مقدار ویژه انرژی را به صورت دقیق و تحلیلی برای پتانسیل غیر مختل شده بدست آورده و سپس تقریب اول و دوم تابع موج اختلال و تصحیح مرتبه اول انرژی را بدست می‌آوریم و به کمک آن جرم هادرون محاسبه می‌شود.

۳- تابع موج نسبیتی غیر مختل شده

با توجه به اینکه باریون از سه کوآرک تشکیل شده است . بدین ترتیب می‌توان هر کوآرک را به صورتی با دو کوآرک دیگر بر هم کنش می‌کند در نظر گرفت و معادله دیراک را برای بر هم کنش یک ذره با ترکیب دو ذره دیگر نوشت و سپس با جمع سه معادله دیراک می‌توان معادله ای که مربوط به جمع سه ذره می‌باشد و شبه دیراک است را بدست آورد که در حقیقت این معادله شبه دیراک معادله باریون خواهد بود لذا فرض می‌شود که هر کوآرک در پتانسیل فوق مرکزی $U(x)$ قرار دارد که از بر هم کنش کوآرک با گلوئون و با کوآرک دیگر بدست می‌آید. (شکل زیر)



همانند روش کلاسیک و معادله شرودینگر [۱۰] استفاده کرده و کار را ادامه می دهیم. برای بحث پیرامون این موضوع از مختصات ژاکوبی استفاده می شود

$$\bar{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{r}_{12} \quad (41)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{r}_1 + \bar{r}_2 - 2\bar{r}_3) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\bar{r}_{13} + \bar{r}_{23}) \quad (42)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{3}(\bar{r}_1 + \bar{r}_2 + \bar{r}_3) \quad (43)$$

در روابط (۴۱ و ۴۲) کمیات λ, ρ فواصل نسبی بین ذرات ۱ و ۲ و ۳ می باشد مختصه سوم ژاکوبی دلالت بر مرکز جرم دارد و مرکز جرم را مشخص می کند. همچنین مختصه ρ ضد تقارن نسبت به r_1 و r_2 است ولی مختصه λ نسبت به جابجایی r_1 و r_2 متقارن است البته این تقارن در بحث اسپین و ایزواسپین کاربرد دارد. مختصه مرکز جرم R در طیف باریونها نقشی ندارد و مورد توجه نیست در توصیف دینامیک سه کوارک. استفاده از مختصات فوق کروی که از مختصات λ و λ تشکیل شده بدست می آیند بسیار مفید می باشد لذا شعاع فوق کروی بصورت زیر تعریف می شود. [۱۸]

$$x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}, \quad \xi = \text{arcth}\left(\frac{\rho}{\lambda}\right) \quad (44)$$

در اینجا x شعاع فوق کره و ξ فوق زاویه است و از روابط (۴۱ و ۴۲) نتیجه می شود

$$x^2 = \rho^2 + \lambda^2 = \frac{1}{3}(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2) \quad (45)$$

همانند مختصات کروی که از هماهنگهای کروی استفاده می شود بحث به نتایج خوبی منجر می گردد در اینجا نیز می توان از هماهنگهای فوق کروی استفاده نمود و به نتایج خوبی رسید بدین ترتیب پس از جمع معادله دیراک به یک معادله که جمع سه پتانسیل بر هم کنش دو به دو سه ذره را در بر می دارد می رسیم در این صورت پتانسیل نگهدارنده و پتانسیل رنگ تبدیل به پتانسیلهای فوق کروی و بر حسب شعاع x بدست می آیند.

لذا در پتانسیل مرکزی فوق کروی کمیت فوق شعاع x مستقل از فوق زاویه ξ می باشد و می توان به کمک معادله شبه دیراک تابع موج کوارک و هادرون را بدست آورد مسئله نخست پتانسیلهای بر هم کنش را

معرفی می کنیم. نخستین پتانسیل، پتانسیل فوق کروی نوسانگر هماهنگ سه بعدی است که مجموع بر هم کنش دو بدو کوارکهای تشکیل دهنده جسمی متشکل از سه کوارک می باشد و عبارت است از

$$V_{h.o}(x) = \sum_{i < j} \frac{1}{2} k |r_i - r_j|^2 = \frac{3}{2} k (r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{31}^2) = \frac{3}{2} k x^2 \quad (46)$$

