



دانشگاه شاهرود

دانشکده فیزیک  
گروه فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته  
فیزیک، گرایش ذرات بنیادی

عنوان

مطالعه‌ی اثر شوینگر با استفاده از دوگانی

*AdS/CFT*

استاد راهنما

دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن

استاد مشاور

دکتر محمد علی اکبری

دانشجو

فاطمه سعیدی

بهمن ۱۳۹۳

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم بہ روح پاک پدر عزیزم

و

دست ہامی پر مہر مادرم۔

# سپاس گزارى...پ

نخستين سپاس و ستايش از آن خداوندى است كه بنده كوچكش را در دريائى بيكران انديشه، قطره‌اى ساخت تا وسعت آن را از دريچه اندیشه‌هاى ناب آموزگارانى بزرگ به تماشا نشيند. لذا اكنون كه در سايه سار بنده نوازي‌هايش پايان نامه حاضر به انجام رسيده است، بر خود لازم مى‌دانم تا مراتب سپاس را از بزرگوارانى به جا آورم كه اگر دست ياريگرشان نبود، هرگز اين پايان نامه به انجام نمى‌رسيد.

از جناب آقاى دكتر كاظم بى تقصير فداى كه زحمت راهنمايى اين پايان نامه را داشتند، كمال سپاس را دارم؛ استادى كه سپيدى را بر تخته سايه زندگيم نگاهشت. با قدردانى از مشاوره‌هاى جناب دكتر محمد على اكبرى و با كمال تشكر از جناب دكتر داود الله بخشى و جناب دكتر مصطفى عنابستانى كه داورى اين تحقيق را با سعه‌ى صدر پذيرفتند.

از دوستان ارجمندم كه در اين مسير مرا تنها نگذاشتند. خانم‌ها: ميترا فرهنگدنيا، مريم كريمى، سحر مجرد و آقاى: احمد كاوه، محمد مهدى شريفى، مهدى آتشى. سپاس آخر را به مهربانترين همراهان زندگيم و مقدسترين واژه‌ها در لغت نامه دلم، به مادرم، خواهر و برادرانم تقديم مى‌كنم. بوسه بر دستان پر مهرتان.

فاطمه سعدي  
بهمن ۱۳۹۳

## تعمدنامه

اینجانب فاطمه سعیدی دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان‌نامه با عنوان مطالعه‌ی اثر شویینگر با استفاده از دوگانی  $AdS/CFT$ ، تحت راهنمایی دکتر کاظم بی‌تقصیر فدا فن متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های دیگر پژوهش‌گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان‌نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه شاهرود متعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “ دانشگاه شاهرود “ یا “ Shahrood University “ به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آوردن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده) شده است، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

فاطمه سعیدی  
بهار ۱۳۹۳

## مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان‌نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده

یکی از مسأله‌های غیر اختلالی که در  $QED$  مطرح می‌شود، اثر شوینگر است. در این اثر، فرآیند تولید زوج ذره و پاد ذره در حضور میدان الکتریکی خارجی ثابت مطالعه می‌شود. این اثر به تازگی با استفاده از دوگانی  $AdS/CFT$  بررسی شده است. فضا زمان مطالعه شده در این موارد نسبیتی است. از طرف دیگر تعمیم دوگانی  $AdS/CFT$  به سیستم‌های غیر نسبیتی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این پایان‌نامه علاوه بر مطالعه اثر شوینگر نسبیتی به بررسی پدیده‌ی شوینگر غیر نسبیتی نیز پرداخته می‌شود. ابتدا محاسبات اثر شوینگر را در فضای  $AdS/CFT$  به دست می‌آوریم. برای این منظور باید فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک و پتانسیل بین آن دو محاسبه شود. سپس با استفاده از محاسبات اثر شوینگر در این فضا، آن را به فضای غیر نسبیتی تعمیم می‌دهیم. در این فضا نیز فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک و پتانسیل حاصل از آن‌ها را در حضور میدان الکتریکی قوی به دست می‌آوریم. برای بررسی این اثر در خلأ غیر نسبیتی از دو هندسه‌ی زمینه‌ی لیف‌شیتز و ابرمقیاس استفاده کرده‌ایم. در متریک لیف‌شیتز پارامتر دینامیکی  $z$  مشاهده می‌شود که افزایش آن باعث کوچک شدن عرض و ارتفاع سد پتانسیل می‌شود و در نتیجه نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد. در متریک ابرمقیاس توان ابرمقیاس  $\theta$  را داریم که افزایش آن سبب بزرگ‌تر شدن ارتفاع و عرض سد پتانسیل می‌شود و نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد.

# لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. کاظم بی تقصیر فدافن، فاطمه سعیدی ” مطالعه‌ی اثر شوینگر غیرنسبیتی با استفاده از دوگانی  $AdS/CFT$  ” پنجمین کنفرانس ذرات و میدان‌ها ( دانشگاه شهید بهشتی ) ، ۲۹-۳۰ بهمن ماه ۱۳۹۳

# فهرست مطالب

۱	مقدمه	۱
۲	اهداف تحقیق	۱.۱
۲	معرفی مفاهیم	۲.۱
۲	مقدمه ای بر تناظر $AdS/CFT$	۱.۲.۱
۴	فضا زمان $S^5 \times AdS_5$	۲.۲.۱
۵	نظریه‌ی ابرتقارن یانگ میلز	۳.۲.۱
۶	شامه‌های چند بعدی	۴.۲.۱
۷	پلازما	۵.۲.۱
۸	محیط خلأ	۶.۲.۱
۸	فضا زمان نسبیتی	۷.۲.۱
۹	فضا زمان غیرنسبیتی	۸.۲.۱
۹	معرفی اثر شوینگر	۳.۱
۱۲	مروری بر مطالعات انجام شده	۴.۱
۲۰	اشاره به مطالب فصل‌های بعدی	۵.۱
۲۱	جزئیات محاسبه‌ی اثر شوینگر با استفاده از $AdS/CFT$	۲
۲۲	تحلیل پتانسیل در دمای صفر	۱.۲
۲۲	فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک	۱.۱.۲
۲۶	پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک	۲.۱.۲
۲۹	تحلیل پتانسیل در دمای محدود	۲.۲
۳۰	فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک	۱.۲.۲
۳۱	پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک	۲.۲.۲
۳۵	مطالعه‌ی اثر شوینگر غیرنسبیتی با استفاده از دوگانی $AdS/CFT$	۳
۳۶	مقدمه	۱.۳
۳۶	تحلیل پتانسیل در فضا زمان غیر نسبیتی لیفشیتز	۲.۳



۳۹	.....	محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک	۱.۲.۳
۴۰	.....	محاسبه‌ی پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک	۲.۲.۳
۴۳	.....	محاسبه‌ی میدان الکتریکی بحرانی	۳.۲.۳
۴۷	.....	تحلیل پتانسیل در فضا زمان غیر نسبیتی ابرمقیاس	۳.۳
۴۸	.....	محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک	۱.۳.۳
۵۰	.....	محاسبه‌ی پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک	۲.۳.۳
۵۵	.....	تحلیل پتانسیل در دمای محدود	۴.۳

#### ۵۹ ۴ نتیجه‌گیری

#### ۶۱ آ محاسبه‌ی فاصله و پتانسیل زوج کوارک و پاد کوارک در دمای محدود

۶۳	.....	محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک	۱.۰.آ
۶۴	.....	محاسبه‌ی پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک	۲.۰.آ

#### ۶۶ مراجع

# فصل ١

مقدمه

## ۱.۱ اهداف تحقیق

در این پایان نامه فرآیند تولید زوج ذره و پاد ذره در حضور میدان الکتریکی خارجی ثابت، تحت عنوان اثر شوینگر در  $AdS/CFT$  مطالعه می‌شود. فضا زمانی که این اثر در آن بررسی می‌شود، نسبیته است. اما به تازگی تعمیم دوگانی  $AdS/CFT$  به سیستم‌هایی که غیر نسبیته هستند بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این پایان نامه علاوه بر مطالعات نسبیته، به مطالعه‌ی پدیده‌ی شوینگر غیر نسبیته نیز پرداخته می‌شود. با توجه به این مهم، فضا زمان در نظر گرفته شده را به فضا زمان غیر نسبیته تغییر می‌دهیم. در هر یک از این فضاها باید نتیجه‌ی تحلیلی دقیقی را در مورد هر یک از متریک‌های در نظر گرفته شده به دست آوریم تا بر اساس حل عددی بتوانیم نمودارهای مربوطه را رسم کرده و نتایج حاصل را با یکدیگر مقایسه کنیم. چنین محاسباتی منجر به درک بیشتر ما از کاربردهای وسیع‌تر دوگانی  $AdS/CFT$  بر پدیده‌های فیزیکی می‌شود.

## ۲.۱ معرفی مفاهیم

قبل از مرور مطالعات انجام شده، ابتدا به تبیین مفاهیم زیر می‌پردازیم:

### ۱.۲.۱ مقدمه‌ای بر تناظر $AdS/CFT$

تناظر  $AdS/CFT$ <sup>۱</sup> مربوط به نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی و گرانش است. از این تناظر به عنوان تناظر پیمانانه/گرانش<sup>۲</sup> نامبرده می‌شود و مربوط به نظریه‌ی میدان‌های همدیس چهار بعدی و فضای پاد دو سیه می‌باشد [۱].

نمونه‌های اولیه از این تناظر به عنوان یک حدس توسط مالداسنا<sup>۳</sup> ارائه شده است.

این حدس هم‌ارزی دقیقی بین نظریه‌ی ریسمان فشرده‌ی نوع  $IIB$  روی  $AdS_5 \times S^5$  و نظریه‌ی ابرتقارن یانگ میلز چهار بعدی  $N = 4$  ایجاد می‌کند. با پیروی از هم‌ارزی  $AdS/CFT$  انتظار بر این است که میدان همدیس<sup>۴</sup> در  $(d + 1)$  بعد باید یک دوگان گرانشی داشته باشد. اما سوال اساسی این است که رابطه‌ی نظریه‌ی ریسمان و نظریه‌های میدان پیمانانه‌ای چیست؟ در این بخش ما این تناظر را مطالعه می‌کنیم که بین یک نظریه پیمانانه‌ای در انرژی‌های پایین روی یک مجموعه از  $D_3$  شامه‌های<sup>۵</sup> منطبق بر هم و نظریه‌ی ابرریسمان نوع  $IIB$  در یک زمینه‌ی فضا زمان است.

<sup>۱</sup>Correspondence

<sup>۲</sup>Gauge/gravity

<sup>۳</sup>Maldacena

<sup>۴</sup>Conformal

<sup>۵</sup>Brane

$AdS$  فضایی به نام آنتی دو سیته<sup>۶</sup> است که مربوط به ریسمان‌های بسته و گرانش می‌باشد و  $CFT$  نظریه‌ی میدان همدیس است که در مرز فضا زمان  $AdS$  زندگی می‌کند و مربوط به ریسمان‌های باز می‌باشد. همدیس یک نوع تبدیل است که شامل تبدیلات انتقال، دوران<sup>۷</sup>، لورنتس<sup>۸</sup>، تبدیل مقیاس و تبدیلات ویژه همدیس می‌باشد و به آن گروه تقارنی همدیس گفته می‌شود. از لحاظ فیزیکی همدیس به معنای این است که مقیاس انرژی نداریم. یعنی فیزیک مسأله در انرژی‌های کم و زیاد بدون تغییر باقی می‌ماند. به عبارت دیگر تناظر  $AdS/CFT$  یک معادل بین یک نظریه‌ی پیمانهای و یک نظریه‌ی ریسمان است.

گاهی این تناظر، دوگان نیز نامیده می‌شود: به این معنی که فیزیک یکسان، توسط دو مجموعه‌ی متفاوت توصیف می‌شود، یعنی ریسمان‌های بسته و نظریه پیمانهای.

این تناظر بیان می‌کند که یک نظریه یانگ میلز با بیشینه ابر تقارن<sup>۹</sup> در فضا زمان چهار بعدی مینکوفسکی با یک نظریه ابرریسمان نوع  $IIB$  معادل است.

