



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

بدام اندازی الکترون

استاد راهنما:

دکتر غلامحسین سدید عابدی

دانشجو:

مریم اصغری

تیر ۱۳۸۴

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم بہ:

مادر مہربانہ

و

پدر بزرگوارہ

تشکر و سپاسگزاری

اکنون که با یاری خداوند متعال در این مرحله از زندگی و تحصیل موفق به انجام این پایان نامه شده ام، بر خود واجب می دانم زحمات تمامی اعضای خانواده ام، مخصوصاً پدر و مادر مهربانم، که در تمام مراحل زندگی راه گشای مشکلاتم بوده اند را ارج نهاده و مراتب تشکر قلبی و باطنی خویش را از آنها ابراز دارم. همچنین لازم می دانم از زحمات و راهنمایی های استاد گرامی، آقای **دکتر غلامحسین سدیدر عابدی** صمیمانه تشکر کنم. بی تردید انجام این پایان نامه بدون همکاری ایشان ممکن نبود.

همچنین از دوستان بسیار ارجمندم آقایان امیرمسعود صادقی، محمود صابونی، عبدالله محمدی تبار، مرتضی اسمعیلی و خانم فروغ طبسی که مرا در امر این پایان نامه صمیمانه یاری نمودند و پیشنهادهای آنها همواره برای من راهنما و راهگشا بوده است صمیمانه سپاسگزارم.

مریم اصغری

تیرماه ۱۳۸۴

چکیده:

تولید زوج الکترون بدام افتاده بدلیل کاربردهای فراوان آن در انتقال کوانتومی اطلاعات، محاسبه کوانتومی رمز گذاری کوانتومی، در چند سال گذشته توجه بسیاری از فیزیکدانان را به خود جلب کرده است. امروزه این روشها شامل بدام اندازی با پرتو شکاف، تولید بدام اندازی با ابررسانا و همچنین تولید بدام اندازی الکترون با استفاده از یک و یا دو و بعضا سه نقطه کوانتومی می باشد. روش پیشنهادی در این پایان نامه استفاده از دو نقطه کوانتومی جفت شده با دو دهانه ورودی و دو دهانه خروجی می باشد. همچنین آشکارسازی حالت های بدام افتاده از چالش های پیش روی فیزیکدانان می باشد. روش های پیشنهادی آشکارسازی شامل آشکارسازی شدتی و آنالیزور حالت خطی بل می باشد، که از آمار کوانتومی ذرات و دسته گی و نادسته گی آنها برای آشکارسازی حالت های بدام افتاده بهره می گیرد.

انتقال یک حالت کوانتومی مجهول، رمز گذاری متراکم کوانتومی، رمز گذاری کوانتومی بر مبنای بدام اندازی و همچنین محاسبه کوانتومی از جمله کاربردهای زوج الکترون بدام افتاده EPR می باشند که در این پایان نامه بررسی شده اند.

	تشکر و قدردانی
	چکیده
	فهرست مطالب
۱ مقدمه
۳ فصل اول - آشنایی با مفاهیم
۴ مقدمه
۴ ۱-۱- الکترون چیست؟
۶ ۱-۲- اسپین الکترون
۸ ۱-۳- سیستم دو الکترونی
۹ ۱-۴- بدام اندازی
۱۰ ۱-۵- حالت‌های بدام افتاده اسپین
۱۲ ۱-۶- کامپیوترهای کوانتومی
۱۴ ۱-۷- تصویرهای برهمکنش، شرودینگر و هایزنبرگ
۱۴ ۱-۷-۱- تصویر شرودینگر
۱۵ ۱-۷-۲- تصویر هایزنبرگ
۱۶ ۱-۷-۳- تصویر برهمکنشی
۱۹ ۱-۷-۴- حدهای بی در رو و تند
۲۵ فصل دوم - همبستگی اسپین دو ذره و نامساوی بل
۲۶ مقدمه
۲۶ ۲-۱- اندازه گیری همزمان دو کمیت
۲۹ ۲-۲- دو نوع بردار حالت
۳۴ ۲-۳- حالت‌های اسپین برای دو ذره
۳۸ ۲-۴- تفسیر فیزیکی
۴۰ ۲-۵- نامساوی بل
۴۶ فصل سوم - تولید به دام اندازی الکترون
۴۷ مقدمه
۴۸ ۳-۱- تولید بدام اندازی کلی
۵۱ ۳-۲- تولید بدام اندازی الکترون از طریق ابرسانایی
۵۵ ۳-۳- بدام اندازی الکترون از طریق یک نقطه کوانتومی

۵۶زمینه ۱-۳-۳
۶۰نقطه کوانتومی تک تراز ۲-۳-۳
۶۱تحلیلهای مد چندگانه اسپین های مختلف ۳-۳-۳
۶۵مجموع سهم های مستقیم و مبادله شده برای هر مسیر در نقطه $\langle n \rangle = 0$ ۴-۳-۳
۶۸آنالیز مد چندگانه، اسپین مشترک ۵-۳-۳
۶۸تفسیر فیزیکی ۶-۳-۳
۷۰فصل چهارم - آشکارسازی حالت های بدام افتاده
۷۱مقدمه
۷۱۱-۴ آمار کوانتومی
۷۴۲-۴ کلاسیک در برابر اپتیک کوانتوم
۷۷۳-۴ ابزار اپتیک کوانتومی
۷۷۱-۳-۴ آزمایش هانبوری براون و توایس
۷۹۲-۳-۴ آنالیز برخورد الکترون
۸۱۳-۳-۴ تعمیم به حالت های دلخواه از آمار دلخواه
۸۱۴-۴ حالت های بدام افتاده اسپین
۸۳۵-۴ تحلیل حالت خطی بل
۸۴۱-۵-۴ آنالیز برخورد الکترون
۸۸۲-۵-۴ آشکارسازی شدت
۹۰۶-۴ دسته گی و نا دسته گی الکترون
۹۲فصل پنجم - کاربردهای زوج بدام افتاده EPR
۹۳مقدمه
۹۳۱-۵ انتقال یک حالت کوانتومی مجهول
۹۶۲-۵ رمز گذاری متراکم کوانتومی
۹۸۳-۵ رمز گذاری کوانتومی در مبنای بدام اندازی
۱۰۱۴-۵ محاسبه کوانتومی
۱۰۴فصل ششم - بدام اندازی با دو نقطه کوانتومی
۱۰۵مقدمه
۱۰۵۱-۶ طرح مختصر استفاده از دو نقطه کوانتومی با یک دهانه ورودی
۱۰۷۲-۶ ایجاد بدام اندازی الکترون در دستگاه شامل دو نقطه کوانتومی با چهار دهانه

مقدمه

در ده سال گذشته شاهد یک پیشرفت سریع در کوچک کردن اجزای رایانه ها و بطور کلی سیستم های فیزیکی که اطلاعات را تبدیل و پردازش می کنند بوده ایم. اگر چنین پیشرفتی به همان شکل ادامه یابد، در یک مدت کوتاه حاملهای اطلاعات به اندازه یک تک مولکول یا اتم می رسند و بنابراین طبیعت کوانتومی اهمیت می یابد. این مسئله نباید مانند یک حد مورد توجه قرار گیرد، بلکه برعکس مانند فرصت یکتایی که اجازه انجام راههای جدید محاسبه و ارتباط را می دهد ملاحظه شود. زمینه جدید اطلاعات کوانتومی که در آن اساس فیزیک کوانتومی با اساس علم رایانه و اطلاعات آمیخته شده، در چند سال گذشته تعمیم یافته است. در تئوری اطلاعات کوانتومی انتقال و پردازش اطلاعات را هنگامی مورد مطالعه قرار می دهند که خود اطلاعات بوسیله سیستمهای کوانتومی حمل شوند و مطابق قوانین مکانیک کوانتومی پردازش شوند. آخرین پیشرفتها در این زمینه شامل راههای جدید عبور اطلاعات، ارتباط امن و انجام انواعی از محاسبه است که سریعتر از دستگاه کلاسیک می باشد. یک بخش کلیدی و منبع اساسی در پیشرفت تمام اینها بدام اندازی کوانتومی است.

هدف این پایان نامه بررسی و مطالعه حالت‌های بدام افتاده و در واقع زوج الکترون EPR می باشد، که شامل تولید حالت‌های بدام افتاده، آشکارسازی آنها و کاربرد این حالتها در انتقال کوانتومی اطلاعات و محاسبه کوانتومی است. در فصل اول با بعضی مفاهیم لازم آشنا می شویم. در فصل دوم تئوری کوانتومی حالت‌های بدام افتاده اسپین بررسی می شود و نشان می دهیم که نامساوی بل در مورد حالت‌های بدام افتاده نقض می شود.

در فصل سوم سه روش مختلف تولید بدام اندازه‌ی شامل بدام اندازه‌ی با پرتو شکاف، ابررسانا و نقطه کوانتومی منفرد مطرح می‌شود

در فصل چهارم آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده بررسی می‌شود و نشان می‌دهیم که تداخل سنجی شدت از نوع هانیوری براون و توایس^۱ و آنالیزور برخورد الکترون می‌توانند برای آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده مفید باشند.

در فصل پنجم نشان می‌دهیم که چگونه این حالت‌های بدام افتاده می‌توانند در انتقال و پردازش اطلاعات بکار روند، و در نهایت در فصل ششم یک روش تولید بدام اندازه‌ی با استفاده از دو نقطه کوانتومی پیشنهاد می‌شود که در آن دو دهانه ورودی و دو دهانه خروجی در نظر گرفته شده است.

1- Hanbury – Brown and Twiss

فصل اول

آشنایی با مفاهیم

- ۱-۱- الکترون چیست؟
- ۲-۱- اسپین الکترون
- ۳-۱- سیستم دو الکترونی
- ۴-۱- بدام اندازی
- ۵-۱- حالت‌های بدام افتاده اسپین
- ۶-۱- کامپیوترهای کوانتومی
- ۷-۱- تصویرهای برهمکنش شرودینگر و هایزنبرگ

مقدمه

در این فصل ما تعدادی از مفاهیمی را که در طول این پایان نامه مورد نیاز خواهد بود، به طور مختصر بررسی می کنیم. منظور از الکترون در این پایان نامه، مفهوم حالت‌های بدم افتاده و نقاط کوانتومی از جمله مطالبی است که بطور خلاصه بررسی شده اند.

۱-۱- الکترون چیست؟

منظور از الکترون در این پایان نامه الکترون بلاخ می باشد که در آن الکترون از یک پتانسیل بلور عبور می کند [۱]. برای چنین سیستمی تقریب الکترون مستقل در نظر گرفته می شود. یک پتانسیل موثر $U(r)$ برای الکترونها تعریف می شود که تمام برهمکنشهای تک الکترون در یک بلور ساکن را شامل می شود. چون بلور از شبکه تناوبی از اتمها با بردار شبکه R تشکیل شده است، این پتانسیل موثر نیز تناوبی خواهد بود. یعنی: $U(r+R) = U(r)$. الکترونها در ساختارهای $2DEG$ ^۱ بخوبی مانند الکترونهای مستقل در یک پتانسیل تناوبی بلور تقریب می خورند و الکترونهای بلاخ نامیده می شوند. نقطه شروع تئوری بلاخ معادله موج شرودینگر تک ذره به صورت:

$$H\Psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + U(r) \right) \Psi = E\Psi \quad (1-1)$$

است که در آن جرم الکترون آزاد می باشد.

حالت‌های تئوری بلاخ که تابع حالت $\Psi_{nk}(r)$ از معادله (۱-۱) است به شکل یک موج تخت ضربدر

یک تابع تناوبی $u_{nk}(r)$ می باشد:

$$\Psi_{nk}(r) = e^{ik \cdot r} u_{nk}(r) \quad (۲-۱)$$

که در آن n یک عدد کوانتومی برای ضریب باند و $u_{nk}(r) = u_{nk}(r + R)$ است. یک نتیجه مهم از تئوری بلاخ این است که تابع حالتها در معادله (۲-۱) در رابطه تناوبی زیر صدق می کنند:

$$\Psi_{nk}(r + R) = e^{ik \cdot \bar{R}} \Psi_{nk}(r) \quad (۳-۱)$$

در نتیجه می توان روابط پراکندگی را در انرژی باندهای بلور به صورت زیر تعبیر نمود که نسبت به بردار شبکه وارون K متناوب هستند:

$$E_n(k) = E_n(k + K) \quad (۴-۱)$$

در واقع تئوری بلاخ یک بسط از تئوری تعادل الکترون آزاد زومرفلد است، که در آن الکترون در پتانسیل تناوبی قرار دارد. در مدل زومرفلد، یک الکترون آزاد با اندازه حرکت q دارای انرژی و سرعت زیر است:

$$E(q) = \frac{\hbar^2 q^2}{2m_e} \quad (۵-۱)$$

$$V(q) = \frac{1}{\hbar} \nabla_q E = \frac{\hbar q}{m_e} \quad (۶-۱)$$

اندازه حرکت q ممکن است در فضای تکانه هر مقداری را اختیار کند بشرطی که با شرایط مرزی تناوبی مورد نیاز برای توصیف سیستم، سازگار باشد.

در تئوری بلاخ، الکترون مستقل دارای اعداد کوانتومی n و k است که بترتیب مشخص کننده باندهای انرژی و اندازه حرکت بلور می باشند. در اصل یک عدد لایتناهی n از ترازهای گسسته انرژی وجود دارد. اندازه حرکت بلور k ، اندازه حرکت پوش موج الکترون را روی تعداد زیادی سلول واحد، توصیف می کند، که در واقع بردار موج یک سلول اولیه را در فضای شبکه وارون اندازه می گیرد و با شرایط مرزی تناوبی توصیف کننده شبکه، سازگار است. انرژی الکترون معمولی بلاخ از معادله (۴-۱)

بدست می آید. لذا سرعت میانگین متناظر الکترون بلاخ در باند n با اندازه حرکت بلور k به شکل زیر حاصل می شود:

$$V_n(k) = \frac{1}{\hbar} \nabla_k E_n(k) \quad (7-1)$$

بنابراین در تقریب جرم موثر برای یک سیستم گاز الکترون دو بعدی GaAs، سرعت میانگین متناظر با انرژی از رابطه زیر نتیجه می شود:

$$V_c(k) = \frac{1}{\hbar} \nabla_k E_c(k) = \frac{\hbar k}{m} \quad (8-1)$$

از مقایسه دو معادله (6-1) و (7-1) تشابه الکترون آزاد و الکترون بلاخ با تقریب جرم موثر مشخص می شود. هر دو دارای یک رابطه پراکندگی انرژی سهموی یکسان و بنابراین دارای شکل تابع یکسانی برای سرعت میانگین ذره آزاد هستند. تفاوت یک الکترون بلاخ این است که (1) بجای جرم آزاد از جرم موثر استفاده می شود. (2) از اندازه حرکت بلور بجای اندازه حرکت ذره آزاد استفاده می شود. در جواب به سوال مطرح شده درباره الکترون در این پایان نامه، ما بسته موج بلاخ را با تقریب جرم موثر در نظر خواهیم گرفت. اندازه حرکت الکترون، اندازه حرکت بلور است و بالاخره درجه آزادی اسپین همان است که برای الکترون آزاد در نظر گرفته می شود.

۲-۱- اسپین الکترون

کشف و توضیح اسپین یک بخش مهم از انقلابی است که بوسیله مکانیک کوانتومی روی داده است و فهرست افرادی که در توضیح آن شرکت داشته اند، در صدر فهرست اسامی فیزیکدانان قرن بیستم قرار دارد.

مساله اینجاست که هنگامی که اتمها در یک میدان مغناطیسی قوی قرار گرفتند، مشاهده شد که یک رنگ نور به دو رنگ تبدیل می شود. یعنی خطوط طیفی شکافت پیدا نمودند. بدیهی است این رنگهای جدید به این معنا بود که برای الکترون حالت‌های قابل دسترس بیشتری از آنچه که قبلا تصور

می شد، وجود دارد، اما این حالت‌های جدید از کجا ناشی می شدند؟ بهر حال دانشمندان به این نتیجه رسیدند که الکترون به دور محوری متصل به خود دوران می کند و آنرا اسپین نامیدند.

نظریه صحیح ابتدا بوسیله دانشجوی بیست ساله ای بنام کرونیک بیان شد. او دریافت که حالت‌های اضافی را می توان بوسیله چرخش الکترون توضیح داد. پس اگر الکترون دارای چیزی باشد که ما اینک آنرا اسپین یک دوم (ضربدر واحد بنیادی تکانه زاویه ای کوانتومی) می نامیم، آنگاه باید دارای دو نوع مختلف چرخش باشد و در اینصورت شکافت مشاهده شده را می توان توضیح داد. این امر به طور تجربی با آزمایش اشترن گزلاخ تایید شد.

این حقیقت که الکترون یک اسپین $\frac{1}{2}$ دارد، در مفهوم خودش مهم است. بنا به اصل طرد پائولی هیچ دو الکترونی در یک اتم نمی توانند در یک حالت کوانتومی باشند، این بدان معناست که اگر سعی کنیم یک الکترون را به اتم اضافه کنیم، لازم است که حالتی با انرژی بزرگتر از آنچه که الکترونهای قبلی اشغال کرده اند، را اشغال کند. وقتی اتمهای با تعداد الکترونهای اضافی را بررسی می کنیم که مدل تناوب در جدول تناوبی هستند، ملاحظه می کنیم که این حالت‌های جدید با این نظم قبلا پر شده اند. اگر الکترون دارای اسپین $\frac{1}{2}$ نبود، تمام الکترونها در یک اتم باید در حالت کمترین انرژی قرار می گرفتند. در اینصورت طبق جدول تناوبی شیمی، دنیای مادی ما آنطور که آنرا می شناسیم غیر ممکن می شد.

یک الکترون یا یک سیستم اسپین $\frac{1}{2}$ ، یک سیستم کوانتومی دو حالتی می باشد. برای توصیف ریاضی آن دو حالت پایه در فضای هیلبرت تعریف شده است. کتهای پایه مورد استفاده $|s_z, \pm\rangle$ هستند که به اختصار آنها را با $|\pm\rangle$ نشان می دهیم [۲]:

$$|+\rangle = |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \chi_+ \quad , \quad |-\rangle = |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \chi_- \quad (9-1)$$

عناصر ماتریسی $\langle \pm | S_k | \pm \rangle$ و $\langle \pm | S_k | - \rangle$ را بدون $\frac{\hbar}{2}$ با ماتریسهای 2×2 (σ_k) ، نشان می دهند، که ماتریسهای پائولی نامیده می شوند [۲]:

$$\langle \pm | S_k | + \rangle \equiv \left(\frac{\hbar}{2} \right) (\sigma_k)_{\pm,+} \quad \langle \pm | S_k | + \rangle \equiv \left(\frac{\hbar}{2} \right) (\sigma_k)_{\pm,-} \quad (10-1)$$

که در آن :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (11-1)$$

۳-۱- سیستم دو الکترونی

در این بخش می خواهیم بطور خلاصه سیستم دو ذره اسپین $\frac{1}{2}$ ، مثلا دو الکترون را بدون در نظر گرفتن درجه آزادی مداری آنها مطالعه کنیم [۲]. همانطور که می دانیم، ویژه کتهای S^2 و S_z با ویژه مقادیر $\pm \frac{\hbar}{2}$ و $\frac{3\hbar^2}{4}$ برای یک الکترون هستند. معمولا عملگر اسپین کل دو الکترون را بصورت زیر نشان می دهند:

$$S = S_1 + S_2 \quad (12-1)$$

برای اسپین کل داریم:

$$[S_x, S_y] = i\hbar S_z \quad (13-1)$$

و همینطور برای مولفه های دیگر.

ویژه مقادیر عملگرهای مختلف اسپینی بصورت زیر نشان داده می شود:

$$\begin{aligned} S^2 &= (S_1 + S_2)^2 : S(S+1)\hbar^2 \\ S_z &= S_{1z} + S_{2z} : m\hbar \\ S_{1z} & : m_1\hbar \\ S_{2z} & : m_2\hbar \end{aligned} \quad (14-1)$$

کت متناظر با یک حالت اسپین دلخواه را می توان برحسب ویژه کتهای S^2 و S_z یا ویژه کتهای

S_{1z} و S_{2z} بسط داد. این دو امکان بصورت زیر هستند:

۱. نمایش $\{m_2, m_1\}$ براساس ویژه کتهای S_{1z} و S_{2z} :

$$|++\rangle, \quad |+-\rangle, \quad |-+\rangle, \quad |--\rangle$$

که $|+-\rangle$ معرف حالت $m_1 = \frac{1}{2}$ و $m_2 = -\frac{1}{2}$ است و غیره.

۲. نمایش $\{s, m\}$ (ویا نمایش سه گانه-یگانه) براساس ویژه کتهای S^2 و S_z :

$$|s=1, m=\pm 1, 0\rangle, \quad |s=0, m=0\rangle$$

که $s=1$ ($s=0$) اسپین سه گانه (اسپین یگانه) نامیده می شود.

توجه می کنیم که در هر مجموعه، چهار کت پایه وجود دارد. رابطه بین این دو مجموعه کتهای

پایه عبارتست از:

$$|s=1, m=1\rangle = |++\rangle$$

$$|s=1, m=0\rangle = \left(\frac{1}{2}\right)(|+-\rangle + |-+\rangle)$$

(۱۵-۱)

$$|s=1, m=-1\rangle = |--\rangle$$

$$|s=0, m=0\rangle = \left(\frac{1}{2}\right)(|+-\rangle - |-+\rangle)$$

۱-۴- بدام اندازی^۱

کلمه بدام اندازی اولین بار توسط شرودینگر بکار رفت [۳]. اینشتین-پادولسکی-روزن^۲ پس از آن مقاله ای در همین رابطه منتشر کردند، که به مقاله EPR مشهور شد. آنها دریافتند که نظریه کوانتومی همبستگیهای خاص را مجاز می داند که می تواند بین دو بخش از یک سیستم کوانتومی بوجود آید، که از نظر فیزیکی از یکدیگر دور هستند. این دو بخش می تواند دو الکترون، دو فوتون یا هر سیستم کوانتومی دو حالتی باشد که در یک تک حالت آماده شده و سپس از یکدیگر دور شده اند. این زوج سیستم کوانتومی را غالباً زوج EPR می نامند. همبستگیهایی که بین این زوج وجود دارد موجب می شود که نتیجه یک اندازه گیری را در یک قسمت سیستم با بررسی قسمت دورتر پیشگویی نمود. براساس مقاله EPR کمیت پیشگویی شده از راه دور باید حتی قبل از اندازه گیری دارای مقدار معینی باشد و در نتیجه نظریه کوانتومی، اجباراً ناکامل است.

1 - Entanglement

2- Einstein-Podolsky-Rosen

شرویدینگر در همان مقاله ۱۹۳۵، گربه معروف خود را به عنوان یک توصیف حدی از به دام اندازی معرفی کرد: یک گربه از نظر فیزیکی در یک قفس با یک اتم در حال فروپاشی و با شیشه کوچکی از سیانور، یک حالت کوانتومی را نشان می دهد که دارای درجات آزادی ماکروسکوپی می باشد. اگر اتم قرار بود فروپاشی و ماشه شیشه سیانور باز شود، گربه می مرد. توصیف مکانیک کوانتومی سیستم انطباقی همدوس از یک حالت است که در آن اتم هنوز در حال تحریک و گربه زنده است و حالت دیگر که در آن اتم فروپاشی می کند و گربه مرده است [۳]:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (| \text{گربه مرده ، اتم در حالت پایه} \rangle + | \text{گربه زنده ، اتم تحریک شده} \rangle)$$

سیستم مجزای گربه- ماشه- اتم- سیانور رویهمرفته یک حالت به دام افتاده معین است. اگر چه خود گربه به صورت یک مخلوط محتمل زنده یا مرده وجود داشته باشد.

جان بل^۱ در سال ۱۹۶۴ مقالاتی منتشر کرد و نامساویهای همبستگی بدست آورد که می توان آنها را در مکانیک کوانتومی نقض کرد، اما در داخل هر مدل جایگزیده و کامل باید برقرار شود [۳]. وی چنین مدلی را مدل جایگزیده با متغیرهای مخفی نامید. نامساوی بل^۲ نشان داد که مدل‌های جایگزیده با متغیرهای مخفی بی اعتبار هستند. بویژه مشاهده نقض نامساویهای بل وجود بدام اندازی در سیستم کوانتومی را نشان داد. برای بدست آوردن نامساوی بل لازم است بطور مقدماتی حالت‌های بدام افتاده اسپین را بررسی کنیم.

۱-۵- حالت‌های بدام افتاده اسپین

بعضی از فرایندهای فیزیکی دو الکترون را در دو جهت مختلف ارسال می کنند. اندازه گیری روی هر تک الکترون، یک احتمال معین از نمایش بالا یا پایین دارد، اما اندازه گیری روی هر دو الکترون همیشه اسپین‌های متضاد نتیجه می دهد. در واقع جهان به دو الکترون اجازه می دهد که بطور

۱- John Bell

۲- Bell Inequality

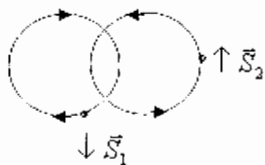
همزمان نتیجه اندازه گیری اول را بدانند (ارتباط برقرار کنند). چنین زوج الکترونی، بدام افتاده نامیده می شوند.

اگر یک بردار حالت $|\varphi\rangle$ از یک سیستم متشکل از دو الکترون بتواند مانند ضرب تانسوری $|\varphi\rangle = |\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_2\rangle$ از حالت‌های دو ذره نشان داده شود، دو الکترون بدام افتاده نیستند. برای یک جفت الکترون فقط چهار حالت وجود دارد که نمی توان آنها را مانند یک ضرب تانسوری از حالت‌های دو ذره نشان داد. این چهار حالت، ماکزیمم بدام اندازی برای یک جفت الکترون هستند که حالت‌های بل نامیده می شوند:

$$|--\rangle \pm |++\rangle \quad (16-1)$$

$$|-+\rangle \pm |+-\rangle \quad (17-1)$$

این حالتها به این دلیل حالت‌های بل نامیده می شوند که بوسیله آنها نامساوی بل نقض می شود. سوالی که در اینجا مطرح می شود این است که چگونه می توان بطور فیزیکی یک حالت جفت شده (به دام افتاده) از دو اسپین را ایجاد نمود؟ در واقع برای ایجاد یک حالت جفت شده باید بین آنها یک برهمکنش وجود داشته باشد [۴]. اما چگونه این برهمکنش را ایجاد کنیم. با دو کیوبیت فیزیکی یعنی الکترونها شروع می کنیم. شکل زیر را در نظر بگیرید:



شکل (۱-۱) : طرح اولیه برای بدام اندازی اسپین دو الکترون [۴]

حالت زمینه این دستگاه در یک حالت جفت شده قرار دارد. برای نشان دادن آن به بحث زیر توجه کنید. همانطور که می دانیم، الکترونها را می توانیم بدلیل گشتاور دوقطبی شان مانند حلقه های

جریان کوچک در نظر بگیریم که میدانهای مغناطیسی دو قطبی تولید می کنند. اما اگر یک الکترون میدان مغناطیسی ایجاد کند، الکترون دیگر می تواند این میدان الکتریکی را حس کند. اگر دو الکترون را به اندازه کافی نزدیک یکدیگر قرار دهیم، می توان مجسم کرد که میدان ایجاد شده از الکترون ۱ (یا ۲) بوسیله الکترون ۲ (یا ۱) احساس خواهد شد. می توانیم هامیلتونی را به شکل زیر بنویسیم:

$$\hat{H} = C S_2 \cdot S_1 \quad (18-1)$$

که C تابعی قوی از مکان نسبی می باشد.

اگر عملگر جدید $S_{tot} = S_1 + S_2$ را در نظر بگیریم، می توان نشان داد که تابع موج مورد نظر با توجه به حالت های اسپین دو الکترون به صورت زیر است:

$$|\Psi\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-\rangle_1 |+\rangle_2 - |+\rangle_1 |-\rangle_2) \quad (19-1)$$

که یک حالت بل می باشد که ویژه حالت \hat{S}_T^2 با ویژه مقدار صفر است.

از آنچه گذشت می توان نتیجه گرفت که بطور تجربی می توان حالت بل را با قرار دادن دو اسپین در مجاورت یکدیگر خلق نمود، بشرط آنکه اختلالی ایجاد کنیم که سیستم را به حالت پایه ببرد.

۱-۶- کامپیوترهای کوانتومی

یک بیت یک واحد بنیادی اطلاعات است که به طور کلاسیک مانند صفر و یک در کامپیوترهای دیجیتال نشان داده شده است. از نقطه نظر فیزیکی، بیت یک سیستم فیزیکی است که می تواند در دو حالت مختلف که دارای دو ارزش منطقی است وجود داشته باشد - نه یا بله، غلط یا درست یا به طور ساده صفر و یک.

برای مثال در کامپیوترهای دیجیتال ولتاژ بین صفحات یک خازن، یک بیت از اطلاعات را نشان می دهد. خازن شارژ شده بیت با مقدار یک و خازن شارژ نشده بیت با مقدار صفر را نشان می دهد.

یک بیت از اطلاعات را می‌توان با استفاده از یک سیستم کوانتومی دو حالتی مانند دو حالت قطبش نور یا دو حالت اسپین الکترون نیز نشان داد. این بیت کوانتومی، کوانتوم بیت یا کیوبیت نامیده می‌شود. بهر حال اگر ما یک الکترون را مانند یک بیت فیزیکی در نظر بگیریم؛ می‌توانیم اسپین بالا یا $+\frac{1}{2}$ را برای حالت ۱ و اسپین پایین یا $-\frac{1}{2}$ را برای حالت ۰ در نظر بگیریم. یعنی:

$$|1\rangle \equiv |\uparrow\rangle \equiv |+\rangle, \quad |0\rangle \equiv |\downarrow\rangle \equiv |-\rangle$$

خواص این بیت از تبعیت آن از قوانین مکانیک کوانتومی ناشی می‌شود، که به طور اصولی با قوانین فیزیک کلاسیک متفاوت است. مکانیک کوانتومی به ما می‌گوید که جدا از دو حالت مجزای الکترونی (۰ و ۱)، هر اتم می‌تواند در یک برهم‌کنش مرتبط با دو حالت نیز وجود داشته باشد. یعنی یک حالت آمیخته یا برهم‌نهدی از حالت‌های مرسوم. یعنی الکترون می‌تواند در حالت صفر یا یک باشد یا بطور همزمان در حالت مرکبی از صفر و یک باشد، اما با یک ضریب عددی که احتمال هر حالت را نشان می‌دهد.

در حالت عمومی، L کیوبیت می‌تواند 2^L حالت را در یک زمان داشته باشد. همین که مجموعه در یک برهم‌نهدی از حالت‌های مختلف ساخته شده باشد، ما می‌توانیم عملیات را روی تمام آنها انجام دهیم. بعنوان مثال اگر کیوبیتها، اتمها هستند، بطور مناسب تنظیم تپ های لیزر، بر حالت‌های اتمی الکترونها تاثیر می‌کند، که نتیجه آن برهم‌نهدی اصلی از اعداد رمزگذاری شده می‌باشد. در مدت چنین تحولی، هر حالت در برهم‌نهدی تاثیر می‌پذیرد و در نتیجه ما یک محاسبه موازی بزرگ در یک سخت افزار کوانتومی تولید کرده‌ایم. به این معنی که یک کامپیوتر کوانتومی می‌تواند تنها در یک مرحله محاسبه همان عمل ریاضی را که در 2^L حالت ورودی مختلف انجام می‌شود، در برهم‌نهدیهای همدوس L کیوبیت انجام دهد. یک کامپیوتر کلاسیک به منظور انجام همان وظیفه باید همان محاسبه را 2^L بار انجام دهد. یا اینکه باید از 2^L پردازشگر مختلف که بطور موازی کار می‌کنند استفاده کرد.

اگر بخواهیم مفهوم به دام‌اندازی را در مورد کیوبیتها بکار ببریم، می‌توانیم بگوییم که دو بیت کلاسیکی می‌تواند ۰۰، ۰۱، ۱۰، ۱۱ باشد. ما می‌توانیم مقدار اولین بیت را بدانیم بدون اینکه این

اندازه گیری روی بیت دوم تاثیر گذارد. در این صورت این دو بیت بدام افتاده نیستند، چون بیت دوم از نتیجه اندازه گیری بیت اول اطلاع ندارد. اما دو کیوبیت می تواند در حالت $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$ باشد. کیوبیت اول نه $|0\rangle$ است، نه $|1\rangle$ و حتی این حالت یک برهم نهش از دو حالت $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نیز نیست. برای اینکه این وضعیت به طور کلی حالت جداگانه ایست و در واقع مقدار کیوبیت اول با مقدار کیوبیت دوم بدام افتاده است. ما مقدار کیوبیت اول را تحت تاثیر کیوبیت دوم نمی توانیم کشف کنیم، بلکه می گوییم ما آنرا اندازه می گیریم و صفر بدست می آوریم. معنی آن اینست که حالت سیستم حالا $|01\rangle$ است و بنابراین کیوبیت دوم حالا $|1\rangle$ است، اما قبلا $|1\rangle$ نبوده است، بلکه با مقدار کیوبیت اول بدام افتاده بوده است.

۷-۱- تصویرهای شرودینگر ، هایزنبرگ و برهمکنش

۱-۷-۱- تصویر شرودینگر

تصویر شرودینگر صورت بندی است که بطور نمونه در دوره مقدماتی در مکانیک کوانتومی تدریس می شود. پایه آن معادله شرودینگر است،

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H} |\Psi(t)\rangle \quad (20-1)$$

که در آن $\Psi(t)$ یک تابع موج وابسته به زمان و \hat{H} اپراتور هامیلتونی مستقل از زمان برای سیستم مورد مطالعه است. معادله یک سیستم دینامیکی خطی را توصیف می کند و یک جواب رسمی دارد:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} |\Psi(0)\rangle \quad (21-1)$$

در مجموع می توان دو نکته برای تصویر شرودینگر در نظر گرفت:

- ۱- تابع موج وابسته به زمان است. توجه کنید که این وابستگی زمانی می تواند فقط یک عامل فاز به شکل $e^{\frac{i}{\hbar} E t}$ باشد، که در آن E یک ویژه مقدار انرژی است.
- ۲- عملگرها مستقل از زمان هستند.

۱-۷-۲- تصویر هایزنبرگ

در تصویر هایزنبرگ، تحول زمانی سیستم در عملگرها آشکار است، نه در توابع موج. دو نکته وجود دارد:

۱- توابع موج مستقل از زمان هستند.

۲- عملگرها وابسته به زمان می باشند.

چون هنوز یک سیستم دینامیکی خطی توصیف می شود، وابستگی زمانی عملگر $\hat{O}(t)$ در یک سیستم بوسیله یک هامیلتونی \hat{H} توصیف می شود،

$$\hat{O}(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{O}(0) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \quad (22-1)$$

از مشتق جزئی آن نسبت به زمان معادله حرکت هایزنبرگ نتیجه می شود:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{O}(t) = [\hat{O}(t), \hat{H}] \quad (23-1)$$

تصویرهای شرودینگر و هایزنبرگ، سیستمهای فیزیکی مشترکی را توصیف می کنند، بنابراین از معادلات آنها نیز باید جواب مشترک نتیجه شود. این می تواند با توجه به عنصر ماتریس یک مشاهده پذیر \hat{O} در زمان t بین دو حالت سیستم $|\Psi_1\rangle$ و $|\Psi_2\rangle$ توجیه گردد. دینامیک سیستم بوسیله یک هامیلتونی \hat{H} توصیف می شود. در نمایش شرودینگر می توان نوشت:

$$\langle \Psi_1^\dagger(t) | \hat{O}(t) | \Psi_2(t) \rangle = \langle \Psi_1^\dagger(0) | e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{O}(0) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} | \Psi_2(0) \rangle \quad (24-1)$$

که در آن وابستگی زمانی تابع موج از طریق حل معادله شرودینگر در معادله (۲۱-۱) باز نویسی می شود. عبارت دیگر، می توان با استفاده از رابطه (۲۴-۱) تصویر هایزنبرگ و معادله (۲۲-۱) عبارت زیر را بدست آورد:

$$\langle \Psi_1^\dagger(0) | \hat{O}(t) | \Psi_2(0) \rangle = \langle \Psi_1^\dagger(0) | e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} \hat{O}(0) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t} | \Psi_2(0) \rangle \quad (25-1)$$

که در این رابطه وابستگی زمانی به عملگر منتقل شده است، یعنی تصویر هایزنبرگ را بدست آورده ایم. عناصر دو ماتریس معادل یکدیگرند. توضیح فیزیکی به صورت زیر است. در تصویر شرودینگر، عملگرها نسبت به زمان ثابت هستند. هامیلتونی شامل یک جمله برهم کنشی است، و این

جمله بر توابع موج اثر می کند. بعد از مدت زمانی توابع موج ناشی از برهم کنش تکمیل می شوند و عنصر ماتریس نمایش عملگر ایستا را در تابع موج شامل زمان تقویم می کند. بعبارت دیگر در تصویر هایزنبرگ، جمله برهم کنشی موجب می شود که عملگر شامل زمان باشد. عنصر ماتریس ارزیابی می کند که عملگر با تصویر آن در توابع موج ایستا چه مقدار تغییر کرده است.