پتانسیل بعدی پتانسیل فوق کولنی است که در این مدل بصورت زیر نوشته شده و تقریباً فوق مرکزی است زیرا در غیاب یکی از کوارک به بر هم کنش دو کوارک منجر شده و دقیقاً کولنی باقی می ماند و عبارت است از

$$V_{hyc}(x) = \frac{-k}{\left[\sum_{i < j}^{i=3} |r_i - r_j|^2 \right]^{1/2}} = \frac{c}{x} \quad (47)$$

اکنون تابع موج کوارک که در معادله دیراک صدق می کند را با $\psi(x)$ معرفی می کنیم لذا

$$[\gamma \varepsilon + i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} - (m + U(x))] \psi(\vec{x}) = 0 \quad (48)$$

پتانسیل فوق کولنی مورد بحث که منجر به حل تحلیلی در مدل ما می شود برابر است با

$$U(x) = \frac{1}{2} (1 + e\gamma_0) A(x) \quad (49)$$

پارامتر e می تواند هر مقداری باشد در [۱۹ و ۲۰ و ۲۱] در این مدل مقدار آن را برابر با $e=1$ انتخاب می کنیم. بنابر این با توجه به معادلات (۴۱ و ۴۲) پتانسیل مورد بحث برابر می شود با پتانسیل کولنی بعلاوه پتانسیل نگهدارنده در نتیجه $(bx - \frac{c}{x})$ پتانسیل است که توسط محاسبه QCD شبکه ای [۲۲ و ۲۳] مورد بحث قرار گرفته است در این مدل، پتانسیل شش بعدی نوسانی ax^2 را نیز به آن اضافه نموده ایم (۴۶) در نتیجه پتانسیل بر هم کنش ما به صورت زیر نتیجه می شود.

$$A(x) = ax^2 + bx - \frac{c}{x} \quad (50)$$

این پتانسیل دارای خاصیت جالبی است و به نتایج فیزیکی خوبی منجر می شود و حل معادله دیراک برای آن بصورت تحلیلی خواهد بود. در این صورت پتانسیل بر هم کنش فقط تابع فوق شعاع x می باشد. اسپینور ویژه به صورت زیر در نظر گرفته میشود.

$$\psi_{jj_3}^0(x) = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix} \quad (51)$$

با تلفیق معادلات (۴۸ و ۴۹ و ۵۱) نتیجه می شود

$$(\sigma.P)\chi + (m + U_0(x) + V_0(x))\varphi = \varepsilon\varphi \quad (52)$$

$$(\sigma.P)\varphi - (m + U_0(x) - V_0(x))\chi = \varepsilon\chi$$

با فرض اینکه $\varphi = g_x(r) y_{jj_3}^{j_3}(r)$ و $\chi = if_k(r) y_{jj_3}^{j_3}(r)$ و همچنین با توجه به اینکه پتانسیل فوق مرکزی $U_0(x)$ اسکالر و پتانسیل فوق مرکزی $V_0(x)$ برداری باشند با تلفیق معادلات (۵۱) مولفه بالایی و پایینی دیراک با هم نتیجه می شود که

$$\frac{P^2 g(x)}{m + \varepsilon} + (m - \varepsilon + A(x))g(x) = 0 \quad (53)$$

با توجه به اینکه حرکت داخلی کوآرکها به وسیله مختصات نسبی ژاکوبی توصیف می شود پس از جدا کردن حرکت مشترک آنها اپراتور p^2 حرکت یک کوآرک در سیستم متشکل از سه کوآرک برای وقتی که $\hbar=c=1$) [۱۷] باشد نتیجه می شود.

$$g_\gamma''(x) + \frac{5}{x}g_\gamma'(x) + \frac{L^2 g(x)}{x^2} + (\varepsilon^2 - m^2 - (\varepsilon + m)A(x))g(x) = 0 \quad (54)$$

که پتانسیل بر هم کنش $A(x)$ همان رابطه (۵۰) می باشد. در این رابطه اندازه حرکت زاویه ای بزرگ $L^2(\Omega)$ برابر است با $L^2(\Omega) = -\gamma(\gamma + 4)$ که در آن γ عدد کوانتمی زاویه ای مداری بزرگ بوده و برابر است با

$$\gamma = 2n + l_\rho + l_\lambda \quad (55)$$

که در آن n یک عدد صحیح مثبت بوده و l_ρ و l_λ به ترتیب عد کوانتمی اندازه حرکت زاویه ای نسبی ρ و λ می باشند با استفاده از روش پیش بنی جواب زنجیل [۲۴ و ۲۵] مولفه بالایی اسپینور فوق مرکزی دیراک $g_\gamma(x)$ را می توان به صورت زیر بدست آورد برای تابع ویژه $g_\gamma(x)$ از روش پیش بینی جواب [۲۶، ۲۷، ۲۸ و ۲۹] استفاده میشود.