برای توصیف نظریه‌ی ریسمان نوع  $IIB$  لازم است که دو گونه نظریه‌ی ریسمان را تعریف کنیم:

۱. ریسمان بوزونی: نخستین و ساده‌ترین گونه‌ی نظریه‌ی ریسمان است که دارای ۲۶ بعد است. در طیف ذرات آن تاکیون وجود دارد. تاکیون ذره‌ای است که سریعتر از نور حرکت می‌کند و دارای جرم موهومی است، بنابراین نمی‌تواند مدلی از طبیعت باشد. همچنین از آمار بوزانیستین پیروی می‌کند. بنابراین به طور طبیعی نمی‌تواند توصیفگر ذراتی مثل الکترون باشد. البته این نظریه در توصیف ذرات میدانی مانند گراویتون‌ها و فوتون‌ها موفق است.

۲. ابرریسمان: با اضافه کردن درجه آزادی (یعنی اضافه کردن اسپین نیم صحیح که مربوط به فرمیون‌هاست) به جهان سطح ریسمان، نظریه‌ی ریسمان به نظریه‌ی ابرریسمان تقلیل می‌یابد. در این مورد از فرض ابرتقارن استفاده می‌شود که در ادامه به توصیف آن پرداخته شده است. تعداد ابعاد مورد نیاز در نظریه ابرریسمان ده می‌باشد. در حال حاضر پنج نظریه‌ی ابرریسمان وجود دارد که نظریه ریسمان نوع  $IIB$  یکی از آن‌ها می‌باشد. فضا زمان ده بعدی در این نظریه ابرریسمان یک شکل خاص می‌گیرد: یک کره پنج بعدی  $S^5$  و پنج بعد دیگر فضای غیر فشرده آنتی دو سیته<sup>۱۰</sup> است که  $AdS_5$  علامت اختصاری آن است و ثابت انحنای آن منفی است [۲].

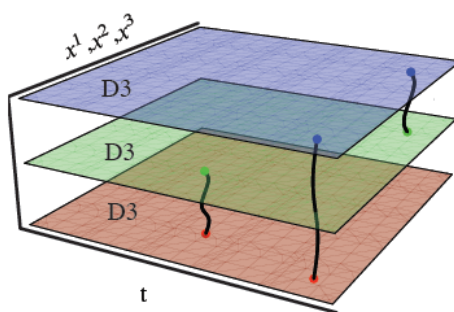
<sup>۶</sup>Anti de Sitter

<sup>۷</sup>Rotation

<sup>۸</sup>Lorentz

<sup>۹</sup>Supersymmetry

<sup>۱۰</sup>Anti De Sitter



شکل ۱.۱: تصویری از برهم کنش ضعیف بین شامه‌ها

## ۲.۲.۱ فضا زمان $AdS_5 \times S^5$

ابتدا یک مجموعه از  $N$  عدد شامه‌های سه بعدی موازی را در فضا زمان ده بعدی در نظر می‌گیریم. ریسمان‌های باز<sup>۱۱</sup> می‌توانند بین دو شامه متصل باشند. در شکل (۱.۱) نشان داده شده است که چگونه یک ریسمان باز می‌تواند به دو شامه موازی متصل شود. در این حالت برهم کنش بین شامه‌ها ضعیف می‌باشد. چنان که طول ریسمان به سمت صفر میل کند، آنگاه شامه‌ها روی هم واقع می‌شوند و جرم آن بسیار سنگین می‌شود و برهم کنش بین آن‌ها زیاد می‌شود و باعث خمیدگی فضا می‌شوند و در اطراف خود فضای  $AdS$  را بوجود می‌آورد. این فضا را فضای پاد دو سیته می‌نامند. شکل (۲.۱) فضای  $AdS$  را نشان می‌دهد.

فضا زمان ده بعدی به شکل  $AdS_5 \times S^5$  می‌باشد که  $S^5$  ابرکره‌های پنج بعدی فشرده هستند و پنج بعد دیگر آن در فضای غیر فشرده پاد دو سیته  $AdS_5$  قرار دارد. این فضای پنج بعدی دارای سه بعد مکانی، یک بعد زمانی و یک بعد هولوگرام یا بعد شعاعی می‌باشد. برای سادگی کار در برخی از مسأله‌ها فقط متریک  $AdS_5$  را می‌نویسیم.

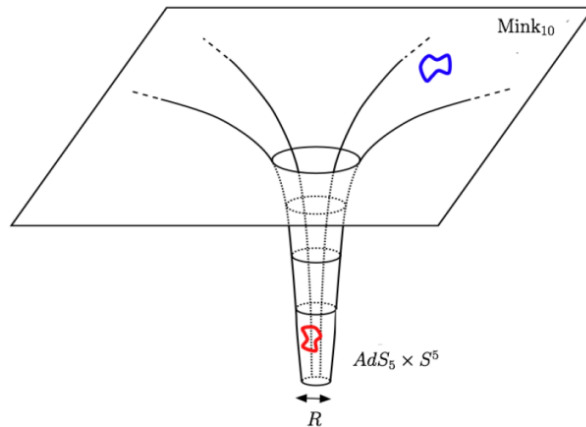
جواب‌های متقارن معادله میدان اینشتین با ثابت کیهان شناسی  $\Lambda$  به صورت زیر می‌باشد [۳]:

(۱) اگر  $\Lambda$  منفی باشد، آنگاه فضا زمان پنج بعدی پاد دو سیته ( $AdS_5$ ) می‌باشد.

(۲) اگر  $\Lambda$  مثبت باشد، فضا زمان پنج بعدی دو سیته ( $ds$ ) را خواهیم داشت.

(۳) اگر  $\Lambda$  صفر باشد، فضا زمان پنج بعدی مینکوفسکی است.

<sup>۱۱</sup>Open string



شکل ۲.۱: تصویری از فضای  $AdS_5 \times S^5$

متریک فضای  $AdS_5 \times S^5$  توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود :

$$ds^2 = ds_{AdS_5}^2 + R^2 d\Omega_5^2 \quad (1.1)$$

که در آن

$$ds_{AdS_5}^2 = \frac{r^2}{R^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{R^2}{r^2} dr^2 \quad (2.1)$$

در معادله ی بالا  $r \in (0, \infty)$ ,  $x^\mu = (t, x)$  و  $\eta_{\mu\nu}$  متریک مینکوفسکی در چهار بعد فضا زمان است و  $d\Omega_5^2$  متریک روی کره‌ی پنج بعدی واحد است.

### ۳.۲.۱ نظریه‌ی ابرتقارن یانگ میلز

نظریه ابرتقارن یانگ میلز<sup>۱۲</sup> از یک نظریه‌ی کلی به نام نظریه‌ی پیمانهای  $SU(N_c)$  ناشی می‌شود که در آن  $N$  تعداد رنگ‌ها است. این نظریه یک نظریه‌ی پیمانهای همدیس با بیشینه‌ی ابرتقارن در  $(3 + 1)$  بعد است. پیشتر اشاره شد که همدیس یک نوع تبدیل است که شامل تبدیلات انتقال، دوران و لورنتس می‌باشد و به آن گروه تقارنی همدیس گفته می‌شود. از لحاظ فیزیکی همدیس به معنای این است که مقیاس انرژی نداریم. یعنی فیزیک مسأله در انرژی‌های کم و زیاد بدون تغییر باقی می‌ماند.

با توجه به اینکه نظریه‌ی یانگ میلز در مرز فضای  $AdS_5$  زندگی می‌کند، گاهی این نظریه را به عنوان نظریه‌ی مرزی نیز معرفی می‌کنند.

علاوه بر آنچه ذکر شد، نظریه ابرتقارن یانگ میلز شامل دو پارامتر بدون بعد می‌باشد: یکی  $N$  که تعداد رنگ‌ها است و دیگری ثابت جفت شدگی یانگ میلز ( $g_{YM}$ )، که قدرت برهم کنش بین ذرات را

<sup>۱۲</sup>Yang-Mills

نشان می‌دهد. ثابت جفت شدگی توفت<sup>۱۳</sup> که مربوط به نظریه یانگ میلز می‌باشد، به صورت زیر بیان می‌شود [۳]:

$$\lambda = g_{YM}^2 N \quad (۳.۱)$$

از طرف دیگر می‌دانیم که دوگانی  $AdS/CFT$  مثالی از یک دوگان جفت شدگی ضعیف-قوی می‌باشد. بنابراین می‌توان ارتباط بین پارامترهای نظریه ابرتقارنی یانگ میلز به عنوان نظریه‌ای با جفت شدگی ضعیف و نظریه ریسمان به عنوان نظریه‌ای با جفت شدگی قوی را در نظر گرفت.

نظریه ریسمان شامل دو پارامتر بدون بعد می‌باشد:

شعاع کره پنج بعدی در واحد طول ریسمان  $\frac{R}{\sqrt{\alpha}}$  که  $R$  انحنای فضا زمان  $AdS_5 \times S^5$  می‌باشد و ثابت جفت شدگی ریسمان  $g_s$  که شدت بر هم کنش بین ریسمان‌ها را نشان می‌دهد.

این دو نظریه هنگامی هم ارز می‌شوند که ارتباط بین پارامترهای دو طرف به صورت زیر باشد [۱]:

$$g_s = g_{YM}^2 \quad (۴.۱)$$

و با استفاده از رابطه‌ی (۴.۱)

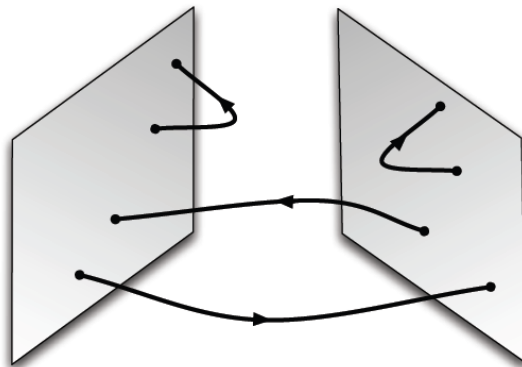
$$\lambda = g_{YM}^2 N = \frac{R^4}{\alpha'^2}, \alpha' = l_s^2 \quad (۵.۱)$$

ابرتقارنی موجود در نظریه یانگ میلز به این معنی است که به ازای هر ذره بنیادی فرمیونی، یک ذره بوزونی هم داشته باشیم و بر عکس. سازگاری ابرریسمان به ما می‌گوید که حتماً باید طبیعت این تقارن را داشته باشد. ولی طبیعی است که در مقیاس انرژی‌های کم که در آن زندگی می‌کنیم، این ابرتقارن دیده نشده و از این موضوع نتیجه گرفته می‌شود که این تقارن شکسته شده است. در نتیجه بر اثر شکسته شدن این تقارن بوزون و فرمیون که هم‌تاهای هم هستند یکی دارای جرم زیاد است و دیگری بی‌جرم باقی می‌ماند. بنابراین در اثر شکست خود بخودی تقارن، به عنوان مثال همزاد بوزونی الکترون جرم بسیار زیادی یافته و این مقدار جرم آنقدر زیاد است که هنوز آشکار سازی نشده است [۳].

## ۴.۲.۱ شامه‌های چند بعدی

دو سر ریسمان باز روی شامه‌ها قرار دارند و این شامه‌ها دارای جرم و بار می‌باشند. میدان‌ها نیز روی این شامه‌ها زندگی می‌کنند. بر این اساس می‌توان رویه‌هایی با ابعاد مختلف در یک فضای  $p$  بعدی داشت. به طوری که تعداد ابعاد آن‌ها از صفر تا  $p$  تغییر کند. مثلاً شامه‌ی  $D_0$  یعنی ذرات نقطه‌ای، شامه‌ی  $D_1$  ریسمان است و شامه‌ی  $D_2$  مانند یک صفحه کاغذ با ضخامت صفر می‌باشد و غیره.

<sup>۱۳</sup>t hooft



شکل ۳.۱: تصویری از ریسمان‌های باز که به دو شامه ختم شده‌اند.