۱-۷-۳- تصویر برهم کنش^۱

در تصویر برهم کنش، عملگرها و توابع موج هر دو وابسته به زمان هستند. هامیلتونی به شکل زیر نوشته می شود،

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} \quad (۲۶-۱)$$

که در آن \hat{H}_0 هامیلتونی مختل نشده است که می تواند به طور دقیق حل شود، و \hat{V} قسمت مختل شده است که زمانیکه سیستم شامل این قسمت است، دیگر هامیلتونی سیستم به طور دقیق قابل حل نیست. برای تصریح نمادگذاری، عملگرها و توابع موج در تصویر برهم کنشی با استفاده از زیرنویس I نوشته می شوند. وابستگی زمانی عملگرها و توابع موج را می توان به شکل زیر جمع بندی نمود.

۱- عملگرها از طریق قسمت H_0 هامیلتونی وابسته به زمان هستند. توجه کنید که $\hat{H}_{0,t} = \hat{H}_0$.

$$\hat{O}_I(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t} \hat{O}(0) e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t} \quad (۲۷-۱)$$

۲- توابع موج از طریق قسمت برهمکنشی \hat{V}_I وابسته به زمان هستند. وابستگی زمانی به شکل زیر نوشته می شود،

$$|\Psi_I(t)\rangle = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0 t} |\Psi_0\rangle \quad (۲۸-۱)$$

بنابراین:

1 - Interaction Projection

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}|\Psi_I(t)\rangle &= \frac{i}{\hbar} e^{i\hat{H}_0 t} (\hat{H}_0 - \hat{H}) e^{-i\hat{H} t} |\Psi_I(0)\rangle \\ &= -\frac{i}{\hbar} \hat{V}_I(t) |\Psi_I(t)\rangle\end{aligned}\quad (29-1)$$

در حالت عمومی هامیلتونی \hat{H} سیستم به طور دقیق قابل حل نیست. البته فقط قسمت H_0 قابل حل است. این به طور نمونه به این معنی است که $[\hat{H}_0, \hat{V}] \neq 0$. در این مورد، توانهای وابسته به زمان در $|\Psi_I(t)\rangle$ نمی توانند به طور ساده ترکیب شوند، چون:

$$e^{\hat{H}_0} e^{\hat{V}} = e^{\hat{H}_0 + \hat{V}} \quad (30-1)$$

فقط زمانی که $[\hat{H}_0, \hat{V}] = 0$ باشد، برقرار است. در اینجا \hat{V}_I به طور ساده قسمت اختلالی \hat{V} از هامیلتونی در تصویر برهم کنش است.

در معادله (31-1)، عملگر \hat{U} حالت $t=0$ یعنی $|\Psi_I(0)\rangle = |\Psi(0)\rangle$ را به حالت $|\Psi_I(t)\rangle$ در زمان t می برد:

$$\hat{U}(t) = e^{i\hat{H}_0 t} e^{-i\hat{H} t} \quad (31-1)$$

توجه کنید که $\hat{U}(t=0) = 1$. از مشتق جزئی $\hat{U}(t)$ نتیجه می شود:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \hat{U}(t) &= \frac{i}{\hbar} e^{i\hat{H}_0 t} (\hat{H}_0 - \hat{H}) e^{-i\hat{H} t} \\ &= -\frac{i}{\hbar} \hat{V}_I(t) \hat{U}(t)\end{aligned}\quad (32-1)$$

این معادله را می توان از طریق انتگرال گیری از هر دو طرف نسبت به زمان حل نمود:

$$\begin{aligned}\hat{U}(t) - \hat{U}(0) &= -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt_1 \hat{V}_I(t_1) \hat{U}(t_1) \\ \hat{U}(t) &= 1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt_1 \hat{V}_I(t_1) \hat{U}(t_1)\end{aligned}\quad (33-1)$$

از تکرار مکرر این معادله نتیجه می شود:

$$\hat{U}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^n \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \cdots \int_0^{t_{n-1}} dt_n \hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2) \cdots \hat{V}_I(t_n) \quad (34-1)$$

عملگر ترتیب زمانی \hat{T} به آرایش عملگرهای $\hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2) \cdots \hat{V}_I(t_n)$ در زمان اثر می کند، که نزدیکترین زمان سمت راست است. بعنوان مثال:

$$\hat{\tau} [\hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2)] = \hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2) \Theta(t_1 - t_2) + \hat{V}_I(t_2) \hat{V}_I(t_1) \Theta(t_2 - t_1) \quad (35-1)$$

که در آن Θ تابع پله ای است. توجه کنید که عملگرهای $\hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2)$ جابجا شده اند، و نیازی به داخل کردن عملگر ترتیب زمانی نخواهد بود. همچنین توجه کنید که عملگر ترتیب زمانی این عملگر را جابجا می کند بدون آنکه علامت آنرا تغییر دهد. در نهایت، با استفاده از عملگر ترتیب زمانی، $n!$ ترتیب n عملگر برهم کنش $\hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2) \dots \hat{V}_I(t_n)$ داخل می شود. بنابراین معادله (34-1) به شکل زیر در می آید:

$$\begin{aligned} \hat{U}(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^n \int_0^t (dt_1) \int_0^{t_1} (dt_2) \dots \int_0^{t_{n-1}} (dt_n) \hat{\tau} [\hat{V}_I(t_1) \hat{V}_I(t_2) \dots \hat{V}_I(t_n)] \\ &= \hat{\tau} \exp \left[\left(-\frac{i}{\hbar} \right) \int_0^t (dt_1) \hat{V}_I(t_1) \right] \end{aligned} \quad (36-1)$$

از این معادله در فصل سوم استفاده خواهیم کرد.

ماتریس S ، $\hat{S}(t, t')$ یک تابع موج در زمان t' را به یک تابع موج در t می برد:

$$|\Psi_I(t)\rangle \equiv \hat{S}(t, t') |\Psi_I(t')\rangle \quad (37-1)$$

ملاحظه می شود که در حد $t' = 0$ ، $\hat{S}(t, 0) = U(t)$. همچنین:

$$|\Psi_I(t)\rangle \equiv \hat{S}(t, t') |\Psi_I(t')\rangle = \hat{S}(t, t') \hat{U}(t') |\Psi(0)\rangle = \hat{U}(t) |\Psi(0)\rangle \quad (38-1)$$

دلالت بر این دارد که:

$$\hat{S}(t, t') = \hat{U}(t) \hat{U}^\dagger(t') \quad (39-1)$$

ماتریس S سه خاصیت زیر را دارد:

$$\hat{S}(t, t) = \hat{U}(t) \hat{U}^\dagger(t) = 1 \quad -1$$

$$\hat{S}^\dagger(t, t') = \hat{U}^\dagger(t') \hat{U}(t) \hat{S}(t', t) \quad -2$$

$$\hat{S}(t, t') \hat{S}(t', t'') = \hat{S}(t, t'') \quad -3$$

در نهایت $\hat{S}(t, t')$ می تواند همچنین مانند یک عملگر ترتیب زمانی به دو روش معادل نوشته شود.

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{S}(t, t') = \left(\frac{\partial}{\partial t} \hat{U}(t) \right) \hat{U}^\dagger(t') = -\frac{i}{\hbar} \hat{V}_I(t) \hat{S}(t, t') \quad (40-1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t'} \hat{S}(t, t') = \hat{U}(t) \left(\frac{\partial}{\partial t'} \hat{U}^\dagger(t') \right) = \frac{i}{\hbar} \hat{S}(t, t') \hat{V}_I(t') \quad (41-1)$$

در یک روش در مقایسه با معادله (۳۶-۱)، حل این معادلات می تواند از طریق انتگرال گیری انجام شود. در مورد اولی:

$$\int dt_1 \frac{\partial}{\partial t_1} \hat{S}(t_1, t') = -\frac{i}{\hbar} \int dt_1 \hat{V}_I(t_1) \hat{S}(t_1, t')$$

$$\hat{S}(t, t') - \hat{S}(t', t') = -\frac{i}{\hbar} \int dt_1 \hat{V}_I(t_1) \hat{S}(t_1, t') \quad (42-1)$$

$$\hat{S}(t, t') = 1 - \frac{i}{\hbar} \int dt_1 \hat{V}_I(t_1) \hat{S}(t_1, t')$$

در مورد دومی:

$$\int dt_1 \frac{\partial}{\partial t_1} \hat{S}(t, t_1) = \frac{i}{\hbar} \int dt_1 \hat{S}(t, t_1) \hat{V}_I(t_1)$$

$$\hat{S}(t, t) - \hat{S}(t, t') = \frac{i}{\hbar} \int dt_1 \hat{S}(t, t_1) \hat{V}_I(t_1) \quad (43-1)$$

$$\hat{S}(t, t') = 1 - \frac{i}{\hbar} \int dt_1 \hat{S}(t, t_1) \hat{V}_I(t_1)$$

اگر چه این دو نتیجه یکسانند، ممکن است مشاهده معادل بودن آنها به طور مستقیم مشکل باشد، چون عملگرها جایجا نمی شوند. در نمادگذاری خلاصه نویسی، هر دو می توانند به شکل زیر نوشته شوند،

$$\hat{S}(t, t') = \hat{\tau} \exp \left[\left(-\frac{i}{\hbar} \right) \int (dt_1) \hat{V}_I(t_1) \right] \quad (44-1)$$

۱-۷-۴- حدهای بی دررو و تند

فرمولبندی که در اینجا استفاده شده، شامل تحول زمانی یک حالت ورودی $|\Psi(0)\rangle$ است. در زمان $t = 0$ ، این نقطه شروع، در هر سه تصویر کوانتومی مشترک است. بهر حال، این حالت ناشناخته است، چون یک حالت ویژه (معمولا حالت زمینه) سیستم با هامیلتونی \hat{H} است. در واقع، اگر این حالت هم اکنون شناخته شده باشد، پس این مسئله ذاتا حل شده است. بهر حال سودمندی تصویر برهمکنش

این است که هامیلتونی سیستم به \hat{H}_0 و \hat{V} تقسیم شده است، ویژه حالت و ویژه مقدار \hat{H}_0 را می دانیم. تعریف حالت زمینه \hat{H}_0 به $|\Phi_0\rangle$ مسئله را به پیدا کردن $|\Psi(0)\rangle$ بر حسب $|\Phi_0\rangle$ تبدیل می کند. تئوری ژل-مان و لو^۱ این دو حالت را به هم مربوط می کند:

$$|\Psi(0)\rangle = \hat{S}(0, -\infty)|\Phi_0\rangle \quad (45-1)$$

بعنوان یک بحث توجیهی رابطه زیر را می نویسیم:

$$|\Psi_I(t)\rangle = \hat{S}(t, 0)|\Psi(0)\rangle \quad (46-1)$$

با استفاده از خواص ماتریس S، این عبارت به شکل زیر نوشته می شود.

$$|\Psi(0)\rangle = \hat{S}(0, t)|\Psi_I(t)\rangle \quad (47-1)$$

در حد $t \rightarrow -\infty$ ، پیدا می کنیم،

$$|\Psi(0)\rangle = \hat{S}(0, -\infty)|\Psi_I(-\infty)\rangle \quad (48-1)$$

بنابراین ثابت می شود که ویژه حالت سیستم در زمان $t \rightarrow -\infty$ برابر $|\Phi_0\rangle$ است. این شرط می تواند از طریق یک بحث انتقال بی دررو بدست آید، که در آن هامیلتونی سیستم به شکل زیر نوشته می شود.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} e^{-\varepsilon|t|} \hat{V} \quad (49-1)$$

که در آن ε یک عدد کوچک است که در آخر به صفر برده می شود، بشرطی که مقیاس انرژی V ، رابطه $\hbar\varepsilon \ll \hat{H}_0$ باشد، آنگاه سیستم بطور بی دررو از حالت زمینه \hat{H}_0 در زمان $t \rightarrow -\infty$ تا حالت زمینه $|\Psi(0)\rangle$ در زمان $t = 0$ را شامل می شود. این بحث ساده توجیهی برای تصدیق تئوری ژل-مان و لو بود.

در مورد بدام انداز، تئوری ژل-مان و لو اجازه استفاده از عملگرهای خلق و نابودی مثلا برای سیستمهای دهانه و نقطه (در فصلهای بعد به آنها رجوع خواهیم نمود) که با یکدیگر برهمکنش ندارند، (اما از طریق \hat{H}_0 به هم مربوط می شوند) در تصویر برهمکنش (که برای جفت شدگی این سیستمها

1 - Gell-Mann and Lowe

اهمیت دارد) میسر می شود. این محاسبه زمانی معتبر است که دهانه ها و نقطه کوانتومی برای یک مدت طولانی با هم جفت شده باشند و \hat{V} مستقل از زمان باشد (یا تقریباً، فقط در مفهوم بی دررو با زمان تغییر کند). تحت این شرایط اثرهای زودگذر وجود ندارند، چون هر کدام که ممکن است اتفاق می افتد، برای مثال زمانیکه وسیله ساخته شده است، یا فرایند سرد شدن یا روشن شدن، در زمان طولانی اتفاق می افتد. لذا اگر این جفت شدگی را بعنوان حد زمان بلند یا بی دررو در نظر بگیریم، که در این صورت تابع زمان فقط بصورت عامل فاز در جلوی «کت» ها ظاهر می شود.

در کران بعدی سیستم ممکن است تا زمان $t = t_0$ در حالت زمینه \hat{H}_0 باشد، لحظه ای که در آن قسمت برهمکنش \hat{V} به طور ناگهانی روشن می شود. در این صورت هامیلتونی سیستم بدرستی با زمان تغییر می کند، و باید انتظار نتیجه ای را داشته باشیم که با زمان تغییر می کند. ویژه حالت‌های \hat{H}_0 در $t < t_0$ همان ویژه حالت‌های هامیلتونی \hat{H} سیستم در زمان $t \geq t_0$ هستند، که در تمام مرتبه های t اثرهای زودگذر ایجاد می کنند. برای زمانهای کوتاه، می توان با صرفنظر کردن از مراتب بالاتر $t - t_0$ یک جواب تقریبی بدست آورد. بهر حال، در حدی که $t_0 \rightarrow -\infty$ و تمام مرتبه های $t - t_0$ حفظ شوند، باید انتظار داشت که این اثرهای زودگذر از بین بروند و همان نتیجه ای که در حد زمان بلند محاسبه شد باقی بماند.

فرض می شود که هامیلتونی به شکل زیر باشد،

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} \Theta(t - t_0) \quad (50-1)$$

که در آن $\Theta(t - t_0)$ تابع پله ای است و بنا به تعریف: $\hat{H}_0 |\Phi_0\rangle = E_0 |\Phi_0\rangle$. از تعریف حالتها و عملگرها در تصویر برهمکنش نتیجه می شود:

$$|\Psi_t(t_0)\rangle = |\Phi_0(t_0)\rangle = e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t_0} |\Phi_0\rangle \quad (51-1)$$

$$\hat{S}(t, t_0) = \hat{U}(t) \hat{U}^\dagger(t_0) = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}(t-t_0)} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t_0} \quad (52-1)$$

توجه کنید که برای اختصار، نتیجه $t = t_{0+}$ و $t = t_{0-}$ در توافق با تابع پله ای در تعریف، حذف شده است.

حالت در زمان t در تصویر برهمکنش به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} |\Psi_I(t)\rangle &= \hat{S}(t, t_0) |\Psi_I(t_0)\rangle \\ &= \left[1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt_1 \hat{S}(t, t_1) \hat{V}_I(t_1) \right] e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t_0} |\Phi_0\rangle \end{aligned} \quad (53-1)$$

با استفاده از تعریف $\hat{S}(t, t_0)$ در معادله (43-1) و جایگذاری آن در $\hat{S}(t, t_1) \hat{V}_I(t_1)$ نتیجه می شود:

$$= \left[1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt_1 \left(e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t_1} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}(t-t_1)} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t_1} \right) \left(e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t_1} \hat{V} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t_1} \right) \right] e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t_0} |\Phi_0\rangle \quad (54-1)$$

این نتیجه به شکل زیر ساده می شود:

$$= e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t_0} \left[1 - \frac{i}{\hbar} e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \int_0^t dt_1 e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - \hat{H}) t_1} \hat{V} \right] |\Phi_0\rangle \quad (55-1)$$

فرض می کنیم که \hat{V} برای زمانهای $t > t_0$ مستقل از زمان است، پس می توان نوشت:

$$= e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t_0} \left[1 + e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H} t} \frac{e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - \hat{H}) t} - e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - \hat{H}) t_0}}{E_0 - \hat{H}} \hat{V} \right] |\Phi_0\rangle \quad (56-1)$$

این عبارت سپس به شکل زیر خلاصه می شود:

$$= \lim_{\eta \rightarrow 0} e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t_0} \left[1 + e^{-\frac{i}{\hbar} (E_0 - \hat{H}_0) t} \frac{1 - e^{\frac{i}{\hbar} (E_0 - \hat{H} + i\eta)(t-t_0)}}{E_0 - \hat{H} + i\eta} \hat{V} \right] |\Phi_0\rangle \quad (57-1)$$

که در آن پارامتر کوچک η برای همگرایی وارد می شود (فرض می شود که $t > t_0$). این نتیجه به طریق زیر تفسیر می شود، قسمت اول بخشی است که هرگز برهمکنشی را تحمل نمی کند، و در حالت زمینه می ماند. قسمت دوم قسمتی از حالت اولیه است که برهمکنش را بر تمام مرتبه های \hat{V} تحمیل می کند. توجه می کنیم که هیچ بسط اختلالی در این نقطه در دست نیست، خواه در زمان یا در \hat{V} . بنابراین این نتیجه درست است.

رابطه ای برای حد زمان طولانی

در ارتباط با محاسبات بدام انداز نقطه کوانتومی از تئوری ژل-مان و لو استفاده شده است. فرض شده که دهانه ها و نقطه در تماس هستند، و برهمکنش برای یک مدت طولانی وجود دارد. این

مسئله بوسیله حد $t_0 \rightarrow -\infty$ در معادله (۵۷-۱) و سپس حد $\eta \rightarrow 0$ مدلسازی می شود. از این نتیجه می شود:

$$|\Psi_I(t)\rangle = e^{iL} \left[1 + e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - \hat{H}_0)t} \frac{1}{E_0 - \hat{H}} \hat{V} \right] |\Phi_0\rangle \quad (58-1)$$

که در آن $e^{iL} = \lim_{t \rightarrow -\infty} e^{\frac{i}{\hbar} E_0 t}$ یک فاز کلی (و بنابراین دلخواه است). جمله ای وجود دارد که تغییر نمی کند و یک قسمت با تمام مرتبه های V برهمکنش دارد. بنابراین در حد زمان طولانی، این نتیجه درست است، و بطور دقیق نتیجه بدست آمده با استفاده از تئوری ژل-من و لو است این نتیجه می تواند با استفاده از تساوی زیر به ماتریس انتقال یا ماتریس T ، مربوط شود:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_0 - \hat{H}} \hat{V} &= \left(\frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} + \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{V} \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} + \dots \right) \hat{V} \\ &= \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \left(\hat{V} + \hat{V} \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{V} + \dots \right) \\ &= \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{T}(E_0) \end{aligned} \quad (59-1)$$

بنابراین می توان نوشت:

$$= e^{iL} \left[1 + e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - \hat{H}_0)t} \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{T}(E_0) \right] |\Phi_0\rangle \quad (60-1)$$

در نتیجه دامنه انتقال برای یک حالت نهایی $|\Phi_f\rangle$ را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\langle \Phi_f | \Psi_I(t) \rangle = e^{iL} \left[\delta_{0,f} + e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - E_f)t} \frac{1}{E_0 - E_f} \hat{T}(E_0) \right] |\Phi_0\rangle \quad (61-1)$$

یادآوری می کنیم که کمیت های فیزیکی نظیر جریان، را می توان بر حسب میزان انتقال احتمال بدست آورد.

$$\begin{aligned} \omega_{0 \rightarrow f} &= \frac{d}{dt} \left| \langle \Phi_f | \Psi_I(t) \rangle \right|^2 = \left(\frac{d}{dt} \langle \Phi_f | \Psi_I(t) \rangle \right) \langle \Phi_f | \Psi_I(t) \rangle^* + c.c \\ &= \frac{2}{\hbar} \langle \Phi_f | \hat{T}(E_0) | \Phi_0 \rangle \delta_{0,f} + \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \Phi_f | \hat{T}(E_0) | \Phi_0 \rangle \right|^2 \delta(E_0 - E_f) \end{aligned} \quad (62-1)$$

این نتیجه با بردن ماتریس T به مرتبه اول V به قاعده طلایی فرمی تبدیل می شود [۲]:

$$\omega_{0 \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \Phi_f | \hat{V} | \Phi_0 \rangle \right|^2 \delta(E_0 - E_f) \quad (۶۳-۱)$$

برای ارتباط دادن با بدام انداز نقطه کوانتومی، $|\Phi_0\rangle$ را می توان حالت دو الکترون در دهانه چپ نقطه فرض نمود. در حالیکه $|\Phi_f\rangle$ نتیجه حاصل شده از یک حالت دو الکترونی در دهانه سمت راست نقطه می باشد. آنگاه می توانیم یک بسط در V برای مشاهده سهم $O(V^4)$ را ترتیب دهیم. که از آن نتیجه می شود:

$$= e^{iL} \left[\langle \Phi_f | \Phi_0 \rangle + e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - E_f)t} \langle \Phi_f | \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1 - \frac{V}{E_0 - \hat{H}_0}} \right)^n \hat{V} | \Phi_0 \rangle \right] \quad (۶۴-۱)$$

$$= e^{iL} \frac{e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - E_f)t}}{E_0 - E_f} \langle \Phi_f | \hat{V} \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{V} \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{V} \frac{1}{E_0 - \hat{H}_0} \hat{V} | \Phi_0 \rangle + \dots$$

در این رابطه به طور دقیق یک عامل فاز دلخواه e^{iL} را در جمله اول، و عامل $\frac{e^{-\frac{i}{\hbar}(E_0 - E_f)t}}{E_0 - E_f}$ را در جمله

دوم، و عنصر ماتریس متناظر با دوازده مسیر جداگانه برای نقطه $\langle \hat{n} \rangle = 0$ را در جمله سوم پیدا می کنیم. جمله دوم عامل فاز دارد که در حد بقای انرژی به سمت صفر می رود و در مخرج کسر بقای انرژی را منعکس می کند.

فصل دوم

همبستگی اسپین دو ذره و نامساوی بل

۱-۲- اندازه گیری همزمان دو کمیت

۲-۲- دو نوع بردار حالت

۳-۲- حالت‌های اسپین برای دو ذره

۴-۲- تفسیر فیزیکی

۵-۲- نامساوی بل

مقدمه

قبل از اینکه تولید و آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده را مورد بحث قرار دهیم، لازم است تئوری مکانیک کوانتومی سیستم‌های همبسته و حالت‌های به دام افتاده اسپین و خواص آنها را مطالعه کنیم. نامساوی بل یک بحث مهم در تئوری مکانیک کوانتومی است که در مورد حالت‌های تک‌تایی و سه‌گانه نقض می‌شود. نقض نامساوی بل یک پیروزی برای تئوری مکانیک کوانتومی است.

۲-۱- اندازه‌گیری همزمان دو کمیت

یک سیستم کوانتومی را در نظر می‌گیریم. فرض کنید این سیستم یک شیء اتمی یا یک ذره باشد که می‌خواهیم مکان x و اندازه حرکت p آن را با یک دستگاه اندازه‌گیری کنیم. در مکانیک کوانتومی مقدار h ثابت پلانک برهمکنش محدودی بین شیء اتمی و آن وسیله اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. این شرایط محدودیت‌هایی را در اندازه‌گیری همزمان مکان x و اندازه حرکت p ذره ایجاد می‌کند که بوسیله اصل عدم قطعیت هایزنبرگ $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ تعیین می‌شود. طبق آن ما ممکن است وسیله‌ای بسازیم که بتواند جای‌گیری دقیق ذره در فضا را تعیین کند ($\Delta x = 0$)، اما آنگاه نمی‌توانیم هیچ چیز درباره اندازه حرکت ذره در همان زمان بگوییم، رابطه هایزنبرگ فقط وقتی می‌تواند با $\Delta x = 0$ برقرار باشد که Δp نامعین باشد. به طور معکوس می‌توانیم وسیله‌ای طراحی کنیم که بتواند اندازه حرکت ذره را به طور دقیق اندازه بگیرد ($\Delta p = 0$). اما در این صورت نمی‌توانیم هیچ چیز درباره جای‌گیری ذره در فضا بگوییم برای اینکه Δx نامعین می‌شود.

این نتیجه فقط از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ بدست نمی آید بلکه بدقت با ابزارهای ریاضی تئوری سازگار است، زیرا هیچ موجی با مقدارهای x و p ، هر دو به دقت تعیین شده، وجود ندارد. در واقع دو نوع تابع موج وجود دارد:

(۱) نوع اول یک ذره را با اندازه حرکت ثابت p_0 اما با مکان کاملاً نامعلوم مشخص می کند (موج تخت):

$$\Psi = u_{p_0}(x)$$

(۲) نوع دوم یک ذره با مکان ثابت x_0 اما با اندازه حرکت کاملاً نامعلوم توصیف می شود:

$$\Psi = v_{x_0}(p)$$

حال اجازه دهید یک سیستم میکروسکوپی (مولکول، اتم و غیره) قابل تفکیک به دو سیستم جدید α و β را در نظر بگیریم. مثالهای زیادی از چنین فرایندهایی در فیزیک وجود دارند. مثلاً مولکول NO را در نظر بگیریم که از یک حالت برانگیخته فروپاشی و به یک حالت از دو اتم آزاد تبدیل می شود (N, O) که در دو جهت حرکت می کنند. در اصل تئوری کوانتومی تابع موجی تهیه می کند که حالت نهایی این دو شیء ناشی از فروپاشی را توصیف می کند. چنین تابع موجی، در حالت عمومی از نوع زیر خواهد بود:

$$\Psi = \Psi(x_1, x_2) \quad (1-2)$$

که در آن x_1 و x_2 به ترتیب مربوط به α و β هستند. تفسیر فیزیکی Ψ در حالت عادی بدین شکل است که از مقدار $|\Psi(x_1, x_2)|^2$ چگالی احتمال برای پیدا کردن α در x_1 و β در x_2 بدست می آید. بر اساس یک رشته از فرمولبندیهای مکانیک کوانتومی می توان ثابت کرد که مجموع اندازه حرکتها و اختلاف مکانهای این دو سیستم کوانتومی جدید همیشه جابجا پذیرند [۵]:

$$[(x_1 - x_2), (p_1 + p_2)] = 0 \quad (2-2)$$

یعنی بطور همزمان می توانند اندازه گیری شوند. باید توجه داشت که می توان یک تابع موج کلاسیکی بطوری طراحی نمود که برای مجموع اندازه حرکت های α و β یعنی $p_1 + p_2$ دارای یک مقدار ثابت P و بطور همزمان برای اختلاف مکانهای α و β یعنی $x_1 - x_2$ نیز دارای یک مقدار ثابت دیگر x باشد. مثلاً می توان تابع موجی به صورت زیر در نظر گرفت :

$$\Psi = \Psi(x, p, x_1, x_2) \quad (3-2)$$

که در آن چهار متغیر معانی نسبتاً متفاوتی دارند: x و p بترتیب نشانگر مقادیر ثابت اختلاف مکانها و مجموع اندازه حرکتها هستند، ولی x_1 و x_2 متغیرهای فضایی مربوط به دو ذره هستند. [۵] توجه کنید که تابع (۳-۲) مشاهده پذیرهای x و p را با قطعیت پیش بینی می کند، بطوریکه می توان مانند دو عنصر ماهیت همزمان آنها را تعیین نمود. توجه کنید که Ψ شامل مقادیر ثابت p_1 برای α یا p_2 برای β نمی باشد، بلکه فقط شامل مجموع آنها با مقدار ثابتی برابر p می باشد. بطور مشابه Ψ شامل مقادیر ثابت مکانهای مجزای x_1 و x_2 نمی باشد، بلکه فقط شامل اختلاف ثابت آنها یعنی x ، است.

اکنون همین مسئله را از دیدگاه آماری بیان می کنیم:

یک مجموعه بزرگ از E را در نظر می گیریم که به طور همسان همگی به $\alpha + \beta$ واپاشیده می شوند و برای همه آنها تابع موج Ψ که با (۳-۲) مشخص شده بکار می رود. مکانیک کوانتومی پیش بینی می کند که از اندازه گیریهای مکانهای α و β که در نتیجه فرایندهای واپاشی انفرادی صورت می گیرد، نتایج x_1 و x_2 بدست آید که همیشه در رابطه $x_1 - x_2 = x$ صدق می کنند. به طور مشابه، اندازه گیری تکانه های α و β که در نتیجه فرایندهای واپاشی صورت می گیرد، همیشه به p_1 و p_2 هایی منجر می شوند، که در رابطه $p_1 + p_2 = p$ صدق می کنند.

حال یک زیرمجموعه E_1 از E را در نظر می گیریم که قبلاً موضوع اندازه گیری نبوده، و فرض می کنیم از اندازه گیریهای مکان روی عضو α از زوج سیستم (α و β) که از واپاشی انفرادی نتیجه شده x' و x'' بدست آیند. آنگاه ما می توانیم با قطعیت پیش بینی کنیم که اندازه گیریهای

بعدي مکان عضو ديگر β برای اولين زوج $x_1' + x$ و برای دومين زوج $x_1'' + x$ خواهد بود، و به همين ترتيب الی آخر.

در حقيقت برای تعيين مکان β هيچ برهم کنشي با α رخ نداده است، برای اينکه فاصله بين α و β در زمان اندازه گيري روی α ممکن است ماکروسکوپيک و به دلخواه بزرگ باشد.

شکل دقيق تابع موج $\Psi(x_1, x_2)$ که بوسيله (اينشتن، پادولسکی، روزن) در سال ۱۹۳۵ مورد استفاده قرار گرفت به صورت زیر است [۵]:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{i(x_1 - x_2 + x)q}{\hbar}\right\} dq \quad (4-2)$$

که به دو شکل ديگر نيز می توان آنرا نوشت:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{ix_1 q}{\hbar}\right\} \exp\left\{\frac{-i(x_2 - x_1)q}{\hbar}\right\} dq \quad (5-2)$$

$$\Psi(x_1, x_2) = \hbar \delta(x_1 - x_2 + x) \quad (6-2)$$

معادله (۴-۲) نشان می دهد که اگر ذره α در اندازه حرکت q يافت شود آنگاه ذره β به طور لازم بايد در اندازه حرکت $-q$ يافت شود زیرا اندازه حرکت مجموع دو ذره صفر فرض می شود، و اگر مکانهای آنها اندازه گيري شود به رابطه $x_1 - x_2 = x$ منجر می گردد، که در آن x ثابت است. بنابراین EPR به طور واقعی یک تابع موج از نوع (۳-۲) با $\hbar = 0$ می باشد.

۲-۲- دو نوع بردار حالت

در بخش حاضر بيکر بندي کلی مکانیک کوانتومی برای توصيف زوجهای سيستمهای همبسته را مرور می کنيم . یک ابزار مفيد برای چنين مطالعه ای فرمولبندي ديراک است که در آن حالتهاي کوانتومی با بردارهای برا و کت توصيف می شوند.

مطابق تئوری کوانتومی معمول، اگر دو سیستم کوانتومی α در حالت $|\Psi\rangle$ و β در حالت $|\Phi\rangle$ داشته باشیم، آنگاه سیستم کلی $\mathcal{E} = (\alpha, \beta)$ بوسیله بردار حاصلضرب حالت $|\Psi\rangle|\Phi\rangle$ توصیف می شود [۵]:

$$|\Psi\rangle|\Phi\rangle \rightarrow \mathcal{E} = (\alpha, \beta)$$

عکس مسئله جالبتر است، آیا بردار حالت کلی نشان دهنده \mathcal{E} را همیشه می توان به صورت یک ضرب مستقیم از دو حالتی نوشت که به طور جداگانه \mathcal{E} را تشکیل می دهند؟ جواب منفی است. که می توان به صورت زیر بیان نمود: فرض کنید $\{|\Psi_i\rangle\}$ و $\{|\Phi_j\rangle\}$ دو مجموعه کامل و متعامد و بهنجار برای α و β می باشند. اگر $|\eta\rangle$ بردار حالت $\mathcal{E} = (\alpha, \beta)$ باشد، می توان آنرا بصورت بسط روی مجموعه های $\{|\Psi_i\rangle\}$ و $\{|\Phi_j\rangle\}$ به شکل زیر نوشت:

$$|\eta\rangle = \sum_{ij} C_{ij} |\Psi_i\rangle |\Phi_j\rangle \quad (7-2)$$

که در آن C_{ij} ها ضرایب بسط هستند.

هر حالت $|\eta\rangle$ به شکل بالا یک بردار حالت ممکن برای \mathcal{E} است. این یک پیامد از اصل برهم نهش است. در واقع هر بردار ممکن $|\Psi_i\rangle|\Phi_j\rangle$ یک بردار حالت قابل تصور برای \mathcal{E} است، که α را در حالت $|\Psi_i\rangle$ و β را در حالت $|\Phi_j\rangle$ توصیف می کند، بنابراین هر ترکیب خطی از چنین بردارهایی، مانند (7-2) یک بردار حالت ممکن برای \mathcal{E} است. بنابراین ضرایب C_{ij} ، غیر از شرط جزئی بهنجار بودن:

$$\sum_{ij} |C_{ij}|^2 = 1$$

به طور کلی بدون محدودیت هستند. بویژه اگر اصل برهم نهش معتبر باشد، هیچ راهی برای محدود کردن C_{ij} ها به اعداد قابل تجزیه به صورت زیر وجود ندارد:

$$C_{ij} = x_i y_j \quad (8-2)$$

بنابراین راهی برای تضمین اینکه نه فقط \mathcal{E} بلکه همچنین α و β در یک حالت خوش تعریف باشند، وجود ندارد. شرط تجزیه (8-2) در واقع شرط لازم و کافی برای داشتن α و β در یک حالت کوانتومی است. به این معنی که α در حالت $|\Psi\rangle$ و β در حالت $|\Phi\rangle$ است.

با بسط $|\Psi\rangle$ روی مجموعه $\{|\Psi_i\rangle\}$ و $|\Phi\rangle$ روی $\{|\Phi_r\rangle\}$ می توان نوشت:

$$|\Psi\rangle = \sum_i x_i |\Psi_i\rangle \quad , \quad |\Phi\rangle = \sum_r y_r |\Phi_r\rangle \quad (9-2)$$

از تئوری مقدماتی کوانتومی یادآوری می کنیم که اگر α در حالت $|\Psi\rangle$ و β در حالت $|\Phi\rangle$ باشد، آنگاه $\varepsilon = (\alpha, \beta)$ لزوماً در حالت $|\Psi\rangle|\Phi\rangle$ است. می توان (۷-۲) و (۸-۲) را از (۹-۲) بدست آورد.