$$g_\gamma(x) = \exp(h(x)) \quad (56)$$

که در آن تابع $h(x)$ که تابع فاصله نسبی مکانی سه ذره است بصورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$h(x) = -\frac{1}{2}\alpha x^2 + \beta x + \delta \ln x \quad (57)$$

در نتیجه

$$g_\gamma''(x) + \frac{5}{x}g_\gamma'(x) = \left[h''(x) + h'^2(x) + \frac{5h'}{x} \right] g_\gamma(x) \quad (58)$$

با مقایسه معادله (۵۸ و ۵۳) ضرایب α, β و δ مربوط به تابع $h(x)$ بر حسب پارامترهای a, b و c بصورت زیر بدست می آید.

$$\left\{ \alpha = \sqrt{a(\varepsilon + m)}, \quad \beta = - \left[2\alpha(3 + \gamma) - (\varepsilon^2 - m^2)^{\frac{1}{2}} \right] \right. \quad (59-1)$$

$$\beta(5 + 2\gamma) = -(\varepsilon + m)c = -\frac{b(\varepsilon + m)}{2\alpha} \quad (59-2)$$

$$\delta = \gamma, -\gamma - 4$$

برای آنکه تابع $g(x)$ در مرکز بینهایت خوش تعریف مقدار $\delta = \gamma$ انتخاب می کنیم. برای حل مسئله دو سیستم مرکز جرم و با فرض $\xi = \frac{m}{\varepsilon}$ نتیجه می شود که

$$\varepsilon = \frac{M}{3 - \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{m}{M} \left(\frac{3 + \sqrt{1 - 8 \frac{m^2}{M^2}}}{1 + \frac{m^2}{M^2}} \right) \quad (60)$$

در این صورت E_{cm} و پارامتر پتانسیل فوق نوسانگر برابر می شود با

$$\alpha = \left[\frac{aM(1 + \xi)}{3 - \sqrt{1 - \xi^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (61)$$

$$E_{cm} = \frac{M(1-\xi^2)^{\frac{1}{2}}}{3-\sqrt{1-\xi^2}} \quad (62)$$

با توجه به معادلات (59 و 57) مولفه بالایی دیراک یک کوآرک از سه کوآرک متشکل نوکلئون برابر می شود با

$$g_\gamma(x) = x^\gamma \exp\left\{-\frac{1}{2}\alpha x^2 - \left[2\alpha(3+\gamma) - (\varepsilon^2 - m^2)^{\frac{1}{2}}\right]x\right\} \quad (63)$$

با توجه به اینکه $E_m = (\varepsilon^2 - m^2)^{\frac{1}{2}}$ می باشد رابطه (63) بصورت زیر خلاصه می شود.

$$g_\gamma(x) = x^\gamma e^{E_{cm}x} \exp\left[-\frac{1}{2}\alpha x^2 - 2\alpha(3+\gamma)x\right] \quad (64)$$

مولفه پایینی فوق مرکزی دیراک $f_\gamma(x)$ را می توان از معادلات (64 و 52) بدست آورد در نتیجه تابع موج

کوآرک با پارامتر مثبت و اسپین $\frac{1}{2}$ در تحت بر هم کنش پتانسیل استاندارد (50) برابر می شود با

$$\psi^0_\gamma(x) = \left[\frac{g_\gamma(x)}{-i\vec{\sigma} \cdot x(3-\sqrt{1-\xi^2})} \left(g'_\gamma(x) - \frac{J^2 - L^2 - \frac{3}{4}}{x^2} g_\gamma(x) \right) \right] \quad (65)$$

با استفاده از تابع موج (65) و با توجه به بر هم کنش فوق ریز کوآرکهای تشکیل دهنده می توان تابع موج

فوق را تابع ویژه هامیلتونین H_0 فرض کنید که $H_0 = (\alpha \cdot p) + \beta(m + U_0) + V_0$ که در این مسأله $U_0 = V_0$

می باشد و تابع موج و انرژی آن غیر مختل شده فرض شود.

