

سورة الاحقاف



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی

دوگانی سیال/گران‌ش و معادله حالت هولوگرافی

نگارنده: معصومه دهقان

اساتید راهنما:

دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن

دکتر بهنام پورحسن طنابچی

تیر ۱۳۹۷

شماره:
تاریخ:

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خاتم معصومه دهقان با شماره دانشجویی ۹۴۳۷۹۶۴ رشته فیزیک گرایش ذرات بنیادی تحت عنوان دوگانی سیال/گرانش و معادله حالت هولوگرافی که در تاریخ ۹۷/۴/۲۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

<input type="checkbox"/> مردود <input checked="" type="checkbox"/> قبول (با درجه: ...)			
نوع تحقیق: <input checked="" type="checkbox"/> نظری <input type="checkbox"/> عملی			
عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر کاظم بی تقی فدائن	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم	دکتر بهنام پور حسن طنابچی	استادیار	
۳- استاد مشاور			
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر احسان ابراهیمی بسالی	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر سید علی حسینی منصور	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر حسام سلطان پناهی	استادیار	



نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر مهدی مومنی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تصوه: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

تقدیم به عزیزانم

سپاس از اساتید گرامی آقای دکتر بی تقصیر و آقای دکتر پور حسن که مرا در نگارش این پایان نامه یاری نمودند.

و از راهنمایی های بی دریغ آقای دکتر آتشی و کمک های دوستانم سپاسگزارم.

تعهدنامه

اینجانب معصومه دهقان دانشجوی دوره کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی دانشکده‌ی فیزیک و مهندسی هسته‌ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با موضوع تناظرسیال/گرانیش و معادله‌ی حالت هولوگرافی تحت راهنمایی دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن و دکتر بهنام پورحسن طنابچی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است و مقالات مستخرج با نام دانشگاه صنعتی شاهرود و یا **Shahrood University of Technology** به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ :

امضاء دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات، مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

چکیده

بنابر دوگانی مالداسنا یک نظریه‌ی میدان در فضا-زمان $(d - 1)$ بُعدی ارتباط دقیقی با نظریه‌ی گرانش در مرز فضا-زمان d بُعد دارد. به طور خاص مطالعه‌ی دوگان در رژیمی با طول موج بلند، به عنوان دوگانی سیال/گرانش¹ شناخته می‌شود. بر طبق این دوگانی شکل نسبیتی معادلات ناویر-استوکس از حد هیدرودینامیکی² یک نظریه‌ی میدان در $(d - 1)$ بعد به دست می‌آیند. این تناظر اجازه می‌دهد که بتوان یک حل دینامیکی برای سیال یافت، یعنی یک معادله‌ی حالت که به وسیله‌ی عناصر غیرصفر تانسور انرژی-تکانه³ نظریه‌ی مرزی داده می‌شود. بایستی دقت کرد که بر اساس دوگانی باید ویژگی‌های خاصی همچون ثابت جفت شدگی بالا یا تقارن هم‌دیس را به این سیال نسبت داد که آن را از سیال‌های معمولی متمایز می‌کند و به روش‌های معمول نمی‌توان آن را مطالعه کرد به عنوان کاربردی از این سیال می‌توان انرژی تاریک در کیهان‌شناسی را در نظر گرفت. در این پایان‌نامه از دوگانی سیال-گرانش برای یافتن معادله‌ی حالت انرژی تاریک در کیهان‌شناسی استفاده می‌شود.

کلمات کلیدی: نظریه‌ی میدان، نظریه‌ی گرانش، دوگانی سیال/گرانش، انرژی تاریک.

¹ Fluid/Gravity duality

² Hydrodynamics

³ Energy-momentum tensor

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. بهنام پورحسن طنابچی، کاظم بی تقصیر فدافن، معصومه دهقان، دوگانی سیال/گراناش و معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین به عنوان انرژی تاریک، ارائه شده در هفتمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، بهمن ماه ۱۳۹۵، دانشگاه دامغان

فهرست

۱	فصل اول مروری بر نظریه ریسمان.....
۲	۱-۱- نظریه ریسمان.....
۶	۱-۱-۱- نظریه ریسمان به عنوان نظریه وحدت نیروها.....
۶	۱-۱-۲- ابعاد اضافه.....
۷	۱-۱-۳- انواع ریسمان.....
۸	۱-۱-۴- شامه.....
۹	۲-۱- فضا-زمان Ads
۱۱	۳-۱- اصل هولوگرافی.....
۱۵	۴-۱- مروری بر هیدرودینامیک نسبیتی.....
۱۶	۵-۱- مروری بر کارهای انجام شده.....
۱۹	فصل دوم دوگانی سیال/گراناش.....
۲۰	۲-۱- دوگانی سیال/گراناش.....
۲۴	۲-۲- دینامیک تانسور تنش CFT از گراناش.....
۲۶	۳-۲- تفسیری بر تناظر سیال-گراناش.....
۲۸	۴-۲- دینامیک سیال نسبیتی.....
۲۹	۵-۲- سیال غیرنسبیتی.....
۲۹	۶-۲- حد مقیاس ناویر-استوکس.....
۳۱	۷-۲- معادلات دینامیکی سیال و روابط تشکیل دهنده آن.....
۳۳	فصل سوم معادله‌ی حالت هولوگرافی.....
۳۴	۱-۳- معادله‌ی حالت هولوگرافی در دوگانی سیال-گراناش.....
۴۰	۱-۱-۳- معادله‌ی حالت.....
۴۷	فصل چهارم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری.....
۴۸	۱-۴- دوگانی سیال-گراناش و معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین به عنوان انرژی تاریک.....
۴۸	۱-۱-۴- معادله‌ی حالت هولوگرافی.....
۵۰	۱-۲- انرژی تاریک.....
۵۱	۱-۳- رابطه‌ی سیال با مدل گراناشی.....
۵۳	۲-۴- نتیجه‌گیری.....
۵۴	مرجع ها.....

فهرست شکل

- شکل ۱-۱ خمیدگی فضا زمان در نگرش نسبییت عام. ۳
- شکل ۱-۲: ذرات در نظر گرفته شده در مدل استاندارد شامل شش کوارک، شش لپتون، چهار ذره واسطه و ذره هیگز. ۵
- شکل ۱-۳ یک ریسمان باز با دو انتهای باز (دارای مرز)، یک ریسمان بسته (بدون مرز) [۲]. ۷
- شکل ۱-۴) نقاط انتهایی یک ریسمان باز می‌تواند بر روی شامه قرار بگیرد. (۲ مجموعه‌ای از لایه‌ها که در کنار هم قرار گرفته‌اند [۲].) ۸
- شکل ۱-۵ بالا: ساده‌ترین برهم‌کنش بین ریسمان‌های باز، به هم پیوستن دو ریسمان به هم و تبدیل آنها به یک ریسمان می‌باشد. پایین: اگر دو انتهای مربوط به دو ریسمان باز بتوانند به هم بپیوندند، آنگاه دو انتهای یک ریسمان باز منفرد نیز می‌توانند به هم متصل شوند [۲]. ۹
- شکل ۱-۶ شامه‌ها و قرارگیری ریسمان‌های باز بر روی آنها. ۱۰
- شکل ۱-۷ نمایش خمیدگی فضا-زمان ده بعدی. ۱۰
- شکل ۱-۸ شمایی از هولوگرام و تصویر آن به جهان دوبعدی. ۱۱
- شکل ۱-۹ زمانی که یک اختلال ایجاد می‌شود، یک سیاه‌چاله رفتاری مشابه یک سیستم هیدرودینامیکی خواهد داشت. در هیدرودینامیک، پراکندگی یک نتیجه‌ی چسبندگی است [۲]. ۱۳
- شکل ۱-۲ مشخصه‌ی ابرسطح بر حسب r و برای $y_0 = 1$ و $rh = 1$ منحنی خط قرمز برای $c = 0$ ، منحنی نقطه‌ای آبی برای $c = 1$ ، منحنی خط چین سبز برای $c = 2$ و منحنی نقطه و خط چین مشکی برای $c = 3$ است [۸]. ۲۳

فهرست جدول

جدول ۱-۱: دیکشنری نظریه ی هولوگرافی ۱۲

فصل اول

مروری بر نظریه ریسمان

۱-۱- نظریه ریسمان^۱

درک ما در فیزیک جدید بر اساس دو نظریه‌ی جداگانه است، یکی نظریه‌ی نسبیت عام اینشتین که برای درک مقیاس‌های بزرگ مثل ستاره‌ها و کهکشان‌ها، و دیگری مکانیک کوانتومی که مربوط به توصیف اجزا کوچک عالم، اتم‌ها و اجزای اتمی می‌باشد. هر کدام از این دو گروه از قوانین در حوزه‌ی خودشان بسیار دقیق هستند اما زمانی که مثلاً بخواهیم برای توصیف سیاه چاله آنها را با یکدیگر ترکیب کنیم نظریه‌ی موفقی نداریم. به عنوان مثالی دیگر اگر انفجار بزرگ را در نظر بگیرید که در یک لحظه، یک قطعه‌ی بسیار کوچک با شدت منفجر شد و $13/8$ میلیارد سال بعد جهان گسترش پیدا کرد و خنک‌تر شد و کهکشان‌ها به گونه‌ای که امروزه می‌بینیم به وجود آمدند. حال این روند را مانند یک فیلم فرض کنیم و آن را به عقب بر می‌گردانیم همه‌ی چیزهایی که به سرعت از هم دور می‌شوند به سمت هم بر می‌گردند و هنگامی که اینگونه به سمت آغاز جهان پیش می‌رویم، جهان کوچکتر، داغ‌تر و متراکم‌تر می‌شود. هنگامی که به سمت آغاز زمان پیش می‌رویم و به لحظه‌ی انفجار عظیم می‌رسیم، زمانی که کیهان بسیار سنگین و هم به شکلی باور نکردنی کوچک، در اینجا این دو قانون فیزیک بایستی با هم ترکیب شوند، اگر بتوانیم مکانیک کوانتومی و نسبیت عام را با یکدیگر ترکیب کنیم و این فیلم کیهانی را نگاه کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟ ایده‌های مختلفی از وحدت این نیروها مطرح شده است مثل گرانش کوانتومی حلقه‌ای^۲ یا نظریه‌ی ریسمان^۳. اگر نظریه‌ی ریسمان درست باشد، با به کار گرفتن تنها یک عامل که ریسمان‌های کوچک مرتعش از انرژی هستند، جهان را از کوچکترین ذرات گرفته تا محدوده‌های کیهانی شرح خواهد داد [۱].

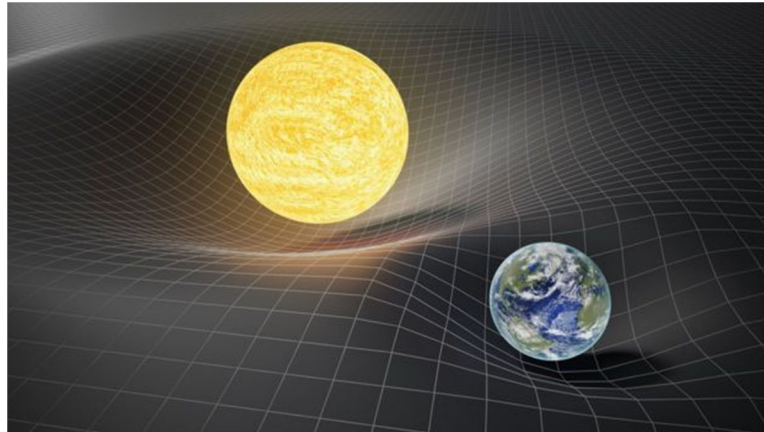
چنانکه اشاره شد برای توصیف فیزیک در مقیاس بزرگ از نظریه‌ی نسبیت عام استفاده می‌شود که نظریه‌ای است در مورد چگونگی عملکرد جاذبه، نسبیت عام جهان را به صورت یک زمینه‌ی شبیه تور در نظر می‌گیرد که اجسام سنگین مثل سیاره‌ها و ستاره‌ها می‌توانند آن را به لرزش درآورده و باعث

¹ String theory

² Loop Quantum Gravity

³ String theory

انحنای و تاب‌هایی در آن شوند، طبق این نظریه این تاب‌ها و انحنای چیزی را به وجود می‌آورند که آن را به صورت جاذبه احساس می‌کنیم.



شکل ۱-۱ خمیدگی فضا زمان در نگرش نسبیت عام.

برای درک فیزیک در مقیاس‌های کوچک نیازمند قوانین دیگری می‌باشیم که در اینجا مکانیک کوانتومی^۱ به کمک ما می‌آید. همانطور که می‌دانیم مکانیک کوانتومی تصویری از فضا ارائه می‌کند که بسیار متفاوت با تصویر ارائه شده توسط نسبیت است. برای دیدن تضاد بین مکانیک کوانتومی و نسبیت لازم است وارد ابعاد خیلی کوچک و میکروسکوپی شویم، تصویر آشنا و معروفی که از فضا داشتیم که در آن همه چیز قابل پیش‌بینی بود توسط دنیایی جایگزین می‌شود که ساختاری بسیار نامطمئن دارد و اگر به همین ترتیب ابعاد را کوچکتر و کوچکتر کنیم تا حد اتم‌ها و اجزای کوچک درون آنها، قوانین ذرات کوچک، مکانیک کوانتومی، می‌گوید بافت فضایی نامنظم و پرهرج و مرج می‌شود که البته به دلیل اصل عدم قطعیت در مکانیک کوانتومی است یعنی هیچ راهی برای گفتن اینکه دقیقاً یک شی در یک مکان مشخص قرار دارد و یا قرار ندارد.

بنابراین قوانین دنیای کوانتومی با قوانینی که ما به آنها عادت داریم بسیار متفاوت هستند. فضا و زمانی که به وسیله‌ی مکانیک کوانتومی پیش‌بینی می‌شود مستقیماً با مدل آرام، منظم و هندسی فضا و زمان که به وسیله‌ی نسبیت عام توصیف می‌شود در تضاد است.

^۱ Quantum mechanics

اما از دیدگاه فیزیکدانان گویا بهتر است همه چیز از آشفتگی ذرات درون اتمی گرفته تا گردش کهکشان‌ها، همگی با یک قانون فیزیکی واحد توضیح داده شوند. آنچه نیاز داریم یک نظریه است که بتواند از ذرات بسیار کوچک گرفته تا اجسام بسیار بزرگ را توصیف کند. نظریه‌ای که هم مکانیک کوانتومی و هم نسبیت عام را در بر بگیرد. نسبیت عام نیروی جاذبه^۱ را شرح می‌دهد و مکانیک کوانتومی با سه نیروی دیگر سازگاری دارد، نیروی هسته‌ای قوی^۲، نیروی الکترومغناطیس^۳، و نیروی هسته‌ای ضعیف^۴. هر فرآیند و اتفاقی در جهان از شکافتن اتم گرفته تا تولد یک ستاره چیزی بیشتر از اثر متقابل این چهار نیرو بر روی مواد نیست. اینشتین سی سال پایان حیاتش را صرف پیدا کردن راهی برای توصیف نیروهای طبیعت در یک نظریه کرد. و اکنون باید دید آیا نظریه‌ی ریسمان^۵ می‌تواند رویای او را به واقعیت تبدیل کند. قرن‌ها دانشمندان اتم‌ها و ذرات کوچکتر درونشان را به صورت توپ‌ها و نقاط کوچک نشان داده‌اند، اما نظریه‌ی ریسمان بیان می‌کند که در قلب هر ذره از ماده لایه‌ی لرزان کوچکی از انرژی وجود دارد که ریسمان^۶ نامیده می‌شود و برخی دانشمندان بر این باورند که این رشته‌های بسیار ریز کلید ادغام جهان اجسام بزرگ و جهان اجزای کوچک در یک نظریه‌ی واحد است. اما با این حال همه‌ی آنها این نظریه را نپذیرفته‌اند چرا که تاکنون هیچ آزمایش عملی نتوانسته وجود این ریسمان‌های کوچک را ثابت کند.