به طور معکوس اگر C_{ij} ها در (۸-۲) صدق کنند، می توان $|\eta\rangle$ را مانند $|\Psi\rangle|\Phi\rangle$ نوشت، که در آن $|\Psi\rangle$ و $|\Phi\rangle$ با (۹-۲) تعریف شده اند، و بنابراین بردارهایی در فضای هیلبرت α و β هستند و معنی آن این است که بردارهای حالت α و β می باشند.

در نتیجه، شرط تجزیه (۸-۲) تنها امکان برای داشتن α و β در بعضی حالت‌های کوانتومی است. اما اصل برهم نهش ما را وادار به توجه به بردارهای $|\eta\rangle$ از نوع (۷-۲) می کند، که شرط (۸-۲) را حفظ نمی نماید.

این مسئله بر این دلالت دارد که تعدادی از حالت‌های ε طوری هستند که نه α و نه β در یک حالت کوانتومی مجزا قرار ندارند، بلکه هر دو با هم یک حالت کوانتومی را تشکیل می دهند. حالت‌های $\varepsilon = (\alpha, \beta)$ که از نوع حالت‌های اخیر هستند، بردارهای نوع دوم هستند، در صورتیکه بردارهای نوع اول حالت‌هایی هستند که در معادله (۸-۲) صدق می کنند. همچنین می توان گفت که بردارهای حالت نوع اول (دوم) بردارهای حالت قابل تجزیه (غیر قابل تجزیه) می باشند.

حقیقتی که به خوبی می دانیم اینست که بردارهای حالت فقط رابطی بین فرمولبندی مکانیک کوانتومی و ماهیت میکروفیزیکی هستند. همچنین می توان گفت که تئوری کوانتومی هیچ ماهیت جدایی را به سیستم‌های α و β نسبت نمی دهد، بلکه ترکیب آنها (α, β) بوسیله یک بردار حالت نوع دوم توصیف می شود.

اگر مجموعه های متعامد بهنجار کامل $\{|\Psi_i\rangle\}$ و $\{|\Phi_r\rangle\}$ به طور مناسب اختیار شوند، بردار

حالت (۷-۲) را همیشه می توان به صورت زیر نوشت:

$$|\eta\rangle = \sum_i C_i |\Psi_i\rangle |\Phi_i\rangle \quad (10-2)$$

اگر $\langle \eta |$ از نوع اول (دوم) باشد، فقط یکی (بیشتر از یکی) از ضرایب C_i مخالف صفر خواهد بود. فرض کنید این دو مجموعه جدید بردارهای حالت از مجموعه های ویژه حالت های دو عملگر هامیلتونی خطی A و B باشند، پس داریم:

$$\begin{aligned} A|\Psi_i\rangle &= a_i|\Psi_i\rangle \\ B|\Phi_i\rangle &= b_i|\Phi_i\rangle \end{aligned} \quad (11-2)$$

این روابط برای تمام مقادیر i معتبر هستند. می توان گفت که $A(B)$ یک مشاهده پذیر سیستم $\alpha(\beta)$ را نشان می دهد و مقادیر ممکن چنین مشاهده پذیری با ویژه مقادیر $a_i(b_i)$ تعیین می شوند. بردار حالت $(2-10)$ بستگی قطعی مقادیر اندازه گیری شده دو مشاهده پذیر را پیش بینی می کند، حتی اگر اندازه گیریها در زمانهای مختلف انجام شده باشند. بنابراین اگر یک ناظر، A را در زمان t_1 روی مولفه α از یک زوج معین اندازه بگیرد و $\langle A \rangle = a_k$ را پیدا کند، آنگاه یک ناظر دوم به طور لازم $\langle B \rangle = b_k$ (شاخص k مشترک است) را برای اندازه گیری در زمان $t \geq t_1$ روی مولفه β از همان زوج پیدا می کند. این بدین معنی است که از زمان t_1 به بعد نتیجه اندازه گیری B برای سیستم β قطعی (و برابر با b_k) می باشد. اما دو سیستم فرض شده می توانند بسیار دور از هم باشند، بنابراین حالت β در نتیجه اندازه گیری انجام شده روی α مختل نمی شود.

از معادله $(2-11)$ آشکار است که حالت β قبل از زمان t_1 ، باید $|\Phi_k\rangle$ باشد. با تعیین همبستگی مقادیر پیش بینی شده مشاهده پذیرهای A و B (مقدار $a_k = A$ برای α در زمانیکه برای $B = b_k$ بدست آمده باشد) باید نتیجه گرفت که بردار حالت (α, β) قبل از زمان t_1 به شکل زیر بوده است: $|\Psi_k\rangle |\Phi_k\rangle$

با تکرار بحث بالا برای یک مجموعه آماری زوجهای (α, β) نتیجه می گیریم که بردارهای حالت به شکل زیر هستند:

بردار حالت	احتمال حصول بردار حالت
$ \eta_1\rangle = \Psi_1\rangle \Phi_1\rangle$	$\% C_1 ^2$
$ \eta_2\rangle = \Psi_2\rangle \Phi_2\rangle$	$\% C_2 ^2$
\vdots	\vdots
$ \eta_k\rangle = \Psi_k\rangle \Phi_k\rangle$	$\% C_k ^2$

(۱۲-۲)

$$|C_1|^2 + |C_2|^2 + \dots = 1 \quad \text{بطوریکه:}$$

ملاحظه می شود که (۱۰-۲) و (۱۲-۲) به طور آشکار توصیف ریاضی متفاوتی از مجموعه انتخاب شده را ارائه می دهند. با وجود این آیا آنها می توانند برای اهداف عملی دارای توصیفهای یکسانی باشند؟ جواب منفی است. برای توضیح آن به صورت زیر بحث می کنیم:

دو مشاهده پذیر جدید A' برای α و B' برای β را در نظر می گیریم و فرض می کنیم که:

$$[A, A'] \neq 0 \neq [B', B] \quad (۱۳-۲)$$

بنابراین دانستن مقدار A برای α (برای B) از دانستن مقدار A' (برای B') برای همان سیستم جلوگیری می کند. حال فرض می کنیم که:

$$A|\Psi_r'\rangle = a_r|\Psi_r'\rangle$$

$$B'|\Phi_s'\rangle = b_s|\Phi_s'\rangle$$

این روابط، روابط ویژه مقداری برای A' و B' هستند و $\{|\Psi_r'\rangle\}$ و $\{|\Phi_s'\rangle\}$ مجموعه متعامد بهنجار کامل از ویژه توابع مربوطه می باشند. اگر مجموعه با بردار (۱۰-۲) توصیف شده باشد، نتیجه محاسبه احتمال اندازه گیری A' روی α با نتیجه a_r و B' روی β به شکل زیر است:

$$\Omega_1(a_r, b_s) = |\langle \eta | \Psi_r' \Phi_s' \rangle|^2$$

و اگر با (۱۲-۲) توصیف شده باشد به شکل زیر بدست می آید:

$$\Omega_2(a_r, b_s) = \sum_k |C_k|^2 |\langle \eta_k | \Psi_r' \Phi_s' \rangle|^2$$

اما دو عبارت اخیر از لحاظ عددی متفاوت هستند. زیرا با استفاده از تعریف بردارهای $|\eta_k\rangle$ که در (۱۲-۲) داده شده، داریم:

$$\Omega_1(a'_r, b'_s) = \left| \sum_k C_k^* \langle \eta_k | \Psi'_r \Phi'_s \rangle \right|^2$$

که بدلیل قسمت تداخلی با عبارت داده شده برای Ω_2 متفاوت است:

$$\sum_{k \neq k'} C_k^* C_{k'} \langle \eta_k | \Psi'_r \Phi'_s \rangle \langle \eta_{k'} | \Psi'_r \Phi'_s \rangle^*$$

که با استفاده از (۱۳-۲) می توان نشان داد که این مقدار در بسیاری از موارد مخالف صفر است. لذا یک نتیجه پارادوکسی بدست آمده است. زیرا ممکن نیست که برای احتمال مشترک $\Omega(a'_r, b'_s)$ به طور همزمان دو مقدار مختلف Ω_1 و Ω_2 بدست آید.

۲-۳- حالت‌های اسپین برای دو ذره

در این بخش توصیف مکانیک کوانتومی عمومی دو سیستم کوانتومی همبسته به مورد ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ اختصاص خواهد یافت. همانند بخش پیش، دو سیستم مستقل کوانتومی α و β در دست هستند. فرض کنید، که α با تابع موج Ψ_1 و β با تابع موج Ψ_2 توصیف می شوند. آنگاه سیستم مرکب $\mathcal{E} = (\alpha, \beta)$ به طور مکانیک کوانتومی با تابع زیر توصیف می شود:

$$\Psi(x_1, x_2) = \Psi_1(x_1) \Psi_2(x_2)$$

که حاصلضرب توابع موج برای سیستم‌های جداگانه است. یک دلیل برای اینکه حاصلضرب پذیرفته شده است، ناشی از اینست که احتمال تعیین مکان، زمانیکه α و β به صورت سیستم‌های مستقل رفتار می کنند، قابل تجزیه به دو احتمال مجزا می باشد.

فرض کنید، ρ_1 احتمال پیدا کردن α در حجم ν_1 (ν_2) باشد، در آنصورت ρ_2 انتگرال حجمی مربعات $\Psi_1 \Psi_2$ روی حجم ν_1 (ν_2) است. اگر دو سیستم مستقل باشند، همانطور که می دانیم احتمال ρ برای پیدا کردن α در ν_1 و β در ν_2 برابر با $\rho = \rho_1 \rho_2$ خواهد شد. اگر ρ

با مربع اندازه $\Psi(x_1, x_2)$ تعیین شود، در آنصورت امکان تجزیه p به حاصلضرب p_1 و p_2 می تواند به طور مستقیم از امکان تجزیه $\Psi(x_1, x_2)$ استنتاج شود.

حالت‌های قابل تجزیه را هنگام بحث درباره اسپین، معرفی می کنیم. فرض کنید $|u_+\rangle$ و $|u_-\rangle$ ویژه بردارهای متناظر با ویژه مقدارهای $+1$ و -1 ، یعنی سومین ماتریس تکانه زاویه ای اسپین (s_z) برای ذره α باشند؛ و $|v_+\rangle$ و $|v_-\rangle$ ویژه حالت‌های متناظر برای ذره β باشند. بعبارت دیگر، اگر σ_3 ماتریس نمایشگر سومین مؤلفه اسپین برای ذره α باشد، داریم:

$$|u_+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |u_-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (15-2)$$

با توجه به آنچه گذشت تنها حالت‌های قابل تجزیه اسپین که می توانند از $|u_+\rangle$ و $|u_-\rangle$ و $|v_+\rangle$ و $|v_-\rangle$ ساخته شوند، به شکل زیر هستند:

$$|u_+\rangle|v_+\rangle, \quad |u_+\rangle|v_-\rangle, \quad |u_-\rangle|v_+\rangle, \quad |u_-\rangle|v_-\rangle$$

که در اینجا اولین تابع، زمانی بدست می آید که بردارهای حالت اسپین هر دو ذره α و β در جهت مثبت Z و در حالت دوم اسپین ذره α در جهت مثبت Z و اسپین ذره β در جهت منفی Z باشد و الی آخر.

یک حالت اسپین بسیار جالب برای اهداف ما که حالت تکتابی نامیده می شود و همانطور که قبلا

بیان شد، یک حالت بدم افتاده است، به صورت زیر می باشد:

$$|\eta_s\rangle = 2^{\frac{1}{2}}(|u_+v_-\rangle - |u_-v_+\rangle) \quad (16-2)$$

و چهارخاصیت مهم دارد:

الف: یک حالت قابل تجزیه نیست.

ب: از آن نتایجی متضاد برای اندازه گیریهای s_z اسپین های ذرات α و β بدست می آید(یعنی در همه حال مجموع اسپین آنها صفر است).

ج: هر اندازه گیری مقدار مربع کل اسپین ذرات α و β را برابر با صفر پیش بینی می کند.

د: این تابع موج تحت چرخش ناورد است.

بعضی تفسیرهای این خواص به صورت زیر هستند:

اثبات خاصیت (الف) مشکل نیست، چون برای شروع با عمومی ترین حالت اسپین برای α داریم:

$$|u\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = a|u_+\rangle + b|u_-\rangle, \quad (|a|^2 + |b|^2 = 1)$$

بطور مشابه عمومی ترین حالت اسپین برای β عبارتست از:

$$|v\rangle = c|v_+\rangle + d|v_-\rangle, \quad (|c|^2 + |d|^2 = 1)$$

لذا به طور آشکار عمومی ترین حالت قابل تجزیه اسپین برای سیستم مرکب به صورت زیر درمی آید:

$$|uv\rangle = ac|u_+v_+\rangle + ad|u_+v_-\rangle + bc|u_-v_+\rangle + bd|u_-v_-\rangle \quad (17-2)$$

حال چون $|u_+v_+\rangle$ در $|\eta_s\rangle$ رابطه (2-16) وارد نشده، لذا $|uv\rangle$ فقط زمانی می تواند برابر $|\eta_s\rangle$ باشد که $ac=0$ است. بنابراین یا $a=0$ است، که دلالت بر این دارد که $|u_+v_-\rangle$ نیز از عبارت $|uv\rangle$ حذف شده است، و یا $c=0$ که دلالت بر حذف مشابه $|u_-v_+\rangle$ دارد. بنابراین، غیر ممکن است $|u\rangle$ و $|v\rangle$ را بگونه ای انتخاب کنیم که در $|\eta_s\rangle = |uv\rangle$ صدق کند. چون $|uv\rangle$ عمومی ترین حالت اسپین تجزیه پذیر است، نتیجه می گیریم که $|\eta_s\rangle$ قابل تجزیه نیست؛ بدین ترتیب (الف) را اثبات کرده ایم.

اعتبار خاصیت (ب)، به طور وضوح با ساختار $|\eta_s\rangle$ پیشنهاد شده است، که شامل فقط $|u_+v_-\rangle$ و $|u_-v_+\rangle$ است. اما می توان با در نظر گرفتن ماتریسهای پائولی $\sigma_3, \sigma_2, \sigma_1$ برای ذره α و τ_3, τ_2, τ_1 برای ذره β و سپس امتحان اینکه $|\eta_s\rangle$ یک ویژه حالت $\sigma_3 + \tau_3$ با ویژه مقدار صفر است، آنرا ثابت کرد. یعنی:

$$(\sigma_3 + \tau_3)|\eta_s\rangle = 0 \quad (18-2)$$

از تفسیر فیزیکی حالت های کوانتومی، نتیجه می شود که اندازه گیریهای مؤلفه سوم اسپینهای α و β باید نتیجه های متضاد داشته باشند.

همچنین (ج) رامی توان با معرفی عملگر مربعی کل اسپین به شکل زیر، ثابت نمود:

$$\sum^2 = (\sigma_1 + \tau_1)^2 + (\sigma_2 + \tau_2)^2 + (\sigma_3 + \tau_3)^2 = 6 + 2\sigma \cdot \tau \quad (19-2)$$

چون مربع تمام ماتریسهای پائولی برابر با ۱ هستند، لذا نتیجه می شود:

$$\sum^2 |\eta_s\rangle = 0$$

یعنی، با کمک مکانیک کوانتومی، می توان ثابت کرد که از اندازه گیری یک مشاهده پذیر متناظر با \sum^2 روی یک سیستم که با حالت $|\eta_s\rangle$ توصیف می شود، به طور یقین نتیجه صفر بدست می آید. ویژگی چهارم $|\eta_s\rangle$ (ناوردایی چرخش) به طور ذاتی به نتیجه زیر منجر می شود: اگر بجای $|u_{\pm}\rangle$ و $|v_{\pm}\rangle$ که ویژه حالت های σ_3 و τ_3 هستند، مقادیر $|u_{\pm}^n\rangle$ و $|v_{\pm}^n\rangle$ را قرار دهیم که ویژه حالت های $\sigma \cdot \hat{n}$ و $\tau \cdot \hat{n}$ را نشان می دهند (\hat{n} یک بردار واحد دلخواه است)، آنگاه $|\eta_s\rangle$ را می توان به صورت زیر تبدیل نمود:

$$|\eta_s\rangle = 2^{-1/2} \left(|u_+^n v_-^n\rangle - |u_-^n v_+^n\rangle \right) \quad (20-2)$$

که همان ساختار (۱۶-۲) را دارد، اگر چه شامل حالت های متفاوت است.

حالت دیگر حالت سه گانه است، که به صورت زیر نوشته می شود:

$$|\eta_t\rangle = 2^{-1/2} \left(|u_+ v_- \rangle + |u_- v_+ \rangle \right) \quad (21-2)$$

که تنها تفاوتی که با $|\eta_s\rangle$ دارد، اینست که علامت مثبت جانشین علامت منفی شده است.

می توان ثابت کرد که $|\eta_t\rangle$ با $|\eta_s\rangle$ در خواص (الف) و (ب) سهیم است، اما در مورد (د) اینطور نیست. حالت سه گانه تحت چرخش ناوردان نیست. بعلاوه در مورد (ج)، $|\eta_t\rangle$ دارای خاصیت زیر است: از هر اندازه گیری اسپین مربعی کل دو ذره که بوسیله $|\eta_t\rangle$ توصیف شده، نتیجه $2\hbar^2$ بدست می آید. حالت های $|u_+ v_- \rangle$ و $|u_- v_+ \rangle$ را می توان به صورت ترکیبات خطی $|\eta_s\rangle$ و $|\eta_t\rangle$ نوشت:

$$|u_+ v_- \rangle = 2^{-1/2} \left(|\eta_t\rangle + |\eta_s\rangle \right) \quad (22-2)$$

$$|u_- v_+ \rangle = 2^{-1/2} \left(|\eta_t\rangle - |\eta_s\rangle \right)$$

که به آسانی با جمع کردن (۲۱-۲) با (۱۶-۲) اثبات می شود. بعلاوه با کمک تفسیر مکانیک کوانتومی برهم نهش، ملاحظه می کنیم که:

از اندازه گیری های مربع اسپین کل دو ذره که با $|u_+ v_- \rangle$ توصیف می شود، با احتمال برابر نتیجه صفر و $2\hbar^2$ خواهد آمد، و همین مسئله درباره $|u_- v_+ \rangle$ نیز صادق است.

بنابراین نتیجه می شود که یک مجموعه بزرگ از زوج ذرات که با $|\eta_s\rangle$ توصیف می شوند، به طور آشکار از یک مجموعه مشابه که در آن تعدادی از زوجها با $|u_+v_-\rangle$ و بقیه با $|u_-v_+\rangle$ توصیف می شوند، متفاوت است. در حقیقت زمانیکه \sum^2 روی زوجهای مجموعه اول اندازه گیری می شود، به طور تغییر ناپذیر نتیجه صفر بدست می آید، در صورتیکه از اندازه گیریهای همان کمیت روی زوجهای مجموعه دوم نتیجه صفر و یک با احتمال برابر بدست می آید.

این اختلاف بزرگ قابل مشاهده بین یک مجموعه که مخلوطی دلخواه از حالت‌های (۲-۲۲) است و مجموعه ای که اعضای آن همگی با $|\eta_s\rangle$ توصیف می شوند، اساس فرمولبندی پارادوکس EPR است، که بوهم^۱ آنرا در سال ۱۹۵۱ در نظریه کوانتومی خود بیان نمود [۶].

۲-۴- تفسیر فیزیکی

اینشتین، پادولسکی و روزن توانستند یک مثال از یک سیستم مکانیک کوانتومی بیاورند که این شرایط را برآورده نمی کرد و نتیجه گرفتند که توصیف مکانیک کوانتومی طبیعت کامل نیست. طبق نظر بوهم، ما به شرایطی می پردازیم که از آنچه که اینشتین و همکارانش در نظر گرفتند ساده تر است، اما سیمای مشابهی را نشان می دهد. همانطور که در بخش قبل ذکر شد یک سیستم با اسپین کل $S=0$ را در نظر می گیریم که به دو ذره یکسان ۱ و ۲ هر یک با اسپین $\frac{1}{2}$ فروپاشی می شود. زمانیکه ذرات به خوبی از هم جدا شده باشند، مؤلفه اسپین ذره ۱ موازی با محور z را اندازه می گیریم. چون ذره دارای اسپین $\frac{1}{2}$ است، نتیجه $+\frac{\hbar}{2}$ یا $-\frac{\hbar}{2}$ بدست می آید. فرض کنید که در یک آزمایش مخصوص نتیجه $+\frac{\hbar}{2}$ بدست آید، آنگاه چون اسپین کل سیستم دو ذره صفر است، اندازه گیری مؤلفه z اسپین ذره ۲ حتماً به $-\frac{\hbar}{2}$ منجر می شود. از اندازه گیری بعدی مؤلفه اسپین ذره ۲ موازی با محور x نتایج $+\frac{\hbar}{2}$ و $-\frac{\hbar}{2}$ با احتمال ۵۰-۵۰ بدست می آید. به طور مشابه، اگر مؤلفه x

1 - Bohm

اسپین ذره ۱ را اندازه بگیریم و مقدار $+\frac{\hbar}{2}$ بدست آید، لذا مؤلفه x اسپین ذره ۲ باید $-\frac{\hbar}{2}$ باشد و مؤلفه z اسپین ذره ۲، با احتمال $50-50$ ، $+\frac{\hbar}{2}$ یا $-\frac{\hbar}{2}$ بدست خواهد آمد. ملاحظه می شود که عمل اندازه گیری یک مؤلفه اسپین ذره ۱ نتیجه بدست آمده در اندازه گیری یک مؤلفه اسپین ذره دیگر را تغییر می دهد. این تغییر بلافاصله اتفاق می افتد و فاصله ذرات ۱ و ۲ مهم نیست. بنابراین توصیف کوانتومی از مکانهای ۱ و ۲ پیروی نمی کند. این حقیقت اغلب پارادوکس اینشتن، پادولسکی، روزن نامیده می شود. بهر حال پارادوکس بودن نتیجه را رد می کند، به این شکل که در مکان ۱ واقعیت فیزیکی می تواند فقط به موقعیتهایی ارجاع داده شود که در آن آرایش تجربی به طور کامل مشخص شده و حاکی از اینست که این مسئله مهمی نیست، زیرا سیستم از خارج بوسیله آزمایشگرهایی که قصد دارند مؤلفه x اسپین را بجای مؤلفه z ذره اندازه بگیرند مختل شده است.

وضعیت کوانتومی می تواند با این مسئله مقایسه شود که اگر اسپین یک متغیر کلاسیکی بود چه اتفاقی می افتاد؟ این مسئله که مؤلفه های اسپین ذرات ۱ و ۲ برابر و متضاد بدست می آمدند، چون اسپین کل صفر است، درست باقی می ماند. اما مسئله اینست که بردارهای اسپین از زمان ایجاد بردارهای حالت دقیقاً مقادیر و راستاهای معین دارند و عمل اندازه گیری روی ذره ۱ حالت ذره ۲ را به هیچ وجه تغییر نخواهد داد. اکنون می توان نتایج کوانتومی را با بحث علت مشترک توضیح داد. برای مثال ممکن است متغیرهای کلاسیکی پنهانی وجود داشته باشند، که مقادیر آنها هنگامی تعیین می شود که سیستم اسپین صفر ایجاد شده باشد و در آن صورت آنها نتایج آزمایش را تعیین می کنند. بهر حال نقض تجربی تئوری بل، که در زیر مورد بحث قرار می گیرد، نشان خواهد داد که در واقع این توضیح نادرست است.

۲-۵- نامساوی بل^۱

یک مجموعه را در نظر می‌گیریم که از تعداد خیلی زیادی N از واپاشی‌های $\alpha + \beta \rightarrow \varepsilon$ تشکیل شده است و فرض می‌کنیم که ناظر O_α روی α مشاهده‌پذیر دو مقداری $A(a)$ را اندازه‌گیری می‌کند، در حالیکه در یک ناحیه دور فضا یک ناظر دوم O_β روی β مشاهده‌پذیر دو مقداری دیگر $B(b)$ را اندازه‌گیری می‌گیرد. دو مقداری مشاهده‌پذیرها بدین معنی است که آنها می‌توانند فقط دو مقدار داشته باشند، که به طور ساده فرض می‌کنیم که ± 1 باشند. توجه کنید که بنا به فرض، مشاهده‌پذیرهای $A(a)$ و $B(b)$ به a و b بستگی دارند، و فرض می‌شود که پارامترهای تجربی باشند که در ساختار دستگاهها در هر آزمایش معین ثابت هستند، اما ممکن است برای آزمایشهای مختلف تغییر کنند. مثالی از چنین مشاهده‌پذیرهای دو مقداری متناظر با ماتریسهای اسپین $\sigma \cdot a$ و $\tau \cdot b$ هستند، که در آنها $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ و τ_1, τ_2, τ_3 ماتریسهای پائولی برای α هستند. در اینجا پارامترهای تجربی بردارهای واحد \hat{a} و \hat{b} هستند، که می‌توانند بطور تجربی ثابت باشند. برای مثال با جهت‌های میدانهای مغناطیسی ناهمگن دو دستگاه اشترن گراخ یکسان هستند.

در عمل هر کمیت فیزیکی می‌تواند برای تعیین یک مشاهده‌پذیر دو مقداری بکار رود: برای مثال، می‌توانیم بگوییم که اگر انرژی یک اتم زیر (بالای) یک مقدار معین a باشد در اینصورت $A(a) = -1(+1)$ خواهد بود.

در هر رویداد، زمانی که اندازه‌گیریهای چنین مشاهده‌پذیرهایی روی تمام N زوج از مجموعه معین انجام گرفته باشد، O_α یک مجموعه نتایج تجربی $\{A_1, A_2, \dots, A_N\}$ بدست خواهد آورد، در صورتیکه O_β یک مجموعه مشابه $\{B_1, B_2, \dots, B_N\}$ را تشکیل می‌دهد، که تمام آنها وابسته به مقادیر ثابت a و b هستند. نتایج دو مجموعه همبسته هستند، به این معنی که A_1 و B_1 مربوط به ذرات α و β ، ناشی از واپاشی اول هستند؛ A_2 و B_2 به طور مشابه مربوط به واپاشی دوم هستند و به همین ترتیب. با این فرض که این نتایج در هر مورد برابر ± 1 است، تابع همبستگی مکانیک کوانتومی

1 - Bell inequality
2 - dichotomy

$A(a, b)$ از اندازه گیریهای A_i و B_i مانند ضرب میانگین از نتایج بدست آمده از O_α و O_β برای همان واپاشی هاست:

$$A(a, b) = N^{-1} \sum_{i=1}^N A_i B_i \quad (23-2)$$

چون هر حاصلضرب $A_i B_i$ برابر $+1$ یا -1 است، نتیجه می شود که:

$$-1 \leq A(a, b) \leq +1$$

برای یک کاربرد اولیه از تعریف (23-2)، ما تابع همبستگی مکانیک کوانتومی را برای دو ذره اسپین $\frac{1}{2}$ در حالت تکتایی، با مشاهده پذیرهای $\sigma \cdot \hat{a}$ و $\tau \cdot \hat{b}$ را محاسبه می کنیم. در مکانیک کوانتومی مشاهده پذیر متناظر با دو مشاهده پذیر سابق الذکر بوسیله یک عملگر نوشته می شود که می تواند به شکل $\sigma \cdot \hat{a} \otimes \sigma \cdot \hat{b}$ باشد، که در آن علامت \otimes یک نوع ضرب رسمی را نشان می دهد که متفاوت از ضرب ماتریس معمولی است و نیاز به این دارد که هر ماتریس روی یک اسپینور متناظر با ذره عمل کند.

تابع همبستگی مکانیک کوانتومی در مورد حالت تکتایی به شکل زیر است:

$$A(a, b) = \langle \eta_s | \sigma \cdot \hat{a} \otimes \tau \cdot \hat{b} | \eta_s \rangle \quad (24-2)$$

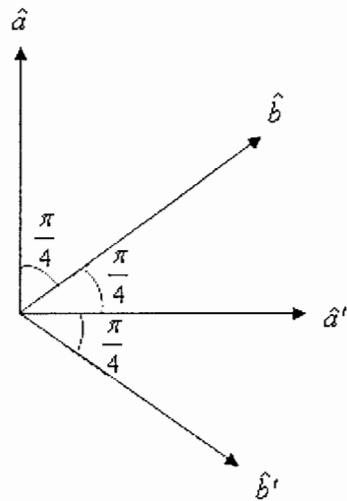
با جانشین کردن معادله (20-2) در این عبارت بعد از یک محاسبه ساده داریم:

$$A(a, b) = -\hat{a} \cdot \hat{b} \quad (25-2)$$

خاصیت ریاضی تابع همبستگی مکانیک کوانتومی (25-2) که بعداً بسیار مفید خواهد بود به این شکل است: دو بردار یکه متعامد \hat{a} و \hat{a}' که مربوط به ذره α هستند و مشابه با آن دو بردار یکه متعامد \hat{b} و \hat{b}' مربوط به ذره β را در نظر می گیریم و فرض می کنیم که سمت گیری مربوط به این بردارها مانند شکل (1-2) است.

اکنون کمیت زیر را تعریف می کنیم:

$$\Delta = |A(a, b) - A(a, b')| + |A(d, b) + A(d, b')| \quad (26-2)$$



شکل (۱-۲): جهتگیری نسبی بردارهای یکه بکار رفته برای اثبات $\Delta = 2\sqrt{2}$ [۵،۶]

با یادآوری (۲۵-۲) ملاحظه می کنیم که پیش بینی های مکانیک کوانتومی، برای شکل (۱-۲) به صورت زیر است:

$$\Delta = |\hat{a} \cdot \hat{b} - \hat{a}' \cdot \hat{b}'| + |\hat{a}' \cdot \hat{b} + \hat{a} \cdot \hat{b}'| = 2\sqrt{2} \quad (۲۷-۲)$$

بعلاوه می توان نشان داد که بیشینه مقدار Δ برای تمام جهتگیریهای قابل تصور بردارهای \hat{a} و \hat{b} و \hat{a}' و \hat{b}' برابر $2\sqrt{2}$ است.

Δ یک کمیت فیزیکی است. بنا بر استدلالی که بر پایه جایگزیدگی اینشتن بنا شده به آن یک مقدار بیشینه ۲ نسبت می دهیم. نامساوی $\Delta \leq 2$ معمولاً تحت نام نامساوی بل خوانده می شود، که آنرا می توان به صورت زیر بدست آورد. نامساوی بل یکی از پرافتخارترین کشفیات قرن بیستم است، بطوریکه نقض این نامساوی موجب استفاده پر شور و نشاط آن برای به دام اندازی الکترون شده است. آنچه که در بخش قبل راجع به سیستمهای اسپین $\frac{1}{2}$ بیان شد و لزوماً به توصیف مخلوط $50-50$ از بردارهای حالت قابل تجزیه $|u_+v_- \rangle$ و $|u_-v_+ \rangle$ منجر شد، دقیقاً بنا بر جایگزیدگی اینشتن استوار است، و ما در اینجا نشان می دهیم که جایگزیدگی اینشتن به اعتبار نامساوی بل منجر می شود.

یک مجموعه E از زوج سیستمهای کوانتومی α و β از هر نوع را در نظر می گیریم و فرض می کنیم که آنها با حالت‌های قابل تجزیه $|\Psi_k\rangle|\Phi_k\rangle$ با احتمال p_k توصیف می شوند، که در آن $k = 1, 2, \dots$. بنابراین، اگر E شامل N زوج باشد، داریم:

$$\begin{aligned} &|\Psi_1\rangle|\Phi_1\rangle \quad \text{زوج با بردار حالت} \quad Np_1 \\ &|\Psi_2\rangle|\Phi_2\rangle \quad \text{زوج با بردار حالت} \quad Np_2 \end{aligned} \quad (28-2)$$

:

$$|\Psi_k\rangle|\Phi_k\rangle \quad \text{زوج با بردار حالت} \quad Np_k$$

فرض کنید مشاهده پذیرهای دو مقداری که روی α و β اندازه گیری شده اند، به طور مکانیک کوانتومی با عملگرهای $A(a)$ و $B(b)$ توصیف شوند، بطوریکه اگر عملگر متناظر با اندازه گیری توام روی دو سیستم، $A(a) \otimes B(b)$ باشد. تابع همبسته پیش بینی شده توسط تئوری کوانتومی دقیقاً میانگین عملگر اخیر روی ترکیب (28-2) است، بطوریکه [5]:

$$A(a, b) = \sum_k p_k \langle \Psi_k | \langle \Phi_k | \{A(a) \otimes B(b)\} | \Phi_k \rangle | \Psi_k \rangle \quad (29-2)$$

چهار تابع همبسته که وارد نامساوی بل می شوند، می توانند به شکل زیر نوشته شوند:

$$\begin{aligned} A(a, b) &= \sum_k p_k \bar{A}_k \bar{B}_k & , & & A(a, b') &= \sum_k p_k \bar{A}_k \bar{B}'_k \\ A(a', b) &= \sum_k p_k \bar{A}'_k \bar{B}_k & , & & A(a', b') &= \sum_k p_k \bar{A}'_k \bar{B}'_k \end{aligned} \quad (30-2)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \bar{A}_k &= \langle \Psi_k | A(a) | \Psi_k \rangle & , & & \bar{A}'_k &= \langle \Psi_k | A(a') | \Psi_k \rangle \\ \bar{B}_k &= \langle \Phi_k | B(b) | \Phi_k \rangle & , & & \bar{B}'_k &= \langle \Phi_k | B(b') | \Phi_k \rangle \end{aligned} \quad (31-2)$$

یک خاصیت مهم از این چهار میانگین اینست که آنها باید مقداری داشته باشند، که بیشتر از ۱ نباشد. چون آنها مقادیر انتظاری عملگرهایی هستند که ویژه مقادیر ممکن آنها ± 1 است. بنابراین:

$$|\bar{A}_k| \leq 1 \quad , \quad |\bar{A}'_k| \leq 1 \quad , \quad |\bar{B}_k| \leq 1 \quad , \quad |\bar{B}'_k| \leq 1 \quad (32-2)$$

نامساوی قبلی برای تمام مقادیر k درست است.

با قرار دادن (۲-۳۰) در (۲-۲۶) به آسانی بدست می آوریم:

$$\Delta = \sum_k p_k \Delta_k \quad (۲-۳۳)$$

که در آن:

$$\Delta_k = |\overline{A_k} \overline{B_k} - \overline{A_k} \overline{B'_k}| + |\overline{A'_k} \overline{B_k} + \overline{A_k} \overline{B'_k}| \quad (۲-۳۴)$$

با یادآوری (۲-۳۲) فوراً بدست می آوریم:

$$\Delta_k \leq |\overline{B_k} - \overline{B'_k}| + |\overline{B_k} + \overline{B'_k}| \quad (۲-۳۵)$$

که از آن نتیجه می شود که $\Delta_k \leq 2$. چون هر دو عدد حقیقی x و y که $|x| \leq 1$ و $|y| \leq 1$ همیشه در رابطه $|x-y| + |x+y| \leq 2$ صدق می کنند. اگر $\Delta_k \leq 2$ را در (۲-۳۳) قرار دهیم، در نهایت به دست می آوریم:

$$|F(a, b) - F(a, b')| + |F(d, b) + F(d, b')| \leq 2 \quad (۲-۳۶)$$

چون $\sum_k p_k = 1$ نامساوی (۲-۳۶) دقیقاً نامساوی بل است.