۴- هامیلتونین با بر هم کنش ریز فوق مرکزی (تابع اسپین و ایزواسپین)

در دنباله بحث پتانسیل بر هم کنش اسپین، اسپین - اسپین و اسپین ایزواسپین را بصورت پتانسیل

اختلال وارد مسأله نموده و مسأله را با مرتبه اول حل می کنیم [18]

$$H_{Spin} = B_S \left(\frac{1}{\Lambda_S} e^{-\frac{x}{\Lambda_S}} \right) \sum_{i < j}^{i=3} (\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j) \quad (66)$$

در این رابطه s_i اپراتور اسپین کوآرک i ام و x فاصله نسبی جفت کوآرکها می باشد و شدت بر هم کنش ریز

از تفاضل جرم $\Delta - N$ بدست می آید. پارامترهای مناسب انتخاب شده برابرند با [10] $\Lambda_s = 1.6 \text{ fm}$ و

$B_s = 196.4 \text{ fm}^2$ در مدل کایرال کوآرکهای تشکیل دهنده [32 و 31] بخش مربوط به پتانسیل غیر نگهدارنده

به وسیله بر هم کنش گلدستون بوزن که از بر هم کنش اسپینها و ایزواسپین بدست می آید. باید خاطر نشان

کرد که وابستگی پتانسیلها کوآرکها به ایزواسپین را می توان با تعویض کوآرکها بدست آورد [33]. به صورت

خیلی عمومی تر می توان انتظار داشت که بر هم کنش جفت کوآرک - ضد کوآرک منجر به جمله ای در

پتانسیل که بر هم کنش موثر کوآرک که شامل ایزواسپین (مستقل از طعم) می شود البته مدل کوآرکهای

تشکیل دهنده این مکانیسم را شامل نمی شود به همین دلیل است که رفتار Q^2 مربوط به انتقالات

الکترومغناطیسی فرم فاکتور مربوط را بدست نمی دهد. [35 و 34] با این وضعیت است که پتانسیل بر هم

کنش وابسته به ایزواسپین را در هامیلتونین فوق مرکزی پیشنهاد می کنیم. بدین ترتیب دو ترم به

هامیلتونین سه کوآرک بخاطر بر هم کنش ریز اضافه می کنیم اولین ترم فقط مربوط به ایزواسپین بوده و بصورت زیر است

$$H_I = A_I \sum_{i < j} \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_I)} e^{-\frac{r_{ij}^2}{\sigma_I^2}} (T_i, T_j) \quad (67)$$

در این رابطه T_i اپراتور مربوط به ایزواسپین کوآرک و r_{ij} فاصله نسبی مختصات جفت کوآرک است دومین جمله ای که به هامیلتونین بخاطر این اثر اضافه می گردد بر هم کنش اسپین - ایزواسپین است.

$$H_{SI} = A_{SI} \sum_{i < j} \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_{SI})} e^{-\frac{r_{ij}^2}{\sigma_{SI}^2}} (s_i, s_j)(T_i, T_j) \quad (68)$$

در این رابطه S_i و T_i به ترتیب اپراتورهای اسپین و ایزواسپین کوآرک i ام می باشند r_{ij} فاصله نسبی جفت کوآرک است. پارامترها را مجدداً به کمک اختلاف جرم $\Delta - N$ تنظیم نموده و بدست می آوریم [26] در نتیجه $A_I = 51.7 \text{ fm}^2$ و $\sigma_I = 3.45 \text{ fm}$ و $A_{SI} = -106.2 \text{ fm}^2$ و $\sigma_{SI} = 2.31 \text{ fm}$ اگر جرم نوکلئون M و جرم فنومنولوژی کوآرک $(100 \leq m_q \leq 350) \text{ MeV}$ فرض شود و به عنوان داده های مسئله در نظر گرفته شود در این صورت معادله موج (27) تنها شامل یک پارامتر نامشخص a می شود. لذا با استفاده از قید $\frac{g_A}{g_V} = 1.26$ می توان این پارامتر را بدست آورد. برای این کار از رابطه معروف (گلوویچ [30]) استفاده می کنیم که برابر است با

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3}(1 - 2\delta) = \frac{5}{3}[1 - 2 \langle \psi_\gamma | I_z | \psi_\gamma \rangle] \quad (69)$$