نظریه‌ی ریسمان در ابتدا برای توصیف برهم‌کنش‌های قوی (نیروی هسته‌ای قوی) بیان شده بود، ولی پس از مدتی با گسترش QCD^۶ نتوانست مانند این نظریه نیروی هسته‌ای قوی را توصیف کند و بنابراین مدتی کنار گذاشته شد. اما بعدها دوباره به عنوان نظریه‌ی متحد کننده‌ی نیروهای بنیادی

¹ Gravitational interaction

² Strong interaction

³ Electromagnetic interaction

⁴ Weak interaction

⁵ String theory

⁶ Quantum Chromo Dynamics

مطرح شد.

محتوای مدل استاندارد شامل ۶ کوارک و ۶ لپتون به عنوان ماده و ۳ نیروی اعمال شونده روی ماده می‌باشد، که این سه نیرو شامل نیروهای الکترومغناطیسی، هسته‌ای ضعیف و هسته‌ای قوی است که به وسیله‌ی نظریه‌ی پیمانه‌ای توصیف می‌شوند. همچنین ذرات حامل نیرو شامل ۸ گلئون و ذرات Z^0 و W^\pm و فوتون می‌باشند، این ذرات حامل نیرو را بوزون می‌نامیم. ذرات دیگری به نام فرمیون نیز وجود دارند که فرمیون‌ها خود شامل لپتون‌ها و کوارک‌ها هستند. لپتون‌ها به صورت e^- و μ^- و τ^- و نوترینوهای آن‌ها ν_e و ν_μ و ν_τ هستند، برای تمام این ذرات پاد نیز وجود دارد که در نتیجه ۱۲ لپتون خواهیم داشت. و اما کوارک‌ها که شامل سه رنگ آبی، سبز و قرمز هستند به صورت ۶ کوارک بالا، پایین، سر، ته، افسون و شگفت می‌باشند. با در نظر گرفتن سه رنگی که به این ۶ کوارک می‌توان نسبت داد، تعداد ۱۸ کوارک خواهیم داشت که همه‌ی آنها پاد نیز دارند و بدین ترتیب تعداد کوارک‌ها به ۳۶ می‌رسد. همچنین بوزون هیگز هم در مدل استاندارد وجود دارد که در نهایت ۶۱ ذره خواهیم داشت [۱].

فرمیون‌ها آمار بوز-اینشتین			بوزون‌ها آمار برزی-اینشتین	
جرم = ۲.۳ محموله = ۲/۳ اسپین = ۱/۲ نام =	جرم = ۱.۲۲۵ اسپین = ۱/۲ کوارک بالا	جرم = ۱۷۳.۰۲ اسپین = ۱/۲ کوارک میانی	جرم = ۰ اسپین = ۱ گلئون	جرم = ۱۲۶ اسپین = ۰ بوزون هیگز
کوارک‌ها	جرم = ۰.۵ اسپین = ۱/۲ کوارک پایین	جرم = ۰.۵ اسپین = ۱/۲ کوارک شگفت	جرم = ۰ اسپین = ۱ فوتون	
	جرم = ۰.۵۱۱ اسپین = ۱/۲ الکترون	جرم = ۱۰۵.۷ اسپین = ۱/۲ میون	جرم = ۱.۷۷۷ اسپین = ۱/۲ تاو	جرم = ۰ اسپین = ۱ بوزون Z
لپتون‌ها	جرم = ۰.۰۰۵ اسپین = ۱/۲ نوترینو الکترون	جرم = ۰.۱۷ اسپین = ۱/۲ نوترینو میون	جرم = ۱.۷۵ اسپین = ۱/۲ نوترینو تاو	جرم = ۰ اسپین = ۱ بوزون W±

شکل ۱-۲: ذرات در نظر گرفته شده در مدل استاندارد شامل شش کوارک، شش لپتون، چهار ذره واسطه و ذره هیگز.

۱-۱-۱- نظریه ریسمان به عنوان نظریه وحدت نیروها

در اواخر ۱۹۶۰ میلادی فیزیکدان جوان ایتالیایی به نام گابریل ونزیانو^۱ که حال تحقیق بر روی معادلاتی بود که بتوانند نیروی هسته‌ای قوی را توصیف کنند، موفق شد توصیف تازه‌ای از این نیروها ارائه دهد که منجر به تولد نظریه‌ی ریسمان شد. تا اینکه یک فیزیکدان جوان آمریکایی به نام لئونارد ساسکیند^۲ ساختار ریاضی نظریه‌ی ریسمان را توسعه داد و توانست مفهوم نقطه‌ای بودن ذرات بنیادی را به ریسمان تعمیم دهد. اگر ریسمان‌ها می‌توانستند گرانش را در سطح کوانتومی شرح دهند مسلماً کلید اتحاد چهار نیروی الکترومغناطیس، هسته‌ای ضعیف، هسته‌ای قوی و گرانش به دست می‌آید [۱].

۱-۱-۲ ابعاد اضافه^۳

برای توضیح نظریه‌ی ریسمان به ابعاد بیشتری نیاز است [۱]. برای توضیح ابعاد اضافه تصویر زیر را ارائه می‌کنیم.

سیم‌های یک چراغ برق در خیابان را ببینید. از فاصله‌ی دور نمی‌توانیم ببینیم که آن‌ها ضخامت دارند، و هر کدام شبیه یک خط به نظر می‌رسند چیزی که فقط یک بعد دارد، اما فرض کنید که بتوانیم از نزدیک یکی از این سیم‌ها را ببینیم مثل دیدگاه یک مورچه، حالا بعد دومی که حول کابل وجود دارد قابل دیدن می‌شود از این نقطه نظر مورچه می‌تواند به جلو یا عقب حرکت کند و می‌تواند در جهت و خلاف جهت عقربه‌های ساعت نیز حرکت کند. پس ابعاد می‌توانند دو نوع باشند می‌توانند طولانی و برافراشته باشند مانند طول سیم در عین حال می‌توانند کوچک و دوار باشند مثل این مسیر حلقوی که به دورش پیچیده شده است، بافت جهان ما ممکن است به نوعی شبیه سطح کابل باشد که هم ابعاد بزرگ و گسترده دارد، سه بعدی که می‌شناسیم و همچنین ابعاد دوار و کوچک، حتی بارها کوچکتر از حتی یک اتم که نمی‌توانیم ببینیم، پس درک ما از اینکه در جهانی زندگی می‌کنیم که سه

¹ Gabriele Veneziano

² Leonard Susskind

³ Extra dimensions

بعد فضایی دارد ممکن است درست نباشد و ممکن است در جهانی زندگی کنیم با ابعادی بیشتر از آن که با چشم قابل دیدن باشد.

کالوزا^۱ و کلین^۲ نظریه ای مطرح کردند که می توانست نیروی گرانش و الکترومغناطیس را در حضور ابعاد اضافه یکی کند. این دستاورد مهم منجر به جدی گرفتن ابعاد اضافه شد [۱].

۱-۱-۳ انواع ریسمان

همانطور که بیان شد در نظریه ی ریسمان به جای اینکه ذرات بنیادی به صورت ذرات نقطه ای در نظر گرفته شود، به شکل ریسمان تعریف می شود. و هر ارتعاش ریسمان ذره ای متفاوت را نشان می دهد [۲].

دو نوع ریسمان وجود دارد: ریسمان باز^۳ که دو انتهای آن باز است و ریسمان بسته^۴ که هیچ انتهایی ندارد شکل (۱-۲).



شکل ۱-۳ یک ریسمان باز با دو انتهای باز (دارای مرز)، یک ریسمان بسته (بدون مرز) [۲].

در ریسمان پارامتر T به عنوان پارامتر با بعد وجود دارد که آن را تنش^۵ می نامیم و از آنجائیکه $[T] = L^{-2}$ ، بنابراین می توان یک پارامتر l_s با بعد طول را معرفی کرد که آن را طول ریسمان می نامیم، که خصوصیات مقیاس طول ریسمان را نشان می دهد. در حال حاضر طولی که به شکل

¹ Kaluza

² Klein

³ Open string

⁴ Close string

⁵ Tension

آزمایشگاهی می‌توان مشاهده کرد در حدود 10^{-12} متر می‌باشد [۲].

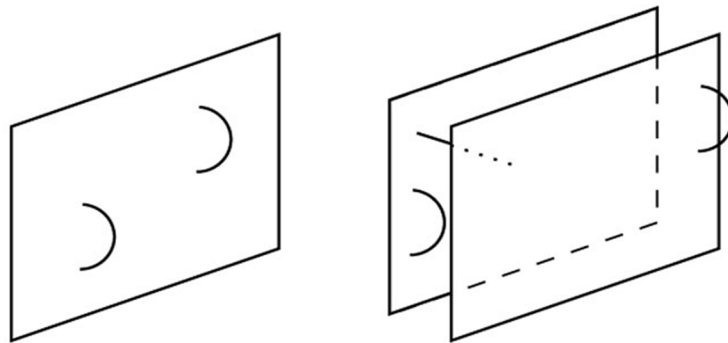
۴-۱-۱ شامه^۱

ساده‌ترین حالت برای بررسی ریسمان‌ها، ریسمان‌های یک بعدی هستند. شامه‌ها اشیائی هستند که ریسمان‌های باز به آن متصل می‌شوند (شکل ۳). همچنین شامه‌ها، با ابعاد فضایی مختلف وجود دارند. P-لایه‌ها، لایه‌هایی با ابعاد فضایی P هستند [۲]. برای مثال:

ذرات نقطه‌ای $p = 0$

ریسمان (یک بعدی) $p = 1$

لایه $p = 2$



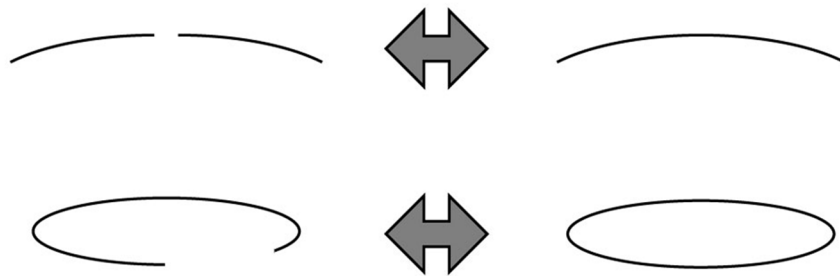
شکل (۴-۱) نقاط انتهایی یک ریسمان باز می‌تواند بر روی شامه قرار بگیرد. (۲) مجموعه‌ای از لایه‌ها که در کنار هم قرار گرفته‌اند [۲].

در نظریه ی ریسمان دو نوع ریسمان باز و بسته به یک معنا هستند. برای فهم این موضوع باید برهم کنش‌های بین ریسمان‌ها را فهمید. شکل (۴-۱) ساده‌ترین برهم کنش بین دو ریسمان باز را نشان می‌دهد. مطابق شکل ساده‌ترین برهم کنش بین ریسمان‌های باز، به هم پیوستن دو ریسمان به هم و تبدیل آنها به یک ریسمان می‌باشد. اگر دو انتهای مربوط به دو ریسمان باز مجزا، بتوانند به هم

¹ D-brane

بپیوندند، آنگاه دو انتهای یک ریسمان باز منفرد، نیز می توانند به هم متصل شوند، و یک ریسمان بسته را به وجود آورند. به همین دلیل است که دو نوع ریسمان داریم [۲].

نکته ی مهم اینجاست که یک ریسمان باز نشان دهنده ی یک نظریه ی پیمانه ای و یک ریسمان بسته بیان کننده ی گرانش است.



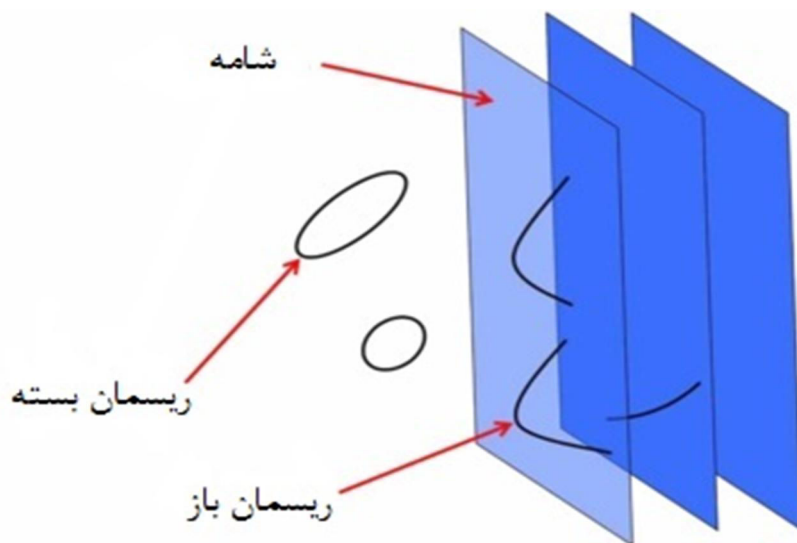
شکل ۱-۵ بالا: ساده ترین برهم کنش بین ریسمان های باز، به هم پیوستن دو ریسمان به هم و تبدیل آنها به یک ریسمان می باشد. پایین: اگر دو انتهای مربوط به دو ریسمان باز بتوانند به هم بپیوندند، آنگاه دو انتهای یک ریسمان باز منفرد نیز می توانند به هم متصل شوند [۲].

۱-۲ فضا-زمان AdS^1

از آنجا که در کاربرد اصل هولوگرافی یا تناظر گرانش/پیمانه همواره فضا-زمان AdS نقش اساسی دارد ابتدا این فضا-زمان و خصوصیات شامه ها در آن را بررسی می کنیم. در تعریف فضا-زمان AdS که به اختصار تحت عنوان پاددوسیتیه و در ارتباط با ریسمان های بسته و گرانش می باشد این گونه می توان بیان کرد که، یک فضا-زمان AdS یک کره با ثابت انحنای^۲ منفی است [۲]. حال تصویری از فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$ ارائه می کنیم. در فضا-زمان ده بعدی به تعداد N شامه ی سه بعدی را که موازی هم قرار دارند در نظر می گیریم. همانطور که در شکل (۱-۸) دیده می شود دو انتهای یک ریسمان باز می تواند به دو شامه متصل باشد [۱۹].

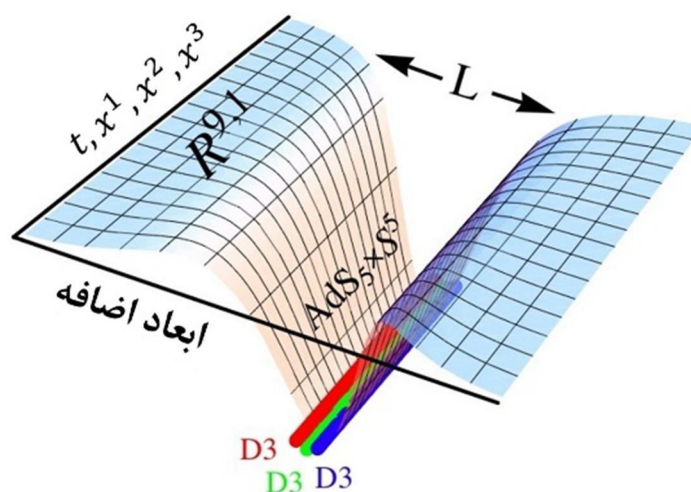
^۱ Anti-de Sitter space

^۲ Curvature constant



شکل ۶-۱ شامه ها و قرارگیری ریسمان های باز بر روی آنها.

زمانی که طول ریسمان به سمت صفر میل می کند شامه ها روی هم قرار گرفته و بسیار سنگین می شوند که همین امر باعث خمیده شدن فضا-زمان می شود که این خمیدگی باعث ایجاد فضای AdS خواهد شد، مطابق شکل (۹-۱). در این شکل شامه های D_3 در مرکز فضا-زمان قرار دارند و باعث خمیدگی فضا-زمان اطراف خود شده اند، پارامتر L شعاع این هندسه را بیان می کند در فاصله های بسیار دور از این شامه ها فضا-زمان تخت را داریم.



شکل ۷-۱ نمایش خمیدگی فضا-زمان ده بعدی.

۱-۳ اصل هولوگرافی^۱

همانطور که می‌دانیم یک هولوگرام نوری یک تصویر سه بعدی را روی یک شیء دو بعدی رمزگذاری می‌کند [۲۰]. به طور مشابه یک نظریه هولوگرافی که نظریه‌ای در گرانس کوانتومی و نظریه‌ی ریسمان است، یک نظریه‌ی پنج بعدی را توسط یک نظریه چهار بعدی رمزگذاری می‌کند. در واقع حجم یک فضا را می‌توان در مرزهای آن مانند یک تصویر هولوگرام دو بعدی توصیف کرد. با توجه به این، جهان فیزیکی را می‌توان به صورت یک هولوگرام در نظر گرفت که اطلاعات آن در افق گرانشی کیهان موجود است [۲].