رابطه (۲-۳۶) را بدون استفاده از قدر مطلق می توان به صورت زیر نوشت:

$$-2 \leq F(a, b) - F(a, b') + F(d, b) + F(d, b') \leq 2 \quad (۲-۳۷)$$

و یا بطور فشرده: $-2 \leq S \leq 2$

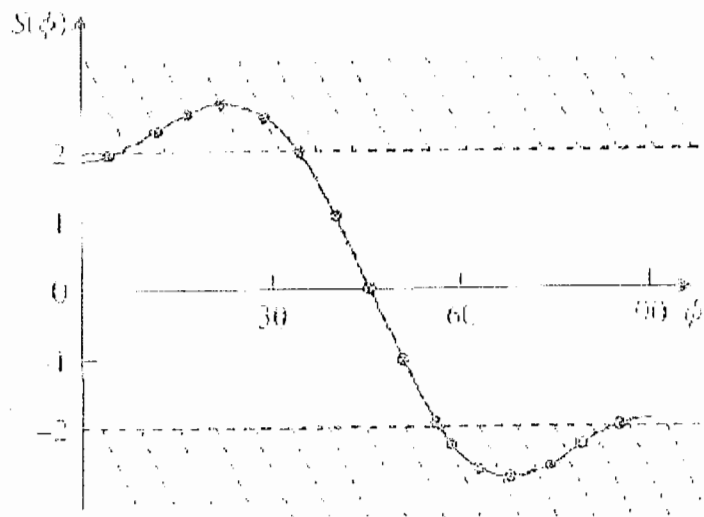
از طرف دیگر، در آزمایشهای سال ۱۹۸۲ اسپکت^۱ و همکارانش جهتگیریها بگونه ای انتخاب شدند که بنا بر آن [۷]:

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = \hat{b} \cdot \hat{d} = \hat{d} \cdot \hat{b}' = \cos \varphi \quad (۲-۳۸)$$

$$\hat{a} \cdot \hat{b}' = \cos 3\varphi \quad (۲-۳۹)$$

این امر از شکل (۲-۱) نیز آشکار است.

1 - A. Aspect



شکل (۲-۲): داده های تجربی که برای مقادیر همبستگی $S(\phi)$ بوسیله اسپکت، گرنجیر و روجر بدست آمد. منحنی پیوسته، پیش بینی مکانیک کوانتومی و ناحیه هاشور خورده ناحیه ای است که در آن نامساوی بل معادله (۳۷-۲) نقض می شود [۶].

مقادیر آزمایشی S برای زاویه های مختلف ϕ بین ۰ و ۹۰ درجه بدست آمد. نتایج در شکل (۲-۲) همراه با پیشگویی های مکانیک کوانتومی نشان داده شده اند. نتایج تجربی، نامساوی بل را نقض می کنند و در توافق عالی با پیشگویی های کوانتومی قرار دارند.

آزمایشهای بیشتری توسط زلینگر^۱ در سال ۱۹۹۹ نیز نقض نامساوی بل را نشان داد [۶]. از اینرو نتیجه گرفتند که هیچ متغیر مخفی جایگزیده تحت تئوری مکانیک کوانتومی قرار ندارد. اما همانطور که نشان دادیم، امکان دارد که تئوریهای متغیر مخفی ناجایگزیده ساخت که به همان نتایج تجربی مکانیک کوانتومی منجر شود.

فصل سوم

تولید بدام اندازی الکترون

۳-۱- تولید بدام اندازی کلی

۳-۲- تولید بدام اندازی الکترون از طریق ابررسانا

۳-۳- بدام اندازی الکترون از طریق یک نقطه کوانتومی

مقدمه

به دام اندازی یک ویژگی معین از سیستمهای مکانیک کوانتومی با کاربردهای مهم و جدید در زمینه تئوری اطلاع رسانی کوانتومی، محاسبات کوانتومی، رمزگذاری کوانتومی^۱ [۷] و ارسال از راه دور به طریق کوانتومی^۲ [۸] می باشد. مثالهای بسیاری از سیستمهای به دام افتاده را می توان در طبیعت پیدا نمود، اما فقط در چند مورد محدود به دام اندازی انجام پذیر بوده و مورد استفاده قرار گرفته است [۹].

تا کنون بیشتر تلاشها بر روی تهیه و بررسی فوتونهای به دام افتاده متمرکز بوده است [۱۰] و اخیرا اسپین های به دام افتاده از ذرات بنیادی و الکترونها مورد استفاده قرار گرفته اند. کنترل نامساوی بل برای پذیرش روش بدام اندازی راه مطمئنی برای تایید روش پیشنهادی می باشد: بدین طریق که نقض آن نامساویها در آزمایشهایی که در آنها زوج ذرات بکار گرفته می شوند، دلیل محکمی بر همبستگی ناجایگزیده^۳ پیشنهادی مکانیک کوانتومی بین ذرات است. این همبستگی توسط تئوری متغیرهای مخفی ناجایگزیده توصیف می شود [۹]. در این راستا شبه ذرات^۴ در قطعات حالت جامد ذرات، ذرات سازگاری به عنوان حاملهای اطلاعات کوانتومی می باشند. مثلا اسپین الکترونها در نیمرساناها چنان رفتاری از خود نشان می دهند که می توان آنها را تا فاصله های بیشتر از $100 \mu m$ با حفظ همدوسی فاز منتقل نمود [۱۰]. همچنین پیشنهادهای متعددی برای خلق زوجهای EPR در

¹ -Cryptography

² - Quantum Teleportation

³ - Nonlocal correlation

⁴ - Quasi particles

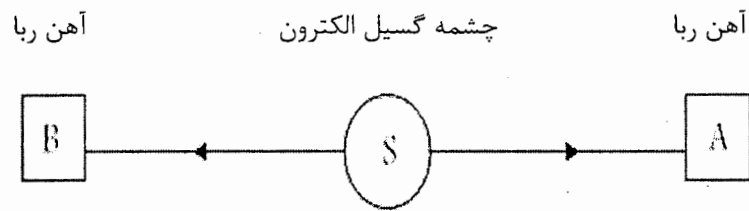
سیستم‌های حالت جامد مثلا با استفاده از ابررساناها [۱۱] یا نقطه کوانتومی [۱۲] به عنوان منبعی از باریکه های الکترونی به دام افتاده ارائه شده اند. در این فصل به توصیف سه روش تولید بدام اندازی می پردازیم.

۳-۱- تولید به دام اندازی کلی

در این روش یک طرح کلی برای به دام اندازی اسپین ها (یا هر درجه آزادی نظیر اسپین، یعنی ذره ای با دو درجه آزادی) با روش تداخل سنجی پیشنهاد می شود. بهره جزئی زوجهای به دام افتاده برای تعداد معینی زوج ورودی را می توان با استفاده از یک شکافنده پرتو و دو آشکارساز بطور دلخواه افزایش داد. کاربرد عمده طرح ما در بدام اندازی ذرات مادی نظیر نوترونها، الکترونها و اتمها قرار دارد. با این روش می توان از طریق اندازه گیری جداگانه ذرات جرم دار مجزا و دور از هم ناجایگزیدگی کوانتومی را امتحان نمود.

ویژگی چشمگیر این طرح آن است که لازم نیست دو ذره مشابه مستقل بطور مستقیم برای به دام افتادن برهمکنش کنند. آنها فقط لازم است بطور انفرادی با شکافنده پرتو که مثلا یک دستگاه اشترن گزلاخ است و آشکارساز که آن نیز یک دستگاه اشترن گزلاخ دیگری است، برهمکنش کنند (شکل ۳-۱) و از عدم تفاوت بین آنها می توان برای حصول بدام اندازی استفاده نمود. بدین ترتیب این روش یک به دام اندازی مفید است که در آنجا ذراتی با ذرات دیگر از نوع خودشان یا بطور ضعیف برهمکنش می کنند یا اصولا برهمکنش نمی کنند.

ابتدا یک طرح مقدماتی با اصلاح فرایند تداخل سنجی بکار رفته در تولید قطبش فوتونهای به دام افتاده را در نظر می گیریم. شکل (۳-۲) طرح مرکب از یک شکافنده پرتو با کانالهای ورودی A و B و کانالهای خروجی C و D را نشان می دهد. در شاخه کانال C آشکارساز P_1 و در کانال D، آشکارساز



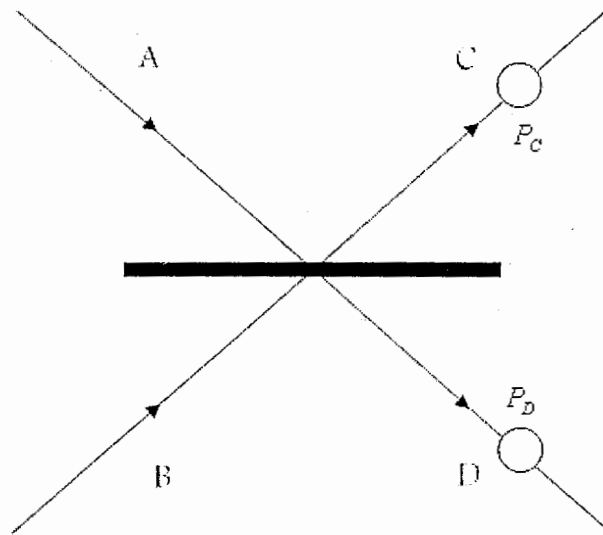
شکل (۱-۳): چشمه S یک جفت ذره تکتایی با اسپین $\frac{1}{2}$ تولید می کند. ذرات به سوی دو دستگاه آهنربای اشترن گرلاخ مختلف پرواز می کنند و در آنجا هر یک براساس جهت اسپین خود شناسایی می شوند. چشمه می تواند یک نیمرسانای تحت تابش نور ماورای بنفش یا لیزر باشد، که تحت اثر فوتوالکتریک، الکترون تابش می کند [۱۲].

ρ_D نصب شده اند. فرض می شود این آشکارسازها جذب کننده نیستند و قادر می باشند مسیر را بدون اختلال در اسپین تعیین کنند.

این امر ممکن است، زیرا مکان و اسپین همانطور که از مکانیک کوانتومی می دانیم $[\hat{X}, \hat{S}] = 0$ جابجاپذیرند. اینک دو ذره یکسان در دو حالت اسپین مختلف (یعنی $|\uparrow\rangle$ و $|\downarrow\rangle$) را در نظر بگیرید که بطور همزمان مطابق شکل (۲-۳) از بازوهای A و B به شکافنده پرتو می تابند. در نمادگذاری کوانتشی دوم این حالت را به صورت زیر توصیف می کنند: $|0\rangle = a_{A\uparrow}^\dagger a_{B\downarrow}^\dagger |0\rangle$ که در آن $|0\rangle$ حالت خالی و $a_{A\uparrow}^\dagger$ و $a_{B\downarrow}^\dagger$ بترتیب عملگرهای خلق برای اسپین \uparrow در مسیر A و اسپین \downarrow در مسیر B می باشند. این حالت را بطور خلاصه می توانیم به صورت روبرو نشان دهیم: $|A\uparrow, B\downarrow\rangle$. با توجه به آنکه دو نوع ذره به نام فرمیونها و بوزونها داریم، می توان نتیجه گرفت که برای بوزونها رابطه: $|A\uparrow, B\downarrow\rangle = -|B\downarrow, A\uparrow\rangle$ و برای فرمیونها $|A\uparrow, B\downarrow\rangle = |B\downarrow, A\uparrow\rangle$ برقرار هستند. در اثر برخورد به شکافنده پرتو، در حالت اسپین الکترونها تبدیلی انجام می شود که عبارتست از [۱۳، ۱۴]:

$$|A\uparrow, B\downarrow\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (|D\uparrow, C\downarrow\rangle \pm |D\uparrow, C\uparrow\rangle) \right\} \quad (1-3)$$

$$\frac{1}{2} (|C\uparrow, C\downarrow\rangle + |D\uparrow, D\downarrow\rangle)$$



شکل (۲-۳): یک طرح مقدماتی شامل شکافنده پرتو (مسیرهای ورودی A و B، و مسیرهای خروجی C و D هستند) و آشکارسازهای مسیرهای بدون جذب P_C و P_D در اسپین اختلالی ایجاد نمی کنند. وقتی مسیر ذرات یکسان با اسپین های مخالف به اولین شکافنده پرتو می تابند، یکی از بازوی A و دیگری از بازوی B سپس مترادف با همزمانی در P_C و P_D ، حالت اسپین بدام افتاده ایجاد می شود [۱۵].

که در این رابطه علامت (+) برای فرمیونها و علامت (-) برای بوزونها بکار می رود. پس از آنکه آشکارسازها بکار افتادند (عمل کردند)، حالت مرکب ذرات و آشکارساز عبارتست از:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (|D\uparrow, C\downarrow\rangle) \pm |D\uparrow, C\uparrow\rangle |P_C^*\rangle |P_D^*\rangle \right\} \oplus \frac{1}{2} (|C\uparrow, C\downarrow\rangle |P_C^*\rangle |P_D\rangle + |D\uparrow, D\downarrow\rangle |P_C\rangle |P_D^*\rangle) \quad (2-3)$$

در این رابطه $\{|P_C\rangle |P_D\rangle\}$ و $\{|P_C^*\rangle |P_D^*\rangle\}$ بترتیب حالت های برنیانگیخته و برانگیخته آشکارساز هستند (مترادف با آشکارسازی یک ذره یا تعداد بیشتری ذره). در عبارت بالا علامت \oplus دلالت بر فقدان همدرسی بین حالت های راست هنجار آشکارسازها دارد. وقتی آشکارسازها در حالت $|P_C^*\rangle |P_D^*\rangle$ پیدا شوند (در توافق با هم)، حالت ذرات، در حالت زیر تصویر می شود:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|D\uparrow, C\downarrow\rangle \pm |D\uparrow, C\uparrow\rangle)$$

بخش اسپین این حالت را می توان در نمادگذاری کوانتشی اول (با استفاده از مسیرها که با نماد ذرات مشخص شده اند) به صورت زیر نوشت:

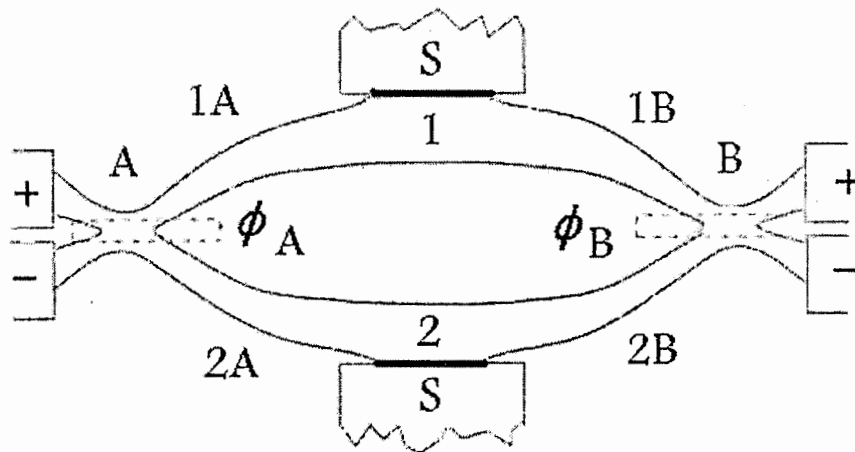
$$|\Psi^\pm\rangle_{CD} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle_D |\downarrow\rangle_C \pm |\downarrow\rangle_D |\uparrow\rangle_C \right)$$

که یک حالت اسپین بدام افتاده است. کاملا موجه است که مسیرها را با نمادهای ذرات استفاده نکنیم زیرا ذرات یکسان هستند.

حضور آشکارسازها به ما کمک می کند تا سرچشمه مفیدی از ذرات با اسپین به دام افتاده بدست آوریم. در ضمن حالت تابش $|A\uparrow, B\downarrow\rangle$ به دام افتاده نیست. برخلاف الکترون در طرحهایی که از فوتونها استفاده می شود، حالت بدام افتاده می تواند براساس تکانه فوتونهای تابشی بررسی شوند و قطبش آنها را در نظر داشت. در این طرح فقط لازم است که ذرات بطور همزمان به شکافنده پرتو برخورد کنند، لذا هیچ بدام اندازی اولیه ای برای این مورد لازم نیست. برای مثال، اگر آنها از دو چشمه مستقیم برحسب سرعت انتخاب شوند، آنها را می توان وادار نمود تا از ناحیه یکسانی در زمانی یکسان مانند کاواک ارائه شده در آزمایشهای QED [۱۶] عبور کنند. با حذف لزوم غیر خطی بودن برای تولید حالت تابشی، بدین ترتیب می توان حدود این روش را برای پوشش تمام انواع ذرات گسترش داد.

۳-۲- تولید بدام اندازی الکترون از طریق ابرسانا

الکترونها بخاطر جرم و بار الکتریکی خود کاملا با فوتونها تفاوت دارند، لذا برای تولید زوج الکترون به ابزارهای پیچیده تر و مجهزتری نیاز هست [۱۱]. پیشنهادهای موجود براساس خلق الکترون، دستکاری و آشکارسازی [۹] زوجهای اسپین بدام افتاده الکترونها می باشند. این امر کنترل تجربی اسپین های انفرادی را از طریق صافی های اسپین یا میدانهای مغناطیسی که بطور جایگزیده جهتگیری شده در یک مقیاس مزوسکوپی لازم می دارد. در اینجا یک طرح مستقل از اسپین برای ایجاد و آشکارسازی بدام اندازی مداری در یک سیستم ابرسانا - عادی مزوسکوپی ارائه می شود. در شکل (۳-۳) یک ابرسانا نشان داده می شود که بطور ضعیفی به یک رسانای عادی جفت شده



شکل (۳-۳): دستگاه مورد آزمایش . یک ابررسانای S از طریق دو سد تونلی به چهار بازوی معمولی متصل است. سدهای ۱ و ۲ با خطوط پرتنگ بین ابررسانا و رسانا نشان داده شده اند [۱۷].

است. این دستگاه یک حالت بدام افتاده مداری ایجاد می کند که یک جفت الکترون با برهم نهی همدوس را به داخل دهانه های مختلف رسانای معمولی می فرستد. در حد تونل زنی، همبستگی با فرکانس صفر بین جریانهایی که به داخل رسانای معمولی مختلف جاری می شوند معادل با یک جفت اندازه گیری همزمان می باشد، که فقط همبستگی بین الکترونها ناشی از سهم زوج بدام افتاده یکسان را نشان می دهد. در نتیجه، نامساوی استاندارد بل (BI) را می توان برحسب همبستگی های جریان با فرکانس صفر مستقیماً محاسبه نمود. در می یابیم که نقض نامساوی بل به دام افتادگی حالت زوج را نشان می دهد، که می توان با اختلاف فاز دلخواه در رسانای معمولی بدست آورد. در اینجا فقط یک طرح ساده شده از سیستم را بررسی می کنیم (شکل ۳-۳). یک ابررسانای منفرد (دو بخش ابررسانا مثلاً از طریق یک حلقه می توانند به یکدیگر متصل شوند) با ضریب گذردهی $\Gamma \ll 1$ به یک رسانای معمولی بطور ضعیفی جفت شده اند. رسانا را می توان مانند یک گاز الکترون دو بعدی در نظر گرفت. رسانای معمولی شامل چهار بازوی $1A, 1B, 2A, 2B$ با طولهای مساوی L می باشد. بازوهای $1A, 1B, 2A, 2B$ بشکل یک شکافنده باریکه قابل کنترل قرار دارند، بطوریکه زاویه بین بازوها

Φ_A و Φ_B می باشد و این بازوها به انباره های عادی با پتانسیلهای A ، A - ، B ، B متصل شده اند [۱۷].

فرض می شود که شکافنده ها فقط یک مد انتشاری را عبور می دهند. حالت های $|+, \eta\rangle$ و $|-, \eta\rangle$ برای الکترونها ی خروجی به داخل انباره های معمولی و حالت های $|1, \eta\rangle$ و $|2, \eta\rangle$ الکترونها ی گسیل شده از ابررساناها از طریق ماتریس پخش به یکدیگر مربوط می شوند ($\eta = A, B$):

$$\begin{bmatrix} |+, \eta\rangle \\ |-, \eta\rangle \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_n & -\sin \varphi_n \\ \sin \varphi_n & \cos \varphi_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} |2, \eta\rangle \\ |1, \eta\rangle \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

زاویه های Φ_A و Φ_B را می توان بین 0 و $\frac{\pi}{2}$ با چرخاندن شکافنده از حالت « باز »، یعنی وقتی به الکترونها اجازه داده می شود از (۲)۱ به $(+)$ عبور کنند تا حالت « بسته »، یعنی بازتاب کامل از (۲)۱ به $(-)$ ، تنظیم نمود. باید توجه داشت که این فرایند برای تحقق ابررسانایی باید در حد دماهای پایین، یعنی وقتی $eV \ll T < 1$ انجام شود. یک ولتاژ منفی $-eV$ کوچکتر از گاف ابررسانایی Δ ، به تمام انباره های معمولی اعمال می شود و ابررسانا به زمین متصل است.

اینک بطور خلاصه یک توضیح ساده شفاف ارائه می دهیم تا تولید و آشکارسازی به دام اندازی را توضیح دهیم. ابررسانا یک زوج ذره به داخل بازوهای رسانای معمولی گسیل می کند. چون ابررسانا یک جسم همدوس و ساده است، حالت زوج گسیل شده از طریق سدهای ۱ و ۲ می باشد. زوج گسیل شده یا می تواند شکافته شود یعنی هر یک از الکترونها به سمت یک شکافنده A و B برود، یا هر دو الکترون به سمت فقط یک شکافنده برود. مع ذلک فرایند دوم مورد توجه نمی باشد. بدین ترتیب می توان قسمت مربوط به حالت زوج گسیل شده را به صورت زیر بنویسیم:

$$|\Psi\rangle = |\Psi_{12}\rangle \otimes |\Psi_{AB}\rangle \quad |\Psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|11\rangle + |22\rangle) \quad (4-3)$$

حالت حاصل ضربی $|\Psi_{12}\rangle$ ، بطور مداری نسبت به گسیل در سرتاسر سدهای ۱ و ۲ به دام افتاده است، و حالت $|\Psi_{AB}\rangle$ ، توصیف کننده این است که یک الکترون به سمت A و الکترون دیگر به سمت B

می رود، و شامل تمام اطلاعات اضافی، نظیر وابستگی اسپین و انرژی می باشد. شکافنده های A و B حالت $|\Psi_{12}\rangle$ را طبق رابطه (۳-۳) دوران می دهند. به دام اندازی، به یک همبستگی ناجایگزیده دو الکترون منجر می شود که با نقض نامساوی بل آشکار می شوند.

یادآوری می کنیم که فرمول اصلی (۴-۳)، منبعی برای گسیل حالت های تکتایی اسپین $\frac{1}{2}$ نیز هستند و مطابق آنچه در فصل ۲ بیان شد نامساوی بل:

$$S = [P(\varphi_A, \varphi_B) - P(\varphi_A, \varphi'_B) + P(\varphi'_A, \varphi_B) + P(\varphi'_A, \varphi'_B)] \leq 2 \quad (۵-۳)$$

را می توان برحسب توابع همبستگی اسپین به صورت زیر بیان نمود:

$$P(\varphi_A, \varphi_B) = P_{++} - P_{+-} - P_{-+} + P_{--} \quad (۶-۳)$$

در روابط بالا $P_{\alpha\beta}(\varphi_A, \varphi_B)$ احتمالهای الحاق هستند که یک ذره را در آشکارساز A با اسپین \pm نشان دهنده بالا (پایین) است [در امتداد راستای φ_A نشان می دهد و ذره دیگر را در آشکارساز B با اسپین \pm نشان می دهد. احتمالهای الحاق از رابطه زیر بدست می آید:

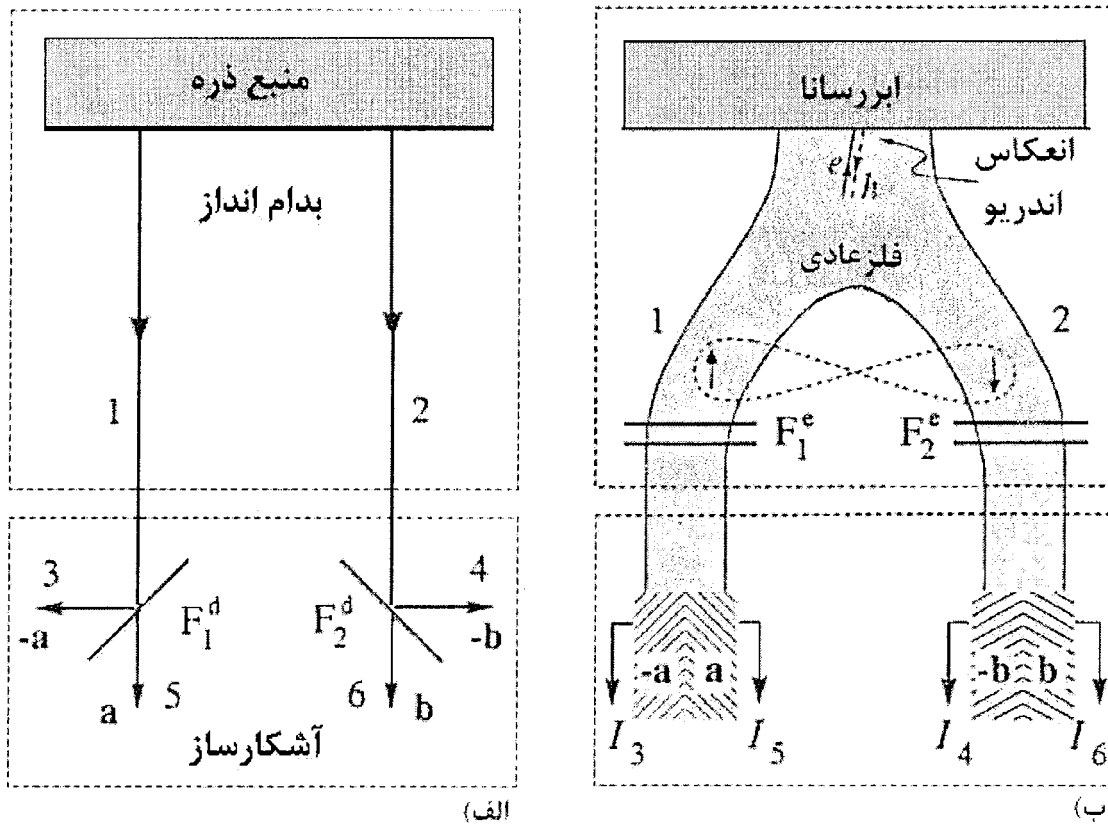
$$P_{\alpha\beta}(\varphi_A, \varphi_B) = \frac{1}{4} \{1 + \alpha\beta \cos[2(\varphi_A - \varphi_B)]\} \quad (۷-۳)$$

با وارد کردن $P_{\alpha\beta}$ در معادله (۶-۳) معلوم می شود

$$P(\varphi_A, \varphi_B) = \cos[2(\varphi_A - \varphi_B)] \quad (۸-۳)$$

سپس برای مقادیر زاویه ای $\varphi_A = \frac{\pi}{8}$ ، $\varphi_B = \frac{\pi}{4}$ ، $\varphi'_A = \frac{3\pi}{8}$ ، $\varphi'_B = \frac{\pi}{2}$ نامساوی بل در معادله (۵-۳) به شدت نقض می شود، یعنی، نتیجه $S = 2\sqrt{2}$ را بدست می آوریم. ملاحظه می شود که با اتصال یک حلقه ابررسانا به یک رسانای معمولی نیز می توان به دام اندازی را بصورت تئوری اثبات کرد.

یک پیشنهاد نیز در این زمینه در مرجع [۹] ارائه شده است که برای جلوگیری از طولانی شدن مطلب فقط نمودار پیشنهادی زیر رسم می شود.

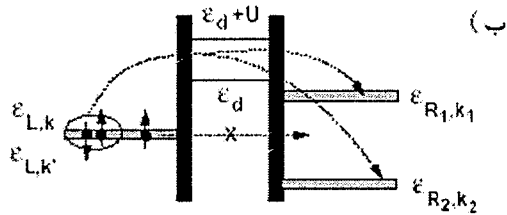


شکل (۳-۴): یک پیشنهاد برای بدام اندازه‌ی از طریق یک ابرسانا [۹]

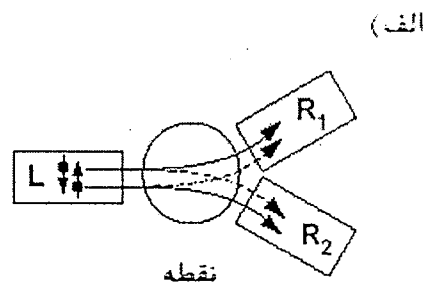
۳-۳- بدام اندازه‌ی الکترون از طریق یک نقطه کوانتومی

در این بخش ما به وسیله‌ای برای تولید زوج EPR به دام افتاده با استفاده از یک نقطه کوانتومی سه مسیری (شکل (۳-۵الف)) می‌پردازیم. حالت ورودی یک حالت آمیخته دو الکترونی می‌باشد، که با تونل زنی همدوس [۱۸] از نقطه عبور می‌کند. نقطه از یک دهانه تک ورودی و دو دهانه خروجی تشکیل شده است. نمودار باند انرژی نقطه کوانتومی در شکل (۳-۵ب) نشان داده شده است. آرایش دهانه‌ها به گونه‌ای است که نقطه را خالی نشان می‌دهد. دو فاکتور کلیدی برای عملکرد موفقیت آمیز این به دام اندازه‌ی وجود دارد. اول اینکه دهانه‌ها بدون واگنی باشند و به طور نسبی دارای پهنای انرژی باریکی باشند تا مانند صافی‌های انرژی عمل کنند.

اگر تک الکترون از بین نقطه کوانتومی تونل زنی کند، انرژی حفظ نمی‌شود. بنابراین تونل زنی



$$\varepsilon_{L,k} + \varepsilon_{L,k'} = \varepsilon_{R1,k1} + \varepsilon_{R2,k2}$$



شکل (۳-۵): الف) نقطه کوانتومی سه مسیری (ب) نمودار باند انرژی برای نقطه کوانتومی سه مسیری با انرژی غیر واگن که مانند صافی های انرژی عمل می کنند [۱۲].

تک الکترون ممنوع است، اما انرژیهای دهانه ها رامی توانیم طوری آرایش دهیم که رویداد تونل زنی مشترک دو الکترون، انرژی را حفظ کند. پس پایین ترین مرتبه جریان تونل زنی، مربوط به تونل زنی مشترک واقعی دو الکترون از بین نقطه کوانتومی است. دوم اینکه اشغال دو گانه نقطه یک انرژی کولنی جایگزیده متحمل می شود. برهمکنش کولنی در این سیستم واسطه بدام اندازی می شود. اگر برهم کنش کولن وجود نداشته باشد، حالت های یگانه و سه گانه تداخل ویرانگر دارند. بهر حال در حضور برهم کنش کولن تقارن سیستم تغییر می کند و تداخل ویرانگر ناقص می شود، در حالیکه تداخل ویرانگر حالت چندگانه باقی می ماند. این مسئله به یک دامنه تک حالت در خروجی نقطه منتهی می شود.

۳-۳-۱- زمينه

به دام اندازی که در این بخش آنرا بررسی می کنیم، با تصویر برهمکنش که در بخش قبل شرح داده شد و با استفاده از هامیلتونی اندرسون^۱ با یک انرژی کولنی جایگزیده U آنالیز می شود. ما فقط به یک تک تراز واگن انرژی اسپین برای نقطه توجه می کنیم و برانگیختگی تک الکترون در نقطه وجود ندارد.

^۱ - Anderson

$$\hat{H}_{And} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

$$\hat{H}_0 = \sum_{\eta, \kappa, \sigma} \hat{a}_{\eta, \kappa, \sigma}^\dagger \hat{a}_{\eta, \kappa, \sigma} + \sum_{\sigma} \varepsilon_{\sigma} \hat{C}_{\sigma}^\dagger \hat{C}_{\sigma} + U_{\hat{n}\uparrow\hat{n}\downarrow} \quad (9-3)$$

$$\hat{V} = \sum_{\eta, \kappa, \sigma} (V_{\eta} \hat{a}_{\eta, \kappa, \sigma}^\dagger \hat{C}_{\sigma} + hc)$$

که در آن $\eta \in \{L, R_1, R_2\}$ برچسب دهانه ها، و k اندازه حرکت الکترون دهانه است. $\sigma \in \{\uparrow, \downarrow\}$ اسپین الکترون، V_{η} عنصر ماتریس همپوشانی بین نقطه و حالت‌های دهانه است و $\hat{a}(\hat{a}^\dagger)$ عملگر نابودی (خلق) برای دهانه الکترونها و $\hat{C}(\hat{C}^\dagger)$ عملگر نابودی (خلق) برای الکترونهاست و $\hat{n}_{\sigma} = \hat{C}_{\sigma}^\dagger \hat{C}_{\sigma}$ عملگر تعداد الکترونهاست. فرض می‌شود که V_{η} مستقل از انرژی و اسپین است. ترازهای انرژی نقطه ε_{σ} و $\varepsilon_{\sigma} + U$ که در شکل (3-5) نشان داده شده اند با دهانه‌ها تشدید ندارند. انرژی دهانه سمت چپ زیر تراز شبه فرمی است، بنابراین این دهانه پر از الکترون است. دهانه‌های راست خالی هستند. ما قرار می‌دهیم، $\varepsilon_{\sigma} = 0$ و بموجب آن تمام انرژیها را نسبت به ε_{σ} می‌سنجیم. انرژیهای دهانه $\varepsilon_{\eta, \kappa}$ و انرژی شارژ U مانند پارامترهایی هستند که می‌توانند برای ملاحظه پیکربندیهای مختلف نقطه تنظیم شوند. در تمام موارد، در کوانتوم نقطه سه مسیر، از تونل زنی تک الکترون از دهانه چپ به دهانه راست جلوگیری شده است، یعنی $\varepsilon_{R_2, \kappa_2} \neq \varepsilon_{R_1, \kappa_1} \neq \varepsilon_{L, \kappa}$. بهر حال تونل زنی ویژه دو الکترون، انرژی را حفظ می‌کند، برای اینکه، انرژی اولیه $\varepsilon_i \equiv \varepsilon_{L, \kappa} + \varepsilon_{L, \kappa'}$ برابر انرژی نهایی $\varepsilon_f = \varepsilon_{R_1, \kappa_1} + \varepsilon_{R_2, \kappa_2}$ شود نیاز به این هست که یک الکترون از دهانه چپ به دهانه R_1 و دیگری به دهانه R_2 برود. این فرایند حفظ انرژی است که در این بخش مورد توجه قرار گرفته است.

بر حسب یک بسط اختلال در عنصر ماتریس تونل زنی V ، پایین ترین مرتبه اختلال به جریان تونل زنی مشترک دو الکترون از دهانه چپ به دهانه راست $O(V^4)$ است. فرض شده است که فقط یک تراز انرژی نقطه در این نقطه کوانتمی مناسب است. تمام قسمت‌های مرتبه بالاتر یا در خود انرژی الکترونها شرکت می‌کنند یا اینکه مشمول مراتب بالاتر تونل زنی مشترک دو الکترون هستند. بنابراین یک حالت اولیه دو الکترون که در این مدل استفاده می‌شود، به شکل زیر است:

$$|\Phi_i\rangle = \hat{a}_{L, \kappa, \sigma}^\dagger \hat{a}_{L, \kappa', \sigma'}^\dagger |0\rangle \quad (10-3)$$

در اینجا $|0\rangle$ حالت ذره صفر این مدل سیستم است. این حالت اولیه یک انتخاب دلخواه از دو الکترون حالت زمینه کامل دهانه چپ در $T \approx 0k$ است.