شامه‌های  $p$  بعدی پایدار در نظریه ابرریسمان نوع  $IIA$  به ازای  $p = 0, 2, 4, 6, 8$  وجود دارند و برای نظریه ابرریسمان نوع  $IIB$ ،  $p = 1, 3, 5, 7$  می‌باشند. به عنوان مثال شامه‌های دو بعدی دارای جهت طولی و عرضی می‌باشند. ریسمان‌های باز فقط می‌توانند در جهت طولی  $x$  حرکت کنند (یعنی اینکه ریسمان‌های باز نمی‌توانند از سطح شامه بیرون بروند) و ریسمان‌های بسته در جهت عرضی  $y$  حرکت می‌کنند. به عنوان مثال ریسمان‌های باز و شامه‌ها می‌توان شکل (۳.۱) را در نظر بگیریم. ملاحظه می‌شود که ریسمان باز می‌تواند به یک شامه یا به دو شامه متصل شود.

فرض می‌کنیم که دو شامه موازی در فاصله  $l$  از یکدیگر واقع اند و بسته به اینکه نقطه ابتدایی و انتهایی ریسمان باز به کدام شامه متصل است چهار نوع ریسمان باز وجود خواهد داشت: ریسمان‌هایی که هر دو نقطه ابتدایی و انتهایی آن‌ها به یک شامه متصل است، بدون جرم می‌باشند و ریسمان‌هایی که به دو شامه متصل هستند، دارای جرم می‌باشند.

رابطه جرم با تنش ریسمان و فاصله بین شامه‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$m = \frac{1}{2\pi\alpha'}$$

این رابطه فقط وابستگی به تنش است. اگر ریسمان بین دو شامه کشیده شده باشد، جمله ای متناسب با فاصله به این عبارت اضافه می‌شود. هرگاه شامه‌ها خیلی به هم نزدیک شوند فاصله به سمت صفر میل می‌کند و در نتیجه از میان ریسمان‌های باز فقط ریسمان بدون جرم باقی می‌مانند [۳].

## ۵.۲.۱ پلاسما

هرگاه دو یون سنگین نسبیته<sup>۱۴</sup> مانند طلا با انرژی زیاد و سرعت‌های بالا با هم برخورد رو در رو کنند، محیطی به نام پلاسمای کوآرک گلوئون را تشکیل می‌دهند. در این محیط دما بسیار بالاست و کوآرک آزاد یافت می‌شود. محیط پلاسمای کوآرک گلوئون، همدیس نیست زیرا فیزیک مسأله در انرژی‌های مختلف

<sup>۱۴</sup>Relativistic



متفاوت است. در یک بازه زمانی پس از تشکیل، این محیط رفتاری مانند  $CFT$  دارد و همدیس است، پس می‌توان از  $AdS/CFT$  برای حل این گونه موارد استفاده کرد.

در نظریه پیمانه‌ای،  $T$  معادل با دمای هاوکینگ است و در فضای  $AdS$  نقش سیاه‌چاله را ایفا می‌کند. رابطه‌ی دما با افق سیاه‌چاله به صورت زیر می‌باشد که  $R$  شعاع انحنای فضای  $AdS$  است:

$$T = \frac{r_h}{\pi R^2}$$

## ۶.۲.۱ محیط خلأ

منظور از محیط خلأ، محیطی است که مطابق با نظریه ابرتقارن یانگ میلز  $N = 4$  است و در این محیط دما صفر می‌باشد. این محیط همدیس است زیرا مقیاس انرژی ندارد و فیزیکش در انرژی‌های بالا و پایین بدون تغییر باقی می‌ماند، پس رفتارش شبیه به  $CFT$  است و می‌توان از روش  $AdS/CFT$  برای حل این‌گونه موارد با ثابت جفت شدگی زیاد استفاده نمود. در محیط خلأ دما صفر است و طبق  $AdS/CFT$  در فضای حجم سیاه‌چاله‌ای وجود ندارد. در این صورت طبق رابطه‌ی  $r_h = \frac{1}{\pi T}$  (افق سیاه‌چاله) به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، پس نتیجه می‌گیریم که افق ما در بی‌نهایت قرار دارد. از دیدگاه کوانتومی خلأ استعداد خلق ذرات بدون رنگ یا مزون‌ها را دارد که از کوآرک و پاد کوآرک تشکیل شده‌اند.

## ۷.۲.۱ فضا زمان نسبیتی

همانطور که می‌دانید، تناظر  $AdS/CFT$  را تناظر پیمانه/گرانش می‌نامند. تئوری که تمامی پدیده‌های موجود در آن توسط نظریه‌ی میدان‌های همدیس توصیف می‌شود، همان  $CFT$  است. این فضا دارای تقارن همدیس می‌باشد، یعنی فیزیک آن در انرژی‌های بالا و پایین تغییری نمی‌کند. از سوی دیگر فضای  $AdS$  یا فضای گرانش را داریم که در این فضا دوگان‌های گرانشی تعریف می‌شود که در واقع جواب‌های معادلات متقارن انیشتین می‌باشند. از طرف دیگر مرز فضا دارای تقارن لورنتس می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت که این تناظر، نسبیتی است. طبق تناظر به دلیل همدیس بودن فضای  $CFT$  فضای گرانش نیز دارای تقارن همدیس است. بنابراین فضا زمان نسبیتی فضا زمانی است که دارای تقارن همدیس می‌باشد و تحت تبدیلات لورنتس و تبدیل زیر ناوردا باقی می‌ماند:

$$(t, \vec{x}) \rightarrow (\lambda t, \lambda \vec{x}) \quad (6.1)$$

نکته‌ی دیگری که به آن می‌توان اشاره نمود این است که در فضا زمان نسبیتی، زمان و مکان به شکل یکسان تغییر می‌کنند.

## ۸.۲.۱ فضا زمان غیرنسبیتی

از زمان مطرح شدن ایده  $AdS/CFT$  تلاش‌های زیادی برای استفاده از این موضوع در بررسی سیستم‌های واقعی‌تر که در آزمایشگاه دسترس پذیرند، صورت گرفته است.

از آنجایی که در فیزیک ماده چگال بیشتر با سیستم‌های غیرنسبیتی سروکار داریم تعمیم دوگانی  $AdS/CFT$  به سیستم‌های غیرنسبیتی می‌تواند ابزار مناسبی برای درک این پدیده‌ها در ماده چگال به دست دهد.

همانطور که در بخش قبل به آن اشاره شد، در تناظر  $AdS/CFT$  نسبیتی، نظریه‌ها دارای تقارن هم‌مدیس هستند و پدیده‌ها توسط نظریه‌های میدان‌های هم‌مدیس نسبیتی توصیف می‌شوند. با استفاده از این مهم می‌توان اینطور بیان نمود که سیستم‌هایی که در حالت غیرنسبیتی هستند، توسط نظریه‌های میدان‌های هم‌مدیس غیرنسبیتی توصیف می‌شوند و شامل تقارن هم‌مدیس خاصی می‌شوند. از سوی دیگر این سیستم‌ها دارای تقارنی به نام تقارن مقیاس هستند که به صورت زیر است:

$$(t, \vec{x}) \rightarrow (\lambda^z t, \lambda \vec{x}) \quad (7.1)$$

یعنی سیستم‌های غیرنسبیتی تحت تقارن مقیاس ناوردا می‌باشند که البته به دلیل غیرنسبیتی بودن این نظریه‌ها زمان و مکان به یک شکل مقیاس نمی‌شوند. جالب است بدانید که در ماده چگال علاوه بر نظریه‌های هم‌مدیس نسبیتی، مشابه غیرنسبیتی آن‌ها نیز وجود دارد.

بنابراین اگر بخواهیم تقارن‌هایی که در یک سیستم غیرنسبیتی وجود دارد را تعریف کنیم عبارتند از: هر نظریه غیرنسبیتی که در حالت عادی باید تحت تبدیلات گالیله شامل انتقال در فضا و زمان و چرخش و خیز می‌باشد، ناوردا باشد. از طرف دیگر دو تقارن هم‌مدیس خاص و مقیاس با توجه به آنچه اشاره شد، به آن اضافه می‌شود.

در مطالعات اخیر، دوگان گرانشی برای سیستم‌های غیرنسبیتی که تقارن مقیاس دارند معرفی گردیده است که در فصل سوم به توصیف کامل آن‌ها می‌پردازیم.

## ۳.۱ معرفی اثر شوینگر

نظریه‌ی الکترودینامیک کوانتومی نظریه‌ای است که در مورد نیروهای الکترومغناطیسی است. به عبارت دیگر این نظریه، یک نظریه‌ی فیزیکی است که نیروهای الکترومغناطیسی را توصیف می‌کند. ذرات واسطه در این نظریه فوتون‌ها می‌باشند.

الکترودینامیک کوانتومی، قدیمی‌ترین، ساده‌ترین و موفق‌ترین نظریه‌ی دینامیکی است. بقیه‌ی نظریه‌ها به طور هوشمندانه‌ای از آن ساخته شده‌اند.

در این نظریه ذره و پاد ذره را به صورت ذرات باردار در نظر می‌گیرند و ذره‌ی مورد نظر را الکترون می‌نامند. در واقع این ذرات باردار فقط الکترون نیستند بلکه می‌توانند هر ذره‌ی دیگری مثل کوارک و ... به جز نوترینو باشند.

در  $QED$  ضریب ثابتی وجود دارد که به آن ثابت ساختار ریز گفته می‌شود و به صورت  $\alpha = \frac{\pi e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$  تعریف می‌شود [۵].

هدف از در نظر گرفتن حوزه‌ی  $QED$ ، تعریف اثر شویینگر<sup>۱۵</sup> به عنوان پدیده‌ای است که اولین بار در این حوزه بررسی شد و هدف از مطالعه‌ی اثر شویینگر تولید زوج ذره و پاد ذره می‌باشد. در  $QED$  امکان تولید این زوج وجود دارد زیرا محیط در نظر گرفته شده، خلأ می‌باشد و محیط خلأ توانایی خلق ذره و پاد ذره را دارد.

اما جالب است بدانید که این اتفاق زمانی رخ می‌دهد که میدان الکتریکی وجود داشته باشد. این میدان الکتریکی لازمه‌ی اثر شویینگر است. به عبارت دیگر می‌توان گفت که عدم حضور میدان الکتریکی به معنای این است که این پدیده اتفاق نمی‌افتد. بنابراین در حضور میدان الکتریکی ثابت در فضای تخت، زوج ذره و پاد ذره تولید می‌شوند. میدان الکتریکی ثابت، در یک راستا و در یک جهت روشن می‌شود. میدان الکتریکی که سبب به وجود آمدن آن‌ها شده است، باعث هل دادن آن‌ها در راستای مخالف هم می‌شود.

هل دادن زوج ذره و پاد ذره در راستای مخالف نیز به معنای حرکت آن‌ها در این راستا نیست، بلکه به این معنی است که میدان الکتریکی باعث قرار گرفتن این زوج (که هر یک شامل جرم  $m$  می‌باشند) در فاصله‌ی  $d$  از یکدیگر می‌شود. به عبارت دیگر این بحث در میدان‌های الکتروستاتیک مطرح می‌شود، به این معنی که جرم‌های موجود به صورت ساکن قرار گرفته‌اند.

بهترین کمیت برای توصیف یک ذره و پاد ذره‌ی شامل جرم  $m$  که دارای نوعی جاذبه‌ی کولنی هستند و در حضور یک میدان الکتریکی قرار دارند، پتانسیل می‌باشد. این پتانسیل که در بخش‌های بعد به طور کامل مورد بررسی قرار می‌گیرد، به صورت

$$V(d) = 2m - Ed - \frac{\alpha}{d} \quad (۸.۱)$$

تعریف می‌شود که در آن  $\alpha$  همان ثابت ساختار ریز در الکترودینامیک کوانتومی است.

با تمرکز بیشتر به رابطه‌ی (۸.۱)، در می‌یابیم که اگر برای میدان الکتریکی مقادیر کوچکی انتخاب شود، پتانسیل شامل مقادیر مثبت می‌شود و برای تولید زوج با فرآیندی به نام تونل‌زنی همراه است و به شکل سد پتانسیل ظاهر می‌شود.