در این رابطه ψ_γ تابع موج مختل شده بود و برابر است با

$$\psi_\gamma = \psi'_\gamma + \sum_{\gamma' \neq \gamma} \frac{\langle \psi_{\gamma'}^0 | H_{in} | \psi_\gamma^0 \rangle \psi_{\gamma'}^0}{E_\gamma^0 - E_{\gamma'}^0} \quad (70)$$

در رابطه فوق $H_{in} = H_s + H_I + H_{SI}$ و $\psi_\gamma^0 = \psi_\gamma^0 \chi_s \chi_I$ می باشند ابتدا فرض کنید که در حالت پایه مسأله را می خواهیم حل کنیم در این صورت $\gamma = 0$ می باشد ضرایب پتانسیل از روابط (59 و 69) برای پروتون با توجه به جرم پروتون $M_p = 938 \text{ MeV}$ و $m_q = 100 \text{ MeV}$ برابر می شود با $a = 0.511 \text{ fm}^{-3}$ و $b = 2.294 \text{ fm}^{-2}$ و $c = 0.885$ محاسبات برای مقادیر دیگر $\gamma = 1, 2, \dots$ در دامنه تغییرات جرم کوآرک محاسبه شده و در جدول (1) مشخص شده اند. محاسبات مشابهی همانند پروتون برای Λ و N و ... می توان تکرار نمود و نتایج مناسبی بدست آورد. با انتخاب به عنوان مثال بعدی و با توجه به اینکه در Λ کوآرک شگفتی S نیز وجود دارد. جرم Λ برابر می شود با $M_\Lambda = 2\varepsilon_u + \varepsilon_s$ برای محاسبه پارامترهای مربوط به پتانسیل بر هم کنش کوآرکهای Λ در جدول شماره (2) آمده است در اینجا تفاوت جرم کوآرک u و کوآرک s را با توجه به نسبت $\frac{m_s}{m_u} = 1.46$ که

از تقارن کایرال بدست می آید. استفاده می کنیم. [29]

این روش کار قبلاً در مدل string در ارتباط با مسئله مدل کوآرکها و در طیف مزونها بکار برده شده است در مدل مربوط مزونها بحث به صورت مستقل از اسپین بوده است ولی در اینجا می توان بحث اسپین را وارد مسئله نمود. زیرا در مدل کوآرکهای تشکیل دهنده پتانسیل غیر نگهدارنده که بخاطر بر هم کنش مزونها ایجاد می شود عامل وابستگی اسپین و ایزواسپین می شود.

پتانسیل فوق مرکزی شروع خوبی برای یافتن طیف باریون بوده و به حالت واقعی کوارک نیز منجر می شود. در نهایت مشاهده خواهد شد که مدل‌های مختلف تشکیل دهنده کوارک (CQM) نتایج مختلفی برای حالات برانگیخته نوسانات بدست خواهد داد و به کمک این مدل در نظر است جرم حالات باریون را در حالات (N^{2+}) ، (N^{3+}) ، (N^{2+}) و (N^{1+}) و (N^{5+}) و (N^{5-}) و (N^{2+}) و (N^{7-}) و همچنین جرم حالات باریون Δ^{2+} و Δ^{1-} و Δ^{3+} را بدست آورد.

نتیجه گیری

با توجه به جدول (۳) پتانسیل فوق مرکزی شروع خوبی برای یافتن طیف باریون بوده و به حالت واقعی آن نیز منجر می شود که بخاطر اهمیت اثر اسپین و ایزواسپین می باشد. در نهایت مشاهده می شود که این مدل با توجه به پتانسیلهای تشکیل دهنده ریز کوارک نتایج خیلی خوبی را برای حالات نوسانات بدست آورده و به کمک این مدل توانسته ایم جرم باریونها را بدست آوریم.