برای تحلیل سیستم که در شکل (۳-۵الف) توضیح داده شده دو راه وجود دارد. اولی اینست که حالت ورودی یک تک تراز انرژی در دهانه چپ باشد یعنی در معادله (۳-۱۰) $k = k'$ و از یک معادله حرکت روش تابع گرین برای تعیین حالت ممکن خروجی استفاده کنیم. چون اصل طرد پائولی نیاز به این دارد که $k = k'$ پس حالت خروجی به طور واضح یک تک اسپین می باشد، و هامیلتونی اندرسون در معادله (۳-۹) اسپین را حفظ می کند. چون حالت خروجی باید تک اسپین باشد، یک بخش از تک حالت خروجی می تواند در یک پیکر بندی غیر جایگزیده در دهانه R_1, R_2 وجود داشته باشد. این دلیل اصلی بود که بدام انداز ممکن است تحت وضعیت ایده آل کار کند. بهر حال بدلیل اینکه تکنیک معادله حرکت برای حالت های دلخواه ورودی $k \neq k'$ بسته نمی شود، یک راه دوم شامل یک بسط اختلال در تصویر برهمکنش برای پیدا کردن حالت خروجی به $O(V^4)$ که قبلا بیان شده استفاده می شود. برای اهداف تئوری اختلال، هامیلتونی در معادله (۳-۹) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$H = H_0 + H_I \quad (۳-۱۱)$$

که در آن H_0 هامیلتونی سیستم های غیر برهم کنشی نقطه و دهانه است و H_I جفت شدگی کوچک مستقل از زمان بین این سیستمها از طریق عنصر همپوشانی V_{ij} می باشد. در تصویر برهم کنش حالت نهایی در زمان t به شکل زیر است:

$$|\psi_f(t)\rangle = e^{iH_0 t} e^{-iH_I t} |\psi_i(t)\rangle \equiv \hat{U}(t) |\psi_i(0)\rangle \quad (۳-۱۲)$$

تصویر برهمکنشی عملگر تحول زمانی \hat{U} ترتیب زمانی را رعایت می کند.

$$\hat{U}(t) \equiv \hat{T} \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int_0^t (dt_1) \hat{H}_I(t_1)\right] \quad (۳-۱۳)$$

که در آن \hat{T} ترتیب زمانی است. معادله (۳-۱۲) برهمکنش حالت اولیه در زمان $t=0$ را به حالت در زمان t تکمیل می کند. به هر حال حالت اولیه ای که در معادله (۳-۱۰) نشان داده شده است غیر

برهمکنشی است. حالت‌های اولیه برهمکنشی و غیر برهمکنشی می‌توانند بوسیله ماتریس S،

$$S(t, t') = \hat{U}(t) \hat{U}^\dagger(t')$$

به یکدیگر مربوط شوند و همینطور رابطه ژل-مان و لوو.

$$|\psi_f(0)\rangle = S(0, -\infty) |\varphi_i\rangle \quad (14-3)$$

که به طور ذاتی حالت‌هایی که حالت نخستین غیر برهمکنشی به طور بی‌دررو برهمکنش حالت اولیه

در $t = 0$ را موجب می‌شود. چون $S(t, 0) = U(t)$ نتیجه می‌شود که:

$$|\psi_f(t)\rangle = S(t, 0) S(0, -\infty) |\varphi_i\rangle = S(t, -\infty) |\varphi_i\rangle \quad (15-3)$$

که در اینجا $S(t, -\infty)$ مشابه معادله (13-3) است، اما حد پایین انتگرال $-\infty$ می‌باشد.

$$\hat{S}(t, -\infty) \cong \hat{\tau} \exp\left[\int_{-\infty}^t (dt_1) \hat{H}_I(t_1)\right] \quad (16-3)$$

یک بحث با جزئیات بیشتر از شرودینگر و هایزنبرگ و تصویر برهمکنش در فصل اول ارائه شده است.

از شکل $|\psi_f(t)\rangle$ در معادله (15-3) می‌توان ماتریس انتقال $\hat{S}(t, -\infty) \cong \hat{\tau} \exp\left[\int_0^t (dt_1) \hat{H}_I(t_1)\right]$ را استخراج کرد.

$$\langle \varphi_f | \psi_f(t) \rangle = \delta_{if} + \frac{e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_f - \varepsilon_i)t}}{\varepsilon_f - \varepsilon_i} \langle \varphi_f | \hat{\tau}(\varepsilon_i) | \varphi_i \rangle = \delta_{if} + C \langle \varphi_f | \hat{T}(\varepsilon_i) | \varphi_i \rangle \quad (17-3)$$

که در آن C مانند ضربی در عبارتی که برای تعیین ماتریس انتقال جابجا می‌شود تعریف شده، و $\hat{T}(\varepsilon_i)$ بطور بازگشتی عملگر انتقال تعریف شده است.

$$\hat{T}(\varepsilon_i) = \hat{V} + \hat{V} \frac{1}{\varepsilon_i - A_0} \hat{T}(\varepsilon_i) \quad (18-3)$$

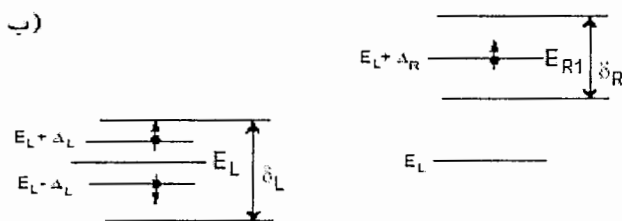
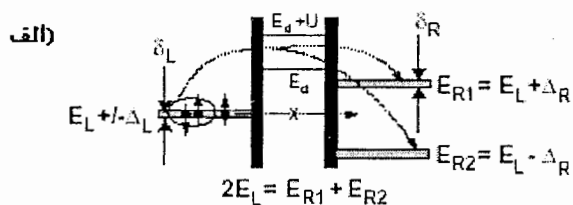
ماتریس انتقال می‌تواند برای پیدا کردن میزان انتقال $\mathcal{W}_{i \rightarrow f}$ استفاده شود

$$\mathcal{W}_{i \rightarrow f} = \left(\frac{2\pi}{\hbar}\right) \left| \langle \varphi_f | \hat{T}(\varepsilon_i) | \varphi_i \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) \quad (19-3)$$

که از آن می‌توان برای مثال جریان را پیدا کرد.

۳-۲- الکترون صفر، نقطه کوانتومی تک تراز

نقطه کوانتومی الکترون صفر در شکل (۳-۶الف) و (۳-۶ب) نشان داده شده است. پهنای انرژیهای دهانه ها، δ_L برای دهانه چپ و δ_R برای هر دو دهانه سمت راست است. نماد E_L و Δ_L و Δ_R با پارامترهای ϵ_{R_2, κ_2} , ϵ_{R_1, κ_1} , $\epsilon_{L, \kappa}$, $\epsilon_{L, \kappa'}$ معرفی می شوند و بموجب آن به طور ساده نمایشهای زیر را داریم:



شکل (۳-۶): الف) نقطه کوانتومی صفر الکترونی با ترازهای انرژی پهن شده (ب) نمای نزدیک انرژیهای دهانه ها، بعنوان مثال، الکترونهای اسپین بالا و اسپین پایین در دهانه سمت چپ و یک الکترون اسپین بالا در دهانه راست R_1 . دهانه R_2 نشان داده نشده است [۱۲].

$$E_L = \frac{1}{2}(\epsilon_{L, \kappa} + \epsilon_{L, \kappa'}) = \frac{1}{2}(\epsilon_{R_1, \kappa_1} + \epsilon_{R_2, \kappa_2}) \quad (۳-۲۰)$$

$$\Delta_L = \frac{1}{2}(\epsilon_{L, \kappa} - \epsilon_{L, \kappa'}) \quad (۳-۲۱)$$

$$\Delta_R = \frac{1}{2}(\epsilon_{R_1, \kappa_1} - \epsilon_{R_2, \kappa_2}) \quad (۳-۲۲)$$

دو الکترون حالت اولیه دارای انرژیهای زیر هستند:

$$\varepsilon_{L,\kappa}, \varepsilon_{L,\kappa'} = E_L \pm \Delta_L \quad (23-3)$$

در حالیکه در طول دهانه چپ دو الکترون حالت نهایی دارای انرژیهای زیر خواهند بود:

$$\varepsilon_{R_1,\kappa_1}, \varepsilon_{R_2,\kappa_2} = E_L \pm \Delta_R \quad (24-3)$$

در دهانه های راست، جلوگیری از تونل زنی تک الکترون نیاز به این دارد که برای هر Δ_L و Δ_R رابطه: $\langle \Delta_L | \Delta_R \rangle \ll \delta_L, \delta_R$ معنی است که

با این تعریفها رویداد تونل زنی مشترک دو الکترون انرژی را حفظ می کند، اگر:

$$(\varepsilon_{L,\kappa} + \varepsilon_{L,\kappa'}) = (\varepsilon_{R_1} + \varepsilon_{R_2}) \quad (25-3)$$

$$(E_L + \Delta_L) + (E_L - \Delta_L) = (E_L + \Delta_R) + (E_L - \Delta_R) \quad (26-3)$$

واضح است که رابطه بقای انرژی نیاز به این دارد که یک الکترون از دهانه چپ به ε_{R_1} و الکترون دیگر به ε_{R_2} برود. دو حالت اولیه و دو حالت نهایی برای الکترونها وجود دارد. چهار انرژی برای توضیح این چهار حالت مورد نیاز است. از نماد $\varepsilon_{L,\kappa}, \varepsilon_{L,\kappa'}, \varepsilon_{R_1}, \varepsilon_{R_2}$ در بازگشت به تصویر فیزیکی تونل زنی الکترون استفاده می شود، در حالیکه نماد $E_L \pm \Delta_L$ و $E_L \pm \Delta_R$ برای ساده سازی ریاضی در مدت محاسبه مورد استفاده قرار می گیرد. چون برچسبهای R_1, R_2 به طور یکتا حالتها را در دهانه های راست تعیین می کنند، پس عددهای کوانتمی اندازه حرکت k_2, k_1 حذف می شوند.

۳-۳-۳- تحلیل های مد چند گانه ، اسپینهای مختلف

در این بخش به مورد تونل زنی الکترون اسپین بالا و اسپین پایین در طول نقطه به سمت دهانه های خروجی می پردازیم، که در شکل (۳-۵) و (۳-۶) نشان داده شده اند. حالت اولیه به صورت زیر می باشد،

$$|\Phi_i\rangle = \hat{a}_{L,\kappa,\uparrow}^\dagger \hat{a}_{L,\kappa',\downarrow}^\dagger |0\rangle \quad (27-3)$$

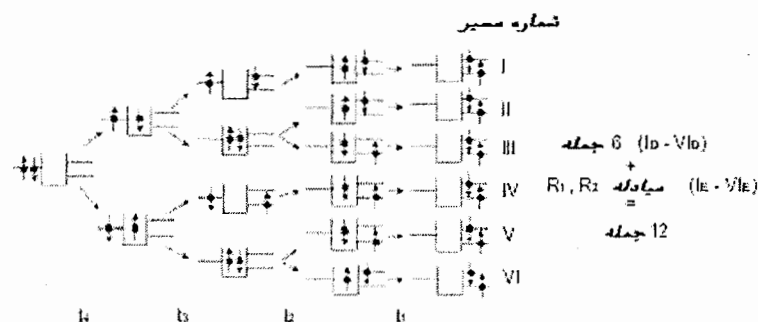
با توجه به عملگر ترتیب زمانی در بسط اختلال [۱۹]، ۱۲ ترتیب زمانی یکتا وجود دارد که این دو الکترون، می توانند به طور خاص از دهانه چپ به دهانه های راست تونل مشترک بزنند.

ما آنها را در شش مسیر گروه بندی می کنیم، هر کدام با دو ترتیب زمانی که شامل یک ترتیب زمانی مستقیم مانند شکل (۳-۲) و یک ترتیب زمانی مبادله شده ناشی از تبادل دهانه های خروجی R_2, R_1 می باشد. مبادله R_2, R_1 یک علامت منفی را ناشی از رابطه جابجایی الکترون معرفی می کند. برای تولید حالت خروجی نهایی ناشی از طبیعت همدوس فرایند تونل زنی بالقوه، الکترونهای این مسیرهای دوازده گانه، با یکدیگر تداخل می کنند. بطوریکه ترتیب نشان داده شده در شکل برای وقوع برهمکنشها، با ترتیب زمانی $t_1 \langle t_2 \langle t_3 \langle t_4$ می باشد.

برای محاسبه مسیرهای دوازده گانه می توانیم یک روش نموداری بکار ببریم که در شکل (۳-۷) نشان داده شده است. عملگرهای خلق و نابودی در قسمتهای برهمکنشی معادله (۳-۱۶) یک وابستگی زمانی دارند که از معادله حرکت هایزنبرگ پیروی می کند. در تصویر برهمکنش، هامیلتونی غیربرهمکنشی برای تعیین وابستگی عملگرهای برهمکنش استفاده می شود:

$$\dot{\hat{O}}_I = -\frac{i}{\hbar} [\hat{O}_I, \hat{H}_0] \quad (۳-۲۸)$$

با استفاده از معادله حرکت، تحول زمانی دهانه و نقطه، عملگرهای خلق و نابودی به صورت زیر نوشته می شوند:



شکل (۳-۷): مسیرهای چندگانه که بوسیله آنها دو الکترون می توانند از دهانه چپ به دهانه های راست از طریق یک نقطه $\langle n \rangle = 0$ تونل مشترک بزنند. شش مسیر یکتا و یک عامل دوم برای مبادله R_1 و R_2 دوازده مسیر معادل را نتیجه می دهد. این مسیرها به طور همدوس برای تولید حالت نهایی در دهانه های راست تداخل می کنند [۱۲]

$$\hat{a}_{\eta,\kappa,\sigma}(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_{\eta,\kappa}t} \hat{a}_{\eta,\kappa,\sigma}(0) \quad (29-3)$$

$$\hat{a}_{\eta,\kappa,\sigma}^\dagger(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\varepsilon_{\eta,\kappa}t} \hat{a}_{\eta,\kappa,\sigma}^\dagger(0) \quad (30-3)$$

$$\hat{c}_\sigma(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_d t} (1 - \hat{n}_{\bar{\sigma}}) \hat{c}_\sigma(0) + e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_d + U)t} \hat{n}_{\bar{\sigma}} \hat{c}_\sigma(0) \quad (31-3)$$

$$\hat{c}_\sigma^\dagger(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\varepsilon_d t} (1 - \hat{n}_{\bar{\sigma}}) \hat{c}_\sigma^\dagger(0) + e^{\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_d + U)t} \hat{n}_{\bar{\sigma}} \hat{c}_\sigma^\dagger(0) \quad (32-3)$$

بعنوان مثال به حالت اول توجه کنید، حالت اولیه بوسیله عملگرهای زیر در زمانهای t_1, t_2, t_3, t_4 ناشی از تونل زنی به و از نقطه تغییر می کند. همانطور که بوسیله هامیلتونی برهمکنش توصیف می شود،

$$t_4 := V_L^* \hat{c}_{L\downarrow}^\dagger \hat{a}_{L\downarrow} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_{L,\kappa} - \varepsilon_d)t_4} \quad (33-3)$$

$$t_3 := V_{R_2} \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger \hat{c}_{L\downarrow} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_d - \varepsilon_{R_2})t_3} \quad (34-3)$$

$$t_2 := V_L^* \hat{c}_{L\uparrow}^\dagger \hat{a}_{L\uparrow} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_{L,\kappa} - \varepsilon_d)t_2} \quad (35-3)$$

$$t_1 := V_{R_1} \hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{c}_{L\uparrow} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_d - \varepsilon_{R_1})t_1} \quad (36-3)$$

مسیر I سهمی از $O(V^4)$ در معادله (۱۶-۳) دارد، سپس شکل زیر را می گیرد،

$$\begin{aligned} \hat{S}_I^{(4)}(t, -\infty) \left| \Phi_i \right\rangle &= V_L^* V_{R_1} V_{R_2} \left(-\frac{i}{\hbar} \right)^4 \int_{-\infty}^t (dt_1) \int_{-\infty}^{t_1} (dt_2) \int_{-\infty}^{t_2} (dt_3) \int_{-\infty}^{t_3} (dt_4) \\ &\times e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_d - \varepsilon_{R_1})t_1} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_{L,\kappa} - \varepsilon_d)t_2} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_d - \varepsilon_{R_2})t_3} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_{L,\kappa} - \varepsilon_d)t_4} \hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{c}_{L\uparrow}^\dagger \hat{a}_{L\kappa\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger \hat{c}_{L\downarrow}^\dagger \hat{a}_{L\kappa\downarrow}^\dagger \left(\hat{a}_{L\kappa\uparrow}^\dagger \hat{a}_{L\kappa\downarrow}^\dagger | 0 \right) \\ &= \frac{V_L^* V_{R_1} V_{R_2} \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(2E_L - \varepsilon_{R_1} - \varepsilon_{R_2})t\right]}{(\varepsilon_{L,\kappa} - \varepsilon_d)(\varepsilon_{L,\kappa} - \varepsilon_{R_2})(2E_L - \varepsilon_d - \varepsilon_{R_2})(2E_L - \varepsilon_{R_1} - \varepsilon_{R_2})} \hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger | 0 \end{aligned} \quad (37-3)$$

قوانین آسانی وجود دارد که اجازه می دهد نتایج بالا از نمایش نموداری شکل (۷-۳) به طور ساده به

شکل زیر نوشته شود

$$1) \quad \varepsilon_i \equiv \varepsilon_{L,\kappa} + \varepsilon_{L,\kappa'} = 2E_L \quad \text{انرژی حالت اولیه}$$

$$2) \quad \varepsilon_f \equiv \varepsilon_{R_1} + \varepsilon_{R_2} \quad \text{انرژی حالت نهایی}$$

$$3) \quad V_L^* V_{R_1} V_{R_2} \quad \text{صورت کسر}$$

$$۴) \exp[-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_i - \varepsilon_f)t] \quad \text{صورت کسر}$$

$$۵) (\varepsilon_i - \varepsilon_{i_4+})(\varepsilon_i - \varepsilon_{i_3+})(\varepsilon_i - \varepsilon_{i_2+})(\varepsilon_i - \varepsilon_{i_1+}) \quad \text{مخرج کسر}$$

$$۶) \hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger |0\rangle \quad \text{مستقیم } R_2, R_1$$

$$۷) -\hat{a}_{R_1\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\uparrow}^\dagger |0\rangle \quad \text{مبادله } R_2, R_1$$

رابطه بقای انرژی $\varepsilon_i - \varepsilon_f$ در هر دو صورت نمایی و مخرج هر سهم مسیر ظاهر می شوند. این قسمتهای حفظ انرژی زمانی که به ماتریس T توجه می کنیم، جابجا می شوند:

$$C = \frac{\exp[-\frac{i}{\hbar}(2E_L - \varepsilon_{R_1} - \varepsilon_{R_2})t]}{(2E_L - \varepsilon_{R_1} - \varepsilon_{R_2})} \quad (۳۸-۳)$$

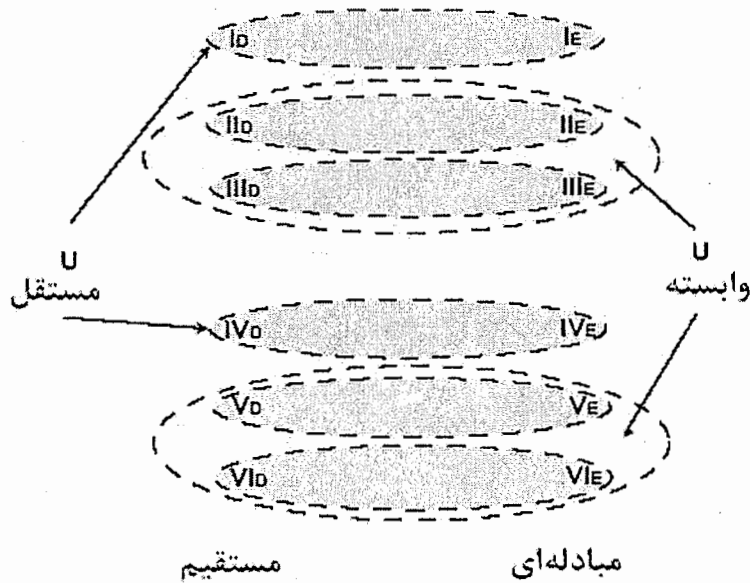
سهم قسمتهای دوازده گانه که در شکل (۷-۳) نشان داده شده است، را می توان به کمک مکانیک کوانتومی بدست آورد [۲۰]. بطور نمونه وار سهم مسیر مستقیم I (ID) را می نویسیم:

$$\hat{S}_{ID}^{(4)}|\Phi_i\rangle = C \frac{V_L^* V_{R_1} V_{R_2}}{(\varepsilon_{L,k'} - \varepsilon_d)(\varepsilon_{L,k'} - \varepsilon_{R_2})(2E_L - \varepsilon_d - \varepsilon_{R_2})} \hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger |0\rangle \quad (۳۹-۳)$$

و مسیر مستقیم IV یعنی IVD نیز به صورت زیر می باشد:

$$\hat{S}_{IVD}^{(4)}|\Phi_i\rangle = C \frac{V_L^* V_{R_1} V_{R_2}}{(\varepsilon_{L,k} - \varepsilon_d)(\varepsilon_{L,k} - \varepsilon_{R_1})(2E_L - \varepsilon_d - \varepsilon_{R_1})} \hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger |0\rangle \quad (۴۰-۳)$$

در نهایت باید این دوازده سهم را با هم جمع کنیم. راههای زیادی وجود دارد که بتوان این مجموع را تشکیل داد. راهی که در فصل بعد اتخاذ شده سهمهای مبادله شده و مستقیم از هر مسیر جداگانه را جمع می کند. نتایج می توانند بر حسب یک تک سهم یا یک سهم سه گانه نوشته شوند. با استفاده از این روش می توان طریقه ای را که در آن مسیرهای خاص به طور ویرانگر برای حذف مورد چندگانه تداخل می کنند و طریقه ای که در آن دهانه ها برای تک حالت خروجی تداخل سازنده می کنند را نشان داد. بعلاوه این راه بطور ساده برای تفسیر ماتریس انتقال یگانه و چندگانه مفید است.



شکل (۸-۳): روش مجموع برای شش مسیر مستقیم و شش مسیر مبادله‌ای. نسخه‌های مستقیم و مبادله‌ای هر مسیر به طور مستقل با هم جمع می‌شوند. چهار قسمت از شش قسمت به انرژی بار U بستگی دارند [۲۰].

۳-۳-۴- مجموع سهم‌های مستقیم و مبادله شده برای هر مسیر در نقطه $\langle n \rangle = 0$
 مجموع سهم‌های مستقیم و مبادله شده برای هر مسیر را با توجه به شکل (۸-۳) بدست می‌آوریم. بعنوان یک مثال خاص، به محاسبه برای قسمت مستقیم مسیر I_D و قسمت مبادله‌ای آن مسیر I_E می‌پردازیم:

$$\begin{aligned}
 (\hat{S}_{I_D}^{(4)} + \hat{S}_{I_E}^{(4)}) |\Phi_i\rangle &= C \frac{V_L^2 V_{R_1} V_{R_2}}{(\varepsilon_{L,k'} - \varepsilon_d)} \times \left[\frac{1}{(\varepsilon_{L,k'} - \varepsilon_{R_2})(2E_L - \varepsilon_d - \varepsilon_{R_2})} \hat{a}_{R_1,\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2,\downarrow}^\dagger |0\rangle \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{(\varepsilon_{L,k'} - \varepsilon_{R_1})(2E_L - \varepsilon_d - \varepsilon_{R_2})} \hat{a}_{R_1,\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2,\uparrow}^\dagger |0\rangle \right] \quad (41-3) \\
 &\equiv I_D \hat{a}_{R_1,\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2,\downarrow}^\dagger |0\rangle - I_E \hat{a}_{R_1,\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2,\uparrow}^\dagger |0\rangle
 \end{aligned}$$

همانطور که می‌دانیم حالت‌های یگانه و سه گانه در یک نمادگذاری خلاصه نویسی را می‌توان به شکل زیر نوشت [۱۳]:

$$|s\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger - \hat{a}_{R_1\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (42-3)$$

$$|t\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger + \hat{a}_{R_1\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\uparrow}^\dagger) |0\rangle \quad (43-3)$$

آنگاه معادله (3-41) را می توانیم برحسب یک ترکیب زوج و فرد بنویسیم، که سهم های حالت های یگانه و چندگانه را نتیجه می دهد:

$$(\hat{S}_D^{(4)} + \hat{S}_E^{(4)}) |\Phi_i\rangle = \frac{I_D + I_E}{2} |S\rangle + \frac{I_D - I_E}{2} |T\rangle \quad (44-3)$$

مجددا با استفاده از مکانیک کوانتومی و قرار دادن $\varepsilon_d = 0$ می توانیم برای شش مسیر مستقیم و مبادله شده، دامنه های انتقال یگانه $T_s^{(i)} \equiv \langle s | \hat{T} | \Phi_i \rangle$ و دامنه انتقال سه گانه $T_t^{(i)} \equiv \langle t | \hat{T} | \Phi_i \rangle$ را بدست آوریم، که در آن i شماره مسیر است. بطوریکه دامنه های انتقال یگانه و سه گانه برای مسیرهای مختلف به صورت زیر درمی آید [12]:

$$T_s^{(i)} = v \frac{\sqrt{2}(-\Delta_L E_L + \Delta_R^2)}{(E_L - \Delta_L)(\Delta_L^2 - \Delta_R^2)}, \quad T_t^{(i)} = v \frac{-\sqrt{2}\Delta_R}{(\Delta_L^2 - \Delta_R^2)} \quad (45-3)$$

$$T_s^{(ii)} = v \frac{\sqrt{2}E_L}{(E_L - \Delta_L)(2E_L - U)}, \quad T_t^{(ii)} = v \frac{-\sqrt{2}\Delta_R}{(2E_L - U)} \quad (46-3)$$

$$T_s^{(iii)} = v \frac{\sqrt{2}E_L}{(E_L - \Delta_L)(2E_L - U)}, \quad T_t^{(iii)} = v \frac{-\sqrt{2}\Delta_R}{(2E_L - U)} \quad (47-3)$$

$$T_s^{(iv)} = v \frac{\sqrt{2}(\Delta_L E_L + \Delta_R^2)}{(E_L + \Delta_L)(\Delta_L^2 - \Delta_R^2)}, \quad T_t^{(iv)} = v \frac{+\sqrt{2}\Delta_R}{(\Delta_L^2 - \Delta_R^2)} \quad (48-3)$$

$$T_s^{(v)} = v \frac{\sqrt{2}E_L}{(E_L + \Delta_L)(2E_L - U)}, \quad T_t^{(v)} = v \frac{+\sqrt{2}\Delta_R}{(2E_L - U)} \quad (49-3)$$

$$T_s^{(vi)} = v \frac{\sqrt{2}E_L}{(E_L + \Delta_L)(2E_L - U)}, \quad T_t^{(vi)} = v \frac{-\sqrt{2}\Delta_R}{(2E_L - U)} \quad (50-3)$$

بر دامنه های انتقال از مسیرهای I و IV انرژی کولنی U تاثیر نمی کند و لذا مستقل از U هستند، در صورتیکه بر دامنه های انتقال باقیمانده یک انرژی کولنی U را در مدت رویداد تونل زنی مخصوص اثر

می کند. در اثر طبیعت همدوس فرایند واقعی تونل زنی جهت تولید دامنه انتقال معادل برای تک حالت‌های نهایی $T_s = \sum_{i=1}^6 T_s^{(i)}$ و حالت‌های سه گانه نهایی $T_t = \sum_{i=1}^6 T_t^{(i)}$ ، مسیرهای شش گانه می توانند با یکدیگر تداخل کنند.

دامنه های انتقال سه گانه از تداخل ویرانگر بدست می آیند. مسیرهای I و IV، مسیرهای II و III و مسیرهای V و VI سهم های سه گانه دارند که حذف می شوند. این حذف مستقل از حضور یا عدم حضور انرژی کولنی U است.

بنابراین فقط دامنه های انتقال تکتایی باقی می ماند. یعنی سهم های تکتایی در طول مسیرهای II و III و در طول مسیرهای V و VI یکسان هستند. ترکیب مستقل از U در (I و IV) و وابسته به U در (II, III, V, VI) به دامنه های یگانه منجر می شوند:

$$\sum_{i \in \{I, IV\}} T_s^{(i)} = -\sqrt{2} \frac{2E_L}{E_L^2 - \Delta_L^2} \quad (51-3)$$

$$\sum_{i \in \{II, III, V, VI\}} T_s^{(i)} = \sqrt{2} \frac{2E_L}{E_L^2 - \Delta_L^2} \frac{2E_L}{2E_L - U} \quad (52-3)$$

در غیاب انرژی کولنی دامنه های انتقال یگانه در مسیرهای وابسته به U به طور مخرب و در مسیرهای مستقل از U به طور کامل تداخل می کنند:

$$\sum_{i \in \{I, IV\}} T_s^{(i)} \Big|_{U=0} + \sum_{i \in \{II, III, V, VI\}} T_s^{(i)} \Big|_{U=0} = -\sqrt{2} \frac{2E_L}{E_L^2 - \Delta_L^2} + \sqrt{2} \frac{2E_L}{E_L^2 - \Delta_L^2} = 0 \quad (53-3)$$

بهرحال، حضور انرژی کولنی سهم یگانه مسیرهای وابسته به U را درجه بندی می کند (معادله ۳-۶۹). تداخل بین مسیرهای وابسته به U و مستقل از U مخرب باقی می ماند، اما کامل نیست و یک دامنه یگانه در خروجی باقی می گذارد. با درج دوباره ضریب مشترک v ، دامنه های انتقال به شکل زیر درمی آیند:

$$\langle s | \hat{T} | \Phi_i \rangle = \sqrt{2} V_L^* V_{R_1} V_{R_2} \frac{2E_L}{(E_L^2 - \Delta_R^2)(E_L^2 - \Delta_L^2)} \frac{U}{2E_L - U} \quad (54-3)$$

$$\langle t | \hat{T} | \Phi_i \rangle = 0 \quad (55-3)$$

۳-۳-۵- آنالیز مد چندگانه، اسپین مشترک

مورد باقیمانده از تونل زنی مشترک ویژه دو الکترون با اسپین مشترک از داخل یک نقطه کوانتومی خالی، سهمی در جریان تونل زنی ندارد، زیرا مسیرهای مورد بحث در این سهم به طور کامل و ویرانگر تداخل می کنند. برای نشان دادن این مسئله حالت ورودی زیر را در نظر می گیریم:

$$|\Phi_i\rangle = \hat{a}_{L,k,\sigma}^\dagger \hat{a}_{L,k',\sigma}^\dagger |0\rangle \quad (56-3)$$

فقط چهار ترتیب زمانی وجود دارد که در تونل زنی اسپین یکسان دو الکترون از دهانه چپ به دهانه راست از بین نقطه کوانتومی شرکت می کنند: که عبارت از سهم های مستقیم مسیرهای I و IV (یعنی I_D و IV_D) و سهم های مبادله ای این دو مسیر (یعنی I_E و IV_E) می باشند. این امر به طور مستقیم از فرض نقطه با تک تراز انرژی بدست می آید. اصل طرد پائولی، همانطور که در هامیلتونی معادله (۳-۳-۹) آشکار است، اجازه نمی دهد که دو الکترون با اسپین مشترک نقطه را اشغال کنند. این فرض که برای نقطه ترازهای دیگری نداریم به طور ذاتی بر این دلالت دارد که ترازهای دیگر نقطه یا قبلا اشغال شده اند یا انرژی دوری دارند. این امر از شرکت آنها در فرایند تونل زنی خاص جلوگیری می کند.

بنابراین از معادلات (۳-۳۹) و (۳-۴۰) سهم مستقیم مسیرهای I_D و IV_D بدست می آیند، که دامنه های آنها تحت مبادله R_1 و R_2 متقارن هستند. بنابراین از معادلات (۳-۳۹) و (۳-۴۰) دامنه های مسیرهای مبادله ای I_E و IV_E نیز بدست می آیند. لذا حالت خروجی به شکل زیر خواهد بود:

$$|\Psi^{(4)}(t)\rangle \alpha \hat{a}_{R_1,\sigma}^\dagger \hat{a}_{R_2,\sigma}^\dagger |0\rangle + \hat{a}_{R_1,\sigma}^\dagger \hat{a}_{R_2,\sigma}^\dagger |0\rangle = 0 \quad (57-3)$$

و بنابراین سهم تونل زنی مشترک دو الکترون با اسپین یکسان صفر خواهد بود.

۳-۳-۶- تفسیر فیزیکی

تفسیر فیزیکی را از ریاضیاتی که به معادله (۳-۵۴) منجر می شود می توان به صورت زیر توصیف نمود. دو الکترون (با امکان داشتن انرژیهای مختلف) به طور بالقوه از بین نقطه کوانتومی در طول شش مسیر تداخل می کنند. الکترونها با عبور از این مسیرهای مختلف می توانند با یکدیگر

تداخل کنند. تداخل برای حالت‌های سه گانه ویرانگر و کامل است. این امر که بخاطر آمار فرمی و تمیز ناپذیری بین ترتیب زمانی مستقیم و مبادله می باشد، برای مسیرهای مستقل از U یعنی (I و IV) و مسیرهای وابسته به U یعنی (II, III, V, VI) اتفاق می افتد. برای مثال بخاطر تمیز ناپذیری در طول مسیرهای مستقل از U یعنی (I و IV) دو الکترون دهانه چپ در طول این مسیرها تداخل می کنند تا حالت‌های خروجی مستقیم $(\hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger)$ و مبادله شده $(\hat{a}_{R_1\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\uparrow}^\dagger)$ با ضریب یکسان وابسته به انرژی حاصل شوند. رابطه جابجایی الکترون فوراً به یک تک حالت $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_{R_1\uparrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\downarrow}^\dagger - \hat{a}_{R_1\downarrow}^\dagger \hat{a}_{R_2\uparrow}^\dagger)$ منجر می شود. همین مسئله برای مسیرهای (II, III) و (V, VI) نیز اتفاق می افتد. فقط حالت‌های تکتایی باقی می ماند که از آنها دامنه های گذار تکتایی وابسته به U و مستقل از U بترتیب از معادله های (۳-۵۱) و (۳-۵۲) نتیجه می شوند. با همان بحث می توان نشان داد که تداخل برای دامنه های انتقال اسپین سه گانه یکسان نیز کامل و ویرانگر است. در هر مورد نیازی به مخلوط کردن مسیرهای مستقل و وابسته به U برای انجام تداخل کامل ویرانگر حالت‌های سه تایی نیست.

فصل چهارم

آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده

۱-۴- آمار کوانتومی

۲-۴- کلاسیک در مقابل اپتیک کوانتومی

۳-۴- ابزار اپتیک کوانتومی

۴-۴- بررسی حالت‌های بدام افتاده

۵-۴- آنالیز حالت خطی بل

۶-۴- دسته‌گی و نادسته‌گی الکترون

مقدمه

آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده اگرچه از نظر مفهوم ساده است، اما از لحاظ ساخت دستگاه‌های مفید بسیار پر دردسر می‌باشد. آنچه که موجب آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده می‌شود، در اغلب اوقات تفاوت آمار کوانتومی حالت‌های بدام افتاده می‌باشد. تداخل سنجی شدتی و آنالیزور حالت بل دستگاه‌هایی هستند که در آشکارسازی حالت‌های بدام افتاده بسیار مفید می‌باشند.

۴-۱- آمار کوانتومی

ذرات کلاسیکی قابل تمیز هستند و در نتیجه می‌توانند به طور یکتا برچسب بخورند. در مقابل ذرات کوانتومی یکسان به طور ذاتی غیر قابل تمیزند. آنها بوسیله توابع موج توصیف می‌شوند و از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ پیروی می‌کنند. برای رفتار ریاضی غیر قابل تمیز بودن ذرات کوانتومی، ابتدا باید حالت‌های ذرات را به دلخواه برچسب بزنیم و سپس به تمام تبدیلات ممکن برچسب توجه کنیم. این مسئله به ما اجازه می‌دهد که تمام مسیرهای ممکن تحول تابع موج را ردیابی کنیم. حالت‌های معنادار فیزیکی از طریق شرط اصلی تقارن و تئوری آمار اسپین معین می‌شوند. یک بوزون (فرمیون)، دارای اسپین صحیح (نیمه صحیح) است و تحت مبادله ذره/برچسب متقارن (پادمقارن) است [۶]. برای مثال، حالت‌های ذره $|\Psi\rangle$ و $|\varphi\rangle$ به طور صحیح طبق روش زیر متقارن (پادمقارن) هستند.

$$|\Psi\varphi\rangle_n = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1:\Psi 2:\varphi\rangle + \eta |1:\varphi 2:\Psi\rangle] \quad (1-4)$$

که در آن α و β برچسب حالت‌های ذره و $\eta = \pm 1$ برای بوزونها (فرمیونها) هستند. قسمت اول بدخواه سهم مستقیم را طرح می‌کند، در صورتیکه قسمت دوم، که با برچسب‌های مبادله مشخص شده است، سهم مبادله ای نامیده می‌شود. یک نتیجه فوری اصل طرد پائولی است: $\langle \Psi | \Psi \rangle_{\eta=1} = 0$ و بنابراین دو فرمیون نمی‌توانند حالت مشترکی را اشغال کنند. به زبان کوانتش دوم معادله (۴-۱) به رابطه جابجایی متقارن (پادمتقارن) برای میدانهای کوانتیزه بوزون (فرمیون) منجر می‌شود:

$$[\hat{a}_\alpha, \hat{a}_\beta^\dagger]_{-\eta} = \hat{a}_\alpha \hat{a}_\beta^\dagger - \eta \hat{a}_\beta^\dagger \hat{a}_\alpha = \delta_{\alpha\beta} \quad (۲-۴)$$

که در آن α و β اعداد کوانتومی ذرات را نشان می‌دهند.