از طرف دیگر وقتی که میدان الکتریکی افزایش می‌یابد، همانطور که در تعریف پتانسیل مشخص است، پتانسیل منفی خواهد شد. در این صورت تولید زوج نیازی به فرآیند تونل‌زنی ندارد. یعنی سد پتانسیل

<sup>۱۵</sup>Schwinger Effect

از بین می رود. اگر میدان الکتریکی را به طور پیوسته افزایش دهیم، زمانی فرا می رسد که سد پتانسیل مشاهده نمی شود و از بین می رود و مقدار پتانسیل صفر می شود. بنابراین از بین رفتن سد پتانسیل، میدان الکتریکی را با اهمیت می کند. این میدان الکتریکی مورد نظر را میدان الکتریکی بحرانی<sup>۱۶</sup> می نامند که در آن مقدار پتانسیل صفر است. مقدار میدان الکتریکی بحرانی که به آن اشاره شد، در مرجع [۶] محاسبه شده است که عبارت است از:

$$E_c \sim 10^{16} V/cm \quad (9.1)$$

از این میدان به عنوان حد شوینگری نیز یاد می شود.

نکته دیگری که باید به آن اشاره شود این است که این پدیده به عنوان یک پدیده غیر اختلالی مطرح می شود. برای توضیح بیشتر این اثر به عنوان پدیده غیر اختلالی می توان گفت که این پدیده در جفت شدگی های قوی بررسی می شود. پیشتر اشاره شد که تناظر  $AdS/CFT$  در جفت شدگی های قوی است، پس می توان اثر شوینگر را در این تناظر بررسی نمود. همان طور که قبلاً اشاره شد، تناظر  $AdS/CFT$  در واقع تناظر پیمانه/گرانش است و منظور از پیمانه، نظریه های میدان های همدیس یا نظریه های پیمانه ای می باشد. نظریه پیمانه ای که در این تناظر مورد نظر ما می باشد و از آن برای توصیف اثر شوینگر در  $AdS/CFT$  استفاده می شود، نظریه ابرتقارنی یانگ میلز است. این نظریه روی مرز  $CFT$  زندگی می کند. بنابراین انتخاب ما خلاصه این نظریه است و خلاصه الکترودینامیک کوانتومی و کرومودینامیک کوانتومی نخواهد بود.

پس از ایجاد بحث اثر شوینگر در  $QED$ ، مبحث مذکور شده را در  $AdS/CFT$  این چنین مطرح می کنیم:

در تناظر نامبرده شده، ذره و پاد ذره تولید شده، کوآرک و پاد کوآرک در نظر گرفته می شود. به طور واضح تر، کوآرک و پاد کوآرک روی مرز  $CFT$  قرار دارند و دوگان آن در خلا ریسمان بازی است که ابتدا و انتهای آن کوآرک و پاد کوآرک قرار دارند و ریسمان در فضا زمان به شکل  $U$  گسترش یافته است.

پس از مطرح نمودن مسأله در فضای گرانشی میدان الکتریکی را روشن می کنیم. با روشن شدن میدان الکتریکی در فضای مینکوفسکی، نقاط انتهایی ریسمان های باز با این میدان الکتریکی جفت می شوند. به عبارت ساده تر میدان الکتریکی با کوآرک و پاد کوآرک در یک راستا قرار می گیرند.

نتیجه ای که پس از روشن کردن میدان الکتریکی با در نظر گرفتن تناظر  $AdS/CFT$  حاصل می شود، مطابق با نتایجی است که از الکترودینامیک کوانتومی به دست می آید. در این فضا نیز حد بحرانی برای میدان الکتریکی در نظر گرفته می شود که بسیار مهم است و تا رسیدن میدان به این حد بحرانی فرآیندی به

<sup>۱۶</sup>Critical electric field



شکل ۴.۱: شماتیکی از یک ذره و پاد ذره که در فاصله‌ی  $d$  از یکدیگر قرار دارند.

نام تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. وقتی میدان الکتریکی به مقدار بحرانی می‌رسد تولید زوج با تونل‌زنی همراه نیست و سد پتانسیل مشاهده نمی‌شود. اما اگر میدان الکتریکی، از میدان الکتریکی بحرانی کوچک‌تر باشد، تولید زوج همراه با تونل‌زنی است و سد پتانسیل داریم. با رسم نمودارهای مربوط در فصل‌های بعد این نتایج را به وضوح خواهید دید.

در هندسه‌ی زمینه‌ی تخت، مقدار میدان الکتریکی بحرانی به صورت زیر است [۷]:

$$E_c = T. \quad (10.1)$$

این مقدار برابر با کشش ریسمان می‌باشد. و به این معنی است که میدان الکتریکی بحرانی برابر با کشش ریسمان است. اگر این میدان از این مقدار بیشتر شود، ریسمان پاره می‌شود.

مقدار میدان الکتریکی بحرانی که به آن اشاره شد، ابتدا به عنوان یک حدس مطرح می‌شود و سپس در فضای گرانشی توسط نظریه‌ی ابرتقارنی یانگ میلز و دوگان آن در نظریه‌ی ریسمان، یعنی با استفاده از نظریه‌ی ریسمان نوع  $IIB$  محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن این میدان لازم است که یک شامه‌ی  $D_3$  در فضای حجم قرار داده شود. سپس میدان الکتریکی ثابتی بر روی آن روشن می‌شود. با روشن کردن میدان الکتریکی شرایط لازم برای این محاسبه ایجاد می‌شود. بنابراین با شرایط در نظر گرفته شده، میدان الکتریکی بحرانی محاسبه می‌شود.

## ۴.۱ مروری بر مطالعات انجام شده

در این بخش مقاله‌هایی را که اثر شویینگر در آن‌ها بررسی شده است را مرور می‌کنیم. همانطور که اشاره شد، با مرور این مقاله‌ها، میدان الکتریکی بحرانی را محاسبه و نتایج فیزیکی حاصل را بیان می‌کنیم. مقاله‌های اصلی که به مطالعه‌ی اثر شویینگر می‌پردازند عبارتند از: اثر شویینگر با استفاده از اصل

هولوگرافی<sup>۱۷</sup> و تحلیل پتانسیل در اثر شویینگر با استفاده از اصل هولوگرافی<sup>۱۸</sup>.

ابتدا مقاله‌ی اثر شویینگر با استفاده از اصل هولوگرافی که توسط زارمبو<sup>۱۹</sup> و سمف<sup>۲۰</sup> بررسی شده است را مرور می‌کنیم [۷]:

آنچه که در این مرجع مورد مطالعه قرار می‌گیرد، تولید زوج بوزون‌های  $W$  در حضور میدان الکتریکی خارجی در نظریه‌ی ابرتقارنی یانگ میلز  $N = 4$  است.

همان طور که قبلاً به آن اشاره شد، تولید زوج ذره و پاد ذره در حضور میدان الکتریکی را اثر شویینگر می‌نامند که ابتدا در الکترودینامیک کوانتومی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در این مرجع، پس از بیان این اثر در الکترودینامیک کوانتومی، با استفاده از تناظر  $AdS/CFT$  به مطالعه‌ی آن پرداخته می‌شود. بنابراین در این مرجع ابتدا پدیده‌ی شویینگر را در الکترودینامیک کوانتومی بررسی می‌کنیم. به این منظور یک زوج ذره و پاد ذره‌ی مجازی که در فاصله‌ی  $d$  از یکدیگر قرار دارند شکل (۴.۱)، و توسط نوسانات خلأ خلق شده‌اند، در نظر گرفته می‌شود که برای واقعی شدن، به انرژی مساوی با ترکیبی از جرم‌های سکون  $2m$  نیاز است. (این انرژی توسط میدان الکتریکی، زمانی که ذره و پاد ذره در راستاهای مخالف هم قرار می‌گیرند، حاصل می‌شود.) یا به عبارت دیگر، وقتی فاصله‌ی زوج ذره و پاد ذره  $d$  و انرژی شان  $Ed$  و پهنا  $2m/E \sim d$  شود، واقعی می‌شوند. به این فرآیند تونل‌زنی گفته می‌شود.

پتانسیلی که برای این ذرات در نظر گرفته می‌شود ابتدا شامل جملاتی حاصل از جرم کوآرک و پاد کوآرک و انرژی بین آن دو می‌باشد. سپس برای بررسی اثرات بر هم کنش‌های کولنی جمله‌ی ناشی بر هم کنش کولنی به پتانسیل در نظر گرفته شده اضافه می‌شود و پتانسیل در نهایت به صورت

$$V(d) = 2m - Ed - \frac{\alpha}{d} \quad (11.1)$$

می‌شود که  $\alpha$  ثابت ساختار ریز و شامل بارهای الکتریکی است. با رسم نمودار معادله‌ی (۱۱.۱) که نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک است، شکل (۵.۱) به دست می‌آید. و نتایج حاصل به شرح زیر است:

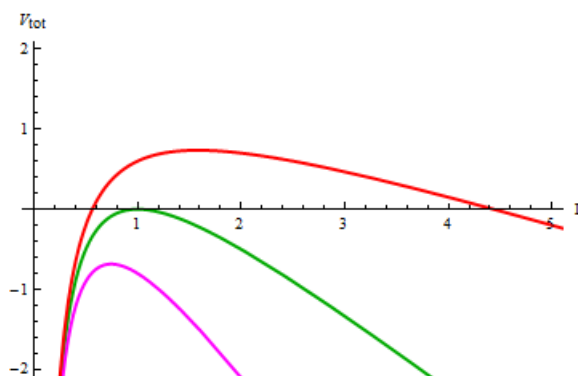
از آنجائی که اثر شویینگر با روشن شدن میدان الکتریکی خارجی اتفاق می‌افتد، مقادیر متفاوت برای میدان الکتریکی در نظر گرفته می‌شود. اگر مقادیر انتخابی کوچک‌تر از میدان الکتریکی بحرانی باشند، مقدار پتانسیل مثبت و سد پتانسیل ایجاد می‌شود. شکل‌گیری سد پتانسیل به معنای این است که فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر تولید زوج همراه با فرآیند تونل‌زنی است. برای زمانی که میدان الکتریکی به مقدار بحرانی می‌رسد، مقدار پتانسیل صفر است و سد پتانسیل ناپدید می‌شود. سپس با در نظر گرفتن میدان‌های الکتریکی قوی مقدار پتانسیل منفی است و تولید زوج نیازی به تونل‌زنی ندارد. به عبارت دیگر با توجه به شکل (۵.۱)، اگر نسبت  $1 < \frac{E}{E_c}$  باشد یا  $E < E_c$ ، در این صورت سد

<sup>۱۷</sup>Holographic Schwinger Effect

<sup>۱۸</sup>Potential Analysis in Holographic Schwinger Effect

<sup>۱۹</sup>Konstantin Zarembo

<sup>۲۰</sup>Gordon W.Semenoff



شکل ۵.۱: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوآرک و پادکوآرک. از بالا تا پایین میدان الکتریکی افزایش می‌یابد.

پتانسیل داریم (حالتی که پتانسیل مقادیر مثبت را پذیرفته است.) در حالتی که  $E > E_c$  است، سد پتانسیل ناپدید می‌شود و ریسمان ناپایدار می‌شود.

اکنون پس از بررسی اثر شویینگر، این اثر با استفاده از تناظر  $AdS/CFT$  مطالعه می‌شود و با محاسبه‌ی میدان الکتریکی بحرانی در اثر شویینگر، این میدان مورد بحث قرار می‌گیرد. میدان الکتریکی بحرانی به عنوان یکی از جذابیت‌های نظریه‌ی ریسمان است که در مرجع [۸] و [۹] به آن پرداخته شده است. این میدان بحرانی که با  $E_c$  نشان داده می‌شود، با توجه به بررسی اثر شویینگر در الکترودینامیک کوانتومی حائز اهمیت است. به منظور بررسی میدان الکتریکی بحرانی مورد نظر، ابتدا به صورت یک حدس مطرح می‌شود و سپس با محاسبه‌ی آن در نظریه‌ی ریسمان، نتایج حاصل بر این حقیقت دلالت می‌کند که مقادیر به دست آمده برای میدان الکتریکی بحرانی حاصل از قرار دادن شامه‌ی  $D_3$  در پس زمینه‌ی  $AdS_5 \times S^5$  با مقادیر میدان الکتریکی بحرانی به دست آمده از کنش  $DBI$  در نظریه‌ی ریسمان موافق است. برای بررسی این مهم، توجه خود را به میدان بحرانی حاصل از حدس و نظریه‌ی ریسمان معطوف می‌کنیم.