1. R.H.Dalitz (1967(reprinted in Selected Lectures of Hawaii Topical Conf., Vol. (eds.S.Pakvasaand S.F. Tuan, world Scientific, Singapore, 1982).
2. D.Fiman and A.W. Hendry, phys.Rev. 173.1720 (1968).
3. A.De-rujula,H.Georgi and S.L. Gloshow, phys. Rev. D12,147 (1975).
4. N.Isgur, G.karl , phys. Rev. Rev. D18, 4187 (1978), D19, 2653 (1979);C.P.Forsyth and R.E. Cutkosky, A. phys. C18, 219 (1983).
5. S.Capstick and N.isgur, phys. Rev. D34,2809 (1986).
6. N.Isgur, G.karl and R.Koniuk, phys. Rev. Rev. Lett. 41, 1269 (1978).
7. M.Brack and R.K. Bhaduri, phys. Rev. D35,3451 (1987).
8. J.J.Sakurai, "Advanced Quantum Mechanics" Addison-Wesley, Reading MA, (1967)p.36.
9. N.Isgur, G.karl , phys. Rev. D18,4187(1978); 19,2653 (1979); 1191 (1979); S. Godfrey, N.Isgur, phy. Rev. D32,189 (1985).
10. B.L.Berman, B.F.Gibson, Lect. Notes phys., vol.260(springer, Berlin 1986) P.509; J-L. Ballot, M.Fabrede la Ripdle, Few- Body. Suppl.2,443(D87).
11. J-M. Richard, phys. Rep.212,1(1192);H.Hogaasen, J-M. Richard , Phys. Lett. B124, 520 (1983).
12. M.M. Giannini, Nuovo cimento A76, 455 (1983) J. Leal Ferreira, P. Leal Ferreira, Lett. Nuovo cimento III 43 (1970).
13. E. santopinto, M.N. Giannini, F. Iachello , in symmentries inscience VII edited by B.Gruber (plenum press, NewYork 1995) P. 445; F. Iachello insymmetriesi in science VII, edited by B Gruber (plenum press, NewYork 1995) P. 213.
14. M. Aiello, M.M.Giannini, E.Santointo, J, phys. G: Nucl. Part phys. 24, 733(1998).
15. M. De Sanctis, E, Santopinto, M.M.Giannini, Eur. Phy. J. A1,187 (1998).
16. M.Ferraris M.M. Giannini, M. Pizzo,E,santopinto, L Tiator, Phy . Lett. B 364,231 (1995) .
17. M. Bohm, phys. C3 (1980) 321; I.M. Barbour and D.K. ponting, Z. phys. C4 (1980) 119; A.M. Badalyan, phys. Lett. B 199(1987)267; M. fabre de la Ripelle, Nucl. Phys. A, 497 (1989) 595.
18. M.M. Giannini, E.Santopinto and A.Vassllo. Nuclear Physics A699,308-311(2002)
19. A.A. Rajabi, Indian Journal of pure and applied physics vol41, pp. 89-94 February (2003)
20. L. ya. Glozman, D. O. Riska, phys, Rep. C268, 263 (1996).
21. J.L. Richardson, phys. Lett. 82B, 272 (1979).
22. W. Buchmuller, and S-H. H. Tye, phys. Rev. D24, 132(1981).
23. V.A. Nowikoy, L. B. Okun, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, M. B.Voloshin, and V. I. Zakharov,Phys.Rep.C41, 1 (1978) S.Yazaki, Nucl. phys. B186, 109 (1981).
24. L.J. Reinders, H.R. Rubinstein and S.Yazaki, Nucl. Phys. B186, 109 (1981).
25. K. Gottfried, "Hadronic Spectroscopy", in: Proc. Int. Euro: phys. Conf. on High Energy physics, Brighton, (1983).
26. L.J. Reinders, J. H. R. Rubinstein and S.Yazaki, Phys. Rep. C127, 1 (1985).
27. P. Ferreira, Leal., P. and N. Zaguryj, Lett. Nuovo Cm. 20, 157-511(1977).
28. G.B. Smith, and Tassie. J: J.Phys. Ny65, 352 (1971).
29. J.S. Bell, Ruegg, H: Nucl. Phys. 98B, 151 (1975); J. S., and Ruegg, H: Nucl. Phys. 104B, 546 (1976).
30. M.Campostrini, Moriarty, K. Rebbi, C, ReV. D 36, 3450 (1987); L.Heller, in quarks and nuclear forces, edited by D.C. Vries, B. Zeitnitz, springer Tracts Mod. Phys., Vol. 100 (springer, berlin, 1982) p. 145.
31. S. Gunnar, Bali et al., phys. Rev. D 62, 054503 (2000) ; Gunnar S. Bali, phys. Rep. 343, 1 (2001).
32. M. Znojil, J.Math Phys .31, (1990).
33. M. Znojil, J.Math Phys .30,23 (1989);M. Znojil, J.Math Phys .A15, 2111(1982).
34. R.S. Kaushal, Ann Phys Ny 206, 90 (1991).
35. S. Oezelik, and Simek M.: phye Lett. A 152, 145 (1991).
36. R.S. Kaushal, Phys. Lett. A1 42, 57 (1989).
37. A.A. Rajabi, and M. Golshani, J.sci.I.R.Iran vol 9 N0 1 (1998).
38. E.Golowich, phys. Rev. D 12, 2018 (1975).
39. M.M. Giannini, Santopinto. E, and A.Vassallo. Eur. Phys. J.A12, 447-452 (2001).
40. L.Ya. Golzman, D.O. Riska, phys. Rep. C. 268, 263 (1996).
41. L.Ya. Golzman, Z. Papp, W. Plessas, K. Varga, R.F. Wagenbrunn, Phys. Rev. C 57, 3406 (1998); L.Ya. Golzman, W. Plessas. K. Varga, R.F. Wagenbrunn, phys. Rev. D 58, 094030(1998).