تقارن ذرات کوانتومی مفاهیم عمیقی برای خواص آمار کوانتومی بوزونها و فرمیونها دربر دارد. توزیع آماری انرژی یک گاز ایده آل از بوزونها (فرمیونها) در حالت تعادل از تابع بوز-اینشتن (فرمی-دیراک) تبعیت می‌کنند:

$$f_\eta(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E-\mu)/k_B T}{\eta}\right] - \eta} \quad (۳-۴)$$

که در آن μ پتانسیل الکتروشیمیایی، k_B ثابت بولتزمن و T دماست. یک تفاوت قابل ملاحظه که در دمای صفر ظاهر می‌شود این است که تمام بوزونها در حالت زمینه ماکروسکوپی یک مشترکی متراکم می‌شوند، در صورتیکه فرمیونها حالت‌های فضای فاز در دسترسی را پر می‌کنند که بالای انرژی فرمی قرار دارند.

در یک دمای دلخواه، تعداد میانگین ذرات $\hat{N}_k = \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k$ برای یک تک مد k در انرژی E_k در یک منبع دمایی به شکل زیر است:

$$\langle \hat{N}_k \rangle_\eta = f_\eta(E_k) \quad (۴-۴)$$

افت و خیز در این اشغال می‌تواند بوسیله یک تابع همبستگی مرتبه بالاتر مشخص شود، یعنی انحراف معیار در شماره مد اشغالی، که عبارتست از:

$$\langle [\Delta \hat{N}_k]^2 \rangle_\eta = \langle \hat{N}_k \rangle_\eta \left(1 + \eta \langle \hat{N}_k \rangle_\eta \right) \quad (۵-۴)$$

که در آن $\Delta \hat{N}_k(t) \equiv \hat{N}_k(t) - \langle \hat{N}_k \rangle$. برای یک منبع مد بوزون دمایی که افت و خیزهای اشغال مد غالب را ارائه می دهد (با استفاده از $\eta = +1$) داریم:

$$\langle [\Delta \hat{N}_k]^2 \rangle_B = \langle \hat{N}_k \rangle_B (1 + \langle \hat{N}_k \rangle_B) \quad (6-4)$$

که یک مثال از القا یا افزایش حالت نهایی بوزون می باشد. به همین ترتیب، یک مد منبع فرمیون دمایی افت و خیزهای اشغال مد ممنوع شده را ارائه می دهد (با استفاده از $\eta = -1$)،

$$\langle [\Delta \hat{N}_k]^2 \rangle_F = \langle \hat{N}_k \rangle_F (1 - \langle \hat{N}_k \rangle_F) \quad (7-4)$$

این نیز یک مثال از فرونشانی حالت نهایی یا پر کردن فضای فاز فرمیون می باشد.

در حد واگنی پایین $\langle \hat{N}_k \rangle_n \ll 1$ ، اشغاله‌های فرمیون و بوزون از آمارهای شبه پواسون تبعیت می کنند، $\langle [\Delta \hat{N}_k]^2 \rangle_n \approx \langle \hat{N}_k \rangle_n$. چون بسیاری از پدیده‌های کلاسیکی به طور مشابه از آمار شبه پواسون تبعیت می کنند، زمانی که فرایندهای نوفه را تشخیص می دهیم، استفاده از حد پواسون بعنوان نقطه بازگشت مناسب است. F ضریب فانو¹ مقیاسی از این مسئله می باشد:

$$F \equiv \frac{\langle [\Delta \hat{N}_k]^2 \rangle}{\langle \hat{N}_k \rangle} = \begin{cases} 1 + \langle \hat{N}_k \rangle_B \\ 1 \\ 1 - \langle \hat{N}_k \rangle_F \end{cases} \quad (8-4)$$

ضریب فانو برای یک منبع تعادلی بوزون طرح «بالای پواسون» را نشان می دهد، برای اینکه مقدار آن از ضریب فانوی کلاسیکی (پواسون) برای هر $\langle \hat{N}_k \rangle_F : \langle \hat{N}_k \rangle_F \leq 1$ ، از مورد کلاسیکی آن کوچکتر است. این مثال از آمار کلاسیکی تک مد، توضیح می دهد که توابع همبستگی مرتبه بالاتر، اطلاعاتی را تهیه می کنند که در همبستگی مرتبه اول شامل نمی شود.

¹ - Fano factor

۴-۲- کلاسیک در برابر اپتیک کوانتومی

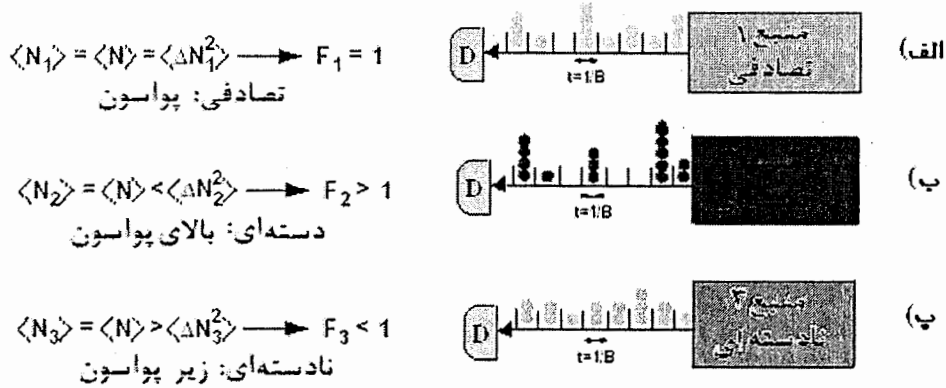
طبیعت موجی یک ذره از طریق یک شدت در حال افزایش (فرونشانی) ذره $\langle I \rangle$ آشکار خواهد شد که از خودتداخلی^۱ سازنده (ویرانگر) نتیجه می شود. برای مثال، شدت میدان فوتون منتشر شده، در یک کاواک اپتیکی زمانی افزایش خواهد یافت که طول مسیر گردش کاواک مضرب صحیحی از طول موج فوتون باشد. در این حالت تشدید، در نتیجه تداخل سازنده یک موج ایستاده در کاواک شکل می گیرد و شدت میدان گسیل شده که در خروجی اندازه گرفته شده در مقایسه با حالت بدون تشدید افزایش می یابد [۲۱]. در یک روش مشابه، طبیعت موجی الکترون می تواند از طریق اندازه گیریهای شدت (جریان) الکترون توصیف شود. کانونی کردن، پراش و تشدید کاواک مثالهایی از آثار تداخل موج هستند که به طور واضح در فوتون [۲۱] و سیستمهای الکترون [۲۲] مشاهده می شوند. این مسئله که ذره طبیعت موجی هم از خود نشان می دهد، مطمئناً از تفسیر مکانیک کوانتومی آن نتیجه می شود. بهر حال، این حقیقت که آثار تداخل موج مشابه می تواند برای فوتونها، الکترونها و حتی امواج کلاسیکی مشاهده شود، به طور قوی القا می کند که تداخل موج باید بصورت پدیده موجی- اپتیکی کلاسیکی، مستقل از آمار کوانتومی ذره، ملاحظه شود.

از مرتبه بندی طبیعت ذره ای ذرات کوانتومی از طریق همبستگی های شدتی مرتبه بالاتر، می توان اطلاعات اضافی را آشکار نمود که از اندازه گیری شدت مرتبه اول بدست نمی آید. به طور مستقیم، می توان این مسئله را از طریق مثال زیر تصدیق نمود. شکل (۴-۱) سه منبع ذره را نشان می دهد. هر کدام ذراتی را منتشر می کنند که بعداً در یک اندازه گیری پهنای باند B آشکار می شوند. آمار تعداد ذرات (آمار شمارشی) بر پایه تعداد ذرات N اندازه گیری شده در یک بازه زمانی $\frac{1}{B}$

بنا شده است. N در شدت یک به یک است، $N = \frac{I}{eB}$ ، و e بار ذره است.

منبع ۱ (شکل ۴-۱ الف) یک منبع تصادفی است که ذرات را در یک روش غیر همبسته گسیل می کند. میانگین تعداد ذرات $\langle N_1 \rangle$ یک توزیع پواسون را نتیجه می دهد، در نتیجه، انحراف معیار در

1- Self Interference



شکل (۴-۱): منابع تصادفی، دسته‌ای، نادسته‌ای. هر منبع ذراتی را منتشر می‌کند که بعداً در بازه زمانی که عکس‌بندی یا آشکارساز است، شمارش یا آشکارسازی می‌شوند. اگرچه هر کدام دارای تعداد میانگین ذرات $\langle N \rangle$ هستند، انحراف معیار $\langle [\Delta N]^2 \rangle$ می‌تواند سه منبع را از یکدیگر تمیز دهد. ضریب فانو معیاری است که تفاوت آمار منابع را نشان می‌دهد [۲۰].

تعداد ذرات $\langle [\Delta N_1]^2 \rangle$ برابر با تعداد ذرات $\langle N_1 \rangle$ است و بنابراین ضریب فانو برابر ۱ است، $F = 1$. منبع ۲ (شکل ۴-۱ب) ذرات را در یک روش دسته‌ای^۱ گسیل می‌کند. اگر چه میانگین تعداد ذرات برابر با منبع ۱ است، $\langle N_2 \rangle = \langle N_1 \rangle \equiv \langle N \rangle$ انحراف معیار بزرگتر از میانگین است و ضریب فانو بزرگتر از ۱ است، $F > 1$. در مقابل منبع ۳ (شکل ۴-۱پ) یک منبع نادسته‌ای^۲ است. بنابراین میانگین تعداد ذرات مساوی با منبع ۱ و ۲ است، $\langle N_3 \rangle = \langle N \rangle$ اما چون یک منبع نادسته‌ای است، انحراف معیار آن کوچکتر از میانگین است. ضریب فانو برای منبع ۳ از واحد کوچکتر است، $F < 1$.

روشن است که با اندازه‌گیری میانگین تعداد ذرات (شدت) نمی‌توان این سه منبع را از یکدیگر تمیز داد. اما از اندازه‌گیری انحراف معیار تعداد ذرات (شدت) سه مورد، از یکدیگر متفاوت خواهند

^۱-Bunch
^۲ Anti bunch

شد. علاوه بر این از این مثال اثبات می شود که با استفاده از توابع همبستگی مرتبه بالاتر، روشهای اپتیک کوانتومی، می توان اطلاعات مربوط به طبیعت آماری یک منبع را آشکار نمود. ظاهراً، میانگینها اطلاعاتی درباره شار ذرات به طور انبوه بدست می دهند. در صورتیکه انحراف معیارها شامل اطلاعاتی درباره تغییر شار ذرات با زمان می شوند. این تفسیر منطقی است، برای اینکه انحراف معیار یک مثال ویژه از یک تابع همبستگی دو زمانه کلی تر است:

$$\langle \Delta \mathcal{N}_\alpha(0) \Delta \mathcal{N}_\beta(\tau) \rangle \xrightarrow{\tau=0, \alpha=\beta} \langle [\Delta \mathcal{N}_\alpha]^2 \rangle \quad (9-4)$$

که در آن $\Delta \mathcal{M}(t) = \mathcal{M}(t) - \langle \mathcal{M} \rangle$ و α, β مکان آشکارسازها، τ یک زمان تاخیر نسبی است، و ایستایی فرض شده است. برای انحراف معیار، فقط یک تک آشکارساز وجود دارد و زمان تاخیری نداریم. اگر چه در مثال ذکر شده، از آمار شمارشی استفاده می شود، اما همان منطق برای توابع همبستگی شدت نیز بکار می رود. برای مثال:

$$\langle \Delta I_\alpha(0) \Delta I_\beta(\tau) \rangle \xrightarrow{\tau=0, \alpha=\beta} \langle [\Delta I_\alpha]^2 \rangle \quad (10-4)$$

مهم است تاکید کنیم که از اندازه گیری انحراف معیار، فقط اطلاعاتی درباره منبع بدست می آید که به کمک آن فقط می توان ضریب فانوی منبع را تعیین نمود. اگر آن منبع یک منبع دمای تعادل باشد، آنگاه از اندازه گیری ضریب فانو که در شکل (4-1) توضیح داده شده است می توان آمار کوانتومی ذرات این منبع تعادلی را نیز تعیین نمود. این نوع اندازه گیری ضریب فانو برای یک منبع دمایی فوتون بوسیله هانبوری براون و توایس¹ در سال ۱۹۵۶ نشان داده شده است [۲۳].

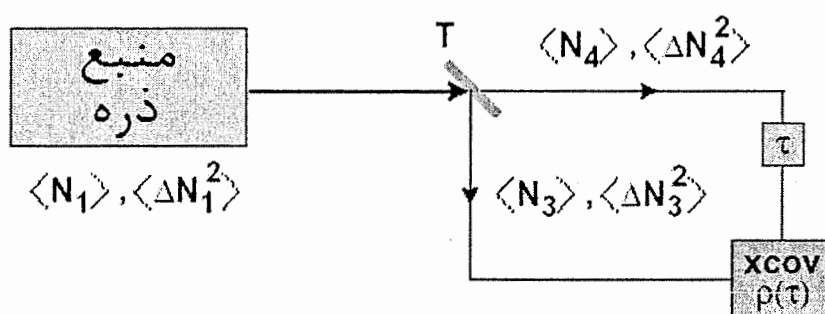
¹ - Hanbury – Brown and Twiss

۴-۳- ابزار اپتیک کوانتومی

۴-۳-۱- آزمایش هانبوری براون و توایس

آزمایش هانبوری براون و توایس (HBT) وسیله ای برای تعیین ضریب فانونی یک منبع ذره ارائه می دهد که در آن از یک همبسته کننده دو زمانه استفاده می شود. این وسیله در ابتدا بعنوان یک وسیله تداخل سنجی تازه برای تعیین قطر ستارگان تصور می شد، اما آزمایش HBT امروزه بخوبی بعنوان اولین اثبات تجربی دسته ای بودن فوتون شناخته شده است.

یک نمایش نموداری از یک تداخل سنج شدتی HBT در شکل (۴-۲) نشان داده شده است. یک منبع ذره با تعداد ذره $\langle N_1 \rangle$ ، انحراف معیار $\langle \Delta N_1^2 \rangle$ و ضریب فانونی F_1 به داخل بازوی ۱ پرتوشکاف



$$F_1 = \frac{\langle \Delta N_1^2 \rangle}{\langle N_1 \rangle} = \frac{1 + \rho(0)}{1 - \rho(0)}$$

شکل (۴-۲): طرح کلی یک تداخل سنج شدتی هانبوری براون و توایس. منبع ذرات دارای مقدار میانگین $\langle N_1 \rangle$ با انحراف معیار $\langle \Delta N_1^2 \rangle$ که ضریب فانونی F_1 برای منبع نتیجه می دهد. ذرات از مسیر ۱ پرتوشکاف که با احتمال عبور T و بازتاب $R = 1 - T$ مشخص می شود، وارد می شوند. ذرات جزءبندی شده از طریق مسیرهای ۳ و ۴ عبور می کنند. یک زمان نسبی تاخیری τ بین دو مسیر خروجی وجود دارد. خروجیها وارد یک همبسته کننده می شوند که کمیت $\rho(\tau)$ را تولید می کند. کمیت $\rho(\tau)$ بدون زمان تاخیری $\rho(0)$ ، در ضریب فانونی منبع یک به یک است و لذا، اندازه گیری مستقیم ضریب فانونی منبع را ممکن می سازد [۲۰].

منتشر می شود. ذراتی که به پرتوشکاف برخورد می کنند، دارای احتمال بازتاب $1-T$ برای بازوی ۳ و یک احتمال T برای گسیل به بازوی ۴ می باشند. یک زمان تاخیر τ وجود دارد که قبل از اینکه شارهای دو ذره همبسته شوند، بین دو بازو بوجود می آید. نتیجه یک صورت بهنجار است. کمیت $\rho(\tau)$ به شکل زیر درمی آید:

$$\rho(\tau) \equiv \frac{\langle \Delta \mathcal{N}_3(0) \Delta \mathcal{N}_4(\tau) \rangle}{\langle [\Delta \mathcal{N}_3]^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \langle [\Delta \mathcal{N}_4]^2 \rangle^{\frac{1}{2}}} \xrightarrow{\tau=0, T=\frac{1}{2}} \frac{F_1 - 1}{F_1 + 1} \quad (11-4)$$

که در آن ایستایی فرض شده است. نتیجه قابل ملاحظه این است که کمیت $\rho(\tau)$ بدون زمان تاخیری یعنی $\rho(0)$ در منبعی با ضریب فانوی F_1 برای یک پرتوشکاف $T = \frac{1}{2}$ یک تابع یک به یک است. مجدداً، نتیجه برای شدتها یکسان است:

$$\rho(\tau) \equiv \frac{\langle \Delta I_3(0) \Delta I_4(\tau) \rangle}{\langle [\Delta I_3]^2 \rangle^{\frac{1}{2}} \langle [\Delta I_4]^2 \rangle^{\frac{1}{2}}} \xrightarrow{\tau=0, T=\frac{1}{2}} \frac{F_1 - 1}{F_1 + 1} = \rho(0) \quad (12-4)$$

بنابراین یک تداخل سنج شدتی ممکن است برای اندازه گیری مستقیم ضریب فانوی یک منبع ناشناخته بکار رود:

$$F_1 = \frac{1 + \rho(0)}{1 - \rho(0)} \quad (13-4)$$

بر حسب سه نوع از منابع ملاحظه شده در شکل (۱-۴) ممکن است اندازه گیری $\rho(0)$ (روی تقسیم خط ذره در یک پرتوشکاف) برای تعیین ضریب های فانوی منبع بکار رود،

$$\rho(0) \rightarrow \begin{cases} \rho(0) > 0 \rightarrow F > 1 \\ \rho(0) = 0 \rightarrow F = 1 \\ \rho(0) < 0 \rightarrow 0 \leq F < 1 \end{cases} \quad (14-3)$$

هانبوری براون و توایس یک همبستگی مثبت را در آنالیز تداخل سنجی فوتونهای یک لامپ قوس جیوه اندازه گرفتند [۲۳]. به این دلیل که لامپ را ممکن است به صورت یک منبع فوتون دمایی در نظر گرفت (یک منبع نور بی نظم)، آنها همچنین توانستند نتیجه بگیرند که همبستگی مثبت ناشی از

توزیع کوانتومی بوز-اینشتن است. به طور خلاصه، پورسل^۱ توجه کرد که یک آزمایش معادل که یک منبع دمایی از فرمیونهای مستقل را مورد استفاده قرار می دهد، باید یک همبستگی منفی ناشی از توزیع فرمی-دیراک را ارائه دهد [۲۴].

تداخل سنجی شدت نوفه منبع مزبور را درجه بندی می کند. اگر آن منبع یک منبع دمایی باشد، آنگاه می توان نوع ذره کوانتومی را از $\rho(0)$ نتیجه گرفت. بهر حال تاکید می کنیم که این نتیجه برای منابع ذره دلخواه معتبر نیست. در برهمکنشهای میان ذرات، آمار کوانتومی ممکن است در تعیین نوع همبستگی های مشاهده شده نقش داشته باشد (برای مثال، برهمکنشهای مثبت بین جریانهای الکترونی ناشی از برهمکنش کولنی) [۲۵، ۲۶]. در مورد ذرات بدون برهمکنش، منابعی وجود دارند که برای مثال فوتونهای تک ردیف با آمار زیر پواسون، با نام نور غیر کلاسیکی تولید می کنند [۲۷، ۲۸، ۲۹]، بنابراین آزمایش تداخل سنجی چنین منبعی یک $\rho(0)$ منفی را نتیجه می دهد [۳۰، ۳۱]. برای تعیین مستقیم آمار کوانتومی یک ذره، باید صریحا سهم های نوفه دو ذره که در برخورد یکسان غیر برهمکنشی ذرات رخ می دهد را بررسی کنیم.

۴-۳-۲- آنالیز برخورد الکترون

پراکندگی دو ذره (یا بیشتر) بوسیله شرط تقارن از طریق تداخل سهم مستقیم و مبادله ای تحت تاثیر قرار می گیرد. به دو بوزون (فرمیون) یکسان توجه کنید که در یک پرتوشکاف ۵۰-۵۰ همانطور که در شکل (۳-۴) نشان داده شده است، برخورد می کنند. در مورد بوزون (شکل ۳-۴ الف)، که سهم های مستقیم و مبادله ای معادله (۴-۱) به طور سازنده تداخل می کنند، احتمال اینکه حالت نهایی یک حالت خروجی دسته ای دو ذره ای باشد، در حال افزایش است. این اثر اولین بار در سال ۱۹۸۷ بوسیله هانک، او، و مندل^۲ نشان داده شد. آنها دو فوتون توام، که به طور همزمان بوسیله یک روش تبدیل پایین تولید شده بود را بکار بردند [۳۲]. این مسئله اخیرا برای فوتونهای یکسان که از

^۱ - Purcell

^۲ - Hong, Ou, and Mandel

پ) برخورد کلاسیکی



مستقل

تفکیک استاندارد

ب) برخورد فرمیون



«نادسته‌ای»

پرکردن فضای فاز

الف) برخورد بوزون



«دسته‌ای»

القای حالت نهایی

شکل (۳-۴): برخورد دو ذره در پرتوشکاف ۵۰/۵۰ الف) دو بوزون یکسان در پرتوشکاف ۵۰/۵۰ برخورد می‌کنند و بدلیل شرط اصلی تقارن، یک احتمال رو به افزایش برای دسته شدن در خروجی دارند. ب) دو فرمیون یکسان برخورد می‌کنند و یک احتمال رو به افزایش برای نادسته شدن دارند. پ) برخورد کلاسیکی با جزء بندی تک ذره ناهمبسته است [۲۰].

یک منبع تک فوتون گسیل می‌شوند، ثابت شده است [۳۳]. از طرف دیگر، در مورد فرمیونها (شکل ۴-۳) برای خروجی دسته ای یک تداخل ویرانگر وجود دارد (بنا به اصل طرد پائولی). البته قسمتهای مستقیم و مبادله ای برای یک خروجی غیر دسته ای تداخل سازنده دارند. مکمل الکترون برای آزمایش هانک، او، و مندل اولین بار بوسیله لیو^۱ و دیگران در یک نیمرسانای مزوسکوپیک ساختار ناهمگون استفاده شد [۳۴]. برخلاف ذرات کوانتومی، ذرات کلاسیکی در یک روش مستقل تقسیم می‌شوند (شکل ۴-۳ پ).

با بحث قبلی از منابع تعادل گرمایی، این مثال ساده نشان می‌دهد که شرط تقارن مبدا اثر «القای حالت نهایی» بوزون و «فرونشانی حالت نهایی» فرمیون یا اثر «پرکردن فضای فاز» می‌باشد. این نتیجه شگفت انگیز نیست، زیرا فرایندها شامل روشی برای ایجاد (و حفظ) تعادل دمایی است، که به طور یقین شامل برخورد دو ذره است.

^۱-Liu

۴-۳-۳- تعمیم به حالت‌های دلخواه از آمار دلخواه

تداخل سنجی شدت و تحلیل برخورد با هم یک مجموعه دستگاه اپتیک کوانتومی را تشکیل می‌دهند که از آن می‌توان برای تشخیص یک منبع دلخواه از ذرات یا حالت‌های کوانتومی با آمار کوانتومی دلخواه (اما ثابت) استفاده نمود: تداخل سنجی شدت ضریب فانوی یک منبع از چنین ذراتی را اندازه می‌گیرد و آنالیزور به طور صریح آمار کوانتومی ذرات یا حالتها را از چنین منبعی آشکار می‌کند. یک کاربرد از دستگاه حاضر در این پایان نامه تشخیص حالت‌های سه گانه اسپین و تکتایی اسپین الکترون به دام افتاده است که در همین فصل آنرا بررسی می‌کنیم. اما قبل از آن این حالت‌های کوانتومی را به طور خلاصه بررسی می‌کنیم.

۴-۴- بررسی حالت‌های به دام افتاده اسپین

ذرات کوانتومی یکسان و غیر قابل تشخیص هستند و این مسئله اغلب به طور واضح به رفتار غیرکلاسیکی منجر می‌شود. حالت‌های تکتایی و سه گانه مثالهایی نمونه از دو ذره به دام افتاده دو بعدی هستند [۲۰].

$$|\Psi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1_A 2_B\rangle \pm \eta |2_A 1_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow_A \downarrow_B\rangle \pm |\downarrow_A \uparrow_B\rangle] \quad (15-4)$$

$$|\Phi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1_A 2_B\rangle + \eta |2_A 1_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow_A \uparrow_B\rangle \pm |\downarrow_A \downarrow_B\rangle] \quad (16-4)$$

که در آن ۱ و ۲ اربیتال یا مدهای فضایی نامیده می‌شوند که مربوط به ورودیهای مسیرهای پرتوشکاف می‌باشند. \uparrow و \downarrow درجه آزادی قطبش یا اسپین هستند، A و B برچسبهای مد هستند و $\eta = \pm 1$ مربوط به بوزونها (فرمیونها) می‌باشند.

رفتار ویژه غیر جایگزیده چنین حالت‌های اینشتن پادولسکی روزن (EPR) به بحث معروف بین اینشتن و بوهر درباره اعتبار و کامل بودن مکانیک کوانتومی منجر شد [۱۵]. همانطور که در فصل دوم بیان شد، در اصل حالت تک اسپین $|\Psi_{-}\rangle$ زمانی که حول فقط یکی از پایه های اسپین چرخش داشته باشد، تک اسپین باقی می‌ماند. بهر حال، زمانی که اندازه گیری در یک پایه بخصوص انجام می‌شود، آنگاه از اندازه گیری حالت فضایی $|\Psi_{-}\rangle$ در همان پایه نتیجه می‌شود، که ذره مد ۲ به طور همزمان

در اسپین مخالف قرار دارد. اگر ذرات دارای جدایی فضایی باشند اینشتن می پرسد، چگونه یک انتخاب تصادفی از پایه های اندازه گیری می تواند به طور فوق نوری انتقال یابد؟ [۵]

حالت فضایی که در معادله (۴-۱۵) توصیف شده ، باستثنای یک یا چند متغیر پنهان برای ساختن چنین ارتباطی، شاید ظاهراً ناقص است

اینها و چند خاصیت دیگر از حالت‌های به دام افتاده با جزئیات بیشتر بوسیله بوهلم مطالعه شده است [۵]. بطور خلاصه پس از آن، جان بل نامساوی شناخته شده بل را فرمولبندی کرد، که در واقع یک بحث احتمال کلاسیکی درباره آشکارسازی کلاسیکی زوج‌های EPR ، شامل احتمال وجود متغیرهای پنهانی [۵] می باشد که در فصل دوم به طور خلاصه ذکر شد. نقض این نامساوی یک اثبات تئوری کوانتومی است که به طور تجربی نشان داده شده است [۵،۶].

هیچ آزمایش تجربی تا کنون پیش بینی های مکانیک کوانتومی را نقض نکرده است. با تاکید استفاده از حالت‌های EPR در معادلات (۴-۱۵) و (۴-۱۶) برای نقض نامساوی بل، این حالت‌ها، حالت‌های بل نامیده می شوند [۸]. حالت‌های بل ساده ترین و دقیق ترین مثال مطالعه شده از حالت‌های به دام افتاده است. در حالت کلی، دو ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ ممکن است به شکل یک حالت به دام افتاده باشد. فوتونها ذرات با اسپین ۱ هستند، اما بدلیل اینکه بدون جرم هستند، فقط دو قطبش عرضی دارند (فوتون‌های طولی وجود ندارند). حالت بل مثالی از بدام اندازی (۲×۲) است: یعنی دو ذره، که هر کدام یک فضای اسپین دو بعدی دارند. اما بدام اندازی با بیش از دو ذره و یا در ابعاد بالاتر بخوبی مطالعه نشده است. حالت‌های GHZ و W مثالهایی از بدام اندازی (۳×۲) یعنی سه ذره با دو بعد هستند [۳۵]. از مشدد اپتیکی می توان برای انجام بدام اندازی (۲×۳) استفاده نمود، که در آن دو مد خروجی و سه مولفه تکانه زاویه ای اربیتالی عرضی انتخاب شده است [۳۶]. به طور واضح، در مورد به دام اندازی چند ذره ای و یا به دام اندازی ابعاد بالاتر، سیستمهایی با تعداد زیاد ذرات و تعداد زیادی حالت‌های تکانه زاویه ای برای ایجاد به دام اندازی (m×n) بکار می روند. در واقع، از یک شبه پیوستار از الکترون‌ها نیز می توان حداقل، برای ایجاد هر دو به دام اندازی (n×۲) و (n×m) استفاده نمود. بهر حال، تولید،

اعتبار و حتی عمر چنین حالت‌هایی چالش‌های بسیار بزرگ تجربی را در پی دارند. در مجموع، مانند حالت‌هایی که قبلاً ذکر شد، خواص چنین بدام اندازی با ابعاد بالاتر هنوز دسته بندی نشده است. محدود کردن تعداد ذرات (مدها) و یا زیرفضای اسپین چنین ذراتی پیچیدگی بدام اندازی را کاهش می دهد و به ما اجازه می دهد که به موارد ساده تر برای مثال n نسخه از به دام اندازی (2×2) بازگردیم.

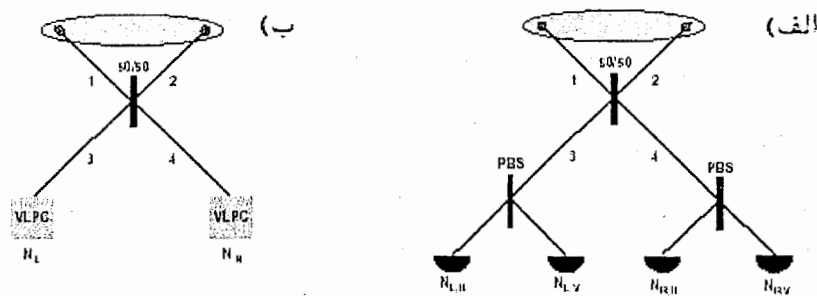
۴-۵- تحلیل حالت خطی بل

در اپتیک تشخیص حالت‌های بل در معادلات (۴-۱۵) و (۴-۱۶) به طور نوعی از طریق استفاده از آنالیزور خطی حالت بل انجام می شود همانطور که در شکل (۴-۴) نشان داده شده است. اساساً آنالیزور حالت بل از دو مولفه: یک آنالیزور برخورد و یک وسیله برای تفسیر خروجی بعد از برخورد تشکیل شده است. حالت بل با خودش در یک پرتو شکاف فضایی برخورد می کند و به دو خروجی ۳ و ۴ پراکنده می شود. فوتونهای پراکنده شده سپس به سمت پرتوشکافهای قطبش^۱ (PBS) فرستاده می شوند، آنگاه خروجیهای هر کدام با استفاده از فوتودیودهای بهمنی^۲ (APDS) یا لوله های فوتومولتی پلیمیر^۳ (PMTS) آشکار می شوند. از همبستگی های بین فرودیهای منتج $N_{L,V}$, $N_{L,H}$ و $N_{R,V}$, $N_{R,H}$ امکان تشخیص حالت‌های بدست می آید. بدلیل اینکه فقط از اپتیک خطی استفاده شده است، بازده این روش به طور بیشینه فقط ۵۰٪ است [۳۸،۳۷]. یک نتیجه این است که این آنالیزور می تواند حالت $|\Psi_{\pm}\rangle$ را در معادله (۴-۱۵) تشخیص و آشکارسازی کند اما نمی تواند حالت $|\Phi_{\pm}\rangle$ در معادله (۴-۱۶) را تمیز دهد. چنین بدام اندازی برای اهداف این فصل کافی است، زیرا به دام اندازی که در فصل ۲ ارائه شد، باید حالت‌های به دام افتاده ای را منتشر کند، که شامل اسپینهای متفاوت باشد. در حالت کلی، برای دستیابی به یک آنالیزور حالت بل با بازده ۱۰۰٪ باید به اپتیک غیر خطی متوسل شد. این خیلی شگفت انگیز نیست: به یک آنالیزور حالت بل ممکن است بعنوان یک غیر

^۱ - Polarization Beamsplitters

^۲ - Avalanche Photodiodes

^۳ - Photomultiplier Tubes



شکل (۴-۴) : الف) آنالیزور حالت خطی بل. یک حالت بدام افتاده در یک پرتوشکاف برخورد می کند و به مسیرهای خروجی ۳ و ۴ پراکنده می شود. فوتودیودهای بهمنی یا فوتومولتی پلیرها نمی توانند فوتونهای فرودی ۱ و ۲ را تمیز دهند، پس پرتوشکافهای قطبش (PBS) برای جداسازی قطبشهای H و V استفاده می شوند. همبستگیهای شمارش های فرودی $N_{R,V}, N_{R,H}, N_{L,V}, N_{L,H}$ یک آنالیزور حالت بل با اپتیک خطی را تشکیل می دهند. ب) استفاده از شمارنده های نور مرئی (VLPC) امکان اندازه گیری حالت تک فوتونی و دو فوتونی بدست می آید. همبستگی تعداد ذرات فرودی N_R, N_L یک آنالیزور حالت بل را تشکیل می دهند، بدون اینکه به پرتوشکافهای قطبش نیاز داشته باشد [۲۰].

بدام انداز توجه نمود و طبق آنچه در فصل ۱ بحث شد، یک برهمکنش غیر خطی برای انجام بدام اندازی مورد نیاز است.

۴-۵-۱- آنالیز برخورد الکترون

آزمایش تداخل سنج شدتی HBT که قبلاً بحث شد، یک ابزار مفید برای درجه بندی نوفه یک منبع معین است. اگر آن منبع یک منبع واگن دمایی باشد، آنگاه می توان نوع ذره، فرمیون یا بوزون را از $\rho(0)$ نتیجه گرفت. اما این برای منابع با نوفه دلخواه درست نیست. برای مثال، یک دستگاه گردان^۱ تک فوتونی یک منبع مهندسی فوتونهای تک ردیف خاموش است [۲۹، ۳۰، ۳۱]. از یک اندازه گیری HBT از این منبع یک $\rho(0)$ منفی نتیجه خواهد شد. برای تعیین مستقیم طبیعت آماری ذرات کوانتومی (یا حالت های کوانتومی) باید سهم های نوفه دو ذره را بررسی کنیم [۴۰، ۳۹]. چنین

^۱ - turnstile

سهم هایی از برخورد ذرات ناشی می شوند [۳۴،۳۲].