میدان الکتریکی بحرانی که بر اساس تخمین می‌باشد، عبارت است:

$$E_c \sim \frac{m^2}{\alpha} = \frac{\Gamma^4(1/4)m^2}{4\pi^2\sqrt{\lambda}} \approx 0.70 \frac{2\pi m^2}{\sqrt{\lambda}} \quad (12.1)$$

این رابطه در حد جفت‌شدگی‌های بزرگ توفت،  $\lambda = g_{YM}^2 N$  و  $\alpha = \frac{4\pi^2\sqrt{\lambda}}{\Gamma^4(1/4)}$  می‌باشد. برای محاسبه‌ی رابطه‌ی (۱۲.۱) می‌توان از نمودار رسم شده برای پتانسیل کل استفاده نمود. شکل (۵.۱). در این نمودار ملاحظه می‌شود که در نقطه‌ای که پتانسیل مساوی صفر است میدان بحرانی است و این نقطه یک نقطه‌ی اکسترمم می‌باشد. بنابراین از این نکته استفاده کرده و میدان الکتریکی بحرانی را محاسبه می‌کنیم.

پیشتر اشاره شد که شکل کلی پتانسیل در حضور میدان الکتریکی در الکترودینامیک کوانتومی به صورت

زیر تعریف می‌شود:

$$V(d) = \Psi m - Ed - \frac{\alpha}{d} \quad (۱۳.۱)$$

که نقطه‌ای که در آن پتانسیل صفر است، یک نقطه‌ی اکسترمم است:

$$V_{max}(d) = 0 \quad (۱۴.۱)$$

پس از مشتق‌گیری داریم:

$$-E_c + \frac{\alpha}{d_m^2} = 0 \quad (۱۵.۱)$$

میدان بحرانی از رابطه‌ی (۱۵.۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_c = \frac{\alpha}{d_m^2} \quad (۱۶.۱)$$

اکنون مکانی که پتانسیل در آن صفر است، عبارت است از:

$$d_m^2 = \frac{\alpha}{E_c} \rightarrow d_m = \sqrt{\frac{\alpha}{E_c}} \quad (۱۷.۱)$$

سپس داریم:

$$V(d_m) = 0 \rightarrow \Psi m - E_c \sqrt{\frac{\alpha}{E_c}} - \alpha \sqrt{\frac{E_c}{\alpha}} = 0 \quad (۱۸.۱)$$

جملات شامل میدان‌های بحرانی را در یک طرف از تساوی قرار می‌دهیم:

$$\Psi m = E_c \sqrt{\frac{\alpha}{E_c}} + \alpha \sqrt{\frac{E_c}{\alpha}} \quad (۱۹.۱)$$

و رابطه‌ی (۱۹.۱) را به توان دوم می‌رسانیم، در این صورت داریم:

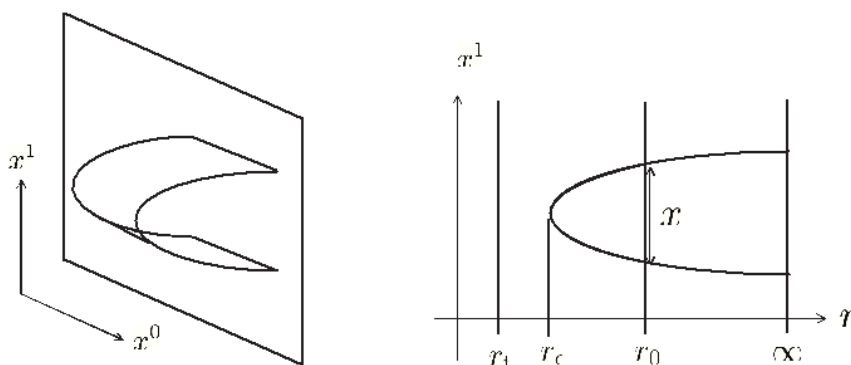
$$\Psi^2 m^2 = \alpha E_c + \alpha E_c + 2\alpha E_c = 4\alpha E_c \quad (۲۰.۱)$$

با توجه به رابطه‌های در نظر گرفته شده، میدان الکتریکی بحرانی به صورت حاصل می‌شود:

$$E_c = \frac{m^2}{\alpha} \quad (۲۱.۱)$$

اما در نظریه‌ی ریسمان، بارهای الکتریکی مخالف (همان زوج ذره و پاد ذره‌ی تولید شده)، به صورت کوآرک و پاد کوآرکی که در نقاط انتهایی ریسمان‌های باز قرار گرفته اند، در نظر گرفته می‌شود. مرزی که کوآرک و پاد کوآرک روی آن قرار دارند، شامل نظریه‌ی یانگ میلز است. همان طور که اشاره شد، نظریه‌ی یانگ میلز یک نظریه‌ی پیمان‌های  $U(N+1)$  است و به گروه‌های پیمان‌های  $U(1)$  و  $U(N)$  شکسته می‌شود. این نظریه، یک میدان الکتریکی در گروه پیمان‌های  $U(N+1)$  در نظر می‌گیرد که پس





شکل ۶.۱: تصویری از جهان ریمان

از شکسته شدن این گروه پیمانهای به گروه پیمانهای  $U(N) \times U(1)$ ، میدان الکتریکی را در گروه  $U(1)$  در نظر می‌گیرد. این میدان ممکن است روی بوزونهای  $W$  عمل کند و آن‌ها را به گروه پیمانهای  $U(N)$  انتقال دهد. این گروه دارای بارهای  $\pm g_{YM}$  می‌باشند که ثابت جفت‌شدگی یانگ میلز نام دارد. از طرف دیگر، دوگان نظریه‌ی ابرتقارنی یانگ میلز با تعداد بارهای ابرتقارنی  $N = 4$ ، نظریه‌ی ریمان نوع  $IIB$  است. در نظریه‌ی ریمان نوع  $IIB$  این گروه پیمانهای، با جدا کردن یک شامه‌ی  $D_3$  از  $N$  عدد شامه‌های  $D_3$  همانند که به طور موازی روی هم چیده شده‌اند، داده می‌شود. از طرف دیگر بوزونهای  $W$  در نظریه‌ی ریمان به صورت ریمانهای بازی در نظر گرفته می‌شوند که بر روی شامه‌ی  $D_3$  جدا شده قرار گرفته‌اند و در حد  $N$  های بزرگ، شامه‌های روی هم چیده شده با پس زمینه‌ی  $S^5 \times AdS_5$  با متریک زیر جایگزین می‌شوند که همان متریک فضای  $AdS$  است:

$$ds^2 = L^2 \left( r^2 dx_\mu dx^\mu + \frac{dr^2}{r^2} + d\Omega_5^2 \right) \quad (22.1)$$

در این متریک  $L$  شعاع خمش پس زمینه‌ی مربوط به ثابت جفت‌شدگی توفت در نظریه‌ی یانگ میلز  $\lambda = g_{YM}^2 N$  و طول ریمان  $l_s = \sqrt{2\pi\alpha}$  و ارتباط آن با شعاع خمش به صورت  $L^2 = \frac{\sqrt{\lambda} l_s^2}{2\pi}$  است. سپس غوطه‌ور کردن شامه‌ی  $D_3$  در نظر گرفته شده، چهار بعد فضایی  $x^\mu$  را پر می‌کند و در یک شعاع ثابت  $r_0$  و در یک نقطه روی  $S^5$  می‌نشیند. شکل (۶.۱). در این صورت متریک جهان حجم به صورت

$$ds^2 = L^2 r_0^2 dx_\mu dx^\mu \quad (23.1)$$

است و با در نظر گرفتن شامه‌ی مورد نظر بر روی جهان حجم، میدان الکتریکی  $E$  روشن می‌شود. در ادامه برای توصیف فیزیک این مسأله به صورت ریاضی از کنش دیراک-بورن-اینفلد<sup>۲۱</sup> و وس-زومینو<sup>۲۲</sup> استفاده می‌شود که به صورت زیر است:

<sup>۲۱</sup>Dirac-Born-Infeld

<sup>۲۲</sup>Wess-Zumino

$$S = T_3 \int d^4x [-\sqrt{-\det(g_{\mu\nu} - l_s^2 F_{\mu\nu})}] \quad (24.1)$$

که در آن کشش شامه‌ی  $D_3$  و  $g_s = \frac{g_{YM}}{4\pi}$  ثابت جفت شدگی ریمان بسته است. از طرف دیگر شکل کلی  $F_{\mu\nu}$  به صورت زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{F}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & B_z & -B_y \\ E_y & -B_z & 0 & -B_x \\ E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (25.1)$$

محاسبات کنش  $DBI$  برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در مرجع [۱۰] نیز انجام شده است. اما با توجه به این‌که فقط میدان الکتریکی روشن شده است، در رابطه‌ی بالا جملات شامل میدان‌های مغناطیسی حذف می‌شوند.

از طرف دیگر میدان الکتریکی فقط در راستای  $x$  روشن می‌شود، بنابراین علاوه بر حذف جملات شامل میدان‌های مغناطیسی، جملات شامل میدان‌های الکتریکی در راستاهای  $y$  و  $z$  حذف خواهند شد و رابطه‌ی  $F_{\mu\nu}$  به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\mathbf{F}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & 0 & 0 \\ E_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (26.1)$$

در رابطه‌ی (۲۴.۱) عبارت است از:

$$\mathbf{g}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(۲۷.۱)$$

سپس با قرار دادن دو رابطه بالا در رابطه‌ی (۲۴.۱) به شکل ماتریسی زیر می‌رسیم:

$$\mathbf{g}_{\mu\nu} - l_s^{\chi} \mathbf{F}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} & 2\pi\alpha E & 0 & 0 \\ 2\pi\alpha E & \frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} \end{pmatrix}$$

$$(۲۸.۱)$$

از رابطه‌ی بالا دترمینان می‌گیریم:

$$\det(\mathbf{g}_{\mu\nu} - l_s^{\chi} \mathbf{F}_{\mu\nu}) = \det \begin{pmatrix} -\frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} & 2\pi\alpha E & 0 & 0 \\ 2\pi\alpha E & \frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}} \end{pmatrix}$$

$$(۲۹.۱)$$

با دترمینان گرفتن از ماتریس بالا و با توجه به اصل کمینه‌ی کنش داریم:

$$\left(\frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}}\right)^4 - (2\pi\alpha)^2 \left(\frac{r_o^{\chi}}{L^{\chi}}\right)^2 E^2 = 0 \quad (۳۰.۱)$$

در این صورت میدان الکتریکی بحرانی به صورت

$$E_c = \frac{r_o^{\chi}}{(2\pi\alpha)L^{\chi}} \quad (۳۱.۱)$$

به دست می‌آید. پارامتر  $r_o$  ظاهر شده در رابطه‌ی (۳۱.۱) مربوط به جرم بوزون‌های  $W$  است، زیرا در نظریه‌ی ریسمان، این بوزون‌ها به صورت ریسمان‌های بازی در نظر گرفته شد که روی شامه‌ی  $D_3$  جدا شده از تعداد  $N$  تای آن قرار گرفته اند.

برای محاسبه‌ی جرم بوزون‌ها، از رابطه‌ی زیر استفاده خواهیم نمود:

$$m = \frac{1}{l_s^{\chi}} \int_0^{r_o} dr \sqrt{-deth_{ab}} = \frac{L^{\chi} r_o}{l_s^{\chi}} = \frac{\sqrt{\lambda} r_o}{2\pi} \quad (۳۲.۱)$$

که در آن  $h_{ab}$  متریک جهان سطح و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_{ab} = \text{diag}\left(-L^2 r^2, \frac{L^2}{r^2}\right) \quad (33.1)$$

در نهایت در این مرجع با استفاده از رابطه‌ی (۳۱.۱) و رابطه‌ی (۳۲.۱)، میدان الکتریکی بحرانی عبارت است از:

$$E_c = \frac{2\pi m^2}{\sqrt{\lambda}} \quad (34.1)$$

بنابراین واضح است که میدان الکتریکی بحرانی با قرار دادن یک ریسمان نوع  $IIB$ ، با نتایج حاصل از میدان بحرانی حاصل از کنش  $DBI$  سازگار است و قرار دادن ریسمان نوع  $IIB$  باعث از بین بردن انحراف  $30^\circ$  درصدی می‌شود.