شکل ۱-۸ شمایی از هولوگرام و تصویر آن به جهان دوبعدی.

تناظر AdS/CFT مثالی از هولوگرافی می‌باشد، چرا که AdS/CFT مدعی است که فیزیک چهار بعدی به فیزیک پنج بعدی مرتبط است، و از این منظر است که اغلب یک نظریه‌ی هولوگرافی نامیده می‌شود. دیکشنری در جدول (۱-۱) به طور خلاصه آمده است.

¹ Holographic principle

جدول ۱-۱: دیکشنری نظریه ی هولوگرافی

کمیت	$N = 4$ SYM یانگ میلز	پاددوسیته
شعاع انحنای S^5 و AdS_5	-	L
مقیاس طول ریسمان بنیادی	$\lambda^{-\frac{1}{4}}L$	l_s
حد جفت شدگی توفت ($g_{YM}^2 N_c \equiv$)	λ	$\left(\frac{L}{l_s}\right)^4$
تنش ریسمان ($(2\pi l_s^2)^{-1} \equiv$)	$\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} L^{-2}$	T_0
جفت شدگی ریسمان	$\frac{1}{4\pi} g_{YM}^2$	g_s
شعاع افق سیاهچاله ($L^{-2} \times$)	πT	u_h
دما	T	$\frac{u_h}{\pi}$

همانطور که بیان شد بر اساس دوگانی به جای مطالعه ی مستقیم گرانش کوانتومی، یک نظریه ی هم ارز در ابعاد کمتر معرفی می شود که تمام فیزیک موجود در توده ی گرانشی را در بردارد. تناظر AdS/CFT اولین بار توسط مالداسنا مطرح شد [۳]، او بیان کرد بین یک نظریه ی ریسمان نوع IIB و نظریه ی ابرتقارن یانگ-میلز در چهار بعد، هم ارزی وجود دارد.

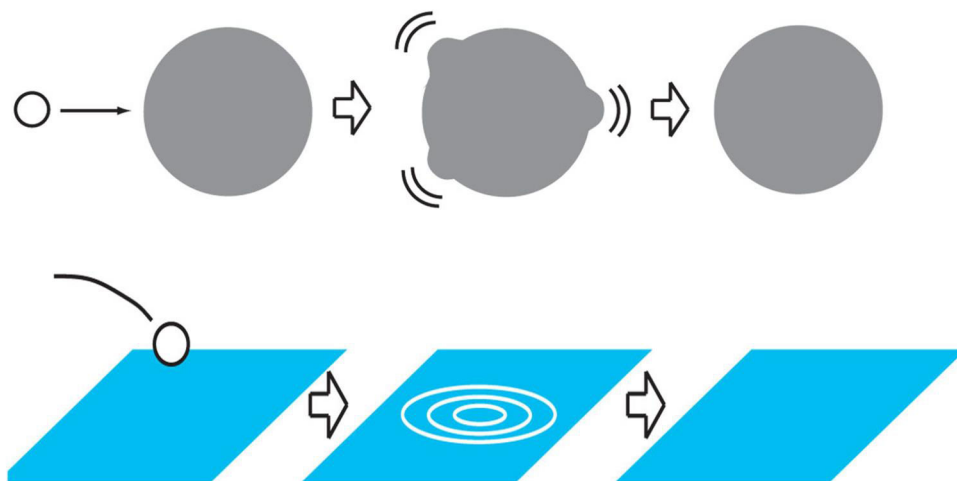
در این پایان نامه وارد جزئیات این نظریه ها نمی شویم و تنها از نتیجه های آن استفاده می کنیم. همانطور که در بخش های قبل بیان شد نظریه ی ابرریسمان نامزدی برای اتحاد چهار نیروی طبیعت است [۲].

نظریه ی پیمانهای به غیر از گرانش همه ی نیروها شامل نیروی الکترومغناطیسی، نیروی هسته ای قوی و نیروی هسته ای ضعیف را توصیف می کند. برای مثال نیروی الکترومغناطیسی به وسیله ی یک نظریه ی پیمانهای $U(1)$ توصیف می شود، و نیروی هسته ای قوی توسط یک نظریه ی پیمانهای $U(3)$ قابل توصیف است که به عنوان کرومودینامیک کوانتومی یا QCD شناخته می شود. اساس نظری نهفته در این سه نیرو به عنوان نظریه ی پیمانهای شناخته می شود. اما کار ساده ای برای محاسبه ی نظریه ی

پیمانهای در جفت‌شدگی قوی نداریم. بنابراین زمانی که نیروی قوی به معنای واقعی کلمه قوی است، نمی‌توانیم این نیرو را به قدر کافی درک کنیم. دوگانی AdS/CFT ادعا می‌کند که می‌توان نظریه‌ی پیمانهای جفت‌شدگی قوی را با استفاده از فضا-زمان خمیده، یعنی فضا-زمان AdS، تحلیل کرد [۲].

معمولاً یک حالت دوگانی بین دو نظریه‌ای که در نگاه اول متفاوت هستند، تعادل برقرار می‌کند. در دوگانی AdS/CFT، بین نظریه‌ی پیمانهای و نظریه‌ی گرانش تفاوت وجود دارد، و حتی ابعاد فضا-زمان آن‌ها با یکدیگر متفاوت است. اما در یک دوگانی، زمانی که یک نظریه جفت‌شده قوی است، نظریه‌ی دیگر جفت‌شده ضعیف می‌باشد. مطابق AdS/CFT تحلیل یک نظریه‌ی پیمانهای قوی با استفاده از فضا-زمان AdS ممکن است. بنابراین تلاش‌های زیادی برای تجزیه و تحلیل نیروی قوی با استفاده از AdS/CFT وجود دارد.

یک مثال آن پلاسمای کوارک-گلوئون است که آن را به اختصار QGP^۱ می‌نامند [۲]. طبق QCD، درجات آزادی بنیادی پروتون‌ها و نوترون‌ها نیستند، بلکه کوارک‌ها می‌باشند.



شکل ۱-۹ زمانی که یک اختلال ایجاد می‌شود، یک سیاه‌چاله رفتاری مشابه یک سیستم هیدرودینامیکی خواهد داشت. در هیدرودینامیک، پراکندگی یک نتیجه‌ی چسبندگی است [۲].^۰

^۱ Quark-gluon plasma

تحت شرایط عادی، کوارک‌ها درون پروتون‌ها و نوترون‌ها محصور می‌شوند. اما در دماهای به اندازه‌ی کافی بالا، آزاد شده و پلاسمای کوارک-گلوئون را تشکیل می‌دهند. آزمایشات پلاسمای کوارک-گلوئون در حال انجام است، بر طبق این آزمایشات رفتار پلاسمای کوارک-گلوئون مشابه یک سیال با چسبندگی^۱ برشی خیلی کوچک است [۲]. این بدان معنی است که QGP جفت‌شده‌ی قوی است، که این امر تجزیه و تحلیل نظری را مشکل می‌کند. با این حال معلوم می‌شود که مقدار چسبندگی‌ای که توسط آزمایشات بیان شده است بسیار نزدیک به مقدار پیش‌بینی شده توسط AdS/CFT با استفاده از مطالعه‌ی سیاه‌چاله^۲ها است [۲].

اما سوال این است که چه ارتباطی بین سیاه‌چاله و چسبندگی سیال با برهم کنش قوی وجود دارد؟ پاسخ این سوال به صورت تصویری در شکل (۱-۱۱) داده شده است. به این صورت که یک اختلال به یک سیستم گرمایی که در حالت تعادل است اضافه شود. برای مثال فرض می‌شود که یک توپ در یک حوض آب رها شود، سپس امواجی در سطح آب ایجاد می‌شوند، اما این امواج به سرعت ناپدید می‌شوند و آب حوض به حالت تعادل اول برمی‌گردد. این یک پراکندگی است که نتیجه‌ی چسبندگی می‌باشد.

این رفتار شباهت زیادی به رفتار یک سیاه‌چاله دارد. حال تصور می‌کنیم یک شیء درون یک سیاه‌چاله انداخته شود، شکل افق سیاه‌چاله شکل نامنظمی به خود می‌گیرد، اما چنین اختلالی به سرعت از بین می‌رود، و سیاه‌چاله به شکل متقارن اولیه‌ی خود باز می‌گردد. اگر این را به عنوان یک پراکندگی نیز در نظر بگیریم، پراکندگی اتفاق می‌افتد چون اختلال توسط سیاه‌چاله جذب شده است. بنابراین، می‌توان از مفهوم چسبندگی برای سیاه‌چاله نیز استفاده کرد. و باید از فرایند بالا، چسبندگی برای سیاه‌چاله محاسبه شود، که ما در این پایان‌نامه به آن نمی‌پردازیم.

¹ Shear Viscosity

² Black hole

چنین پدیده‌ای به طور کلی به عنوان پدیده‌ی واهلش^۱ (بازگشت به تعادل) شناخته می‌شود. در پدیده‌ی واهلش یک اختلال را اضافه می‌کنیم و مشاهده می‌شود که چگونه این اختلال از بین می‌رود. پدیده‌ی واهلش موضوع مکانیک آماری غیرتعادلی یا هیدرودینامیک است [۲].

۱-۴ مروری بر هیدرودینامیک نسبیتی^۲

در سیستم‌های نسبیتی، تقارن‌های فضا-زمان توسط چرخش‌ها، انتقال‌ها و تبدیل سرعت داده می‌شوند. علاوه بر این، ممکن است دیگر تقارن‌های داخلی، مانند تقارن عدد باریونی نیز وجود داشته باشد. جریان پایسته مربوط به تقارن انتقال فضا-زمان تانسور انرژی-تکانه $T^{\mu\nu}$ است. تانسور انرژی-تکانه را با برداشتن کنش نسبت به متریک، تعریف می‌کنیم که در این مورد متقارن است یعنی $T^{\mu\nu} = T^{\nu\mu}$ ، و پایستگی انرژی-تکانه به صورت زیر است

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (1-1)$$

همچنین برای پایستگی جریان داریم

$$\partial_\mu J^\mu = 0 \quad (2-1)$$

برای هر بردار زمان‌گونه‌ی u^μ ، تانسور انرژی-تکانه و جریان می‌توانند با استفاده از تصویر

$$\Delta^{\mu\nu} \equiv \eta^{\mu\nu} + u^\mu u^\nu \quad \text{که } \eta^{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, \dots, 1) \text{ که متریک فضای تخت است به مولفه‌های}$$

محوری و عمودی نسبت به u^μ تفکیک شوند. که این مولفه‌ها را به صورت زیر داریم [۱۷]

$$T^{\mu\nu} = \varepsilon u^\mu u^\nu + \mathcal{P} \Delta^{\mu\nu} + (q^\mu u^\nu + q^\nu u^\mu) + t^{\mu\nu} \quad (3-1)$$

$$J^\mu = \mathcal{N} u^\mu + j^\mu \quad (4-1)$$

¹ Relaxation

² Relativistic Hydrodynamics

ضرایب ε ، \mathcal{P} و \mathcal{N} اسکالر و بردارهای q^μ و j^μ عرضی هستند، به عنوان مثال $u_\mu q^\mu = 0$ و تانسور $t^{\mu\nu}$ عرضی، متقارن و فاقد رد می‌باشد. به شکلی صریح این ضرایب را به صورت زیر خواهیم داشت

$$\varepsilon = u_\mu u_\nu T^{\mu\nu}, \quad q_\mu = -\Delta_{\mu\alpha} u_\beta T^{\alpha\beta}, \quad P = \frac{1}{3} \Delta_{\mu\nu} T^{\mu\nu} \quad (5-1)$$

که ε چگالی انرژی، q_μ جریان انرژی و P فشار می‌باشد. و تانسور تنش برشی به شکل زیر است [۱۷]

$$t_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\Delta_{\mu\alpha} \Delta_{\nu\beta} + \Delta_{\nu\alpha} \Delta_{\mu\beta} - \frac{2}{3} \Delta_{\mu\nu} \Delta_{\alpha\beta}) T^{\alpha\beta} \quad (6-1)$$

همچنین اگر J^μ را تجزیه کنیم، چگالی بار و جریان بار را به ترتیب به صورت زیر خواهیم داشت

$$N = -u_\mu J^\mu = 0, \quad j_\mu = \Delta_{\mu\nu} J^\nu \quad (7-1)$$

که در رابطه‌ی چگالی بار، جمله‌ی u_μ چهاربردار شار است.

در رابطه با معرفی هیدرودینامیک به این مقدمه بسنده می‌کنیم، و در این پایان‌نامه به مثالی از کاربرد دوگانی سیال-گرانش می‌پردازیم.

۱-۵ مروری بر کارهای انجام شده

چنانکه بیان شد ارتباط دقیقی بین یک نظریه‌ی میدان $(D-1)$ بعدی و یک نظریه‌ی گرانش D بعدی، وجود دارد. این دوگانی توسط مالداسنا به دقت فرمولبندی شده بود. به طور خاص مطالعه‌ی دوگان در رژیم‌ی با طول موج بلند، به عنوان دوگانی سیال-گرانش شناخته می‌شود. بر طبق این دوگانی شکل نسبیتی معادلات ناویر-استوکس از حد هیدرودینامیکی یک نظریه‌ی میدان در $(D-1)$ بعد به دست می‌آید [۴].

این تناظر اجازه می‌دهد که بتوان یک حل دینامیکی برای سیال یافت، یعنی یک معادله‌ی حالت که

به وسیله‌ی عناصر غیرصفر تانسور انرژی-تکانه نظریه‌ی مرزی داده می‌شود. این می‌تواند یک سیال غیرعادی باشد که به روش‌های معمول نمی‌توان درک کاملی از آن داشت. به عنوان مثال حالت‌هایی از یک ابرسیال با خواص ابرسانایی که در فیزیک ماده-چگال در نظر گرفته می‌شود و یا انرژی تاریک که در کیهان‌شناسی مطرح است.

با استفاده از دوگانی سیال-گرانش امکان مدل‌سازی دینامیک سیال با استفاده از نسبیت عام به وجود می‌آید. برای مثال توصیف تلاطم با دوگان سیال-گرانش انجام شده است. بر اساس این مطالعه‌ها زمانی که سیال دوگان عدد رینولدز بزرگی دارد، دینامیک سیال می‌تواند باعث تلاطم شود. این مسئله منجر به تعریف یک "عدد رینولدز گرانشی" ساخته شده در مدهای شبه‌نرمال سیاه‌چاله شد [۵].

پس از کشف تناظر پیمانانه-گرانش توسط مالداسنا در سال ۱۹۹۸ کاربردهای بسیاری از این دوگانگی مطرح گردید از جمله مطالعه‌ی محیط‌های با اندرکنش قوی همانند پلاسمای کوآرک-گلوئون که پس از سال ۲۰۰۰ بسیار به آن پرداخته شد و مطالعات در این زمینه تا به امروز ادامه دارد. کاربرد این تناظر در ابرساناها در سال ۲۰۰۸ مطرح گردید و یکی از زمینه‌های جدید تحقیقاتی می‌باشد. دوگانی سیال-گرانش [۶] نیز در سال ۲۰۰۸ مطرح و تا به امروز کارهای بسیاری در این زمینه انجام شده است [۷].

برای فهمیدن سیالات واقعی که دارای خصوصیات غیرعادی هستند می‌توان از دوگانی سیال-گرانش بهره برد و در ابتدا نیازمند توانایی توصیف دینامیک آن‌ها به وسیله‌ی یک معادله‌ی عمومی حالت است، که این معادله‌ی حالت با آزمایش تعیین شده است. یک سیال ناشناخته همانند انرژی تاریک می‌تواند به این روش مورد مطالعه قرار گیرد که کمک بسیاری به فهم تحول عالم خواهد کرد. همچنین سیالی با خصوصیات ابرسانایی می‌تواند مورد مطالعه قرار گیرد و با نتایج تجربی مقایسه گردد.