ذرات یکسان

برای مثال، به مورد دو بوزون (فرمیون) یکسان توجه کنید. ذرات دارای قطبش یا اسپین یکسان هستند. تقارن، حالتها را ملزم می کند که این ذرات کوانتومی باید تحت مبادله ذره متقارن (پادمقارن) باشند. این امر مستقیماً به حالت زیر منجر می شود:

$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_A 2_B\rangle \pm |2_A 1_B\rangle) \otimes |\sigma_A \sigma_B\rangle \quad (17-4)$$

که در آن A و B برچسب ذرات، ۱ و ۲ مسیر ورودی مدهای پرتوشکاف در انرژی مشترک E و σ مربوط به قطبش (اسپین) است. حالت اربیتالی به طور لازم برای بوزونها (فرمیونها) متقارن (پادمقارن) است چون حالت اسپین متقارن است. یک پرتوشکاف فضایی روی زیر فضای اربیتال منحصر مطابق رابطه ماتریسی پراکندگی زیر عمل می کند،

$$\begin{pmatrix} |3\rangle \\ |4\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t \\ t & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle \\ |2\rangle \end{pmatrix} \quad (18-4)$$

یکانی بودن نیاز به این دارد که $|r|^2 + |t|^2 \equiv R + T = 1$ و $rt^* + tr^* = 0$. با فرض $T = \frac{1}{2}$ ، نتیجه می

شود [۴۱]

$$|\Psi_{out}\rangle_{boson} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|3_A 3_B\rangle + |4_A 4_B\rangle) \otimes |\sigma_A \sigma_B\rangle \quad (19-4)$$

$$|\Psi_{out}\rangle_{fermion} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|3_A 4_B\rangle - |4_A 3_B\rangle) \otimes |\sigma_A \sigma_B\rangle \quad (20-4)$$

که در آن ۳ و ۴ مربوط به مدهای مسیر خروجی در انرژی مشترک E هستند و ضریب های فاز کلی حذف شده اند. روشن است که بوزونهای یکسان (فرمیونها) روی برخورد دسته (باز) می شوند. در مقابل، دو ذره کلاسیکی به طور مستقل داخل یک ترکیب آماری از خروجی های دسته شده و دسته نشده (سهام استاندارد نوفه) پراکنده می شوند. در تمام این سه مورد، میانگین تعداد ذرات در خروجی

یک است. بهر حال، ضریب فانو بعد از برخورد سه مورد را از هم مشخص می کند: $\mathcal{R}_3 = \frac{1}{2}$ برای ذرات کلاسیک، $\mathcal{R}_3 = 1$ برای بوزونها (دسته شده) و $\mathcal{R}_3 = 0$ برای فرمیونها (دسته نشده) می باشند. همانطور که قبلا اشاره شد، دسته شدن فوتونهای یکسان در نتیجه برخورد اولین بار توسط هانگ او، نشان داده شد و مندل تبدیل پایین پارامتری را بعنوان منبع جفت فوتون بکار برد [۳۲]. این آزمایش اخیرا با استفاده از فوتونهای یکسانی تکرار شده است، که از یک دستگاه گردان تک فوتونی تولید می شوند [۳۳]. استفاده از پرتو الکترونی به برخورد دو الکترون یکسان در پرتو شکاف الکترون منجر می گردد، که از نا دسته گی الکترون نتیجه می شود [۳۴]. در هر مورد طبیعت آمار کوانتومی ذرات تشکیل دهنده ای که در برخورد شرکت می کنند، تقارن تابع موج اربیتالی را تعیین می کنند، که روی پرتو شکاف فضایی عمل می کند. تقارن اربیتالی، به نوبه خود، تداخل دو ذره را در پرتوشکاف، و در نتیجه سهم نوفه را در مسیرهای خروجی بعد از برخورد تعیین می کند. این مفهوم را می توان برای تحلیل و تشخیص هر حالت ورودی دو ذره ای، شامل حالتیهای به دام افتاده تعمیم داد.

ذرات بدام افتاده

همانطور که در بالا بیان شد، برخورد حالتیهای بدام افتاده از تقارن اربیتالی نتیجه می شود [۴۲]. از کاربرد ماتریس پراکندگی در معادله (۴-۱۸) برای حالتیهای معادله (۴-۱۵) با فرض $T = \frac{1}{2}$ برای بوزونها نتیجه می شود:

$$S|\Psi_+\rangle_{boson} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|3_A 3_B\rangle + |4_A 4_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [| \uparrow_A \downarrow_B\rangle + | \downarrow_A \uparrow_B\rangle] \quad (۴-۲۱)$$

$$S|\Psi_-\rangle_{boson} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|3_A 4_B\rangle - |4_A 3_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [| \uparrow_A \downarrow_B\rangle - | \downarrow_A \uparrow_B\rangle] \quad (۴-۲۲)$$

و برای فرمیونها نتایج زیر بدست می آیند:

$$S|\Psi_+\rangle_{fermion} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|3_A 4_B\rangle - |4_A 3_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [| \uparrow_A \downarrow_B\rangle + | \downarrow_A \uparrow_B\rangle] \quad (۴-۲۳)$$

$$S|\Psi_{-}\rangle_{fermion} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|3_A 3_B\rangle + |4_A 4_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [| \uparrow_A \downarrow_B\rangle - | \downarrow_A \uparrow_B\rangle] \quad (24-4)$$

(ضریب های فاز کلی حذف شده اند). برای حالت اسپین سه گانه $|\Psi_{+}\rangle$ ، بوزونها دسته ای و فرمیونها نادسته هستند. دلیل آن این است که زیر فضای $|\Psi_{+}\rangle$ متقارن است. الزام تقارن بنابراین نیاز به این دارد که حالت اربیتال برای بوزونها (فرمیونها) متقارن (پاد متقارن) باشد برای اینکه حالت $|\Psi_{+}\rangle$ به طور کلی متقارن (پاد متقارن) است. مطابق قانون اظهار شده، حالت های اربیتال متقارن دسته ای هستند و حالت های اربیتال پاد متقارن نادسته ای می باشند. خواص پراکندگی برای حالت های $|\Psi_{\pm}\rangle$ در شکل (۴-۵) خلاصه شده است.

حالت تک اسپین $|\Psi_{-}\rangle$ یک حالت خاص است. زیر فضای اسپین $|\Psi_{-}\rangle$ پاد متقارن است. در این مورد الزام تقارن نیاز به این دارد که حالت اربیتال برای بوزونها (فرمیونها) پاد متقارن (متقارن) باشد تا تقارن کلی مخصوص حالت $|\Psi_{-}\rangle$ باقی بماند. حالت تقارن زیر فضای اسپین به طور موثر تقارن زیر فضای اربیتالی را مشخص می کند. بنابراین، مطابق قانون ذکر شده، فرمیونها دارای حالت اربیتالی متقارن هستند و دسته ای خواهند بود، در صورتیکه بوزونها دارای حالت اربیتالی پاد متقارن هستند و نادسته ای خواهند بود. خواص پراکندگی برای حالت های $|\Psi_{-}\rangle$ در شکل (۴-۵) خلاصه شده است.

برای خاتمه، حالت های معادله (۴-۱۵) با فرض $T = \frac{1}{2}$ به شکل زیر هستند [۲۰]:

$$S|\Psi_{\pm}\rangle_{boson} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|3_A 3_B\rangle + |4_A 4_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [| \uparrow_A \uparrow_B\rangle \pm | \downarrow_A \downarrow_B\rangle] \quad (25-4)$$

$$S|\Psi_{\pm}\rangle_{fermion} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|3_A 4_B\rangle - |4_A 3_B\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [| \uparrow_A \uparrow_B\rangle \pm | \downarrow_A \downarrow_B\rangle] \quad (26-4)$$

روشن است که حالت های سه گانه اسپین مشترک $|\Phi_{\pm}\rangle$ برای بوزونها و فرمیونها بترتیب در معادله های (۴-۲۱) و (۴-۲۲) دارای خواص پراکندگی مشترک هستند.

الف) اسپین سه گانه

بوزون:	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1,2\rangle + 2,1\rangle) \otimes$	$\begin{cases} 1,1\rangle \\ 1,0\rangle \\ 0,1\rangle \end{cases}$	برخورد شبه بوزون (دسته‌گی فوتون)
فرمیون:	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1,2\rangle - 2,1\rangle) \otimes$	$\begin{cases} 1,1\rangle \\ 1,0\rangle \\ 0,1\rangle \end{cases}$	برخورد شبه فرمیون (نادسته‌گی الکترون)

ب) تک اسپین

بوزون:	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1,2\rangle - 2,1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1\rangle - 1,0\rangle)$		برخورد شبه بوزون (دسته‌گی الکترون)
فرمیون:	$\frac{1}{\sqrt{2}}(1,2\rangle + 2,1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(1,1\rangle - 1,0\rangle)$		برخورد شبه فرمیون (نادسته‌گی فوتون)

شکل (۴-۵): ویژگی‌های پراکندگی برخورد الف) حالت‌های اسپین سه گانه ب) حالت‌های تک اسپین برای بوزونها و فرمیونها [۲۰]

۴-۵-۲- آشکارسازی شدت

یک برخورد ذرات بدام افتاده در پرتوشکاف ۵۰/۵۰ در شکل (۴-۴) نشان داده شده است، گام بعدی برای تشخیص ذرات خروجی در مسیرهای ۳ و ۴ است. همانطور که در بخش قبل بحث شد، در اصل دو نوع آشکارسازی وجود دارد. موج پیوسته و شمارش ذرات فرودی. در یک آنالیزور حالت خطی استاندارد بل برای حالت‌های فوتون به دام افتاده، بطور نوعی از روش شمارش ذرات فرودی استفاده می شود. به دو دلیل (۱) منبع به دام افتاده به طور نوعی دارای واگنی پایین است. (۲) آشکار سازهای مورد استفاده دارای یک اثر زمان مرده هستند. در مجموع، فوتودیوهای بهمنی (APD) و لوله های فوتومولتی پلیمر (PMT) قادر به تمیز فوتونهای ورودی نیستند.

برای غلبه بر این مشکلات در مورد منبع واگنی پایین، پرتو شکافهای قطبش را در خروجی های ۳ و ۴ قرار می دهیم. برای حالت‌های فردی بدام افتاده $|\Psi_{\pm}\rangle$ ، این مسئله باعث می شود که آنالیز حالت خطی بل به یک شمارش دو تایی و روش همبستگی تبدیل شود. اگر حالت به دام افتاده ورودی $|\Psi_{\pm}\rangle$ باشد، آنگاه حالت خروجی دسته ای می شود؛ دو فوتون با قطبش مختلف با هم در مسیر ۳ یا با هم در

مسیر ۴ ظاهر می شوند. سپس پرتو شکافهای قطبش این دسته فوتونی را می شکافند. شخص یک پاسخ (حساسیت) را در آشکارساز نوری که $N_{L,V}$, $N_{L,H}$ یا آشکارساز نوری که $N_{R,V}$, $N_{R,H}$ را می شمارد، مشاهده می کند. این دلالت بر انطباق شماره هایی که برای آشکارسازهای سمت چپ یا راست اتفاق می افتد دارد، و به آشکارسازهای فیمابین سمتهای راست یا چپ ربطی ندارد. بعبارت دیگر، داشتن حالت ورودی بدام افتاده $|\Psi_{-}\rangle$ بمعنی این است که خروجی نادسته ای خواهد بود. اکنون باید انتظار داشته باشیم که انطباقها را بین قطبشهای مختلف روی سمتهای مختلف، برای مثال بین $N_{L,H}$ و $N_{R,V}$ ، ملاحظه کنیم.

این روش می تواند بوسیله اضافه کردن فاز قطبشی که قبل از پرتوشکافهای قطبشی می چرخد اصلاح شود. در آخر، بهرحال اگر کسی به تمام چهار حالت بدام افتاده در معادلات (۴-۱۵) و (۴-۱۶) توجه کند، می تواند در بهترین حالت بازده ۵۰٪ حالت بل [۳۸،۳۷] را با اپتیک خطی بدست آورد. اگر حالت ورودی را به حالتی بدام افتاده $|\Psi_{\pm}\rangle$ محدود کنیم، در اصل می توانیم آنها را با بازدهی ۱۰۰٪ تمیز دهیم. دلیل آن این است که همانطور که در شکل (۴-۵) نشان داده شده است، نشانه تک حالت همیشه یکتاست. به همین دلیل است که آزمایشات انتقال اطلاعات با حالتی بل و اپتیک خطی فقط روی تک حالت متمرکز شده است، و بنابراین نسبت به تمام چهار حالت بل، دارای احتمال وقوع ۲۵٪ است [۴۳].

یک راه جایگزین استفاده از آشکارسازهای نوری است، که می تواند بین حالتی تک فوتون و دو فوتونی تمیز دهد. یک چنین آشکارساز نوری شمارنده نور مرئی است (VLPC) [۴۴]. یک VLPC مستقیماً پایین مسیره های ۴ و ۳ نظیر شکل (۴-۴) قرار می دهیم. شماره های فرودی (N_L, N_R) برای هر رویداد آشکارسازی $(2,0)$ و $(1,1)$ یا $(0,2)$ می شوند. شخص می تواند به وضوح خروجی های دسته و نادسته را از طریق این انطباقها یا همبستگی ها تمیز دهد این نتیجه برای منبع بدام افتاده ورودی که به حالتی $|\Psi_{\pm}\rangle$ محدود شده کافی است. این مفهوم را ممکن است به یک اسباب موج پیوستار دینامیکی مانند آزمایش HBT که قبلاً بیان شد، تعمیم داد.

۴-۶- دسته گی و نادسته گی الکترون

پیشنهاد تجربی برای تحلیل حالت خطی بل مانند آنچه در مراجع [۲۰] ارائه شده در شکل (۴-۶) نشان داده شده است. فرض شود که یک بدام انداز موثر تک حالت وجود دارد، یک جریان حالت‌های $|\Psi_{-}\rangle$ را به داخل یک تداخل سنج دو ذره ای در یک روش تنظیم شده و بدون نوفه تزریق می کند (به طور جایگزین ممکن است از یک بدام انداز $|\Psi_{+}\rangle$ استفاده شود). بر حالت $|\Psi_{-}\rangle$ یک چرخش فاز وابسته به اسپین در بازوی راست تداخل سنج اعمال می شود. برای مثال یک فاز برای الکترونها و اسپین بالا در بازوی راست بکار می رود. این تغییر فاز به شخص اجازه می دهد به طور ممتد بین حالت‌های $|\Psi_{-}\rangle$ و $|\Psi_{+}\rangle$ سازگاری ایجاد کند. ترکیب به دام انداز $|\Psi_{-}\rangle$ و سوق دهنده فاز وابسته به اسپین را ممکن است مانند منبع در نظر گرفت. حالت قبل از برخورد به شکل زیر نوشته می شود:

$$|\Psi_m\rangle = \frac{1}{2} \left\{ |1_A 2_B\rangle \otimes \left[|\uparrow_A \downarrow_B\rangle - e^{i\varphi} |\downarrow_A \uparrow_B\rangle \right] + |2_A 1_B\rangle \otimes \left[e^{i\varphi} |\uparrow_A \downarrow_B\rangle - |\downarrow_A \uparrow_B\rangle \right] \right\} \quad (۲۷-۴)$$

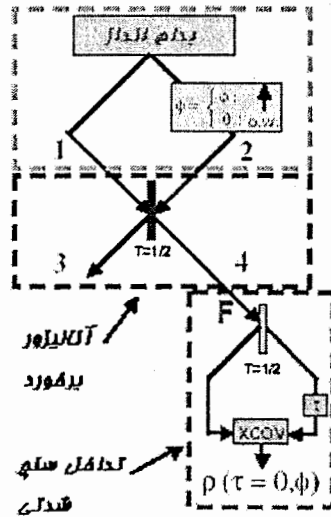
$$= \frac{e^{i\varphi} + 1}{2} |\Psi_{-}\rangle - \frac{e^{i\varphi} - 1}{2} |\Psi_{+}\rangle$$

همانطور که در بخش ۴-۴-۲ توضیح داده شده، حالت بدام افتاده $|\Psi_m\rangle$ از منبع، با خودش در پرتو شکاف فضایی ۵۰/۵۰ برخورد می کند. یک حالت خالص $|\Psi_{-}\rangle$ در خروجی مسیره‌های ۳ و ۴ دسته خواهد شد، در صورتیکه یک حالت خالص $|\Psi_{+}\rangle$ نادسته خواهد بود. به طور کلی، حالت خروجی در مسیره‌های ۳ و ۴ در حدود یک عامل فاز کلی به یک حالت فازی سوق وابسته است، یعنی:

$$|\Psi_{out}\rangle = S |\Psi_m\rangle$$

$$= \frac{1}{4} \left[i(e^{i\varphi} + 1) (|3_A 3_B\rangle + |4_A 4_B\rangle) \otimes \left(|\uparrow_A \downarrow_B\rangle - |\downarrow_A \uparrow_B\rangle \right) + \right. \quad (۲۸-۴)$$

$$\left. (e^{i\varphi} - 1) (|3_A 4_B\rangle - |4_A 3_B\rangle) \otimes \left(|\uparrow_A \downarrow_B\rangle - |\downarrow_A \uparrow_B\rangle \right) \right]$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1_A 2_V\rangle + |2_A 1_V\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_A \downarrow_B\rangle - |\downarrow_A \uparrow_B\rangle)$$

$$\begin{matrix} \text{Clockwise} \\ \text{Arrow} \\ \phi \\ \pi \\ \text{Counter-clockwise} \\ \text{Arrow} \end{matrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1_A 2_V\rangle - |2_A 1_V\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_A \downarrow_B\rangle + |\downarrow_A \uparrow_B\rangle)$$

فاز اسپین از بین آریبیتال پادمختار در دستة اسپین و فضا از بین آریبیتال پادمختار در دستة اسپین

$$F(\phi) = \cos^2 \frac{\phi}{2} = \begin{cases} 1 & \text{دسته} \\ 0 & \text{ND} \end{cases}$$

شکل (۳-۶): آنالیزور حالت بل الکترون. یک بدام انداز الکترون یک حالت تکتایی را منتشر می کند که دستخوش یک انتقال فاز وابسته به اسپین در بازوی راست می شود. این امر موجب تشخیص حالت‌های $|\Psi_{\pm}\rangle$ را می دهد. حالت با خودش در یک آنالیزور برخورد، برخورد می کند، که برای حالت خالص $|\Psi_{+}\rangle$ ($|\Psi_{-}\rangle$) دسته ای (نادسته ای) می باشد. یک تداخل سنجی شدت، الکترون‌های خروجی دسته ای و نادسته ای را تمیز می دهد [۲۰].

خروجی دو الکترون می تواند مانند یک تابع سوق فاز Φ از دسته به نادسته سوق پیدا کند. تداخل سنج شدتی HBT یک ρ را متناظر با ضریب فانوی خروجی اندازه می گیرد:

$$F(\phi) = \frac{1 + \rho(\tau=0, \phi)}{1 - \rho(\tau=0, \phi)} = \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \quad (۲۹-۴)$$

ضریب فانو بین $F=1$ (دو برابر نوفه حد فاصل استاندارد) و $F=0$ (دو ذره نادسته) می باشد.

فصل پنجم

کاربردهای زوج بدام افتاده EPR

۵-۱- انتقال یک حالت کوانتومی مجهول

۵-۲- رمزگذاری متراکم کوانتومی

۵-۳- رمزگذاری بر مبنای بدام اندازی

۵-۴- محاسبه کوانتومی

مقدمه

وجود رشته بلند همبستگی بین زوج ذره EPR کاربرد آنها را برای انتقال اطلاعات مطرح می کند. خود اینشتن از واژه «telepathically» (تلیپاتی) در این زمینه استفاده کرد [۸]. ثابت شده که انتقال آنی اطلاعات بطور قطعی غیر ممکن است [۸]. با وجود این ما نشان می دهیم که همبستگی EPR می تواند در پیشبرد مقررات ارتباطی بکار آید. در این فصل می خواهیم به طور خلاصه و نه کاملاً دقیق نقش بدام اندازی را در تئوری اطلاعات کوانتومی مرور کنیم. ما با مثالهایی نشان خواهیم داد که چگونه بدام اندازی، مانند یک منبع ارزشمند برای پیش بردن مقررات جدید ارتباط است، که مشابه کلاسیکی ندارند. ابتدا موارد ساده انتقال کوانتومی را [۸] و همینطور رمزگذاری کوانتومی [۱۳]، مرور خواهیم نمود. سپس توضیح خواهیم داد که چگونه بدام اندازی می تواند برای پیش بردن کانالهای امن اطلاعاتی در حضور نوفه بکار برده شود [۴۵ و ۴۶].

۵-۱- انتقال یک حالت کوانتومی مجهول

فرض کنید به یک ناظر که آنرا آلیس (A) می نامیم، یک سیستم کوانتومی مانند یک فوتون یا یک ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ داده شده است. در واقع ما توجه خود را به سیستمهای کوانتومی دو بعدی محدود میکنیم که کیوبیت نامیده می شوند. فرض می کنیم کیوبیت آلیس در حالت $|\Psi\rangle$ می باشد که در اصل برای او ناشناخته است. آلیس می خواهد با ناظر دیگر که باب (B) می نامیم ارتباط برقرار کند و اطلاعات کافی درباره کیوبیت خود را برای ساختن یک نسخه درست از آن به او بدهد. دانستن بردار

حالت $|\Psi\rangle$ خودش اطلاعات کافی می باشد اما در حالت عمومی راهی برای فهمیدن آن نیست. فقط اگر آلیس از قبل بداند که $|\Psi\rangle$ متعلق به یک مجموعه بهنجار معین است، می تواند یک اندازه گیری انجام دهد که نتیجه اش به او اجازه خواهد داد که یک نسخه درست از $|\Psi\rangle$ بسازد، اما اگر حالت‌های ممکن برای $|\Psi\rangle$ شامل دو حالت غیر متعامد یا بیشتر باشد، آنگاه از اندازه گیری اطلاعات کافی برای تهیه یک نسخه درست دقیق بدست نمی آید.

یک راه جزئی برای آلیس، برای اینکه باب را از تمام اطلاعات موجود در $|\Psi\rangle$ مطلع کند این است که خود ذره را بفرستد، اما اگر او بخواهد که از انتقال ذره اصلی اجتناب کند، ما نشان می دهیم که یک راه کافی برای انجام این امر ممکن است، اگر آلیس و باب یک حالت بدام افتاده مشترک داشته باشند. سپس این مقررات با نام انتقال کوانتومی شناخته می شود.

برای انجام آن دو کیوبیت در یک تک حالت EPR زیر آماده می شوند:

$$|\Phi_{AB}^{(-)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_A |0\rangle_B - |0\rangle_B |1\rangle_A) \quad (1-5)$$

که در آن $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ یک پایه را برای هر کیوبیت نشان می دهد (ما باید کیوبیتها را مانند ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ مورد توجه قرار دهیم و بنابراین پایه را متناظر با ویژه حالت‌های عملگر پائولی σ_z انتخاب می کنیم). زیرنویس های A و B کیوبیتها را در این زوج EPR مشخص می کنند. کیوبیت اصلی آلیس که حالت آن $|\Psi\rangle$ ناشناخته است و او قصد دارد آنرا به باب منتقل کند، در موقع لزوم با زیرنویس C معرفی خواهد شد. یکی از کیوبیتها (کیوبیت A) به آلیس داده شده است، در صورتیکه کیوبیت دیگر (کیوبیت B) به باب داده شده است. اگر چه امکان همبستگی غیر کلاسیکی بین آلیس و باب پابرجاست، اما زوج EPR در این مرحله شامل اطلاعاتی درباره $|\Psi\rangle$ نیستند. در واقع تمام سیستم شامل کیوبیت ناشناخته C و زوج EPR در یک حالت خالص حاصلضرب $|\Phi_{AB}^{(-)}\rangle |\Psi_C\rangle$ است که نه شامل بستگی کلاسیکی و نه بدام اندازی کوانتومی بین کیوبیت ناشناخته و زوج EPR است. بنابراین اندازه گیری روی عضوی از زوج EPR یا هر دو با هم نمی تواند اطلاعاتی درباره $|\Psi\rangle$ نتیجه بدهد. یک بدام اندازی بین این دو زیر سیستم در بخش بعد ارائه شده است.

برای جفت کردن کیوبیت اول با زوج EPR، آلیس یک اندازه گیری بل روی دو کیوبیت خود A و C انجام می دهد. این اندازه گیری در پایه های عملگر بل [8] صورت می گیرد که به شکل زیر هستند:

$$\begin{aligned} |\Psi_{C,A}^{(\pm)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_C|0\rangle_A \pm |0\rangle_C|1\rangle_A) \\ |\Phi_{C,A}^{(\pm)}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle_C|1\rangle_A \pm |0\rangle_C|0\rangle_A) \end{aligned} \quad (2-5)$$

توجه کنید که این حالت‌های چهارگانه یک پایه متعامد بهنجار کامل برای کیوبیت‌های A و C تشکیل می دهند.

فرض می کنیم حالت ناشناخته کیوبیت اول به شکل زیر باشد:

$$|\Psi_C\rangle = a|0\rangle_C + b|1\rangle_C \quad (3-5)$$

که در آن: $|a|^2 + |b|^2 = 1$. حالت کامل سه کیوبیت قبل از اندازه گیری آلیس به شکل زیر است:

$$|\Psi_{ABC}\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}}(|0\rangle_C|1\rangle_A|0\rangle_B - |0\rangle_C|0\rangle_A|1\rangle_B) + \frac{b}{\sqrt{2}}(|1\rangle_C|1\rangle_A|0\rangle_B - |1\rangle_C|0\rangle_A|1\rangle_B) \quad (4-5)$$

در این معادله، هر ضرب مستقیم $| \rangle_C | \rangle_A$ می تواند برحسب بردارهای پایه عملگر بل $|\Psi_{C,A}^{(\pm)}\rangle$ و $|\Phi_{C,A}^{(\pm)}\rangle$ اظهار شود و لذا نتایج زیر را بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} |\Psi_{ABC}\rangle &= \frac{1}{2} [|\Psi_{C,A}^{(-)}\rangle (-a|0\rangle_B - b|1\rangle_B) + |\Psi_{C,A}^{(+)}\rangle (-a|0\rangle_B + b|1\rangle_B) \\ &\quad + |\Phi_{C,A}^{(-)}\rangle (b|0\rangle_B + a|1\rangle_B) + |\Phi_{C,A}^{(+)}\rangle (-b|0\rangle_B + a|1\rangle_B)] \end{aligned} \quad (5-5)$$

این معادله نشان می دهد که بدون توجه به حالت ناشناخته $|\Psi_C\rangle$ ، چهار اندازه گیری دارای احتمال

مساوی هستند، و هر کدام با احتمال $\frac{1}{4}$ اتفاق می افتد. بنابراین بعد از اندازه گیری آلیس، کیوبیت باب

B مطابق نتیجه اندازه گیری، در یکی از چهار حالت خالص مطرح شده در معادله (5-5) تصویر می

شود. این حالتها به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} -a|0\rangle_B - b|1\rangle_B &= -|\Psi_B\rangle & b|0\rangle_B + a|1\rangle_B &= \sigma_x |\Psi_B\rangle \\ -a|0\rangle_B - b|1\rangle_B &= -\sigma_z |\Psi_B\rangle & -b|0\rangle_B + a|1\rangle_B &= i\sigma_y |\Psi_B\rangle \end{aligned} \quad (6-5)$$

که $\sigma_{x,y,z}$ ، عملگرهای پائولی هستند. هر یک از این حالت‌های منتج ممکن برای کیوبیت EPR باب به طور ساده به حالت اصلی $|\Psi_C\rangle$ که آلیس می‌خواهد آنرا منتقل کند، وابسته اند. لذا اگر آلیس نتیجه اندازه گیری بل را که در دو بیت اطلاعات کلاسیکی جاسازی شده، به باب بفرستد، باب کیوبیت خود را بسته به نتایج اندازه گیری آلیس، با استفاده از یکی از عملگرهای پائولی به حالت $|\Psi_B\rangle$ می‌برد. بنابراین تازگی این مقررات در این است که با شریک شدن در یک حالت بدم افتاده، آلیس می‌تواند با باب در اطلاعات مشتمل در $|\Psi_C\rangle$ فقط با فرستادن دو بیت اطلاعات کلاسیکی ارتباط برقرار کند. در نهایت اشاره می‌کنیم که این مقررات به طور موفقیت آمیزی در چندین آزمایشگاه نشان داده شده است [۴۷].

۵-۲- رمز گذاری^۱ متراکم کوانتومی

رمز گذاری کوانتومی، بدم اندازه‌ی را برای افزایش انتقال اطلاعات کوانتومی روی یک کانال کم نوفه بکار می‌گیرد. این مقررات به شکل زیر است: فرض کنید که ما اطلاعات کلاسیک را در حالت یک کیوبیت کد گذاری کرده ایم و می‌خواهیم آن را روی یک کانال کم نوفه انتقال دهیم، در اینصورت بیشینه مقدار اطلاعات را که می‌توانیم عبور دهیم یک کیوبیت است. این می‌تواند بوسیله تهیه حالت کیوبیت انتقالی در یکی از دو حالت متعامد با احتمال مساوی $\frac{1}{2}$ عملی شود. اما اگر فرستنده، آلیس، تلاش کند اطلاعات بیشتری را در کیوبیت رمز گذاری کند، برای مثال، حالت‌های غیرمتعامد و سپس آنرا برای باب بفرستد، آنگاه باب قادر نخواهد بود که آنها را بخوبی برای بدست آوردن اطلاعاتی بیشتر از یک بیت درباره هویت علامت از هم تشخیص دهد. در حالیکه اگر کیوبیت با کیوبیت‌های دیگر بدم افتاده باشد آنگاه عبور دو بیت از اطلاعات کلاسیکی از طریق کانال، یعنی رسیدن به دو برابر ظرفیت اطلاعات، ممکن می‌شود. ما اکنون برای فهمیدن این مطلب که با رمز گذاری متراکم کوانتومی شناخته می‌شود، مقررات را توصیف می‌کنیم [۱۳].

^۱ - Cryptography

فرض کنید که آلیس و باب در یک زوج دو کیوبیتی که بیشترین بدام اندازی را دارند، برای مثال حالت بل $|\Psi^-\rangle$ ، شریک هستند. بخوبی می دانیم که بدام اندازی خود به خود نمی تواند به ارتباط اطلاعات بین آلیس و باب منجر شود [۴۸]. همانطور که در این مثال می بینیم به منظور انتقال اطلاعات با استفاده از بدام اندازی، ما همچنین به انتقال اطلاعات کلاسیک از آلیس به باب نیاز داریم که غیرممکن بودن ارتباطات فوق نور را تضمین می کند. نکته اصلی که در اینجا قابل توجه است اینست که حالت $|\Psi^-\rangle$ می تواند بوسیله عملگرهای جایگزیده که فقط در قسمت آلیس انجام می شوند، به هر حالت بل معادله (۲-۴) تبدیل شود. در واقع آلیس می تواند حالت $|\Psi^-\rangle$ را بوسیله اعمال عملگر یکانی σ_z روی ذره خود به حالت $|\Psi^+\rangle$ ، و با اعمال σ_x به حالت $|\Phi^-\rangle$ ، و با اعمال عمل $i\sigma_y$ به حالت $|\Phi^+\rangle$ ، تبدیل کند.

در مقررات رمزگذاری متراکم کوانتومی آلیس می تواند تصمیم بگیرد که روی ذره اش عملی انجام ندهد، یا یکی از عملگرهای پائولی σ_i را اثر دهد. در این روش او قادر به رمزگذاری دو بیت از اطلاعات کلاسیکی در حالت بدام افتاده $|\Psi^-\rangle$ خواهد بود. او سپس کیوبیت خود را روی کانال ارتباط با باب می فرستد. در اینصورت باب هر دو ذره را در سمت خودش خواهد داشت، که حالتش یکی از چهار حالت بل است. همانطور که در بالا ذکر شده، چون حالت‌های بل متعامد هستند، می توانند بوسیله انجام یک اندازه گیری بل به طور دقیق از هم تمیز داده شوند. نتیجه اندازه گیری مطابق عمل انجام شده توسط آلیس است و بنابراین مطابق دو بیتی است که او می خواهد منتقل کند. همانطور که می توانیم ببینیم، با بهره جستن از ذرات بدام افتاده که آلیس و باب شریک بودند، دو بیت از اطلاعات کلاسیکی را می توان با ارسال فقط یک تک کیوبیت روی کانال انتقالی، ابلاغ نمود. این بخش را با ذکر این مطلب به پایان می رسانیم که مقررات رمزگذاری متراکم کوانتومی به طور موفقیت آمیزی به اثبات تجربی رسیده است [۴۹].

۵-۳- رمزگذاری کوانتومی بر مبنای بدام اندازی

مقررات ارتباط کوانتومی که در بخشهای ۵-۱ و ۵-۲ بیان شد، فقط در کانالهای بدون نوفه می توانند انجام شوند، اما با استفاده از مقرراتی که در این بخش بیان می کنیم اطلاعات کوانتومی را می توان روی کانالهای نوفه دار منتقل نمود. رمزگذاری کوانتومی به دو قسمت (آلیس و باب) اجازه می دهد در یک کلید سری شریک باشند که متشکل از یک رشته از اعداد اتفاقی به طول پیغامی که منتقل شده است می باشد. این نتیجه اصلی در رمزگذاری کلاسیک است و به یک مقررات رمزگذاری منجر می شود که در حضور نوفه و یک استراق سمع کننده امن می باشد. مقررات رمزگذاری کلاسیک، از مسئله توزیع امن کلید کوانتومی رنج می برند، چون در اصل، یک استراق سمع کننده می تواند کلید را زمان ارسال از آلیس به باب ببیند، بدون اینکه آلیس و باب از حمله استراق سمع مطلع باشند. این مسئله در رمزگذاری کوانتومی حل می شود، که در آنجا کلید در حالتی کوانتومی رمزگذاری می شود که در آن آلیس و باب می توانند از هر تلاشی برای بدست آوردن اطلاعاتی درباره آن مطلع باشند. در واقع، یک اندازه گیری روی سیستم کوانتومی انجام می شود که در آن کلید رمزگذاری شده است. این اندازه گیری بطور کلی آنرا مختل می کند و این اختلال می تواند بوسیله کاربران درست آشکارسازی شود. امنیت فرایند اختلال کلید بوسیله قوانین مکانیک کوانتومی تضمین می شود.

در این مقررات، از رمزگذاری کوانتومی بر پایه بدام اندازی استفاده می شود [۴۶]، اما یک عنصر دیگر به نام روش «تصفیه بدام اندازی» به آن اضافه شده است. این روش به آلیس و باب اجازه می دهد که یک زوج کیوبیت را در حالت خالص بیشینه بدام افتاده تولید کنند که بدام اندازی آن با هر سیستم خارجی تا حد دلخواه پایین باشد. آنها می توانند این شکل را از هر زوج کیوبیتی تولید کنند که در حالتی آمیخته با بدام اندازی غیرصفر باشد.

جزء اصلی این روش، اختلال تک حالتی $|\Psi^-\rangle$ است. لذا برای هر زوج یک ذره به سمت آلیس و ذره دیگر به سمت باب فرستاده شده است. آنگاه کلید بوسیله انجام اندازه گیریهای جایگزیده در قسمت‌های آلیس و باب برقرار می شود. ما از شکل حالت $|\Psi^-\rangle$ می توانیم ببینیم که اگر آلیس یک اندازه گیری از کیوبیت خود را در پایه های $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ انجام دهد، یک نتیجه تصادفی بدست خواهد

آورد. بعلاوه آنگاه اگر باب یک اندازه گیری روی کیوبیت خود در همان پایه ها داشته باشد، همیشه نتیجه متضاد نتیجه آلیس بدست خواهد آورد. بدلیل تغییر تک حالت تحت چرخشهای دوطرفه $SU(2)$ همان نتیجه برای یک انتخاب متفاوت از پایه های اندازه گیری حفظ می شود. لذا روش با پایه بدام اندازی به ترتیب زیر عمل می کند: آلیس و باب در یک عدد معین از تک حالتها شریکند. برای هر زوج آلیس و باب یک اندازه گیری متناظر با یکی از سه پایه ثابت انتخاب می کنند. آلیس در میان پایه های $\{|0\rangle_A, |1\rangle_A\}$ ، پایه های چرخیده با $\frac{\pi}{4}$ و پایه های چرخیده با $\frac{\pi}{2}$ در صفحه x-z را انتخاب می کند (متناظر با ویژه حالت عملگر σ_x)، در حالیکه باب در پایه های $\{|0\rangle_B, |1\rangle_B\}$ ، پایه های چرخیده با $\frac{\pi}{4}$ و یک چرخش $-\frac{\pi}{4}$ را انتخاب می کند. بعد از انجام اندازه گیری آلیس و باب برای هر زوج مختل شده نوع پایه های اندازه گیری انتخابی را آشکار می کنند. اگر انتخاب آلیس و باب مطابق پایه های مشترک باشد، نتیجه اندازه گیریهای آنها کاملاً غیرهمبسته است و آنها کلید رمز را می دهند. نتایج متناظر با اندازه گیری در جهت‌های مختلف می تواند برای آزمون نامساوی بل استفاده شود و لذا می فهمیم که چرا یک استراق سمع کننده با سیستم دو کیوبیتی برهم کنش می کند.