این انحراف با مقایسه‌ی رابطه‌ی به دست آمده برای میدان الکتریکی بحرانی که به صورت رابطه‌ی (۳۴.۱) داده شده است با میدان الکتریکی بحرانی حاصل از رابطه‌ی (۱۲.۱)، به دست خواهد آمد.

دومین مرجعی [۱۱] که پتانسیل به دست آمده در اثر شوینگر را به طور گسترده‌تری تحلیل و ارزیابی می‌کند، مقاله‌ی یوشیکی ساتو<sup>۲۳</sup> و کنتارو یوشیدا<sup>۲۴</sup> می‌باشد.

در این مرجع همانند مرجع قبل، اثر شوینگر به صورت تولید زوج الکترون پوزیترون در الکترودینامیک کوانتومی در حضور یک میدان الکتریکی خارجی قوی تعریف می‌شود و این اثر را به عنوان یک پدیده‌ی غیراختلالی در نظر می‌گیرد که محصور به  $QED$  نیست بلکه می‌توان آن را در نظریه‌های میدان‌های کوانتومی مورد بررسی قرار داد و با در نظر گرفتن زوج الکترون پوزیترون‌های مجازی در حضور یک میدان الکتریکی قوی، به واقعی شدن آن‌ها اشاره می‌کند. همچنین پتانسیل نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(x) = 2m - Ex - \frac{\alpha_s}{x} \quad (35.1)$$

که در این رابطه جمله‌ی اول جرم استاتیکی کل، جمله‌ی دوم انرژی حاصل از یک میدان الکتریکی خارجی  $E$  است. آخرین جمله پتانسیل کولنی بین یک ذره و یک پاد ذره با ثابت ساختار ریز  $\alpha_s$  می‌باشد. و شکل پتانسیل رابطه‌ی بالا وابسته به مقادیر میدان‌های خارجی است.

با توجه به این که اثر شوینگر در خلأ بررسی می‌شود، دو نوع ناپایداری در خلأ مشاهده می‌شود: اولین ناپایداری فرآیند تونل‌زنی برای سد پتانسیل است. زمانی که میدان الکتریکی کوچک باشد، سد پتانسیل وجود دارد و تولید زوج به عنوان یک فرآیند تونل‌زنی توصیف می‌شود. به عنوان یک نتیجه می‌توان گفت نسبت تولید زوج به صورت نمایی متوقف می‌شود و خلأ ناپایدار می‌شود.

<sup>۲۳</sup>Yoshiki Sato

<sup>۲۴</sup>Kentaroh Yoshida

اتفاق دیگر زمانی می‌افتد که سد پتانسیل ناپدید می‌شود. به این صورت که میدان الکتریکی قوی‌تر می‌شود و سد پتانسیل به تدریج کاهش می‌یابد و در نهایت در یک مقدار خاص میدان الکتریکی ناپدید می‌شود. این مقدار برای میدان الکتریکی  $E = E_c$  است که میدان الکتریکی بحرانی نامیده می‌شود و در آن هیچ سد پتانسیلی وجود ندارد و سیستم ناپایدار می‌شود. اصطلاحاً گفته می‌شود که تولید زوج فاجعه انگیز است و به طور کلی خلأ ناپایدار می‌شود. سپس در این مرجع نسبت تولید ذرات توسط شوینگر به صورت زیر محاسبه می‌شود: <sup>۲۵</sup>

$$\Gamma = \exp\left(\frac{-\pi m^2}{eE}\right) \quad (۳۶.۱)$$

علاوه بر آنچه که مرور کردیم، این مرجع، به تحلیل پتانسیل در غیاب دما و برای زمانی که دما وجود دارد، می‌پردازد و آن را به طور کامل بررسی می‌کند. نتایجی که به دست می‌آید به طور قابل توجهی با نتایج حاصل از عدم حضور دما سازگار است. در فصل دوم جزئیات محاسبه و نتایج به دست آمده را به طور مفصل بیان خواهیم نمود.

## ۵.۱ اشاره به مطالب فصل‌های بعدی

ابتدا محاسبات اثر شوینگر را در فضای  $AdS/CFT$  به دست می‌آوریم. برای این منظور باید فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک و پتانسیل بین آن دو محاسبه شود. سپس با استفاده از محاسبات اثر شوینگر در تناظر  $AdS/CFT$  آن را به فضای غیر نسبیتی تعمیم می‌دهیم. در این قسمت همانند فضای نسبیتی نیز فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک را به دست می‌آوریم. نتایج این محاسبه به صورت انتگرال‌هایی ظاهر می‌شود که با استفاده از تغییر متغیرهای در نظر گرفته شده، انتگرال‌های ایجاد شده‌ی حاصل از آن‌ها محاسبه می‌شود. سپس پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک محاسبه می‌شود. نتیجه به این صورت است که به واسطه‌ی زمینه‌های در نظر گرفته شده، در حاصل انتگرال‌های حل شده پارامترهای  $z$  و  $\theta$  ظاهر می‌شوند که نتایج حاصل از فضای گرانشی را دستخوش تغییر می‌کنند.

مسأله‌ی دیگری که در ادامه‌ی این تحقیق دنبال می‌شود، پلاسمای غیرنسبیتی است. رهیافت قبل در مورد محاسبات اثر شوینگر در این حالت نیز انجام می‌شود. نتایجی که به دست می‌آید بسیار مهم هستند.

در ادامه‌ی پایان نامه، تمرکز بیشتری روی نتایج به دست آمده می‌شود و با توجه به در نظر گرفتن چند حالت خاص، نتایج عددی با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

شایان ذکر است که از هر یک از زمینه‌ها نتایجی به دست می‌آید که قابل توجه می‌باشند.

## فصل ۲

جزئیات محاسبه‌ی اثر شوینگر با استفاده از

*AdS/CFT*

در این فصل اثر شوینگر را با استفاده از تناظر  $AdS/CFT$  در محیط خلأ و پلاسمای نسبیتی با توجه به مرجع [۱۱] بررسی می‌کنیم. به این منظور فاصله و پتانسیل کل بین کوآرک و پاد کوآرک به صورت تحلیلی در دمای صفر و برای زمانی که دما وجود دارد، محاسبه می‌شود. پس از انجام محاسبات، نمودارهای این دو کمیت بر حسب یکدیگر رسم شده و نتایج حاصل بیان می‌شود.

## ۱.۲ تحلیل پتانسیل در دمای صفر

همانطور که بیان کردیم منظور از محیط خلأ محیطی است که مطابق با نظریه ابر تقارن یانگ میلز است و در این محیط دما صفر می‌باشد. این محیط هم‌دیس است زیرا مقیاس انرژی ندارد و فیزیک آن در انرژی‌های بالا و پایین بدون تغییر باقی می‌ماند. پس رفتارش شبیه به  $CFT$  است و می‌توان از روش  $AdS/CFT$  برای حل این گونه موارد با ثابت جفت‌شدگی زیاد استفاده نمود. در محیط خلأ دما صفر است و طبق  $AdS/CFT$  در فضای حجم سیاه‌چاله‌ای وجود ندارد. بنابراین محاسباتی که در این بخش انجام می‌شود، دما لحاظ نمی‌شود.

به منظور رسم نمودار پتانسیل کل بر حسب فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک، ابتدا به محاسبه‌ی این فاصله می‌پردازیم:

### ۱.۱.۲ فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک

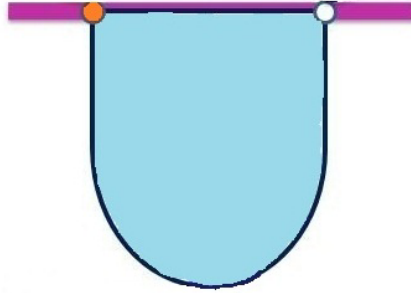
متریک  $S^5 \times AdS_5$  در مختصات پوانکاره به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{L^2}{r^2} dr^2 + L^2 d\Omega_5^2 \quad (1.2)$$

که  $L$  شعاع  $AdS$  و  $d\Omega_5^2$  راستای  $S^5$  و  $\Omega_5$  ابر کره‌ی پنج بعدی می‌باشد.  $\frac{L^2}{\alpha} = \sqrt{\lambda}$  رابطه‌ی بنیادی  $AdS/CFT$  می‌باشد. و  $\alpha$  مربع طول ریسمان است. و مختصات  $x^\mu$  ( $\mu = 0, \dots, 3$ ) به صورت سهم چهار بعدی مقادیر  $r$  توصیف می‌شود. متریک  $\eta_{\mu\nu}$  به ترتیب در مختصات لورنتسی و اقلیدسی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1) \\ = \text{diag}(1, 1, 1, 1) \end{cases} \quad (2.2)$$

انتخاب  $\eta_{\mu\nu}$  در مختصات لورنتسی یا اقلیدسی وابسته به هدف در انجام محاسبات است. برای میدان الکتریکی که با استفاده از کنش  $DBI$  در فصل قبل محاسبه شد، این انتخاب در مختصات لورنتسی بود. در حالی که پتانسیل استاتیکی که در این فصل و فصل بعدی محاسبه می‌شوند، در مختصات اقلیدسی به دست می‌آیند.



شکل ۱.۲: تصویری از یک ریسمان باز که در ابتدا و انتهای آن کوارک و پاد کوارک قرار دارند.

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک از تناظر  $AdS/CFT$  استفاده می‌کنیم. طبق این تناظر، دوگان کوارک و پاد کوارک تولید شده در خلأ ریسمان بازی<sup>۱</sup> است که ابتدا و انتهای آن کوارک و پاد کوارک قرار دارند و ریسمان در فضا زمان به شکل  $U$  گسترش یافته است. شکل (۱.۲). فضا زمان در نظر گرفته شده، نسبیتی است. ریسمان شیئی یک بعدی است. به علت دو بعدی بودن جهان سطح برای پارامتر بندی آن به دو پارامتر احتیاج داریم که آنها را  $\zeta_1$  و  $\zeta_2$  می‌نامیم. همانطور که در شکل (۲.۲) مشاهده می‌شود، لازم است که جهان سطح را با یک پارامتر زمانی و یک پارامتر فضایی توصیف کنیم. پارامتر زمانی آن، زمان ویژه  $\tau$  و دیگری باید با طول ریسمان مرتبط باشد که با  $\sigma$  معرفی می‌شود:

$$\zeta_1 = \sigma, \zeta_2 = \tau \quad (۳.۲)$$

در نتیجه مختصه‌های ریسمان را به شکل زیر نمایش می‌دهند:

$$X^\mu(\tau, \sigma) \quad (۴.۲)$$

و زمان و موقعیت مکانی مختصه‌های ریسمان در یک فضا زمان  $(d + 1)$  بعدی عبارتند از:

$$\{X^0(\tau, \sigma), X^1(\tau, \sigma), \dots, X^d(\tau, \sigma)\} \quad (۵.۲)$$

بنابراین متغیرهای جهان سطحی<sup>۲</sup> که ریسمان جاروب می‌کند،  $(\sigma, \tau)$  هستند. و نداشت آن به فضا زمان با حدس زیر داده می‌شود. به عبارت دیگر مختصات فضا زمانی ده بعدی که ریسمان در آن قرار دارد به صورت زیر معرفی می‌شود:

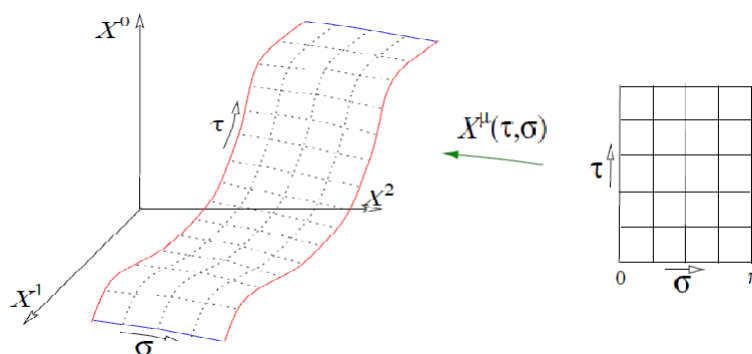
$$X^\mu(t = \tau, x = \sigma, r = r(\sigma)) \quad (۶.۲)$$

که در آن اندیس  $\mu$  دارای سه بعد  $\mu = (t, x, r)$  هستند. در این رابطه از پیمانه‌ی ایستا استفاده شده

<sup>۱</sup>Open string

<sup>۲</sup>World-sheet





شکل ۲.۲: پارامتر بندی جهان سطح ریسمان باز

است و  $\tau$  و  $\sigma$  پارامترهای جهان سطح ریسمان هستند و با توجه به رابطه‌ی (۳.۲) به صورت

$$x^0 = \tau, x^1 = \sigma \quad (7.2)$$

است. به عبارت دیگر این دو به ترتیب یک بعد زمانی و سه بعد فضایی را شامل می‌شوند که انتخاب ما از سه بعد فضایی یکی از آن‌ها است یعنی یکی از سه جهت را انتخاب می‌کنیم. مختصه‌ی  $r$ ، مختصه حجم در بعد پنجم است که بعد هولوگرام نامیده می‌شود.