فصل دوم

دوگانی سیال / گرانش

۲-۱- دوگانی سیال / گرانش

مطالعه‌ی دوگان در رژیم‌ی با طول موج بلند، به عنوان دوگانی سیال-گرانش شناخته می‌شود. که بنا بر این دوگانی شکل نسبیتی معادلات ناویر-استوکس از حد هیدرودینامیکی یک تئوری میدان در $(d - 1)$ بعد بدست می‌آید [۴].

در این فصل ما به مطالعه‌ی معادلات اینشتین در رژیم‌ی با طول موج بلند با ثابت کیهان شناسی منفی در $d + 1$ بعد می‌پردازیم. در چنین حدی معادلات اینشتین به معادلات دینامیک سیال (از تعمیم نسبیتی معادله‌ی معروف ناویر-استوکس) در d بعد، کاهش می‌یابد. در حالی که هدف از این مطالعه دربرگیرنده‌ی تناظر AdS/CFT در نظریه‌ی ریسمان است، تناظر سیال-گرانش به صورت مستقل می‌تواند تصویر میان دو سیستم دینامیکی کلاسیک باشد.

به بیان دیگر در طول موج‌های طولانی، دینامیک موثر یک سیستم پیوسته را می‌توان با استفاده از مکانیک سیالات توصیف کرد. علاوه بر این، مطابق دوگانی سیال-گرانش، این سیستم مکانیکی سیال روی مرز فضا-زمان AdS، دوگان معادلات حجم اینشتین در فضا-زمان AdS است. این سیستم مکانیکی سیال توسط یک فضا-زمان AdS مجانبی با متریک زیر توصیف می‌شود [۸]

$$ds^2 = \frac{L^2}{r^2} (-f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + dX^2) \quad (۱-۲)$$

که L ثابت شعاع AdS است، و

$$dX^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \quad (۲-۲)$$

و این متریک سه‌بعدی فضای تخت است. اگر سیاه‌چاله‌ی شوارتزشیلد پاددوسیه پنج‌بعدی با شعاع افق رویداد r_h را در نظر بگیریم، داریم

$$f(r) = 1 - \frac{r^4}{r_h^4} \quad (۳-۲)$$

که کنش هیلبرت-اینشتین^۱ را به صورت زیر خواهیم داشت :

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^5x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda) + \dots \quad (۴-۲)$$

در این رابطه جمله‌های نقطه‌چین مربوط به مرز است زیرا که تئوری در مرز بی‌نهایت می‌شود و برای بهنجار شدن نظریه از این جملات استفاده می‌شود. R اسکالر ریچی و Λ ثابت کیهان‌شناسی می‌باشد، همچنین $\kappa = 8\pi G$ است که G را ثابت گرانش نیوتن می‌نامند.

تانسور انرژی-تنش T_{ab} در ابرسطح Q بر اساس تغییرات کنش نسبت به متریک کاهش یافته تعریف می‌شود. کنش ممکن است منجر به واگرایی T_{ab} و یا هر متغیر دیگری که از آن نشات گرفته، شود. به طور واضح‌تر فرآیند بازبهنجارش کردن منجر به T_{ab} به صورت زیر می‌شود [۸]

$$T_{ab} = -\frac{L^3}{\kappa r^3} (K_{ab} - Kh_{ab} + \Sigma h_{ab} - \kappa T_{ab}^{(R)} - \kappa T_{ab}^{(ct)}) \quad (۵-۲)$$

h_{ab} متریک‌های ابرسطح Q ، و Σ تنش آن می‌باشند. در اینجا K رد انحنای تانسور K_{ab} است، در این سیستم $T_{ab}^{(ct)}$ و $T_{ab}^{(R)}$ نیز وابستگی‌های احتمالی به انحنای هستند. تانسور انرژی-تنش مرزی را به شکل زیر می‌توان یافت [۹]

$$T_{ab} = \begin{pmatrix} -\hat{h}_{tt}\epsilon(r) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{h}_{xx}p_x(r) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{h}_{rr}p_r(r) \end{pmatrix} \quad (۶-۲)$$

که \hat{h}_{ab} متریک ذاتی به صورت زیر است

$$\hat{h}_{ab} = h_{ab} \cdot \frac{r^2}{L^2} \quad (۷-۲)$$

با استفاد از تانسور انرژی-تنش مرزی، مولفه‌های مرز چهاربعدی، می‌توان نوشت

^۱ Einstein–Hilbert action

$$P_L = \frac{L^3}{2\kappa r^4} \left(-2\Sigma L + \frac{y'(r)(4f(r)-rf'(r))}{(1+f(r)y'(r)^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (8-2)$$

$$P_T \quad (9-2)$$

$$= -\frac{\Sigma L^4}{\kappa r^4}$$

$$+ \frac{L^3}{2\kappa r^4} \left(\frac{2(2f(r) - rf'(r))y'(r) + f(r)(4f(r) - rf'(r))'y'(r)^3 - 2rf(r)y''(r)}{(1 + f(r)y'(r)^2)^{\frac{3}{2}}} \right),$$

$$\rho = \frac{L^3}{2\kappa r^4} \left(2\Sigma L + \frac{(rf'(r) - 4f(r))y'(r) - 4f(r)^2y'(r)^3 + 2rf(r)y''(r)^2}{(1 + f(r)y'(r)^2)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

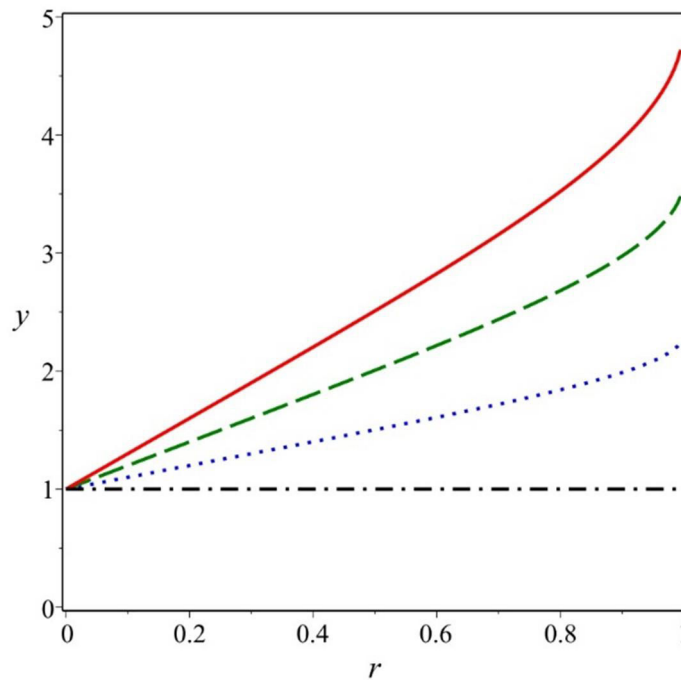
که P_L و P_T و ρ به ترتیب چگالی انرژی و فشارهای عرضی و طولی هستند. علامت پریم مشتق نسبت به r را نشان می‌دهد. شرایط مرزی نویم نیاز به $T_{ab} = 0$ دارد که به $\Sigma = 0$ می‌رسد (برای ابعاد بیشتر از سه). در حقیقت، لازم است $\Sigma = 0$ را برای به دست آوردن یک معادله‌ی حالت سیال ایده‌ال قرار بدهیم. همچنین ممکن است $\Sigma L = 2\cos\theta$ را در نظر بگیریم، که θ زاویه‌ی بین ابرسطح Q با محور γ است. زیرا مرز برای این فضا-زمان می‌تواند به وسیله‌ی ابرسطح Q توصیف شود، که این ابرسطح با استفاده از تابع $\gamma(r)$ بیان شده است. به منظور داشتن سیستم مکانیکی سیال، فشارها باید در راستاهای عرضی و طولی برابر باشند، پس:

$$P_T = P_r = P \quad (10-2)$$

بنابراین می‌توان رابطه‌ی (۱۱-۲) را به صورت زیر به دست آورد که c ثابت انتگرال‌گیری است

$$y - y_0 = c \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{f(r)}} \quad (11-2)$$

این رابطه‌ی مهم از نقطه نظر هولوگرافی می‌باشد که رابطه‌ی بین مختصات شعاعی در سمت گرانس و مختصات فضا در سمت سیال است. در مورد سیاه‌چاله شوارتزشیلد پاددوسیتیه می‌توان انتگرال بالا را به صورت عددی حل، و y را بر حسب r مطابق شکل زیر رسم کرد. رفتار y کاملاً موافق با نتایج سیاه‌چاله‌ی شوارتزشیلد چهاربعدی است. در حقیقت، فقط مقدار مثبت c مورد نظر است پس $c \geq 0$ در نظر گرفته می‌شود [۸]



شکل ۱-۲ مشخصه‌ی ابرسطح بر حسب r و برای $y_0 = 1$ و $r_h = 1$ منحنی خط قرمز برای $c = 0$ ، منحنی نقطه‌ای آبی برای $c = 1$ ، منحنی خط‌چین سبز برای $c = 2$ و منحنی نقطه و خط‌چین مشکی برای $c = 3$ است [۸].

در مورد $y(r_h) = y_h$ ، می‌توان نوشت:

$$\tan \theta \approx \frac{\Delta y}{r_h} \quad (۱۲-۲)$$

که $\Delta y = y_h - y_0$ مقیاس فاصله است، و θ زاویه‌ی منحنی مشکی با خط قرمز است. در فاصله‌ی خیلی نزدیک به مرز، جایی که $r \ll r_h$ ، می‌توان از بسط تیلور برای محاسبه استفاده کرد.

$$y - y_0 \approx 2^{-\frac{3}{4}} cr_h \left[\tan^{-1} \left(\frac{r}{\frac{1}{2^4 r_h}} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{r+2^{\frac{1}{4}} r_h}{r-2^{\frac{1}{4}} r_h} \right) \right] \quad (13-2)$$

حال فشار این سیستم را به صورت زیر می توان نوشت

$$p = \frac{L^3}{2kr^4} \left(-2\Sigma L - \frac{c(rf(r)-4f(r))}{\sqrt{1+c^2}\sqrt{f(r)}} \right) \quad (14-2)$$

همچنین چگالی انرژی این سیستم نیز به شکل زیر است

$$\rho = \frac{L^3}{2kr^4} \left(2\Sigma L - \frac{c4f(r)+4c^3f(r)}{\sqrt{1+c^2}\sqrt{f(r)}} \right) \quad (15-2)$$

حال از این توصیف هولوگرافی برای فهمیدن مدل انرژی تاریک و آنالیز هولوگرافی به عنوان یک مدل استفاده می شود، که در اینجا به این مدل نمی پردازیم و در فصل سوم با استفاده از این محاسبات مدل دیگری را بررسی خواهیم کرد [۸].

۲-۲ دینامیک تانسور تنش CFT از گرانش

یک نتیجه ی مهم تناظر AdS/CFT این است که دینامیک تانسور انرژی-تکانه در یک محدوده ی وسیعی از نظریه های میدان کوانتومی جفت شده ی قوی در d بعد توسط دینامیک معادلات اینشتین با ثابت کیهان شناسی منفی در $d + 1$ بعد بیان شده است.

به عنوان آشناترین مثال، تناظر AdS/CFT ادعا می کند که نظریه ی ابر یانگ-میلز در $N = 4$ ، دوگان نظریه ی ریسمان از نوع IIB در فضای $AdS_5 \times S^5$ است. به مدت زیادی تصور می شد که در حد توفت (زمانی که $N \rightarrow \infty$) در λ ثابت، نظریه ی پیمانانه کاملاً کلاسیکی می شود [۱۰].

دوگان نظریه ی $N = 4$ SYM یانگ میلز در حد ثابت جفت شدگی قوی، نظریه ی ریسمان نوع IIB کلاسیکی است. معادلات اینشتین با ثابت کیهان شناسی منفی عبارت است از [۱۰]

$$E_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 0 \quad (16-2)$$

و Λ ثابت کیهان‌شناسی و برابر مقدار زیر می‌باشد

$$\Lambda \equiv \frac{d(d-1)}{2R_{AdS}^2} \quad (17-2)$$

که R_{AdS} شعاع انحنای این فضا است.

در واقع، تعداد نامحدودی از نظریه‌های پیمان‌های همدیس هستند که یک دوگان گرانشی دارند که به معادلات اینشتین با یک ثابت کیهان‌شناسی منفی محدود می‌شود. نظریه‌ی یانگ-میلز $N = 4$ تنها یک نمونه‌ی ساده از این نظریه‌های پیمان‌های است.

با توجه به این ارتباط بین دینامیک تانسور تنش نظریه‌ی میدان کوانتومی با دینامیک گرانش در پس‌زمینه‌ی منحنی منفی، طبیعی است که پرسش‌های زیادی برایمان مطرح شود، از جمله این که برای مثال آیا می‌توانیم همه‌ی رفتارهای ممکن تنش‌های استرس را بررسی کنیم؟ در مورد گرانش تمام راه‌حل‌های ممکن را با کمک رابطه‌ی (۱۶-۲) مطالعه می‌کنیم. دینامیک سیستم‌های نزدیک تعادل در دماهای بالا با استفاده از نظریه‌ای به نام نظریه‌ی هیدرودینامیک توصیف می‌شود که در فصل سوم نگاهی اجمالی به هیدرودینامیک خواهیم داشت. معادله‌ی اساسی هیدرودینامیک، پایستگی تانسور تنش است که به شکل زیر بیان می‌شود

$$\nabla_a T^{ab} = 0 \quad (18-2)$$

در این رابطه مشتق هموردا با نماد ∇_a نشان داده می‌شود.

تناظر AdS/CFT ادعا می‌کند که این بخش توسط (۱۶-۲) داده می‌شود، نتیجه می‌گیریم که (۲-۱۶) باید در تقریب دمای بالا و مسافت‌های طولانی که آن را به عنوان رژیم طول موج بلند می‌شناسیم، به معادلات هیدرودینامیکی d -بعدی کاهش پیدا کند. این موضوع به شکل مستقل در

مرجع [۱۰] بررسی شده و نتیجه‌ی تصویر بین گرانش و دینامیک سیال به‌عنوان تناظر سیال-گرانش نشان داده شده است. برای هر جواب در نظر گرفته شده‌ی این معادلات دینامیکی سیال، تصویر سیال-گرانش می‌تواند به شکلی صریح جوابی برای معادله‌ی اینشتین (۲-۱۶) تعیین کند. جواب‌ها در گرانش به شکل سیاه‌چاله‌های ناهمگن و وابسته به زمان هستند که به آهستگی تغییر می‌کنند [۱۰].

۲-۳ تفسیری بر تناظر سیال-گرانش

مطابق آنچه در دوگانی پیمان‌آمده-گرانش آمده است، هندسه‌ی حجم AdS به شکل مجانبی متناظر با ترازها در نظریه‌ی پیمان‌های مرزی است. یک سیاه‌چاله‌ی بزرگ شوارتزشیلد پاددوسیه، با ماتریس چگالی گرمایی در نظریه‌ی پیمان‌ها هم‌ارز است یادآوری می‌کنیم که AdS یک فضای با ثابت منفی است، که مقیاس طول R_{AdS} را معرفی می‌کند که مربوط به شعاع انحنای آن است. اندازه‌ی سیاه‌چاله با این مقیاس مشخص می‌شود، با توجه به این تعریف یک سیاه‌چاله‌ی بزرگ دارای شعاع افق به میزان $r_+ > R_{AdS}$ می‌باشد. در فضا-زمان پاددوسیه ساختار به طور کلی پایدار نیست و اگر یک میدان اسکالر را در آن مطالعه کنیم امکان تشکیل یک سیاه‌چاله‌ی شوارتزشیلد پاددوسیه وجود دارد. درحالی‌که در نظریه‌ی میدان، یک برانگیختگی کلی در نهایت منجر به دما می‌شود. باید توجه داشت اگرچه نظریه‌ی اصلی، نظریه‌ی ابرتقارنی می‌باشد، اما تناظر کاملاً به حالت‌های غیر ابرتقارنی مثل سیاه‌چاله‌های ذکر شده در بالا اعمال می‌شود [۱۰].

روی مرز، خصوصیات پایه‌ای فیزیکی نظریه‌ی پیمان‌های (مانند چگالی انرژی، فشار، دما، جریان آنتروپی و...) توسط مقادیر انتظاری تانسور تنش مرزی داده می‌شود، که در حجم به اختلالات متریک قابل نرمالیزه مربوط می‌شود.