اگر این روش با یک روش تقویت محرمانه کوانتومی (QPA) [7] تکمیل شود، می تواند حتی در حضور نوفه در طول کانالی با کلید مختل شده، امن باشد. عقیده ای که این روش را پیشنهاد می کند، این است که هر دو ذره مشترک در یک حالت خالص، نمی توانند با ذره سوم به دام افتند. بنابراین باید در هر روشی که زوج کیوبیت را در حالت‌های خالص تحویل می دهد، بدام اندازی بین هر زوج و هر سیستم خارجی دیگر که قبلاً می توانست با زوجها برهم کنش داشته باشد، را حذف نمود. در نتیجه اندازه گیریها برای برقرار کردن کلید بعد از بکار گرفتن تکنیک تقویت محرمانه کوانتومی (QPA) انجام می شود. لذا امنیت مقررات با این حقیقت که زوج نهایی در واقع در تک حالت است تضمین می شود. روش (QPA) بر پایه یک الگوریتم مکرر کوانتومی بنا شده که با یک مجموعه از زوج کیوبیتها در یک حالت آمیخته شروع می شود (یعنی حالت بعد از برهم کنش زوجها با یک استراق سمع کننده و یا با محیط) و بعد از انجام عملیات جایگزیده در قسمتهای آلیس و باب و ارتباط اطلاعات کلاسیکی،

تعدادی از آنها را دور می اندازد و باقیمانده را که در یک تک حالت خالص جمع شده اند، حفظ می کند. در این روش، اندازه بدام اندازی بین زوجها و هر استراق سمع کننده به کاهش ادامه می دهد و می تواند به یک مقدار کوچک اختیاری برسد.

روش QPA از عملیات ساده ای تشکیل شده است. یک تک گام از روش مکرر شامل دو زوج است. آلیس عمل یکانی زیر را در روی هر کیوبیت خود انجام می دهد:

$$|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle) \quad (7-5)$$

$$|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - i|0\rangle) \quad (8-5)$$

باب عمل معکوس زیر را دو کیوبیت خود انجام می دهد:

$$|0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) \quad (9-5)$$

$$|1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - i|0\rangle) \quad (10-5)$$

اگر کیوبیتها ذرات اسپین $\frac{1}{2}$ باشند و پایه های محاسبه ویژه مقادیر مولفه z اسپین آنها باشد، آنگاه

این دو عمل بترتیب متناظر با چرخش $\frac{\pi}{2}$ و $-\frac{\pi}{2}$ حول محور x است.

سپس آلیس و باب هر کدام یک عمل نات کنترل شده را روی ذراتشان انجام می دهند که به

شکل زیر تعریف می شود:

$$\begin{array}{ccc} \text{هدف کنترل} & \text{هدف کنترل} & \\ |a\rangle & |b\rangle & \rightarrow |a\rangle |a \oplus b\rangle \quad (a, b) \in \{0, 1\} \end{array} \quad (11-5)$$

که یک زوج شامل دو کیوبیت کنترل و دیگری شامل دو کیوبیت هدف و \oplus بر جمع و تغییر بعدی دلالت می کند. آلیس و باب سپس کیوبیت هدف را در پایه های $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ اندازه گیری می کنند. اگر نتیجه یکسان بود (هر دو اسپین بالا یا هر دو پایین)، آنها زوج کنترل را برای دور بعد حفظ می نمایند و در نتیجه زوج هدف را حذف می کنند. اما اگر نتیجه ها یکسان نباشد، هر دو زوج حذف می شوند.

روشی که در بالا ارائه شد روشی برای خالص سازی بدام اندازی نیز می باشد. هدف تکنیک خالص سازی بدام اندازی در واقع تبدیل یک مجموعه از حالت‌های بدام افتاده آمیخته به یک تعداد کوچکتر از زوجها با یک خلوص افزایش یافته و یک صحت بالاتر نسبت به یک زوج بیشینه بدام افتاده مثلا یک حالت بل است. که بوسیله انجام عملیات جایگزیده و ارتباط کلاسیکی انجام می شود. خالص سازی بدام اندازی همچنین می تواند برای انجام وظایف دیگر در اطلاعات کوانتومی مانند ارتباط راه دور از طریق تکرار کننده های کوانتومی [۵۰] بطور موفقیت آمیزی بکار گرفته شود. همچنین تاکید می کنیم که تکنیک خالص سازی کوانتومی به طور تجربی به شکل موفقیت آمیزی انجام شده است [۵۱].

۵-۴- محاسبه کوانتومی

ایده ساخت یک وسیله محاسباتی بر مبنای یک ماشین کوانتومی زمانی پدیدار شد که دانشمندان با مبانی محدودیتهای محاسباتی مواجه می شدند. آنها فهمیدند که اگر پایداری تکنولوژی؛ طبق قانون مور ادامه یابد؛ آنگاه به طور مداوم؛ اندازه بسته مدار روی ورقه سیلیکون کوچک می شود؛ تا جایی که سرانجام به یک نقطه برسد. بطوریکه عوامل تشکیل دهنده آن از تعدادی اتم بیشتر نباشد. در اینصورت، این مسئله مطرح می شود که قوانین فیزیکی حاکم بر رفتار و خواص مدارها در مقیاس اتمی کلاسیکی نبوده، بلکه کاملاً مکانیک کوانتومی هستند. لذا این سوال مطرح می شود که چگونه نوع جدیدی از کامپیوتر کوانتومی را می توان بر پایه اصول فیزیک کوانتومی ساخت.

فاینمن از اولین کسانی بود که برای تهیه جوابی به این سوال تلاش کرد. او با تولید یک مدل مختصر (کوچک) در سال ۱۹۸۲ نشان داد که چگونه یک سیستم کوانتومی می تواند برای محاسبات کامپیوتری به کار رود. او همچنین توضیح داد که چگونه یک ماشین کوانتومی قادر خواهد بود مانند یک شبیه ساز برای فیزیک کوانتومی عمل کند. به عبارت دیگر یک فیزیکدان باید توانایی آنرا داشته باشد که آزمایشات فیزیک کوانتومی را به داخل کامپیوتر کوانتومی منتقل کند.

بعدها در سال ۱۹۸۵ دوچ فهمید که نظریات فاینمن می‌تواند در نهایت به هدف عمومی کامپیوتر کوانتومی منجر شود و در یک مقاله تئوری نشان داد که هر فرایند فیزیکی در اصل می‌تواند به طور واقعی بوسیله یک کامپیوتر کوانتومی مدلسازی شود. بنابراین توانایی یک کامپیوتر کوانتومی از هر کامپیوتر سنتی کلاسیکی برتر است.

بعد از انتشار این مقاله توسط دوچ پژوهشگران برای پیدا کردن کاربرد جالبی برای چنین ماشینی شروع به تحقیق نمودند. مناسفانه تمام آنچه که بدست آمد، طرح تعدادی مسئله ریاضی بود، تا اینکه در سال ۱۹۹۴ پیتر شور در مقاله ای روش استفاده از کامپیوتر کوانتومی و بکار بردن مزیت بدام اندازی را برای حل یک مسئله مهم در تئوری اعداد ارائه کرد که به دسته بندی^۱ مشهور شد [۳].

او نشان داد که چگونه یک نمونه از عملیات ریاضی که به طور خاص برای یک کامپیوتر کوانتومی طراحی شده است، می‌تواند توانایی یک چنین ماشینی را جهت تجزیه بسیار سریع اعداد خیلی بزرگ، خیلی بزرگتر از آنچه که برای کامپیوترهای سنتی ممکن است، نشان دهد. با این رهیافت، کامپیوتر کوانتومی، از یک کنجکاوی صرفا دانشگاهی به یک گرایش بین‌المللی تبدیل شد.

در یک کامپیوتر سنتی، اطلاعات در یک سری از بیتها رمزگذاری شده و این بیتها در ردیفی برای تولید نتیجه نهایی از طریق دریچه های منطقی جبر بول آرایش شده اند. بطور مشابه کامپیوتر کوانتومی کیوبیتها را بوسیله ارائه یک سری از دریچه های کوانتومی بکار می‌برد. این دریچه های کوانتومی هر کدام یک تبدیل یکانی هستند که بر یک تک کیوبیت یا یک جفت کیوبیت اثر می‌کنند. هنگام بکار بردن این دریچه ها در مجموعه (ثبات) یک کامپیوتر کوانتومی می‌توان یک تبدیل یکانی بر یک مجموعه از کیوبیتها انجام داد. سپس کیوبیتها می‌توانند اندازه‌گیری شوند با این اندازه‌گیری، نتیجه محاسباتی نهایی مشخص می‌شود.

عملیات یک کامپیوتر کوانتومی از ضرب بردار حالت در یک سری از ماتریسهای یکانی

(دریچه های کوانتومی باید معکوس باشند) تشکیل شده است.

یکی از مهمترین دریچه های کوانتومی دریچه NOT کنترل شده (C-NOT)، می باشد و دریچه ای است که روی دو کیوبیت عمل می کند. کیوبیت اول کیوبیت کنترل نامیده می شود و کیوبیت دوم کیوبیت داده¹ است. اگر کیوبیت کنترل در حالت $|0\rangle$ باشد آنگاه کیوبیت داده بدون تغییر می ماند. اگر کیوبیت کنترل در حالت $|1\rangle$ باشد کیوبیت داده تغییر می کند. بنابراین دریچه ای که ما برای آن از علامت \oplus استفاده می کنیم می تواند توسط جدول زیر توصیف شود.

$$\oplus : |0\rangle |0\rangle \rightarrow |0\rangle |0\rangle$$

$$\oplus : |0\rangle |1\rangle \rightarrow |0\rangle |1\rangle$$

$$\oplus : |1\rangle |0\rangle \rightarrow |1\rangle |1\rangle$$

$$\oplus : |1\rangle |1\rangle \rightarrow |1\rangle |0\rangle$$

استفاده از زوج EPR برای ایجاد دریچه C-NOT به طور تجربی در سال ۲۰۰۴ به اثبات رسیده

است [۵۲].

فصل ششم

بدام اندازی با دو نقطه کوانتومی

۶-۱- طرح مختصر استفاده از دو نقطه کوانتومی با یک دهانه ورودی

۶-۲- ایجاد به دام اندازی الکترون در دستگاه شامل دو نقطه کوانتومی با چهار

دهانه

مقدمه

از آنچه تا کنون درباره به دام اندازی الکترون بیان نمودیم، ملاحظه می شود که استفاده از تولید اسپین الکترون به دام افتاده برای محاسبات کوانتومی، ارتباطات کوانتومی، رمزگذاری کوانتومی و ... باید جالب و مهم باشد. بویژه بخاطر عمر طولانی اسپین الکترون به دام افتاده در نیمرساناها مفید بودن آن بیش از پیش تایید می شود [۵۳].

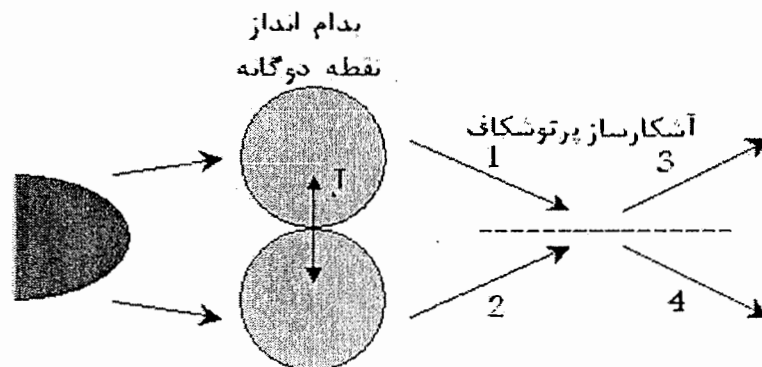
در این پایان نامه تا کنون پیشنهادهایی مبنی بر استفاده از شکافنده های باریکه های الکترونی [۱۵]، ابررساناها [۱۲] و همچنین نقطه کوانتومی منفرد [۱۳] مورد بررسی قرار گرفته اند. همچنین در مرجع [۵۴] پیشنهاد استفاده از سه نقطه کوانتومی ارائه شده است. بعلاوه در یکی از آخرین مقاله های بدست آمده پیشنهاد استفاده از دو نقطه با یک دهانه ورودی ارائه شده است [۵۵]. در ذیل به توضیح مختصر این طرح می پردازیم، و سپس پیشنهادمان را مبنی بر استفاده از دو نقطه کوانتومی با دو دهانه ورودی ارائه و پیامدهای آنرا بررسی می کنیم.

۶-۱- طرح مختصر استفاده از دو نقطه کوانتومی با یک دهانه ورودی [۵۶]

ایده اساسی این طرح استفاده از یک دستگاه نقطه کوانتومی جفت شده دوگانه به عنوان به دام انداز اسپین الکترون است. بخوبی معلوم شده است که از یک نقطه کوانتومی دوگانه با جفت شدگی- مبادله ای می تواند به صورت یک ملکول مصنوعی عمل کند، که در آن الکترونهای روی یک نقطه با

الکترونیهای نقطه دیگر در حالت تکتایی (یا سه گانه) ملکولی به دام بیافتند و مشابه موقعیت ملکولهای واقعی باشد.

برای مثال، یک نقطه کوانتومی دوگانه با دو الکترون که در روی هر نقطه یک الکترون وجود دارد، شباهتی به ملکولهای H_2 با اندازه ای حدود $10-100\text{nm}$ و اشل انرژی $0.1-1\text{meV}$ دارد. این نقطه دوگانه دارای یک درجه مناسب است که جفت شدگی مبادله ای بین دو نقطه را بوسیله ولتاژ الکتریکی قابل تنظیم کنترل می کند، تا رویهم افتادگی تابعهای موج الکترونی را در دو نقطه تضمین کند. بدیهی است جزئیات، در نقطه کوانتومی دوگانه با ملکولهای H_2 از نظر کیفی کاملاً متفاوت است، زیرا در حالت نقطه کوانتومی حبس الکترونی اتمی^۱ تقریباً یک پتانسیل حبس خارجی سه می شکل است، که با درجه های الکتروستاتیکی اعمال می شود. برخلاف اتم واقعی که در آنجا پتانسیل حبس یک برهم کنش هسته ای کولنی می باشد. در یک نقطه کوانتومی دوگانه حالت پایه (با یک الکترون در هر نقطه) در غیاب هر میدان مغناطیسی خارجی، یک حالت تکتایی اسپین الکترون به دام افتاده است که بخاطر مبادله جفت شده اند. در مورد حالت هر نقطه با بیش از یک الکترون، حالت پایه



شکل (۶-۱): نمودار طرح وار یک نقطه کوانتومی دوگانه به صورت یک صافی به دام انداز اسپین الکترون. یک شکافنده باریکه الکترونی به صورت آشکارساز پتانسیل برای به دام اندازی الکترون نیز در شکل وارد شده است.

^۱ - atomic electronic confinement

نقطه های کوانتومی، حتی در غیاب هر میدان مغناطیسی می تواند یا یک حالت تکتایی یا سه تایی و یا حتی پیچیده تر بسته به جزئیات سیستم باشد.

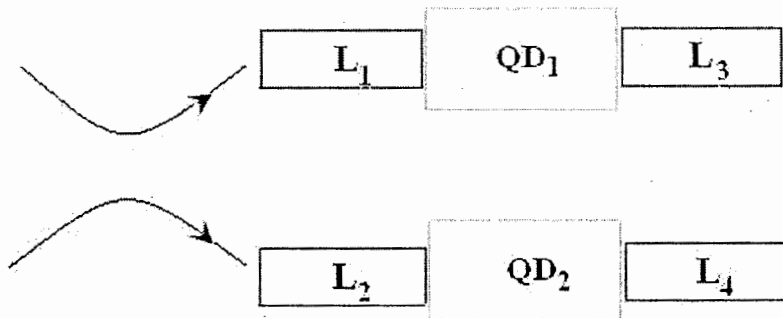
بنابراین در نظریه نقطه کوانتومی دوگانه، الکترونها داخل ساختار نقطه دوگانه از طریق سد داخلی بخوبی کنترل می شوند، تا آنها را در حالت های اسپین تکتایی توزیع کنند و سپس زوج های الکترونی بدام افتاده از سیستم نقطه دوگانه از طریق سدهای خروجی و انتقال به دهانه ها دقیقاً قابل کنترل هستند. سپس به دام اندازی در یک اندازه گیری انتقال مناسب آشکار می شود. در این اندازه گیری می توان نوفه جریان و یا سطح مقطع همبستگی بین الکترونها در زوج الکترون به دام افتاده را از طریق شکافنده باریکه (شکل ۶-۱) اندازه گیری نمود.

نظریه آشکارسازی از نظر مفهوم ساده است، اما از نظر انجام آزمایش به شدت مشکل است. به دام اندازی را می توان در همبستگی بین مشاهدات جایگزیده در روی اعضای تشکیل دهنده، که از نظر فضایی از یکدیگر دور هستند، مشاهده نمود.

پس از ارائه نقطه کوانتومی دوگانه با یک دهانه ورودی، مثلاً یک ابررسانا، که از آن زوج های کوپر به داخل نقطه کوانتومی تابش می شوند. اینک به بررسی طرح پیشنهادی در این پایان نامه، یعنی به دام اندازی از طریق نقطه کوانتومی دوگانه با دو دهانه ورودی می پردازیم.

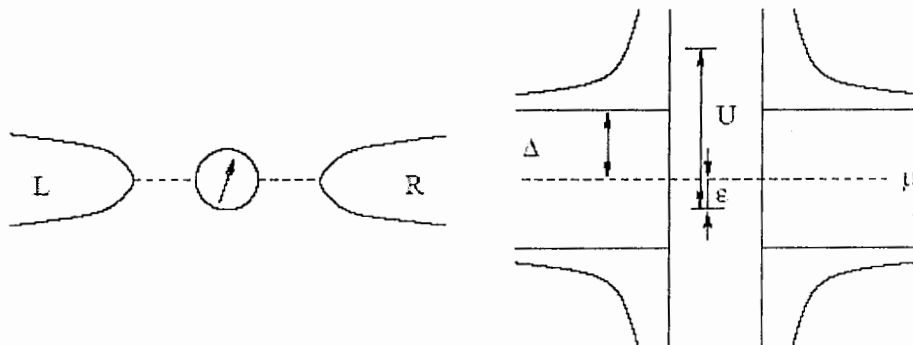
۶-۲- ایجاد به دام اندازی الکترون در دستگاه شامل دو نقطه کوانتومی با چهار دهانه

در طرحی که ما برای تولید زوج های EPR پیشنهاد می کنیم، از دو QD استفاده می شود، اما هر کدام از نقطه های کوانتومی بطور مجزا به یک دهانه ورودی L_1 (L_2) و یک دهانه خروجی L_3 (L_4) متصل هستند. الکترونها را می توان مثلاً با پمپاژ از یک ابررسانا به نقطه کوانتومی تزریق نمود. بدین ترتیب الکترونهای تابشی بخاطر برهم کنش کولنی به داخل نقطه کوانتومی رانده می شوند. باید یادآوری کنیم که یکی از روش های تولید EPR زوج های کوپر در ابررسانا هستند.

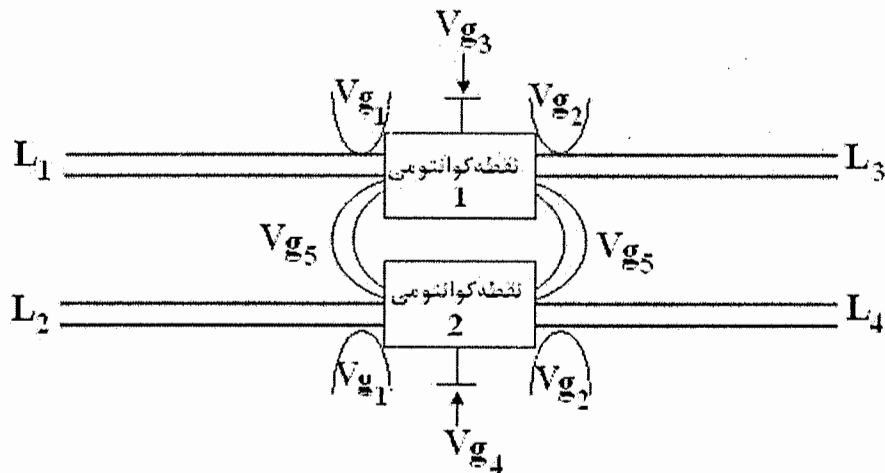


شکل (۶-۲): الکترونها در اثر برهمکنش تداخلی بخاطر پتانسیل کولنی باید به داخل دو نقطه رانده شوند.

در شکل (۶-۲) اثر کولنی را بر حرکت الکترونها می توان مشاهده نمود. بنابراین می توان انتظار داشت، حالت پایه دو الکترون که بطور مجزا در دو نقطه کوانتومی جفت شده قرار دارند، بخاطر برهم کنش قوی کولنی و چشمپوشی از برهم کنش کولنی داخل نقطه ای یک حالت اسپین تکتایی باشد. لذا با اعمال سدهای پتانسیل متغیر متناوب بین QD ها و دهانه های ورودی، دو الکترون ابتدا به داخل نقطه کوانتومی تزریق می شوند، تا در آنجا در حالت اسپین تکتایی قرار بگیرند. سپس آنها به دو دهانه خروجی که مجزا از یکدیگر قرار دارند، تونل زده و خارج می شوند.



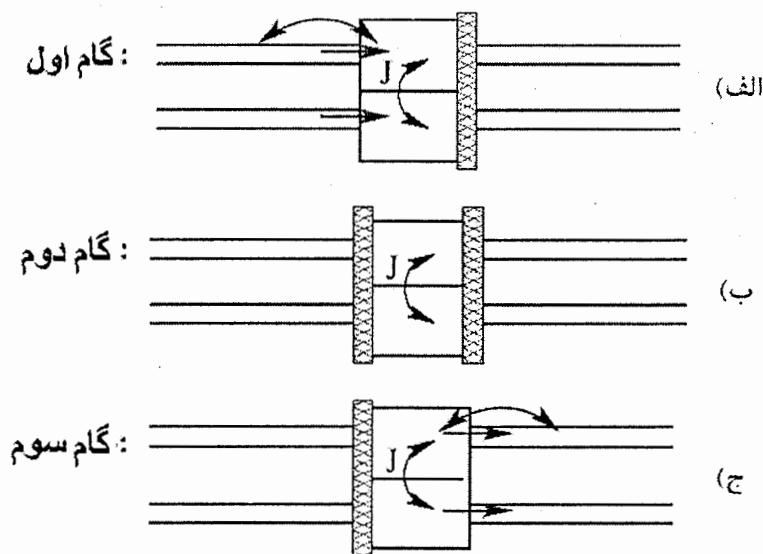
شکل (۶-۳): سمت چپ، طرحی از یک نانوساختار ابررسانا- نقطه کوانتومی- ابررسانا (S D S) سمت راست-نمایش طرحوار طیف انرژی شبه ذره در ابررسانا و ترازهای انرژی نقطه کوانتومی



شکل (۴-۶): نمودار طرح وار یک سیستم با دو نقطه جفت شده QD_1 و QD_2 و چهار دهانه. L_1 و L_2 دهانه های چشمه می باشند، در حالیکه دهانه های L_3 و L_4 دهانه های خروجی می باشند. ولتاژهای دروازه V_{g_1} و V_{g_2} سدهای پتانسیل بین QD ها و دهانه ها را کنترل می کنند. در حالیکه V_{g_3} و V_{g_4} ولتاژهای دروازه ای هستند، که می توانند ترازهای انرژی را در نقطه های کوانتومی تنظیم کنند. در حالیکه V_{g_5} مدل تنظیم جفت شدگی بین دو نقطه کوانتومی است

مدل ارائه شده در شکل (۳-۶) نشان داده شده است. ابتدا یک نقطه کوانتومی بین دو دهانه ابررسانایی نشان داده می شود. در این شکل Δ گاف انرژی ابررسانا است، در حالیکه U برهم کنش دافعه قوی کولنی در داخل نقطه کوانتومی است. ϵ در این سد، تراز انرژی الکترون در نقطه کوانتومی و $\epsilon - U \ll \epsilon$ می باشد

نقطه های کوانتومی باید به گونه ای طراحی شوند (شکل ۴-۶) که در هر نقطه فقط یک تراز انرژی مرتبط با واگنی اسپین دوگانه وجود داشته باشد [۱۳]. لذا ولتاژ متغیر V_{g_1} بین نقطه های کوانتومی و دهانه های ورودی ابررسانایی برقرار می شود که مانند ولتاژ دروازه عمل می کند. در حالیکه ولتاژ متغیر V_{g_2} بین نقطه های کوانتومی و دهانه های خروجی یا اصطلاحاً چاهک برقرار می شود. این ولتاژها را بگونه ای می توان تنظیم نمود که به صورت سدهایی با ارتفاع متغیر بین QD ها و دهانه ها



شکل (۶-۵): نمودار طرحی عملیات، شرح آن در متن داده شده است

عمل کنند، بدینطریق که مثلاً اگر V_{g1} پایین و V_{g2} بالا باشد، الکترونها از ابررساناهای چشمه های L_1 و L_2 به داخل نقطه کوانتومی تونل می زنند و در آنجا بخاطر سد پتانسیل بزرگ V_{g2} متوقف می شوند. سپس با افزایش V_{g1} امکان بازگشت الکترونها به دهانه های چشمه را از بین می بریم و با کاهش ولتاژ V_{g2} امکان تونل زنی از نقطه های کوانتومی به ابررسانای چاهک را برای عملیات بعدی فراهم می کنیم (شکل ۶-۴).

مساله تنظیم ترازهای انرژی الکترونها در نقطه های کوانتومی باید بگونه ای باشد که با تابع کار الکترون در ابررسانا جهت انتقال الکترون از چپ به راست هماهنگ باشد تا عمل انتقال دقیقاً بطور یکطرفه انجام شود. یعنی تابع کار الکترون یا پتانسیل شیمیایی ابررسانای دهانه ورودی حتماً از تراز انرژی الکترون در نقطه کوانتومی بزرگتر باشد. لذا ابررساناهای دهانه های ورودی و خروجی باید با یکدیگر تفاوت داشته باشند، حداقل با افزایش ناخالصی های مناسب باید پتانسیل شیمیایی دو ابررسانای ورودی و خروجی با یکدیگر اختلاف داشته باشند. سپس با اعمال ولتاژ مناسب به نقطه های کوانتومی می توانیم ترازهای انرژی الکترون را در نقطه های کوانتومی که می تواند یک رسانای مناسب

باشد، بگونه ای تنظیم کنیم که با توضیحات بالا تطبیق کند. یعنی $\mu_R > \varepsilon > \mu_L$ که μ_R و μ_L پتانسیل شیمیایی دهانه های ورودی و خروجی می باشند. جفت شدگی بین دو نقطه کوانتومی با ولتاژ V_{g3} تامین می شود.

با توجه به توضیحات بالا برای تولید زوج الکترونها، دو پارامتر V_{g1} و V_{g2} را مطابق شکل در سه مرحله تغییر می دهیم.

مرحله اول: سد سمت چپ را به اندازه ای کاهش می دهیم که الکترونها بتوانند از دهانه های چشمه به داخل QD ها جاری شوند، در حالیکه سد سمت راست را افزایش می دهیم تا ارتباط بین QD ها و دهانه های سمت راست را مسدود کند. یعنی دریچه سمت راست را ببندد (دریچه های مسدود در شکل (۶-۵الف) با خطوط هاشور خورده مشخص شده اند) با توجه به برهمکنش قوی کولنی دافعه بین الکترونها دو نقطه کوانتومی نباید بیش از یک الکترون در هر QD وجود داشته باشد. پس رویهمرفته فقط دو الکترون در دو QD وجود دارند.

در مرحله دوم دریچه سمت چپ را با افزایش V_{g1} مسدود می کنیم، در حالیکه V_{g2} را ثابت نگه می داریم. در نتیجه الکترونها در دو نقطه کوانتومی مانند دو سیستم عایق بندی شده به دام می افتند (شکل ۶-۵ ب). حالت پایه سیستم دو الکترونی حالت تکتایی خواهد بود. هیچ عاملی برای تحریک الکترونها بطور انفرادی و یا همزمان به ترازهای بالاتر وجود ندارد. در این حالت اسپین کل صفر است، لذا حالت تکتایی اسپین در دو نقطه کوانتومی بوجود می آید.

در مرحله آخر زوج الکترونی بدام افتاده با کاهش سد سمت راست برای باز شدن دریچه مربوطه به دهانه خروجی چاهک جاری می شوند (تونل می زنند) (شکل ۶-۵ ج). بخاطر دافعه کولنی قوی زوج EPR ایجاد شده حتما به دهانه های مختلف تونل می زنند. (شکل ۶-۲). اگر اختلاف پتانسیل سریعا کاهش یابد، در اینصورت تابع موج الکترونها تحت تاثیر باز شدن دریچه ها قرار نخواهد گرفت. در اینجا می توان براساس مطالب بیان شده در فصلهای قبل هامیلتونی های مربوطه را بنویسیم. مع ذلک آنرا بعهدہ پژوهشگران بعدی واگذار می کنیم.

References:

1. N.W.Ashcroft, and N.D.Mermin, Solid State Physics, Philadelphia: W.B.Saunders(1976)
2. J. J. Sakurai, Modern Quantum Mecanics, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.(1995)
3. B.M.Terhal, M.M.Wolf, A.C.Doherty, Quantum Entanglement: A Modern Persetive Physics Today April (2003) 46 52
4. C /CS / Phys 191 Spring 2005
5. Franco Selleri, Quantum Paradoxes and Physical Reality, Kluwer Academic Publishers, Vol 35 (1990)
6. B. H. Bransden C. J. Joachain, Quantum Mechanics, 2nd, Prentice Hall(2000)
7. A.K. Ekert, Quantum Cryptography Based on Bell'S Theorem, , Phys. Rev. Lett. , 69, (1991) 661
8. C.H. Bennett, G. Brassard, C.Crepeau, et al, Teleporting an UnKnow Quantum State Via Pual Classical and EPR Channels, Phys. Rev. Lett. ,70, 1993 (1895)
9. , G. Blatter, G.B. Iesorik, and T. Martin, Bell inequalities and entanglement in Solid – State devices, N.M. Chtchelkatchev Phys. Rev. B , 66, 2002 (161320)
10. C. Santorietal , P olarizationC orrelated Photon pairs form a QD. Phys. Rev. B, 66,045308 (2002) ,
11. P. Recher and Danial Loss, Superconductor Coupled Two Luttinger Liquids As an Entangle For Electron Spins, , Phys. Rev. B. 65, (2002) 165327
12. W.D. Oliver, F. Yamaguchi and Y.Yamamoto Electron Entanglement Via a Quantum Dot, , Phys. Rev. Lett. ,88, 037901 (2002)
13. C.H. Bennett, S. J. Wiesner,Communication Via One –And Two Particle Operators On Einstin –Podolsky – RosenS tates, Phys. Rev. Lett. , 69,(1992) 2881
14. O. Benson , et al, Regulated and Entangled Photos Form a Single Q.D. , Phys.Rev.Lett. , 84,(2000) 2513
15. S. Bense, and D. Home, Generic Entanglement Generation, Quantum Statics , Phys. Rev. Lett. 88,, (2002) 050401
16. O.S Snaphi et al , Phys. Rev. Lett., 87 , 037902 (2001)
17. P. Samuelsson , E.V. Sukhovakov and M. Buttiker Orbital Entanglement and Violation Bell Inequalitiesin Mesoscopic Conductors. , Phys. Rev. Lett. , 91 , (2003) 157002
18. E. V. Sukhorukov, G. Burkard, and D. Loss, Phys. Rev. B **63, 125315(2001)**
19. G. D. Mahan, Many Particle Physics, Plenum Press, New York (1990)
20. W. Oliver, Phd Thesis
21. L. Mandel and E. Wolf, Optical Coherence and Quantum Optics, Cambridg University Press, New York (1995)
22. C. W. J. Beenakker and H. V. Houten, Solid State Physics , Vol 44, Academic press, Sandiego (1991)

23. R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, *Nature* , 177 27 (1956)
24. E. M. Purcell , *Nature*, 178,1449, (1956)
25. C. Texier and M. Buttike , *Phys Rev. Lett.* ,62 ,7454 (2000)
26. A. M. Martin, and M. Buttike , *Phys. Rev. Lett.* , 84, 3386 (2000)
27. A. Imamoglu and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* 72,210,(1994)
28. Y. Yamamoto, *Nature* 390, 7 (1997)
29. J. Kim, O. Benson , H. Kan , and Y. Yamamoto , *nature*, 397,500 (1999)
30. P. M. Chler, et al, *Science*, 290, 2282 (2000)
31. C. Santori, et al, *Phys. Rev. Lett.* , 86, 1502 (2001)
32. C. K. Hong , Z. Y. Ou and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* 59,2044 (1987)
33. C. Santori, et al, *Nature*, 419 594 (2002)
34. R. C. Liu, B. Odom, Y. Yamamoto and S. Tarucha, *Nature* , 391 263 (1998)
35. D. M. Greenberger , M. A. Horne, A. Shimony, and A. Zeilinger, *Am. J. Phys.* 58,1131, (1990)
36. A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs and A. Zeilinger, *Nature*, 412 313 (2001)
37. E. Knill, R. Laflamme, and G. M. Milburn, *Nature*, 409, 46 (2000)
38. J. Clasamiglia and N. Lutkenhaus, *Appl. Phys. B.* , 72, 67 (2001)
39. M. Buttiker, *Phys. Rev. B*, 46, 12485 (1992)
40. T. Martin and R. Landauer, *Phys. Rev. B.*, 45,1742 (1992)
41. Y. M. Blanter and M. Buttiker, *Physics Reports* 336 1 (2000)
42. X. Maitre, W. D. Oliver, and Y. Yamamoto, *physica E* 6 .30 (2000)
43. D. Bouwmeester, et al, *Nature* 390 576 (1997)
44. E. Waks, et al , *Appl Phys. Lett* xx, xxx(2003)
45. D. Deutsch, et al, Quantum privacy amplification *Phys. Rev. Lett.* 77, 2818 (1996)
46. F. Machiavello, On the role of entanglement in quantum information *Physica A* 338 (2004)68-75
47. D. Bouwmeester. et al *Nature* 390 (1997) 575
48. D. Brub, et al, *Phys. Rev. A* 62(2000) 62302
49. K. Mattle, et al, *Phys. Rev. Lett.* 79 (1996) 4656
50. H. J. Briegel, et al, *Phys Rev. Lett.* 81(1998) 5932
51. J. W Pan , et al, *Nature* 423(2003)6938
52. Yun-Feng Huang, et al, *Phys. Rev. Lett* PRL 93 240501(2004)
53. J. A. Gupta, D. D. Awschalom, Peng X and Alivisatos *Phys. Rev. B* 59 R10421(1999)
54. D. S. Saraga and Loss, *Phys. Rev. Lett.* 90 166803 (2003)
55. X. Hu and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* 69, 115312(2004)
56. O. S. Snaphi, et al, *Phys. Rev. Lett* 87 037903 (2001)



SHAHROOD UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

PHYSICS DEPARTMENT

ELECTRON ENTANGLEMENT

By:
MARYAM ASGHARI

Supervisor:
Dr. GH. S. ABEDI

July 2005