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک از کنش (ریسمان نسبی) استفاده می‌کنیم. کنش ریسمان با کنش "نامبو-گوتو" داده می‌شود:

$$S = T_F \int d\tau \int d\sigma L = T_F \int d\tau \int d\sigma \sqrt{\det G_{ab}} \quad (8.2)$$

که در آن

$$G_{ab} \equiv \frac{\partial x^\mu \partial x^\nu g_{\mu\nu}}{\partial \sigma^a \partial \sigma^b} \quad (9.2)$$

و  $G_{ab} = (a, b = 0)$  متریک قرار دادی یا به عبارت دیگر متریک القایی دو بعدی است و  $g_{\mu\nu}$  متریک فضا زمان است و  $x^\mu, \mu = 0 \dots d-1$  مسیر ریسمان در فضا زمان است.

متریک القایی متریکی است که روی جهان سطح تعریف می‌شود و با استفاده از متریک زمینه <sup>۳</sup> به دست می‌آید. متریک زمینه متریک فضای هدف می‌باشد. فضای هدف، فضایی است که ریسمان در آن حرکت می‌کند و جهان سطح مسیر حرکت ریسمان در فضای هدف می‌باشد.

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک، راستای شعاعی که همان بعد هولوگرام است، فقط وابسته به  $\sigma$  فرض می‌شود:

$$r = r(\sigma) \quad (10.2)$$

<sup>۳</sup>Background

و این یعنی اینکه ریسمان در یک نقطه روی  $S^5$  نشسته است و ساکن است.

با توجه به متریک (۱۰۲) و رابطه‌ی (۹۰۲)، به دست می‌آوریم که:

$$G_{\circ\circ} = \frac{r^2}{l^2}, G_{rr}(r) = \frac{L^2}{r^2}, G_{xx}(r) = \frac{r^2}{l^2} \quad (11.2)$$

در رابطه‌ی کنش نامبوگوتو، لاگرانژی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L = \sqrt{(X^\cdot \cdot X')^2 - X^\cdot{}^2 X'^2} \quad (12.2)$$

که در آن:

$$\begin{cases} X^\cdot = \frac{\partial X}{\partial t} = (1, 0, 0) \\ X' = \frac{\partial X}{\partial x} = (0, 1, \partial_\sigma r) \end{cases} \quad (13.2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱۱۰۲) و (۱۲۰۲) و (۱۳۰۲) لاگرانژی عبارت است از:

$$L = \sqrt{\left(\frac{r^4}{l^4}\right) + (\partial_\sigma r)^2} \quad (14.2)$$

و به طور واضح وابستگی روی  $\sigma$  نیست. از این رو هامیلتونی پایسته است:

$$\partial_\sigma r \frac{\partial L}{\partial(\partial_\sigma r)} - L = const. \quad (15.2)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۱۴۰۲)، رابطه‌ی (۱۵۰۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-\frac{r^4/l^4}{\sqrt{(dr/d\sigma)^2 + r^4/l^4}} = const. \quad (16.2)$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی<sup>۴</sup> در  $\sigma = 0$

$$\frac{dr}{d\sigma} = 0, r = r_c (r_c < r_0) \quad (17.2)$$

رابطه‌ی (۱۶۰۲) به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$-\frac{r_c^4/l^4}{\sqrt{r_c^4/l^4}} = -\frac{r_c^4/l^4}{r_c^2/l^2} = -\frac{r_c^2}{l^2} \quad (18.2)$$

با مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی (۱۶۰۲) و (۱۸۰۲) معادله‌ای متفاوت به دست می‌آید:

$$\frac{dr}{d\sigma} = \frac{r^2}{l^2} \sqrt{\frac{r^4}{r_c^4} - 1} \quad (19.2)$$

<sup>۴</sup>Boundary condition

در این صورت اگر طرفین تساوی را در یکدیگر ضرب کنیم، به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$dx = d\sigma = \frac{1}{\frac{r^2}{l^2} \sqrt{\frac{r^4}{r_c^4} - 1}} dr \quad (20.2)$$

سپس با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی بالا، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک به صورت زیر است:

$$x = 2l^2 \int_{r_c}^{r_0} \frac{1}{r^2 \sqrt{\frac{r^4}{r_c^4} - 1}} dr \quad (21.2)$$

و در نهایت با استفاده از رابطه  $y = \frac{r}{r_c}$  طول جدایی  $x$  ذرات آزمون روی شامه به صورت:

$$x = \frac{2l^2}{r_c} \int_1^{1/a} \frac{1}{y^2 \sqrt{y^4 - 1}} dy \quad (22.2)$$

می‌باشد که در آن پارامتر بدون بعد  $a$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$a \equiv \frac{r_c}{r_0}. \quad (23.2)$$

پیرو هدفی که در این فصل جویای آن هستیم، پتانسیل کل بین کوارک و پاد کوارک را محاسبه نموده تا به تحلیل و بررسی آن بپردازیم:

## ۲.۱.۲ پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک

برای به دست آوردن پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$V_{CP+SE} = 2T_F \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{g(r)f(r)}{\sqrt{f(r)^2 - f(r_c)^2}}, \quad f(r_c) = \frac{f^2}{\sqrt{f^2 + g^2(\partial_\sigma r)^2}} \quad (24.2)$$

این رابطه‌ها در مرجع [۱۲] محاسبه شده است.

به منظور محاسبه‌ی پتانسیل کل، ابتدا پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک محاسبه می‌شود. برای محاسبه‌ی این پتانسیل، ابتدا مخرج کسر  $f(r_c)$  که همان تعریف لاگرانژی است را به دست می‌آوریم. بدین منظور از رابطه‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(r) = \sqrt{G_{\sigma\sigma} G_{xx}(r)} = \sqrt{\frac{r^2}{l^2} \frac{r^2}{l^2}} = \frac{r^2}{l^2} \\ g(r) = \sqrt{G_{\sigma\sigma} G_{rr}(r)} = \sqrt{\frac{r^2}{l^2} \frac{l^2}{r^2}} = 1 \end{cases} \quad (25.2)$$

که در آن از رابطه‌ی (۱۱.۲) استفاده شده است. در این صورت لاگرانژی برابر است با:

$$L = \frac{r^4}{l^2 r_c^2} \quad (26.2)$$

و به همین ترتیب داریم:

$$f(r_c) = \frac{r_c^2}{l^2} \quad (27.2)$$

با استفاده از رابطه‌های به دست آمده، عبارت رادیکالی زیر را که مخرج پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک است، به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{f(r)^2 - f(r_c)^2} = \frac{1}{l^2} \sqrt{r^4 - r_c^4} \quad (28.2)$$

و همین طور صورت آن:

$$g(r)f(r) = \frac{r^2}{l^2} \quad (29.2)$$

با قرار دادن روابط بالا در (۲۴.۲) و همچنین با استفاده از رابطه‌ی (۲۳.۲)، جمع پتانسیل کولنی و انرژی استاتیکی به صورت عبارت زیر برای پتانسیل حاصل می‌شود:

$$V_{CP+SE} = 2T_F r_c \int_1^{1/a} dy \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} \quad (30.2)$$

اکنون پتانسیل کل که حاصل از پتانسیل کوارک و پاد کوارک و تأثیر میدان الکتریکی است، به دست خواهیم آورد. با توجه به فاصله‌ی (۲۲.۲) و پتانسیل (۳۰.۲)، این پتانسیل عبارت است از:

$$\begin{aligned} V_{t \cdot t} &= V_{CP+SE} - Ex \\ &= 2T_F r_c \int_1^{1/a} dy \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} - E \left( \frac{2l^2}{r_c} \int_1^{1/a} dy y^2 \frac{1}{\sqrt{y^4 - 1}} \right) \end{aligned} \quad (31.2)$$

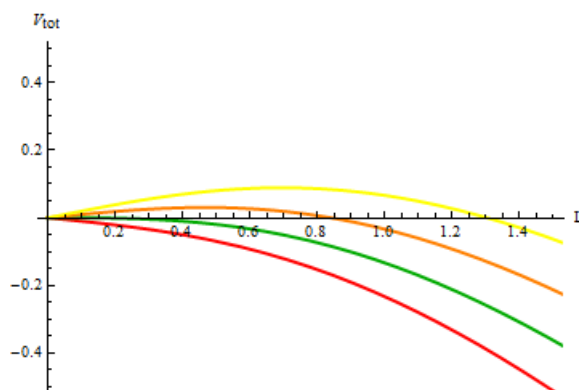
که در آن میدان الکتریکی به صورت

$$\alpha = \frac{E}{E_c}, E_c = \frac{T_F r_c^2}{l^2} \quad (32.2)$$

است. با توجه به (۳۲.۲)، شکل پتانسیل کل به صورت زیر خواهد شد:

$$V_{t \cdot t} = 2T_F r_c \cdot a \left( \int_1^{1/a} dy \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} - \frac{\alpha}{a} \int_1^{1/a} dy y^2 \frac{1}{\sqrt{y^4 - 1}} \right) \quad (33.2)$$

پس از محاسبه‌ی فاصله و پتانسیل کل، شکل نموداری پتانسیل در دمای صفر را بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک رسم کرده‌ایم. شکل (۳۰.۲) نشان دهنده‌ی نمودار پتانسیل کل به دست آمده در رابطه‌ی (۳۳.۲) بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک می‌باشد. این شکل برای دمای صفر رسم



شکل ۳.۲: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک در دمای صفر. از پایین تا بالا

$$\alpha = 1/1, 1/2, 0.9, 0.8$$

شده است و مقدارهای در نظر گرفته شده برای  $\alpha$ ، از پایین تا بالا به ترتیب برابر  $1/1, 1/2, 0.9, 0.8$  می‌باشد. علاوه بر انتخاب‌های بالا، در این نمودار

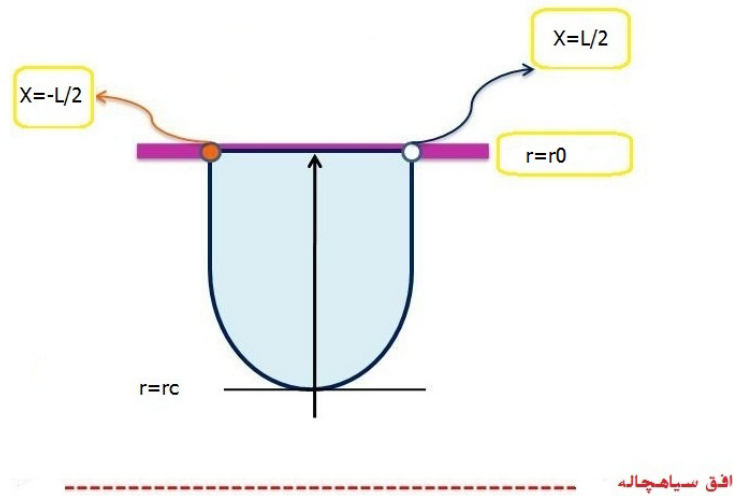
$$T_{Frr_0} = L^2/r_0 = 1$$

است. با توجه به آنچه که در نظر گرفته شده است، زمانی که میدان الکتریکی کوچک انتخاب شود، مقدار پتانسیل مثبت می‌شود. در این صورت فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد و سد پتانسیل مشاهده می‌شود. سپس سد پتانسیل برای  $\alpha \geq 1$  ناپدید می‌شود. در  $\alpha = 1/2$  نیز سد پتانسیل از بین می‌رود و مقدار پتانسیل در یک مکان خاص صفر می‌شود. میدان الکتریکی در نظر گرفته شده در این مکان، میدان الکتریکی بحرانی نامیده می‌شود که در آن مقدار پتانسیل صفر است. با افزایش میدان الکتریکی، مقدار پتانسیل منفی می‌شود و در پتانسیل‌های منفی، سد پتانسیل ناپدید می‌شود. با ناپدید شدن سد پتانسیل، تولید زوج همراه با پدیده‌ی تونل‌زنی نیست.