شایان ذکر است که در محاسبات مربوطه دو تانسور تنش مجزا به کار رفته است. یکی تانسور تنش حجم و دیگری تانسور تنش مرزی. در چارچوب ما، تانسور تنش حجم در حالت کلی در معادله‌ی اینشتین حجم برابر با صفر می‌باشد. در بقیه‌ی موارد تانسور تنش مرزی T^{ab} غیرصفر است که این

نتیجه‌ی صرف‌نظر کردن از متریک حجم در شرایط مرزی است. توجه می‌کنیم که تانسور تنش مرزی، فضا-زمان مرزی را در معادلات اینشتین خمیده نکرده است، این موضوع به دلیل ثابت بودن متریک مرزی γ_{ab} می‌باشد.

برای توصیف دوگان‌های گرانش جریان‌های سیال، تصویر بین دینامیک مرز و حجم در تعادل گرمایی کلی، یک نقطه‌ی شروع مفید است. در نظریه‌ی میدان، یک تعادل حرارتی با انتخاب یک چارچوب استاتیک و یک میدان دما مشخص می‌شود. از سوی دیگر در گرانش، یکی از راه‌هایی که برای مشخص کردن راه‌حل تعادل از آن استفاده می‌شود فضا-زمان سیاه‌چاله‌ی استاتیک است. دمای سیال توسط دمای هاوکینگ سیاه‌چاله داده شده است، درحالی‌که سرعت دینامیکی سیال به وسیله‌ی خیز^۱ افق سیاه‌چاله داده شده است. برای سیاه‌چاله‌های شوارتزشیلد پاددوسیده مسطح، دما به صورت خطی با اندازه‌ی افق رشد می‌کند. بنابراین شرایط مجانبی AdS تضمین‌کننده‌ی پایداری ترمودینامیکی و همچنین فراهم‌کننده‌ی محدوده‌ی طول موج بلند می‌باشد.

حال از پیکربندی تعادل عبور می‌کنیم. با استفاده از حل سیاه‌چاله و استفاده از آن به دنبال ساختن راه‌حل‌هایی هستیم که در آن، دما و سرعت دینامیکی سیال توابعی هستند که در جهت‌های مرزی به آرامی تغییر می‌کنند. به‌طور ذاتی این موضوع منجر به پیوند دادن بخش‌هایی از سیاه‌چاله با دماهای اندکی متفاوت‌تر، برای به‌دست آوردن یک جواب متداول می‌شود. به منظور به‌دست آوردن یک جواب درست برای معادلات اینشتین، این فرآیند پیوند دادن نمی‌تواند به صورت دلخواه انجام شود و مستلزم دستورات عملی به این صورت است که میدان سرعت و دما از معادلات دینامیک سیال ایده‌آل پیروی کنند. این محدودیت‌ها در واقع محدودیت تکانه‌ی شعاعی برای گرانش در AdS هستند [۱۰].

علاوه‌براین، این جواب خود به تنهایی به‌صورت مرتبه به مرتبه با استفاده از بسط مشتقی تصحیح شده است. تمام این مراحل ممکن است در یک بسط گرادیان مرزی به‌کار برده شود. خروجی نهایی یک

¹ Boost

تصویر بین راه‌حل‌ها برای ثابت کیهان‌شناسی منفی گرانش و معادلات دینامیک سیال در یک بعد پایین‌تر است، به عنوان مثال تصویر سیال-گرانش. جنبه‌ی مهمی از این ساختار این است که با توجه به رژیم طول موج بلند و بدون از دست دادن خاصیت غیرخطی بودن، معادلات اینشتین به صورت برگشت‌پذیر می‌شوند.

۲-۴ دینامیک سیال نسبیتی

می‌توان بررسی دینامیک سیال را با استفاده از بسط گرادیان شروع کرد. در دماهای بالا، هر نظریه‌ی میدان کوانتومی به حالت تعادلی فاز سیال می‌رسد، به عنوان مثال در فاز ناوردای انتقالی، جابجایی بی‌درروی عناصر همسایه نیاز به نیرویی ندارد. سیالاتی که برهمکنش ضعیفی دارند متشکل از مجموعه‌ای از تعداد زیادی از برانگیختگی‌های بلند مدت هادرون (پروتون، نوترون و...) است که به طور مداوم با هم برخورد می‌کنند. فاصله زمانی و فضایی بین برخوردهای یک هادرون به صورت زمان آزاد میانگین، t_m و طول آزاد میانگین، l_m تعریف می‌شود. در یک سیستم نسبیتی ذرات بدون جرم، مثل $t_m \sim l_m$ ، $N = 4$ می‌باشد. چنین سیالاتی با تابع تراکم پارتون در فاز فیزیکی مشخص می‌شوند و تحول زمانی این تابع توسط معادلات انتقال بولتزمن در فیزیک آماری بیان می‌شود. این معادلات دارای یک ویژگی جالب هستند که توابع چگالی دلخواه اولیه به حالت تعادل گرمایی موضعی در یک بازه‌ی زمانی در حدود زمان آزاد میانگین t_m گذار می‌کند. به عبارت دیگر، برای $t \gg t_m$ ، توزیع پارتون در فضای تکانه در هر نقطه x ، به توزیع تعادلی کاهش می‌یابد. اگرچه پارامترهایی که این حالت تعادلی را تعریف می‌کنند در مقیاس طولی بزرگتر از l_m ، متغیر هستند، به عنوان مثال میدان دمایی $T(x)$ و میدان سرعت سیال $u^a(x)$ ، شامل این تغییر می‌شوند. $T(x)$ و $u^a(x)$ متغیرهای دینامیکی موثر سیستم در زمان‌های بعد هستند. تحول زمانی آن‌ها با استفاده از معادلات دینامیکی سیال تعریف شده است [۱۰].

حال مشخص می‌شود که این امکان وجود دارد که معادلات دینامیکی سیال با روش‌های بسیار ساده‌تر

و کلی تر به دست آیند و حتی در جفت‌شدگی قوی نیز کاربرد دارند. فرضیه‌ی اصلی که اساس دینامیک سیال است به این شکل می‌باشد که این سیستم‌ها همیشه در طول مقیاس زمانی محدودی که در آن به عنوان t_m اشاره می‌کنیم، همواره به‌طور موضعی تعادل دارند. در حالی که این فرضیه در معادلات انتقال بولتزمن صحیح است، باور بر این است که این فرضیه به شکل کلی‌تر حتی در سیال جفت‌شده‌ی قوی هم صدق می‌کند. این موضوع سریعاً منجر به این می‌شود که $T(x)$ و $u^a(x)$ متغیرهای دینامیکی موثر در مقیاس‌های طولی و زمانی بزرگتر از l_m و t_m می‌باشند. همانطور که در بخش "معادلات دینامیکی سیال و روابط تشکیل‌دهنده‌ی آن" می‌بینیم معادلات دینامیک سیال برگرفته از این نتیجه خواهد بود.

۲-۵ سیال غیرنسبیتی

در حالی که سیالات نسبیتی در اخترفیزیک و فیزیک پلاسمای انرژی‌های بالا مورد توجه است، بسیاری از سیالاتی که در شرایط روزمره با آن‌ها مواجه هستیم غیرنسبیتی‌اند. علاوه‌براین، بررسی دینامیک این سیالات در محدوده‌ی نامتراکم برای بسیاری از مسایل کاربردی مورد توجه است [۱۰]. طبیعی است که بپرسیم آیا این محدوده برای سیال-گرانش قابل دسترس است یا خیر؟ یک پاسخ مثبت با در نظر گرفتن حد ناویر-استوکس در جواب‌های سیال-گرانش پیشنهاد شده است که در بخش بعدی به آن می‌پردازیم.

۲-۶ حد مقیاس ناویر-استوکس

معادلات دینامیکی سیال نسبیتی، در مقیاس دامنه‌ی کم و طول موج بلند به یک فرم عمومی کاهش می‌یابند. یک سیال یکنواخت را در حالت سکون در نظر می‌گیریم، این سیال به شکلی مختل شده است که دامنه‌ی نوسانات سرعت کوچک بوده (مقیاس‌هایی مانند ϵ) و دامنه‌ی نوسانات دمایی کوچکتر است (مانند مقیاس ϵ^2). همچنین نیاز داریم که طول موج نوسانات فضایی بزرگ باشد (مقیاس‌هایی مانند $\frac{1}{\epsilon}$) و مقیاس زمانی آن‌ها حتی بزرگتر هم باشد (مقیاس‌هایی مانند $\frac{1}{\epsilon^2}$). پس از آن

قید حدی $0 \rightarrow \epsilon$ را در نظر می‌گیریم، در این حد:

(۱) سیال غیرنسبیتی است، زیرا همه‌ی سرعت‌ها به طور پارامتری کوچکتر از سرعت نور هستند.

(۲) سیال نامتراکم است، زیرا همه‌ی سرعت‌ها به طور پارامتری کوچکتر از سرعت صوت هستند

(به یاد می‌آوریم که موج صوتی یک موج متراکم است، و جریان سیال در سرعت‌های کوچکتر از سرعت صوت به طور موثری نامتراکم است).

(۳) مولفه‌ی زمانی معادلات پایستگی انرژی، در مرتبه‌ی $O(\epsilon^2)$ به معادله‌ی پیوسته‌ی $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$

کاهش می‌یابد. از نماد \vec{v} برای سرعت فضایی غیرنسبیتی استفاده می‌کنیم.

(۴) مولفه‌ی فضایی معادلات پایستگی انرژی، در مرتبه‌ی $O(\epsilon^3)$ ، به معادلات معروف ناویر-

استوکس (غیرنسبیتی) کاهش می‌یابد [۱۰].

$$\vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} = -\vec{\nabla} P + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (19-2)$$

با چسبندگی زیر

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_0 + P_0} \quad (20-2)$$

که ρ_0 و P_0 مقادیر چگالی و فشار سیال می‌باشند.

باید توجه داشت که معادلات ناویر-استوکس نه در دامنه‌ی نوسانات و نه در مشتقات به شکل همگن

نمی‌باشند. همه‌ی جملات آورده شده در (۱۹-۲) در حد $0 \rightarrow \epsilon$ به یک اندازه حایز اهمیت هستند.

با مقیاس‌سازی یکنواخت فضا و زمان می‌توان پارامتر ν را به شکل واحد درآورد. در مقابل، چسبندگی

منجر به تصحیح دینامیک سیال ایده‌آل در بسط مشتق دینامیک سیالات نسبیتی می‌شود.

با در نظر گرفتن واگرایی فضایی (۱۹-۲) می‌بینیم که فشار را می‌توان از لحاظ میدان سرعت در هر

بازه‌ی زمانی حل کرد، بنابراین فشار یک درجه‌ی مستقل از آزادی نیست. داده‌های اولیه‌ی معادلات

ناویر-استوکس تنها شامل اجزای یک میدان سرعت بدون واگرایی، در هر بازه‌ی زمانی هستند. این

کاهش به دلیل اینکه امواج صوتی در خارج از این حد تصویر شده‌اند نگران‌کننده نخواهد بود.

معادلات نامتراکم ناویر-استوکس (۱۹-۲) طیف گسترده‌ای از پدیده‌هایی که ممکن است بسیار پیچیده باشند، مانند آشفتگی را توصیف می‌کنند. علیرغم این که این معادلات برای تقریباً ۲۰۰ سال مورد مطالعه قرار گرفته است، پدیده‌شناسی غیرخطی آن هنوز درک نشده است. یکی از امیدهای تناظر سیال-گرانش، حل برخی از این مسایل است.

۷-۲ معادلات دینامیکی سیال و روابط تشکیل‌دهنده‌ی آن

همانطور که قبلاً بیان شد تانسور تنش در هر نظریه‌ی میدان کوانتومی d -بعدی در پس‌زمینه‌ای با متریک γ_{ab} مطابق زیر است

$$\nabla_a T^{ab} = 0 \quad (21-2)$$

این معادلات یک مساله‌ی مقدار اولیه‌ی به خوبی تعریف شده را تشکیل نمی‌دهند، در $d \geq 2$ ، متغیرهای بیشتری از معادلات داریم. برای مورد خاص نظریه‌ی میدان همدیس تعداد متغیرها به یک کاهش پیدا می‌کند. با این حال در حد دینامیکی سیال، تانسور تنش به عنوان یک تابع با d متغیر تعیین شده است، که $T(x)$ و $u^a(x)$ هستند. در نتیجه رابطه‌ی (۱-۲۱) با یک فرمول برای T^{ab} به عنوان یک تابع از میدان‌های ترمودینامیکی تکمیل شده است، مجموعه‌ای کامل از معادلات دینامیکی را تشکیل می‌دهند، این‌ها معادلات دینامیکی سیال هستند [۱۰].

در تعادل گرمایی تانسور تنش T^{ab} با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

$$T^{ab} = (P + \rho)u^a u^b + P\gamma^{ab} \quad (22-2)$$

که در آن P فشار، و ρ چگالی انرژی سیال است. همچنین به خاطر می‌آوریم که P و ρ هر دو تابعی از دما هستند که به وسیله‌ی معادلات حالت ترمودینامیکی سیال تعیین می‌شوند. برای یک سیال در

تعادل گرمایی موضعی رابطه‌ی (۲۲-۲) به شکل کلی زیر نوشته می‌شود

$$T^{ab}(x) = [(P(x) + \rho(x))u^a(x)u^b(x) + P(x)\gamma^{ab} + \Pi^{ab}(x)] \quad (23-2)$$

که $u^a(x)$ و $T(x)$ مشتق بخش مشتق $\Pi^{ab}(x)$ نشان دهنده‌ی بخش مشتق $\rho(x) = \rho(T(x))$ ، $P(x) = P(T(x))$ تانسور تنش است. همچنین قسمت Π^{ab} می‌تواند به شکل زیر گسترش یابد

$$\Pi^{ab} = \sum_{n=1}^{\infty} \ell_m^n \Pi_{(n)}^{ab} \quad (24-2)$$

در عبارت بالا $\Pi_{(n)}^{ab}$ در مشتقات میدان‌های دینامیکی سیال، از مرتبه‌ی n^{th} تعریف شده است. باید توجه کرد که مقدار $\Pi_{(n)}^{ab}$ نسبت به تانسور تنش سیال ایده‌ال تقریباً $(\frac{\ell_m}{L})^n$ است که L مقیاس طول تغییرات دما و میدان‌های سرعت است، در نتیجه در حد دینامیکی سیال، جمله‌هایی با مقادیر بالاتر n تاثیرگذاری بیشتری دارند [۱۰].

شکل صریح توابع $\Pi_{(n)}^{ab}$ تنها می‌توانند از مطالعه‌ی دقیق دینامیک سیستم‌های خاص به دست آیند. که در این پایان‌نامه به جزییات آن نمی‌پردازیم.

فصل سوم

معادله‌ی حالت هولوگرافی

۳-۱ معادله‌ی حالت هولوگرافی در دوگانگی سیال-گرانش

در بخش‌های قبل مروری بر تناظر سیال-گرانش داشتیم، حال در این فصل ابتدا معادلات سیال ناهمدیس بررسی می‌شوند و با در نظر گرفتن یک میدان اسکالر که در قید^۱ BF [۴] صدق می‌کند، معادلات حرکت را در پس‌زمینه‌ی AdS مقایسه خواهیم کرد. به این روش معادله‌ی حالت سیال هولوگرافی محاسبه شده و ارتباط این محاسبه با توصیف انرژی تاریک و یا ابررسانا در نظریه‌ی مرزی مطالعه خواهد شد. در اینجا هدف اصلی پیدا کردن ارتباطی بین معادله‌ی حالت یک سیال ناهمدیس و رفتار یک میدان اسکالر در زمینه‌ی AdS است. یک میدان اسکالر با جرم $m^2 = -4l^{-2}$ که معادل جرم برخی از اسکالره‌ای ابرگرانش نوع IIB در $AdS_5 \times S^5$ است. به‌طور کلی، رابطه‌ی بین فشار و چگالی یک سیال کامل روی مرز همدیس همانطور که در روابط (۳-۲۸) و (۳-۲۹) نشان خواهیم داد، توسط ضرایب مقادیر موثر در بسط مجانبی یک میدان اسکالر در گرانش AdS، تعیین می‌شود.