جدول (۱) حالات نوسانی

$\psi_{20}^S = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{00}(\rho)\psi_{10}(\lambda) + \psi_{10}(\rho)\psi_{00}(\lambda)]$
$\psi_{20}^\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{00}(\rho)\psi_{10}(\lambda) - \psi_{10}(\rho)\psi_{00}(\lambda)]$
$\psi_{20}^\rho = -[\psi_{10}(\rho)\psi_{01}(\lambda)]^{L=0}$
$\psi_{21}^A = [\psi_{01}(\rho)\psi_{01}(\lambda)]^{L=1}$
$\psi_{22}^S = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{02}(\rho)\psi_{00}(\lambda) + \psi_{00}(\rho)\psi_{02}(\lambda)]$
$\psi_{22}^\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{02}(\rho)\psi_{00}(\lambda) - \psi_{00}(\rho)\psi_{02}(\lambda)]$
$\psi_{22}^\rho = [\psi_{01}(\rho)\psi_{01}(\lambda)]^{L=2}$

جدول (۲) حالات متقارن شده

$ \{56\} N, {}^2L_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi^\rho + \varphi^\rho + \chi^\lambda + \varphi^\lambda) \psi_{NL}^S$
$ \{70\} N, {}^2L_M\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi^\rho \varphi^\lambda + \chi^\lambda \varphi^\rho) \psi_{NL}^\rho + (\chi^\rho \varphi^\rho + \chi^\lambda \varphi^\lambda) \psi_{NL}^\lambda$
$ \{70\} N, {}^4L_M\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi^\rho \psi_{NL}^\rho + \varphi^\lambda \psi_{NL}^\lambda) \chi^S$
$ \{20\} N, {}^2L_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi^\rho \varphi^\lambda - \chi^\lambda \varphi^\rho) \psi_{NL}^A$
$ \{56\} \Delta, {}^4L_S\rangle = \chi^S \varphi^S \psi_{NL}^S$
$ \{70\} \Delta, {}^2L_M\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi^\rho \psi_{NL}^\rho + \chi^\lambda \psi_{NL}^\lambda) \varphi^S$

جدول (۳) جرم باریونهای بدست آمده با پتانسیل بر هم کنش فوق مرکزی (۱) و پتانسیل وابسته به اسپین و ایزواسپین (بر حسب Mev)

State	M _{theor}	M _{exp}	State	M _{theor}	M _{exp}
$N^{\frac{1}{2}}$	938	$N(938)P_{11}$	$N^{\frac{1}{2}}$	1570	$N(1650)S_{11}$
$N^{\frac{1}{2}}$	1480	$N(1440)P_{11}$	$N^{\frac{1}{2}}$	1861	-
$N^{\frac{1}{2}}$	1764	$N(1710)P_{11}$	$N^{\frac{1}{2}}$	2038	$[N(2090)S_{11}]$
$N^{\frac{1}{2}}$	1834	-	$\Delta^{\frac{1}{2}}$	1920	$\Delta(1910)P_{31}$
$N^{\frac{1}{2}}$	1899	-	$\Delta^{\frac{1}{2}}$	1904	-
$N^{\frac{1}{2}}$	1848	$[N(2100)P_{11}]$	$\Delta^{\frac{1}{2}}$	1595	$\Delta(1620)S_{31}$
$N^{\frac{1}{2}}$	1538	$N(1535)S_{11}$	$\Delta^{\frac{1}{2}}$	1890	$\Delta(1900)S_{31}$