جرم اسکالری که در اینجا در نظر گرفته شده است در قید زیر صدق می‌کند [۴]

$$-\frac{(D-1)^2}{4l^2} = m_{BF}^2 \leq m^2 < m_{BF}^2 + l^{-2} \quad (۱-۳)$$

وجود دو حالت نرمالیزه کننده این را نشان می‌دهد که این نظریه‌ها دارای شرایط مرزی آمیخته هستند، اغلب آن‌ها ناوردایی همدیس در مرز را می‌شکنند. این بدان معنی است که تانسور دوگان انرژی-تکانه فاقد رد نیست و بنابراین حد هیدرودینامیکی نظریه‌ی میدان توسط یک سیال ناهمدیس توصیف می‌شود. ما قصد داریم یک معادله‌ی هولوگرافی عمومی را برای یک میدان اسکالر وابسته به زمان بدست آوریم. به این ترتیب نتایج بدست آمده به راحتی قابل تعمیم به هر بعد و نظریه‌هایی با اسکالره‌ای قابل قبول است [۴].

نتیجه‌ی نهایی بیان می‌کند که هر پتانسیل میدان اسکالر، تعداد نامحدودی از معادلات حالت را توصیف می‌کند. به‌طور مثال، برای یک پتانسیل میدان اسکالر منحصر به فرد، هر شرایط مرزی‌ای که

^۱ Breitenlohner-Freedman

یک سیاه‌چاله‌ی معمولی را توصیف می‌کند، متناظر با یک معادله‌ی حالت است. در حقیقت زمانی که جرم اسکالر در محدوده‌ی قید BF است، دو ثابت انتگرال‌گیری (α, β) تعریف می‌شوند. همچنین یک متریک پایدار نیز یک ثابت انتگرال‌گیری اضافه به نام μ خواهد داشت. وجود افق نرمال نیازمند این است که پیکربندی حجم توسط دو پارامتر به صورت کامل توصیف شده باشد. انتگرال سیستم از افق تا بی‌نهایت داده‌های مرزی را به نحوی محدود می‌کند که سطح یک‌بعدی جواب‌های سیاه‌چاله را شامل شود. جواب‌های کلی معادلات دیفرانسیلی غیرخطی به صورت زیر است [۴]

$$\alpha = \alpha(\phi_h, A), \quad \beta = \beta(\phi_h, A), \quad \mu = \mu(\phi_h, A) \quad (2-3)$$

که (ϕ_h, A) داده‌های افق می‌باشند، به این صورت که، ϕ_h مقدار میدان اسکالر در افق، A مساحت سیاه‌چاله‌ی نرمالیزه شده، و (α, β, μ) داده‌های مرزی هستند.

در واقع، یک نظریه‌ی میدان کلاسیک زمانی به خوبی تعریف می‌شود که معادلات میدان و شرایط مرزی داده شوند، که رابطه‌ی $\beta = \beta(\alpha)$ بیان‌کننده‌ی این ارتباط است. بنابراین، اگر یک نظریه به وسیله‌ی یک لاگرانژی و تعدادی شرایط مرزی تعریف شده باشد، اطلاعات موجود در روابط (۲-۳) می‌تواند وجود سیاه‌چاله‌ها را در شرایط مرزی داده شده پاسخ دهد. هر زمانی که این شرایط مرزی با سطح تعریف شده در معادلات (۲-۳) فصل مشترکی داشته باشد نتیجه‌ی برآمده یک سیاه‌چاله خواهد بود. این فصل مشترک یک خط است. این را می‌توان با یک پارامتر واحد مشخص کرد که مربوط به ثابت انتگرال‌گیری منحصربه‌فرد در ارتباط با سیاه‌چاله‌ی استاتیک است. روابط (۲-۳) در شرایط مرزی ثابت به صورت زیر خواهد بود

$$\mu = \mu(\alpha), \quad \beta = \beta(\alpha) . \quad (3-3)$$

خواهیم دید که شرایط بیان‌شده در روابط (۳-۳) چگونه توصیف‌گرانش را با معادلات حالت در سیال هولوگرافی مرتبط می‌سازد. اصل کنش به صورت زیر تعریف شده است

$$I[g, \phi] = \int_M d^5x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2\kappa} - \frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - V(\phi) \right) + \frac{1}{\kappa} \int_{\partial M} K \sqrt{-h} + I_{ct} \quad (4-3)$$

که $\kappa = 8\pi G$ ثابت نیوتنی کاهش یافته در پنج بعد است و R اسکالر ریچی است. پتانسیل $V(\phi)$ نیازمند حداقل یک ماکزیمم موضعی است که این پتانسیل به مقدار منفی خود می‌رسد به صورتی که جواب‌های مجانبی AdS وجود دارند. توصیف مرز زمان گونه به نحوی بیان می‌شود که متریک کاهش یافته بر روی ∂M برابر با $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - n_\mu n_\nu$ است. خمیدگی سطح با متریک $h_{\mu\nu}$ برابر با $2K_{\mu\nu} = \mathcal{L}_n h_{\mu\nu} = \nabla_\mu n_\nu + \nabla_\nu n_\mu$ است که n_μ بردار نرمال به سمت خارج و $K = h^{\mu\nu} K_{\mu\nu}$ است.

در قسمت پایین معادلات اینشتین استفاده می‌شوند که توسط رابطه $G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$ تعریف شده است، $G_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین و $\left[\frac{1}{2} (\partial\phi)^2 + V(\phi) \right]$ $T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} (\partial\phi)^2 + V(\phi) \right]$ می‌باشد. متریک زیر را در چارچوبی که سرعت نور و ثابت پلانک برابر با ۱ است در نظر می‌گیریم [۴]

$$ds^2 = e^A (-f dt^2 + d\Sigma_k) + e^B \frac{dr^2}{f} \quad (5-3)$$

که $d\Sigma_k$ ثابت ریچی فضای اسکالر است، $R(\Sigma_k) = 6k$ ، با $k = \pm 1$ یا $k = 0$ و σ_k حجم می‌باشد. متریک مرز به صورت $h_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = e^A (-f dt^2 + d\Sigma_k)$ تعریف می‌شود، و متریک دوگان نظریه‌ی میدان که مربوط به یک انتقال هم‌مدیس برای $h_{\mu\nu}$ است برابر با

$$\gamma_{ab} dx^a dx^b = -dt^2 + l^2 d\Sigma_k \quad (6-3)$$

جمله‌های I_{ct} به نحوی ساخته شده‌اند که اصل کنش به صورت مناسبی شکل گرفته و برای به‌دست آوردن کنش متناهی مناسب است.

برای یک متریک پایدار می‌توان متغیرهای $Z = \frac{d\phi}{dA} \equiv \dot{A}^{-1}$ و $Y = (\dot{A}f)^{-1}$ را تعریف کرد. در

$k = 0$ می‌توان به راحتی مشاهده کرد که معادلات اینشتین برابر است با

$$\dot{Z} = \frac{(3\dot{V} + 4\kappa Z\dot{V})(2\kappa Z^2 Y - 6Y - 3Z^2)}{12\kappa VZY}, \quad (7-3)$$

$$\dot{Y} = \frac{(3\dot{V} + 2\kappa ZV)(2\kappa Z^2 Y - 6Y - 3Z^2)}{6VZ^2}$$

این به آن معنی است که فقط در زمانی که $Z(\phi_h) = -\frac{3\dot{V}(\phi_h)}{4\kappa V(\phi_h)}$ باشد، متغیر Z محدود در افق و قرار گرفته در $Y(\phi_h) = 0$ است. علاوه بر این مشاهده می شود که این معادلات، تفکیک شده و تنها به یک معادله‌ی جامع تقلیل می یابد

$$\begin{aligned} -3(3\dot{V} + 4\kappa ZV)Z\ddot{Z} + (-9\dot{V} + 12\kappa ZV)\dot{Z}^2 \\ + [8\kappa^2 Z^3 V + \kappa(24ZV + 18Z^2\dot{V}) + 18\dot{V} + 9Z\dot{V}]\dot{Z} = 0 \end{aligned} \quad (8-3)$$

پارامتر Z به طور کامل توسط مقدار ϕ در افق تعیین می شود و بنابراین

$$A(r) = \int_{\phi_h}^{\phi(r)} \frac{d\phi}{Z} + \frac{2}{3} \ln(A) \quad (9-3)$$

که از تعریف Z و مقدار $A(r_h)$ پیروی می کند. زمانی که میدان اسکالر قید BF را اشباع می کند و $m^2 = -\frac{4}{l^2}$ است، و پتانسیل میدان به صورت زیر خواهد بود

$$\phi = \frac{\alpha \ln(r)}{r^2} + \frac{\beta}{r^2} + O\left(\frac{\ln(r)}{r^3}\right) \quad (10-3)$$

این موضوع به این دلیل است که پتانسیل اسکالر بالا در حالت مجانبی به شکل $e^A \phi \sim \alpha \ln(r)$ در می آید. مشتق این رابطه نسبت به $\ln r \sim \frac{A}{2}$ نیز به شکل $2e^A \left(\phi + \frac{d\phi}{dA}\right) \sim \alpha$ می شود. بنابراین

$$\alpha(\phi_h, A) = \lim_{\phi \rightarrow 0} 2(Z + \phi)e^A = \alpha_h(\phi_h)A^{\frac{2}{3}}. \quad (11-3)$$

مشاهده می شود که α به صورت کلی تابعی از ϕ_h و تابع دقیقی از سطح بهنجار شده‌ی سیاه چاله خواهد بود.

برای تشکیل تانسور دوگان انرژی-تکانه نیاز بر این است که انرژی کل سیستم تعیین شود. بر این موضوع تاکید می‌کنیم که ضرایب α ، β و μ را می‌توان به صورت کلی مستقل از زمان در نظر گرفت. این محاسبات را می‌توان به صورت کلی با در نظر گرفتن تمامی وابستگی‌های مختصات مرزی انجام داد، اگرچه برای سادگی کار این محاسبات را فقط برای وابستگی‌های زمانی انجام شده است. زمانی که متریک در بی‌نهایت (به شکل موضعی^۱) با AdS صدق می‌کند پتانسیل مربوطه به شکل زیر خواهد بود [۴]

$$g_{tt} = \frac{r^2}{l^2} + k - \frac{\mu(t)}{r^2} + \mathcal{O}(r^{-3}), \quad g_{ij} = r^2 \Sigma_{ij} + \mathcal{O}(r^{-3}), \quad (12-3)$$

$$g_{rr} = \frac{l^2}{r^2} - \frac{l^4 k}{r^4} + \frac{l^2 3M_h(t)l^2 + 3k^2 l^4 + \kappa \alpha(t)(\alpha(t) - 4\beta(t)) \ln(r) - 2\kappa \alpha(t)^2 \ln(r)^2}{r^6} + \mathcal{O}\left(\frac{\ln(r)^2}{r^7}\right) \quad (13-3)$$

که Σ_{ij} متریک مرتبط با بخش زاویه‌ای $d\Sigma_k$ است. با اعمال این بسط‌ها در معادلات میدان اسکالر اینشتین به این نتیجه می‌رسیم که شرایط مرزی (۱۲-۳) و (۱۳-۳) با معادلات میدان زیر سازگار خواهد بود

$$M_h(t) = \mu(t) - \frac{\kappa l^{-2}}{12} (\alpha(t)^2 - 4\alpha(t)\beta(t) + 8\beta(t)^2) \quad (14-3)$$

با استفاده از پتانسیل متریک و میدان اسکالر خواهیم داشت

$$\delta H = \left[\frac{3\delta M_h(t)}{2\kappa} - \frac{1}{l^2} (\alpha(t)\delta\beta(t) - 2\beta(t)\delta\beta(t)) \right] \sigma_k \quad (15-3)$$

و بنابراین هامیلتونی محدود است. برای حذف متغیرها در این معادلات نیاز بر این است که شرایط مرزی بر میدان اسکالر اعمال شود. اگر $\beta = \frac{dW(\alpha)}{d\alpha}$ را در نظر بگیریم قسمت سمت راست معادله‌ی

¹ Local

(۱۵-۳) یک تغییر کلی خواهد داد و با استفاده از معادلات میدان (۱۴-۳) خواهیم داشت

$$H = \left[\frac{3\mu(t)}{2\kappa} + \frac{1}{l^2} \left(-\frac{1}{8}\alpha(t)^2 - \frac{1}{2}\alpha(t)\beta(t) + W(\alpha) \right) \right] \sigma_k + H_h \quad (۱۶-۳)$$

که $\mu(t)$ ضریب مرتبه‌ی $\mathcal{O}(r^{-2})$ از g_{tt} خواهد بود و $\delta H_h = 0$ است. به دلیل انتگرال‌گیری بر روی یک حجم نامحدود کنش تحت تاثیر واگرایی‌های فرابنفش قرار خواهد گرفت که این موضوع را می‌توان با اضافه کردن جمله‌های مرزی مناسب تنظیم کرد. با در نظر گرفتن این موضوع، کنش به صورت طبیعی می‌تواند به قسمت‌های حجمی، و جمله‌ی مرزی GH^1 ، ترم BK^2 ، ترم میدان اسکالر غیرذاتی I_{Ct}^ϕ و میدان اسکالر ذاتی I_{ext}^ϕ تقسیم شود [۴]

$$I = I_B + I_{GH} + I_{BK} + I_{ext}^\phi + I_{Ct}^\phi \quad (۱۷-۳)$$

شرایط مرزی (۱۰-۳) و (۱۲-۳) و (۱۳-۳) و معادلات میدان بر این دلالت دارد که می‌توان پادجملاتی را تعریف کرد که نتیجه‌ی درستی برای انرژی آزاد فراهم کنند

$$I_{ext}^\phi = \frac{1}{2} \int_{\partial M} d^4x \sqrt{-h} n^\mu \phi \partial_\mu \phi, \quad I_{Ct}^\phi = \frac{1}{l^5} \int_{\partial M_\gamma} d^4x \sqrt{-\gamma} \left[\frac{\alpha\beta}{2} - W(\alpha) \right]$$

که در آن از متریک γ_{ab} طبق تعریف نظریه‌ی دوگان میدان استفاده شده است. تغییرات کنش کل در شرایط مرزی دیریکله برای متریک و در شرایط مرزی میدان اسکالر برابر صفر می‌شود. برای مثال این موضوع را می‌توان برای یک میدان اسکالر نشان داد. از معادله‌ی (۱۷-۳) خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \delta I = & \int_M -d^5x \partial_\mu (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta \square_\nu \phi) + \frac{1}{2} \int_{\partial M} d^4x \sqrt{-h} n^\mu \delta \phi \partial_\mu \phi + \frac{1}{2} \int_{\partial M} d^4x \sqrt{-h} n^\mu \phi \partial_\mu \delta \phi \\ & + \frac{1}{l^5} \int_{\partial M_\gamma} d^4x \sqrt{-\gamma} \left(-\frac{\beta(t)}{2} + \frac{\alpha(t)}{2} + \frac{d^2 W}{d\alpha^2} \right) \delta \alpha(t) \end{aligned} \quad (۱۸-۳)$$

با استفاده از معادله‌ی پتانسیل

¹ Gibbons-Hawking

² Balasubramanian-Kraus

$$\phi = \frac{\alpha(t) \ln(r)}{r^2} + \frac{\beta(t)}{r^2} + \mathcal{O}\left(\frac{\ln(r)}{r^3}\right) \Rightarrow \delta\phi = \left(\ln(r) + \frac{d^2W}{d\alpha^2} \right) \frac{\delta\alpha(t)}{r^2} + \mathcal{O}\left(\frac{\ln(r)}{r^3}\right)$$

(۱۹-۳)

و به کارگیری معادلات (۱۰-۳)، (۱۲-۳)، (۱۳-۳) و (۱۴-۳) می‌توان نشان داد که

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \delta I = 0. \quad (۲۰-۳)$$

۳-۱-۱ معادله‌ی حالت

مقدار چشم‌داشتی تانسور دوگان انرژی-تکانه مرتبط با تانسور تنش شبه‌موضعی است [۴]

$$\langle \mathcal{T}_{ab} \rangle = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta I}{\delta \gamma^{ab}} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r^2}{l^2} \mathcal{T}_{\mu\nu}^{BK} + \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r^2}{l^2} \mathcal{T}_{\mu\nu}^{ext} + \mathcal{T}_{ab}^{ct} \quad (۲۱-۳)$$

که جمله‌ی اول معادله‌ی بالا معروف به BK است

$$\mathcal{T}_{\mu\nu}^{BK} = -\frac{1}{\kappa} \left(K_{\mu\nu} - h_{\mu\nu} K + \frac{3}{l} h_{\mu\nu} - \frac{l}{2} \mathcal{G}_{\mu\nu} \right) \quad (۲۲-۳)$$

که در آن $\mathcal{G}_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین ساخته شده با متریک h است. جمله‌ی دوم و سوم نیز به ترتیب میدان اسکالر غیرذاتی و جملات محدود ذکر شده در قسمت‌های قبل است.

$$\mathcal{T}_{\mu\nu}^{ext} = \frac{1}{2} h_{\mu\nu} n^\mu \phi \partial_\nu \phi, \quad \mathcal{T}_{ab}^{ct} = \frac{1}{l^5} \gamma_{ab} \left[\frac{\alpha(t)\beta(t)}{2} - W(\alpha) \right]. \quad (۲۳-۳)$$

واگرایی نسبی منجر شده توسط جمله‌ی GH و جمله‌ی حجمی توسط واگرایی جملات ساده می‌شود که در معادله‌ی پایین تانسور تنش ساده‌سازی شده برگرفته از نظریه‌ی دوگان میدان نشان داده شده است

$$\langle \mathcal{T}_{ab} \rangle = \frac{\gamma_{ab}}{l^3} \left[-\frac{3M_h(t)}{2\kappa} + \frac{k^2 l^2}{8\kappa} + \frac{2\mu(t)}{\kappa} + \frac{1}{l^2} (\alpha(t)\beta(t) - \beta(t)^2 - W(\alpha)) \right] + \frac{1}{\kappa l} \delta_a^0 \delta_b^0 \left[\frac{k^2}{2} + \frac{2\mu(t)}{l^2} \right] \quad (۲۴-۳)$$

با محاسبه‌ی رد تانسور بالا و با استفاده از معادلات میدان (۳-۱۴) خواهیم داشت

$$\gamma^{ab}\langle\mathcal{T}_{ab}\rangle = \frac{1}{l^5} \left[\frac{1}{2}\alpha(t)^2 + 2\alpha(t)\beta(t) - 4W(\alpha) \right] \quad (۳-۲۵)$$

که این جمله در شرایط مرزی ناوردایی AdS حذف می‌شود. با استفاده از بردار بهنجار شده‌ی شبه‌زمان $u^a = \partial_t$ چگالی انرژی سیال به شکل زیر خواهد بود

$$\rho = u^a u^b \langle\mathcal{T}_{ab}\rangle = \frac{1}{l^3} \left[\frac{3M_h(t)}{2\kappa} + \frac{3k^2 l^2}{8\kappa} + \frac{2\mu(t)}{\kappa} - \frac{1}{l^2} (\alpha(t)\beta(t) - \beta(t)^2 - W(\alpha)) \right] \quad (۳-۲۶)$$

جرم کل برابر با انتگرال چگالی انرژی بر روی بخش شبه‌مکان است

$$M = \int_{\Sigma} \rho l^3 d\Sigma = \left[\frac{3M_h(t)}{2\kappa} + \frac{3k^2 l^2}{8\kappa} + \frac{2\mu(t)}{\kappa} + \frac{1}{l^2} (-\alpha(t)\beta(t) + W(\alpha) + \beta(t)^2) \right] \sigma_k = H \quad (۳-۲۷)$$

که تساوی بالا در قسمت آخر به این معناست که نتیجه‌ی به‌دست آمده در توافق با هامیلتونی

$$H_h = \frac{3k^2 l^2}{8\kappa} \text{ است [۴].}$$

مقدمه‌ی ذکر شده در مورد میدان اسکالر هم‌ارز با سیال دوگان کامل، با تانسور انرژی تکانه

$$\langle\mathcal{T}_{ab}\rangle = (\rho + p)u_a u_b + p\gamma_{ab} \text{ بیان گردید. بنابراین می‌توان نوشت [۴]}$$

$$p = \frac{1}{l^3} \left[\frac{\mu(t)}{2\kappa} + \frac{k^2 l^2}{8\kappa} + \frac{1}{8l^2} (\alpha(t)^2 + 4\alpha(t)\beta(t) - 8W(\alpha)) \right] \quad (۳-۲۸)$$

$$\rho = \frac{1}{l^3} \left[\frac{3\mu(t)}{2\kappa} + \frac{3k^2 l^2}{8\kappa} - \frac{1}{8l^2} (\alpha(t)^2 + 4\alpha(t)\beta(t) - 8W(\alpha)) \right] \quad (۳-۲۹)$$

که برای به‌دست آوردن معادلات بالا از معادله‌ی (۳-۱۴) نیز استفاده شده است. به این موضوع

می‌توان اشاره کرد که، زمانی که هیچ میدان اسکالری وجود ندارد سیستم به شکل یک سیستم گاز

هم‌دما با محیط و با ذرات بدون جرم $\rho = 3p$ در می‌آید. زمانی که $k = 0$ است می‌توان چگالی آنروپی $s = \frac{A}{4G}$ و دمای یک سیال کامل را با استفاده از معادلات (۳-۲۸) و (۳-۲۹) به شکل زیر تعریف کرد

$$Ts = l^3(\rho + p) = \frac{2\mu(t)}{\kappa} \quad (3-30)$$

که دقیقا برابر با معادله‌ی کلی اسمار است. می‌توان نشان داد که روابط مشابهی نیز برای سیستم گرانش مستقل از زمان حاکم است. زمانی که $k = 0$ است دمای این سیستم به شکل $T = \frac{8G}{\kappa l^2} \mu_h(\phi_h) A^{\frac{1}{3}}$ می‌شود. با استفاده از معادله‌ی (۳-۳۰) خواهیم داشت

$$\mu(\phi_h, A) = \frac{\mu_h(\phi_h) A^{\frac{4}{3}}}{l^2} \quad (3-31)$$

با جایگزینی معادله‌ی (۳-۲) در معادلات قانون اول ترمودینامیک سیاه‌چاله $\delta H = T\delta S$ و با استفاده از معادلات (۳-۳۱) و (۳-۱۱) می‌توان نشان داد که جملات متناسب با δA ساده شده و خواهیم داشت

$$\beta(\phi_h, A) = -\frac{1}{2}\alpha \ln(\alpha) - \frac{1}{2}\alpha\beta_h(\phi_h) \quad (3-32)$$

علاوه‌براین، جملات متناسب با متغیر $\delta\phi_h$ نیز فقط و فقط در صورتی ساده می‌شوند که داشته باشیم

$$6d\mu_h + \kappa\alpha_h^2 d\beta_h = 0 \quad (3-33)$$

با در نظر گرفتن α_h به عنوان یک متغیر مستقل، می‌توان مسئله را به نحوی ساده‌تر کرد که فقط به دنبال یک معادله باشیم. برای مثال می‌توان μ_h را با انتگرال‌گیری مستقیم معادله‌ی بالا برحسب β_h به‌دست آورد. در نهایت، می‌توان به این نکته اشاره کرد که اعمال شرایط مرزی منجر به شکل‌گیری یک رابطه‌ی ریاضی بین ϕ_h و A می‌شود. این موضوع هم‌ارز آن است که گفته شود یک سیاه‌چاله با استفاده از یک ثابت انتگرال‌گیری منفرد تعریف شده است.

یک نتیجه‌ی کاربردی شرایط به‌کاربرده شده در قسمت‌های بالا به این شکل است که می‌توان دو تابع

مستقل از A به شکل زیر داشت [۴]

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln(\alpha), \quad \frac{\mu}{\alpha^2}. \quad (34-3)$$

هر زمانی که یک سیاه‌چاله‌ی مودار با شرایط ناوردای AdS در $\phi_h = \phi_*$ داشته باشیم، در آن زمان تابع $(\beta_h, \alpha_h, \mu_h)$ یک بسط تیلور حول $\phi_h = \phi_*$ را پذیرا می‌شود. این موضوع منجر به آن می‌شود که به‌توان یک شکل عمومی برای سطح سیاه‌چاله‌ی مودار در اطراف نقطه‌ی موردنظر به‌دست آورد

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln(\alpha) = -\frac{1}{2} \beta_* + \frac{C}{\kappa} \left(\frac{\mu^2}{\alpha^2} - \frac{\mu_*^2}{\alpha_*^2} \right) + \mathcal{O} \left(\frac{\mu^2}{\alpha^4} \right) \quad (35-3)$$

که در آن شرایط مرزی ناوردای AdS در $(\beta_h, \alpha_h, \mu_h) = (\beta_*, \alpha_*, \mu_*)$ بر روی سیاه‌چاله‌ی مودار در نظر گرفته شده است. با جایگذاری معادله‌ی (۳۵-۳) در (۳۳-۳) و صرف‌نظر از تصحیحات مرتبه‌ی بالا خواهیم داشت

$$\mu_h = \mu_* \left(\frac{\alpha_h}{\alpha_*} \right)^{\frac{2C}{-3+C}}, \quad \beta_h = \beta_* - \frac{2C}{\kappa} \frac{\mu_*}{\alpha_*^2} \left(\left(\frac{\alpha_h}{\alpha_*} \right)^{\frac{6}{-3+C}} - 1 \right). \quad (36-3)$$

و با استفاده از معادله‌ی (۳۲-۳) و شرایط $\alpha_h = \alpha_* \Rightarrow \mu_h = \mu_*$ ثابت انتگرال‌گیری ثابت خواهد شد.

اکنون اطلاعات کافی برای تحلیل بیشتر ارتباط بین نظم ماورابنفش و معادله‌ی حالت به‌دست آمده است. زمانی که شرایط مرزی تعیین شده‌اند، $\beta = \frac{dW(\alpha)}{d\alpha}$ چگالی و فشار سیستم با استفاده از انتخاب $W(\alpha)$ تعیین می‌شود. این عملکرد معادل با تعریف معادله‌ی حالت است. اما در مقابل، تعریف یک معادله‌ی حالت $p = p(\rho)$ الزاما $W(\alpha)$ را با استفاده از معادله‌ی (۲۸-۳) و (۲۹-۳) تعیین می‌کند. در حقیقت، برای تعیین شرایط مرزی دقیق برای یک معادله‌ی حالت سیال دوگان نیاز به تابع

$\mu(\alpha)$ است. اگرچه این مسئله را به‌طور کلی نگه داشته و فقط یک مثال ساده از آن را بیان می‌کنیم.

برای مثال، معادله‌ی حالت $p = c_s^2 \rho$ (سرعت صوت) معادل با شرایط مرزی یک-پارامتری زیر

است [۴]

$$W(\alpha) = \frac{l^2(3c_s^2 - 1)}{\kappa(c_s^2 + 1)} \left(\alpha^2 \omega(\alpha) - \frac{k^2 l^2}{8} \right) - \frac{\alpha^2}{4} \left(\ln(\alpha) + \alpha_1 - \frac{1}{2} \right) \quad (۳۷-۳)$$

که $\mu = \alpha^3 \frac{d\omega(\alpha)}{d\alpha}$ تعریف شده و α_1 ثابت انتگرال‌گیری است. اکنون مشهود است که با در نظر گرفتن

$c_s^2 = \frac{1}{3}$ به توصیف دوباره‌ی گاز ذرات بدون جرم و شرایط مرزی ناوردای AdS می‌رسیم. حال با

در نظر گرفتن یک سیاه‌چاله با شرایط مرزی ناوردای AdS در $\alpha_1 = \beta_*$ می‌توان $\mu(\alpha)$ را با استفاده از

معادله‌ی (۳۵-۳) و در نهایت $\beta(\alpha)$ را به شکل زیر به دست آورد

$$\beta(\alpha) = \alpha \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{3\mu_*(3c_s^2 - 1)}{2k\alpha_*^2} \right) \ln(\alpha) - \frac{\beta_*}{2} - \frac{\mu_*(3c_s^2 - 1)(C - 3)}{4k\alpha_*^2} \right] + \mathcal{O}((3c_s^2 - 1)^2) \quad (۳۸-۳)$$

که این معادله حول $c_s^2 = \frac{1}{3}$ خطی‌سازی شده است تا با روشی که در معادله‌ی (۳۵-۳) از جمله‌ی

$\mathcal{O}\left(\frac{\mu^2}{\alpha^4}\right)$ چشم‌پوشی شد سازگار باشد. وابستگی شرایط مرزی (۳۸-۳) به ثابت C نشان‌دهنده‌ی آن

است که برای هر تئوری بیان شده براساس معادله‌ی سطح (۳۵-۳) می‌توان شرایط مرزی معادلی را

یافت که منجر به معادله‌ی حالت دلخواه شود. این موضوع در همسایگی شرایط مرزی ناوردای AdS

معتبر است. بنابراین، این موضوع برای هر معادله‌ی حالت دلخواه شبیه به گاز ذرات بدون جرم معتبر

است.

اگرچه محاسبات انجام شده در پنج بعد و برای میدان‌های اسکالر در حد BF بوده است اما به راحتی

می‌توان این نتایج را برای هر ابعاد فضا-زمانی و برای هر میدان اسکالر با جرم دلخواه و مابین این حد

و حد یک تعمیم داد. این توصیف می‌تواند در زمینه‌های کاربردی چون توصیف هولوگرافی فلزات،

ابرسیانها و مواد مختلف استفاده شود. توصیف هولوگرافی سیستم‌های ماده-چگال به تازگی در حد

هیدرودینامیکی بیان شده است. نتایج به دست آمده از این کار می‌تواند راه‌گشای توصیف سیستم‌های ماده-چگال با استفاده از معادله‌ی حالت از دیدگاه هولوگرافی باشد [۴].

رویکرد معرفی شده در بخش‌های قبل کاربرد مستقیمی در توصیف جواب‌های سیاه‌چاله‌های مودار وابسته به زمان در گرانش اینشتین-دیلاتون با پتانسیل عام مدوله شده دارد. در حقیقت، تمامی سیاه‌چاله‌های در حال فروریزش^۱ به شکل فرآیند دوگان سیال-گرانش با یک معادله‌ی حالت کاملاً دقیقی هستند.

نظریات متفاوتی در مورد این باور عمومی وجود دارد که بیان می‌کند معادلات حالت سیال دوگان متعددی وجود دارد که همگی مرتبط با یک نظریه هستند. و این نظریه همان نظریه‌ی ریسمان است. شکل‌دهی تصویر بیان شده در معادله‌ی (۲-۳) برای ابرگرانش‌های مدل IIB می‌تواند یک توصیف هولوگرافی از دینامیک سیال مرتبط با تغییر شکل ابریانگ-میلز خوش‌رفتار در ناحیه‌ی فرابنفش با $N = 4$ بیان کند.

¹ Collapse

فصل چهارم

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

۴-۱- دوگانی سیال-گرانش و معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین به عنوان انرژی تاریک

قبلا با استفاده از دوگانی سیال-گرانش، روابطی برای فشار و چگالی سیال بر حسب پارامترهای مدل گرانشی پنج‌بعدی که به‌طور مجانبی آنتی دوسیتته است به‌دست آمد. در این بخش از این نتایج استفاده کرده و فرض می‌کنیم سیال موردنظر انرژی تاریکی باشد که به‌وسیله‌ی معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین توصیف می‌شود [۱۸]. در این صورت می‌توانیم پارامترهای مدل گرانشی خود را طوری بر حسب پارامترهای کیهان‌شناسی تنظیم کنیم که سیال دوگان آن معادل با انرژی تاریک مورد نظر ما باشد. یک سیال ناشناخته همانند انرژی تاریک می‌تواند به این روش مورد مطالعه قرار گیرد و پارامترهای کیهان‌شناسی از آن استخراج گردد. اما چیزی که ما در این بخش به دنبال آن هستیم شناخت بیشتر مدل گرانشی است. بنابراین یک سیال مشخص که می‌تواند توصیف‌کننده‌ی انرژی تاریک باشد، به نام گاز چاپلیجین [۱۲]، را انتخاب کرده و با توجه به مشخص بودن پارامترهای کیهان‌شناسی این مدل سعی در مشخص کردن کامل مدل گرانشی می‌کنیم. اهمیت مدل گاز چاپلیجین در این است که متحدکننده‌ی ماده‌ی تاریک با انرژی تاریک می‌باشد و قادر به توصیف هر دو است و این موضوع در مدل‌های کامل‌تر شده‌ی گاز چاپلیجین بهتر نمایان است [۱۳]. بنابراین ابتدا از مدل گرانشی و نتایج به‌دست آمده از دوگانی سیال-گرانش که در بخش‌های قبل معرفی شد استفاده می‌کنیم، سپس مدل گاز چاپلیجین و روابط کیهان‌شناسی را معرفی می‌نماییم تا بتوانیم به رابطه‌ی بین آن‌ها پی ببریم. در نهایت جمع‌بندی و نتیجه‌گیری را ارائه می‌دهیم.

۴-۱-۱- معادله‌ی حالت هولوگرافی

یک مدل گرانشی پنج‌بعدی با کنشی مطابق رابطه‌ی (۴-۱) در نظر می‌گیریم، که جملات نوشته نشده مربوط به مرز زمان-گونه می‌باشند و در شرایط مرزی روی میدان اسکالر ϕ نقش دارند، پس خواهیم داشت

$$I = \int d^5x \sqrt{-g} \left(\frac{R}{2\kappa} - \frac{(\partial\phi)^2}{2} - V(\phi) \right) + \dots \quad (4-1)$$

همچنین واحدهای طبیعی که در آن سرعت نور و ثابت پلانک برابر ۱ قرار داده می‌شود استفاده شده است. پتانسیل $V(\phi)$ با مقدار منفی باعث می‌شود جواب‌های مجانبی آنتی دوسیتیه وجود داشته باشد. تانسور انرژی-تکانه که در معادله‌ی میدان اینشتین استفاده می‌شود به صورت زیر است

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} (\partial\phi)^2 + V(\phi) \right] \quad (2-4)$$

فضای داخل حجم می‌تواند با متریک کلی زیر توصیف شود

$$ds^2 = e^{\mathcal{A}} \left(-f dt^2 + d\Omega_k^2 \right) + e^{\mathcal{B}} \frac{dr^2}{f} \quad (3-4)$$

که فضای $d\Omega_k^2$ یک فضا با اسکالر ریچی ثابت است. همچنین \mathcal{A} ، \mathcal{B} و f توابع نامعلومی هستند که با حل معادلات اینشتین به دست می‌آیند. بنابراین با حل معادلات میدان اینشتین، میدان اسکالر به صورت زیر پیدا می‌شود

$$\phi = \frac{\beta + \alpha \ln t}{r^2} + \dots \quad (4-4)$$

که جملات صرف نظر شده مرتبه‌های بالاتر r^{-1} می‌باشند. همچنین توابع نامعلوم ذکر شده همانگونه که در مرجع [۴] نشان داده شده مشخص می‌شوند. به عنوان مثال

$$-f e^{\mathcal{A}} = \frac{r^2}{l^2} + k - \frac{\mu}{r^2} + \dots \quad (5-4)$$

که $k = 0, \pm 1$ ثابت انحنای فضای سه‌بعدی $d\Omega_k^2$ و l ثابت انحنای فضای آنتی دوسیتیه می‌باشد. در معادلات (۴-۴) و (۵-۴) سه ثابت انتگرال‌گیری α ، β و μ وجود دارند که در حالت کلی می‌توانند وابسته به زمان باشند. از طرفی پارامتر β را می‌توان برحسب α به صورت مشتق کامل نوشت

$$\beta(t) = \frac{dW(\alpha)}{d\alpha} \quad (6-4)$$

بنابراین تمام پارامترهای مورد نیاز برای مشخص کردن نظریه‌ی گرانشی درون حجم عبارتند از

$$\alpha(t), \beta(t), \mu(t), W(\alpha) \quad (7-4)$$

این ضرایب تاکنون مشخص نشده‌اند و تعیین‌کننده‌ی جزئیات مدل گرانشی درون حجم هستند. همچنین طبق دوگانگی سیال-گرانش، فشار و چگالی سیال کامل به صورت دو رابطه‌ی (۳-۲۸) و (۳-۲۹) برحسب این چهار پارامتر بیان شده بود، و معادله‌ی حالت سیال به شکل

$$\omega = \frac{p}{\rho} \quad (۸-۴)$$

به دست می‌آید. با توجه به این معادله حالت، رابطه‌ای بین $\mu(t)$ و $\alpha(t)$ به صورت زیر وجود دارد

$$\mu = \alpha^3 \frac{d\omega}{d\alpha} \quad (۹-۴)$$

در قسمت بعدی با معرفی یک مدل انرژی تاریک بر اساس خصوصیات یک سیال در مورد این موضوع بحث خواهیم کرد که چهار پارامتر مطرح شده‌ی $\mu(t)$ ، $\alpha(t)$ ، $\beta(t)$ و $W(\alpha)$ چگونه وابستگی زمانی داشته باشند تا سیال موردنظر توصیف‌کننده‌ی انرژی تاریک باشد.

۴-۱-۲ انرژی تاریک

دانشمندان فیزیک نظری در قرن بیست و یکم از معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین که با رابطه‌ی زیر داده می‌شود [۱۳]

$$p = -\frac{B}{\rho} \quad (۱۰-۴)$$

استفاده نموده و با استفاده از معادلات رایج در کیهان‌شناسی به تحقیق در مورد خصوصیات عالم پرداختند و با توجه به داده‌های رصدی به تایید، تکذیب یا تکامل مدل خود پرداختند. در رابطه‌ی بالا P فشار و ρ چگالی سیال (انرژی تاریک) می‌باشند و B یک عدد ثابت مثبت است. معادله‌ی حالت این سیال با رابطه‌ی (۴-۸) داده می‌شود که در کیهان‌شناسی یک پارامتر مهم و مشخص است. بر طبق این مدل فشار منفی که نتیجه‌ی آن انبساط شتابدار عالم می‌باشد قابل توجیه است.

از طرفی معادله‌ی پایستگی در کیهان‌شناسی به صورت زیر است [۴]

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (11-4)$$

که

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (12-4)$$

پارامتر انبساط هابل و a فاکتور مقیاس هستند. ترکیب سه معادله‌ی (۱۰-۴)، (۱۱-۴) و (۱۲-۴) یک معادله‌ی دیفرانسیل با جواب زیر را می‌دهد

$$\rho = \sqrt{B + \frac{c}{a^6}} \quad (13-4)$$

که c ثابت انتگرال‌گیری می‌باشد. به‌علاوه معادله‌ی فریدمن هم در فضای تخت ($k = 0$) به صورت زیر می‌باشد

$$\rho = 3H^2 \quad (14-4)$$

بنابراین فشار و چگالی به‌وسیله‌ی پنج پارامتر که دوتای آن‌ها ثابت‌های B و c و سه‌تای دیگر کمیت‌های وابسته به زمان H ، a و ω می‌باشند مشخص می‌شوند. این پارامترها در مدل‌های کیهان‌شناسی مشخص و با استفاده از داده‌های رصدی تعیین می‌شوند. اکنون هدف ما این است که چهار پارامتر مدل گرانشی که با (۷-۴) داده شده را بر حسب پارامترهای ذکر شده‌ی کیهان‌شناسی بنویسیم (به این صورت که چهار معادله و چهار مجهول داشتیم و این دستگاه را با استفاده از نرم افزار ممتیکا حل کرده و نتایج به دست می‌آید)، در این صورت موفق شده‌ایم مدل گرانشی دوگان انرژی تاریک را بسازیم. نتایج این کار در بخش بعدی آورده می‌شود.

۴-۱-۳ رابطه‌ی سیال با مدل گرانشی

در فضای تخت ($k = 0$) و با قرار دادن $8\pi G = 1$ و استفاده از معادلات (۲۸-۳)، (۲۹-۳) و (۸-۴) پارامتر $\beta(t)$ بر حسب $\mu(t)$ ، $W(\alpha)$ و $\alpha(t)$ محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از آن در معادله‌ی (۴-

۱۳) خواهیم داشت

$$\mu(t) = \frac{l^3(1+\omega)\sqrt{Ba^6+C}}{2a^3} \quad (15-4)$$

که وابستگی زمانی در فاکتور مقیاس قرار دارد. سپس با استفاده از رابطه‌ی (۴-۶) خواهیم داشت

$$W = \frac{l^5(1-3\omega)}{4a^3}\sqrt{Ba^6+C} + C_1\alpha^2 - \frac{\alpha^2}{4}\ln\alpha \quad (16-4)$$

که C_1 یک ثابت دلخواه است. بنابراین رابطه‌ی بین $\alpha(t)$ و $\beta(t)$ به صورت زیر خواهد بود

$$\beta = -\frac{1}{2}\alpha \ln\alpha + \frac{\alpha}{4}(8C_1 - 1) \quad (17-4)$$

که اگر $8C_1 = 1$ در نظر بگیریم به عبارتی که در مرجع [۴] ذکر شده می‌رسیم. بنابراین با استفاده

از روابط (۴-۹) و (۴-۱۵) عبارت زیر را برای $\alpha(t)$ بر حسب تابع لامبرت خواهیم داشت

$$\alpha(t) = e^{\frac{1}{4}\text{LambertW}(X(t))+4C_1-\frac{3}{2}} \quad (18-4)$$

که

$$X(t) = \frac{8l^7(Ba^6+C)e^{6-16C_1}Y_1}{(1+\omega)a^6Y_2} \quad (19-4)$$

که در آن از تعاریف زیر استفاده شد

$$Y_2 = l(1+\omega)(Ba^6+C) - \frac{a^3\sqrt{Ba^6+C}}{2} \quad (20-4)$$

$$Y_1 = l^2(1+\omega)^2(Ba^6+C) - la^3(1+\omega)\sqrt{Ba^6+C} + \frac{a^6}{4} \quad (21-4)$$

بنابراین با قرار دادن رابطه‌ی (۴-۱۸) در (۴-۱۷)، مقدار $\beta(t)$ را نیز خواهیم داشت. همچنین با قرار

دادن رابطه‌ی (۴-۱۸) در (۴-۱۶)، W را به دست خواهیم آورد. در نتیجه موفق شدیم چهار ضریب

داده شده در (۴-۷) را طوری تنظیم کنیم که مدل گرانشی مورد بحث ما دوگان مدل انرژی تاریک بر

مبنای گاز چاپلیجین است.

۴-۲ نتیجه گیری

در این فصل از نتایج به دست آمده از دوگانی سیال-گرانث استفاده کردیم تا نشان دهیم مدل گرانثی باید چه خصوصیتی داشته باشد تا دوگان یک مدل انرژی تاریک بر مبنای گاز چاپلیجین باشد. در واقع در ابتدا مدل مشخصی نداشتیم و با استفاده از داده ها این مدل را تعیین کردیم (گاز چاپلیجین) و با استفاده از این مدل انرژی تاریک، سیستم گرانثی خودمان را مشخص کردیم. با توجه به اینکه وابستگی زمانی پارامتر هابل و معادله‌ی حالت در کیهان‌شناسی مشخص است می‌توانیم وابستگی زمانی پارامترهای مدل گرانثی را یافته و جزئیات بیشتری در مورد مدل گرانثی در پنج‌بعد به دست آوریم.

ما در این کار از معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین اولیه استفاده کردیم در حالی که می‌توان برای کارهای آینده از مدل‌های دیگری نیز بهره جست به عنوان مثال از گاز چاپلیجین تعمیم‌یافته [۱۴]، گاز چاپلیجین تغییریافته [۱۵] یا گاز چاپلیجین بسط‌یافته [۱۶] استفاده شود. همچنین می‌توانیم وابستگی صریح زمانی پارامترهای کیهان‌شناسی را وارد کرده و در مورد وابستگی زمانی پارامترهای مدل گرانثی بحث کنیم.

- [1] B. Zwiebach, “A First Cours in String Theory”, Cambridge U. press, New York(2009).
- [2] M. Natsuume, “AdS/CFT Duality User Guide”, [arXiv:1409.3575 [hep-th]].
- [3] J.M. Maldacena, The large N limit of superconformal field theories and supergravity. Adv. Theor. Math. Phys.
2, 231 (1998)
- [4] A. Anabalon, D. Astefanesei and R. Mann, “Holographic equation of state in fluid/gravity duality”, [arXiv:1604.05595 [hep-th]].
- [5] H. Yang, A. Zimmerman and L. Lehner, “Turbulent Black Holes,” Phys. Rev. Lett. 114 (2015).
- [6] S. Bhattacharyya, V. E. Hubeny, S. Minwalla, and M. Rangamani, Nonlinear fluid dynamics from gravity, JHEP 0802, 045 (2008).
- [7] M. Rangamani, “Gravity & Hydrodynamics: Lectures on the fluid-gravity correspondence”, Class. Quant. Grav.26:224003 (2009).
- [8] B. Pourhassan, A. Bonilla, M. Faizal, E. M. C. Abreu, “Holographic Dark Energy from Fluid/Gravity Duality Constraint by Cosmological Observations”. Phys. Dark Univ. 20 (2018) 41
- [9] J. M. Magán, D. Melnikov, M. R. O. Silva, “Black Holes in AdS/BCFT and Fluid/Gravity Correspondence”, [arXiv:1408.2580 [hep-th]].
- [10] V. E. Hubeny, S. Minwalla, M. Rangamani, “The fluid/gravity correspondence”, [arXiv:1107.5780 [hep-th]].
- [11] S. Bhattacharyya, V. E Hubeny, S. Minwalla, M. Rangamani, “Nonlinear Fluid Dynamics from Gravity”, arXiv:0712.2456 [hep-th]].
- [12] A.Y. Kamenshchik, U. Moschella, V. Pasquier, “An alternative to quintessence”, Phys. Lett. B 511 (2001) 265
- [13] A. Dev, J. S. Alcaniz, D. Jain, “Cosmological consequences of a Chaplygin gas dark energy”, Phys. Rev. D67 (2003) 023515
- [14] Bazeia, D. “Galileo invariant system and the motion of relativistic d-branes”:Phys. Rev. D 59 (1999) 085007
- [15] H. B. Benaoum, “Modified Chaplygin Gas Cosmology” Adv.High Energy Phys. 2012 (2012) 357802

[16] B. Pourhassan, “Extended Chaplygin Gas in Horava-Lifshitz Gravity”, *Physics of the Dark Universe* 13 (2016) 132

[17] P. Kovtun, “Lectures on hydrodynamic fluctuations in relativistic theories

“, [arXiv:1205.5040 [hep-th]]

[۱۸] دهقان، م، پورحسن طنابچی، ب، بی تقصیر فدافن، ک. دوگانی سیال/گرانش و معادله‌ی حالت گاز چاپلیجین به عنوان انرژی تاریک، هفتمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، دانشگاه دامغان، (بهمن ۱۳۹۵).

[۱۹] امامی، م، بررسی انرژی آزاد کواوکونیوم در محیط دما دار با استفاده از تناظر AdS/CFT، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۹۶).

[۲۰] مجرد لمن جویی، س، مطالعه‌ی ثابت پخش کوارک‌های سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون با استفاده از AdS/CFT، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۹۵).

Abstract

It is now widely accepted that there is a precise correspondence between observables in a $(d - 1)$ dimensional gauge field theory and a d -dimensional gravity theory. Indeed, since this duality was precisely formulated by Maldacena. In particular, the long wavelength regime of the duality, known as the fluid/gravity correspondence, It follows from the fact that a relativistic form of the Navier-Stokes equations governing the hydrodynamic limit of a field theory in $(d - 1)$ dimensions, on a fixed background γ_{ab} , is equivalent to the dynamics of d -dimensional Einstein gravity with a negative cosmological constant with γ_{ab} as its conformal boundary. This correspondence allows one to pick a fluid dynamical solution, with an equation of state dictated by the tracelessness of the boundary energy momentum tensor, and reconstruct a bulk solution of the full Einstein equations, This opened the possibility of modeling fluid dynamics using general relativity.

Key word: field theory, gravity theory, fluid/gravity correspondence, energy momentum tensor.



Shahrood University of Technology

Faculty of Physics and Nuclear Engineering

M.Sc. Thesis in Particle Physics

**Fluid/Gravity Correspondence and Holographic
Equation of State**

By: Masoumeh Dehghan

Supervisors:

Dr.K.Bitaghsir Fadafan

Dr.B.Pourhassan

July 2018