نمودار شکل (۳.۲) به صورت عددی رسم شده است. به نظر می‌رسد که به دست آوردن مقدار بحرانی میدان الکتریکی به صورت تحلیلی از رابطه‌ی (۳۳.۲) مشکل خواهد بود. با رسم نمودار (۳.۲) مشاهده شد که حدس این مقدار با روش عددی آسان است. بنابراین می‌توان این طور نتیجه گرفت که پتانسیل رابطه‌ی (۳۳.۲) منجر به میدان الکتریکی بحرانی شده است که این مقدار بحرانی میدان در توافق با مقدار بحرانی حاصل از کنش  $DBI$  است.

پس از تحلیل پتانسیل در دمای صفر و به دست آوردن فاصله و پتانسیل کل، نمودار این دو کمیت بر حسب یکدیگر رسم شدند.

در این بخش، با استفاده از آنچه که گفته شد، به تحلیل پتانسیل در دمای محدود می‌پردازیم. به این منظور نمودار پتانسیل کل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک رسم می‌شود.



شکل ۴.۲: با روشن شدن دما در فضای حجم سیاهچاله در نظر گرفته می‌شود.

## ۲.۲ تحلیل پتانسیل در دمای محدود

هدفی که در این بخش دنبال می‌شود همان هدف بخش قبل است. یعنی برای تحلیل پتانسیل کل، فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک و پتانسیل بین آن دو را محاسبه می‌کنیم. همانطور که در فصل اول اشاره شد، طبق تناظر  $AdS/CFT$  اگر در مرز دما معرفی شود بایستی در فضای حجم، سیاهچاله داشته باشیم.

با توجه به آنچه گفته شد، ابتدا متریک سیاهچاله را در  $AdS$  در نظر می‌گیریم که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$ds^2 = -\frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) dt^2 + \frac{L^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) dr^2 + \frac{r^2}{L^2} \Sigma (dx^i)^2 + L^2 d\Omega_5^2 \quad (34.2)$$

مختصات  $x^i (i = 1, 2, 3)$  بر راستاهای فضایی روی یک فضای چهار بعدی دلالت می‌کند که با یک مقدار ثابت مختصه‌ی شعاعی  $r$  توصیف می‌شود. افق سیاهچاله در  $r = r_h$  قرار گرفته است و دمای سیاهچاله عبارتست از:

$$T = \frac{r_h}{\pi L^2} \quad (35.2)$$

در فصل اول به این مهم اشاره شد که برای محاسبه‌ی میدان الکتریکی بحرانی در نظریه‌ی ریسمان، نظریه‌ی ریسمان نوع  $IIB$  را به عنوان دوگان نظریه‌ی ابرتقارنی یانگ میلز در نظر گرفته و شامه‌ی  $D_3$  در فضای حجم در موقعیت  $r = r_*$  قرار داده می‌شود. سپس با روشن کردن میدان الکتریکی بحرانی،

مقدار آن محاسبه شد که با میدان الکتریکی بحرانی حاصل از کنش  $DBI$  برابر بود. بنابراین با در نظر گرفتن کنش  $DBI$ ، شامه‌ی مورد نظر را در مکان  $r = r_c$  قرار داده و میدان الکتریکی  $E$  بر روی آن روشن می‌شود. به این میدان، ثابت جهان حجم نیز گفته می‌شود. شکل (۴.۲). سپس فرض می‌شود که:

$$r_h < r_c < r. \quad (۳۶.۲)$$

با توجه به این فرض فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک را محاسبه می‌کنیم:

### ۱.۲.۲ فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک

تحلیل پتانسیل با دمای محدود مشابه دمای صفر است و روش محاسبه در این قسمت، مشابه محاسبات انجام شده در بخش قبل می‌باشد. بنابراین مختصات فضا زمانی تغییر نمی‌کند و مشابه تحلیل پتانسیل در دمای صفر، لاگرانژی را محاسبه می‌کنیم. ابتدا روابط زیر را با توجه به متریک سیاه‌چاله به دست می‌آوریم:

$$G_{\phi\phi} = \frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right), G_{rr}(r) = \frac{L^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right), G_{xx}(r) = \frac{r^2}{L^2} \quad (۳۷.۲)$$

و با تعریف  $f(r)$  و  $g(r)$  داریم:

$$f(r) = \sqrt{G_{\phi\phi} G_{xx}(r)} = \sqrt{\frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) \frac{r^2}{L^2}} = \sqrt{\frac{r^4}{L^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right)}$$

$$g(r) = \sqrt{G_{\phi\phi} G_{rr}(r)} = \sqrt{\frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) \frac{L^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right)} = 1 \quad (۳۸.۲)$$

در این صورت با قرار دادن در رابطه‌ی لاگرانژی (۱۲.۲) داریم:

$$L = \sqrt{\frac{r^4}{l^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) + (\partial_\sigma r)^2} \quad (۳۹.۲)$$

با توجه به پایستگی هامیلتونی و لاگرانژی به دست آمده، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک را به دست می‌آوریم:

$$\partial_\sigma r \frac{\partial l}{\partial(\partial_\sigma r)} - L = -\frac{\frac{r^4}{l^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right)}{\sqrt{\frac{r^4}{l^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) + (\partial_\sigma r)^2}} = const. \quad (۴۰.۲)$$

اکنون شرایط مرزی (۱۷.۲) را اعمال می‌کنیم:

$$-\frac{\frac{r_c^4}{l^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r_c^4}\right)}{\sqrt{\frac{r_c^4}{l^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r_c^4}\right)}} = const. \quad (۴۱.۲)$$

سپس دو عبارت (۴۰.۲) و (۴۱.۲) را مساوی قرار می‌دهیم و با ساده سازی جواب‌های به دست آمده، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک را می‌یابیم:

$$x = 2l^2 \int_{r_c}^{r_o} \frac{1}{r^2} \frac{dr}{\sqrt{\left(1 - \frac{r_h^4}{r^4}\right) \left[\frac{r^4 - r_c^4}{r_c^4 - r_h^4}\right]}} \quad (42.2)$$

با در نظر گرفتن کمیت‌های بدون بعد زیر

$$y = \frac{r}{r_c}, a = \frac{r_c}{r_o}, b = \frac{r_h}{r_o} \quad (43.2)$$

شکل نهایی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک عبارت است از:

$$x = \frac{2l^2}{r_o a} \sqrt{1 - b^4/a^4} \int_1^{1/a} \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - b^4/a^4)(y^4 - 1)}} \quad (44.2)$$

جواب این انتگرال به صورت انتگرال‌های بیضوی خواهد بود که محاسبه‌ی آن در حوزه‌ی کار ما نخواهد بود و در مرجع [۱۴] به آن پرداخته شده است.

همانطور که قبلاً اشاره شد، برای محاسبه‌ی پتانسیل کل، محاسبه‌ی پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک نیز لازم است. بنابراین در این بخش، این پتانسیل به دست خواهیم آورد:

## ۲.۲.۲ پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک

برای محاسبه‌ی پتانسیل، ابتدا لازم است که  $f(r_c)$  را با توجه به (۲۴.۲) محاسبه کنیم.

$$f(r_c) = \sqrt{\frac{r^4/l^4(1 - r_h^4/r^4)}{\left[\frac{r^4 - r_c^4}{r_c^4 - r_h^4} + 1\right]}} \quad (45.2)$$

و مشابه روش قبل و با استفاده از رابطه‌ی (۲۴.۲) پتانسیل به شکل زیر به دست خواهد آمد:

$$V_{CP+SE} = 2T_F r_o a \int_1^{1/a} dy \frac{\sqrt{y^4 - b^4/a^4}}{\sqrt{y^4 - 1}} \quad (46.2)$$

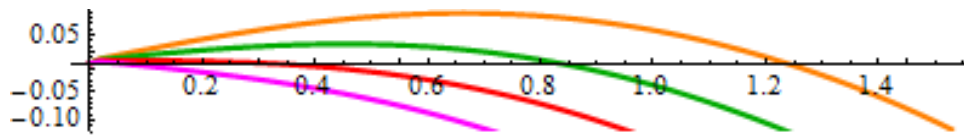
میدان الکتریکی  $E$  روشن می‌شود. با در نظر گرفتن پارامتر بدون بعد  $\alpha$  به صورت:

$$\alpha = \frac{E}{E_c}, E_c = T_F f(r_o) \quad (47.2)$$

که  $E_c$  میدان الکتریکی بحرانی است و توسط کنش  $DBI$  مشخص می‌شود. با توجه به رابطه‌هایی که به دست آوردیم، پتانسیل کل عبارت است از:

$$V_{tot} = V_{CP+SE} - Ex \quad (48.2)$$





شکل ۵۰۲: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پادکوآرک در دمای محدود. از پایین تا بالا  $\alpha = 1/1, 1/0, 0/9, 0/8$

$$V_{tot} = 2T_{FR}r_0 a \int_1^{1/a} dy \frac{\sqrt{y^4 - b^4/a^4}}{\sqrt{y^4 - 1}} - E \left( \frac{2L^2}{r_0 a} \sqrt{1 - b^4/a^4} \int_1^{1/a} \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - b^4/a^4)(y^4 - 1)}} \right) \quad (49.2)$$

و با استفاده از رابطه‌ی (۳۸.۲)

$$f(r_0) = \sqrt{\frac{r_0^4}{l^4} \left(1 - \frac{r_h^4}{r_0^4}\right)} \quad (50.2)$$

را به دست می‌آوریم. همچنین میدان الکتریکی بحرانی از رابطه‌ی (۴۷.۲) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_c = \frac{T_{FR}r_0^2}{l^2} \sqrt{(1 - b^4)} \quad (51.2)$$

از طرف دیگر با استفاده از میدان الکتریکی (۴۷.۲) داریم:

$$E = \frac{\alpha T_{FR}r_0^2}{l^2} \sqrt{(1 - b^4)} \quad (52.2)$$

و در نهایت شکل پتانسیل (۴۹.۲) به صورت زیر می‌شود:

$$V_{tot} = 2T_{FR}r_0 \left[ a \int_1^{1/a} dy \frac{\sqrt{y^4 - b^4/a^4}}{\sqrt{y^4 - 1}} - \frac{1}{a} \sqrt{(1 - b^4)(1 - b^4/a^4)} \int_1^{1/a} \frac{dy}{\sqrt{(y^4 - b^4/a^4)(y^4 - 1)}} \right] \quad (53.2)$$

شکل (۵۰۲) نشان دهنده‌ی نمودار پتانسیل کل به دست آمده در رابطه‌ی (۵۳.۲) بر حسب فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک می‌باشد. این شکل با در نظر گرفتن پتانسیل در یک دمای ثابت رسم شده است و مقادیرهای در نظر گرفته شده برای  $\alpha$  از پایین تا بالا به ترتیب برابر  $\alpha = 1/1, 1/0, 0/9, 0/8$  می‌باشد. علاوه بر انتخاب‌های بالا، در این نمودار

$$T_{FR}r_0 = L^2/r_0 = 1$$

است. با توجه به آنچه که در نظر گرفته شده است، زمانی که میدان الکتریکی کوچک انتخاب شود، مقدار پتانسیل مثبت می‌شود. در این صورت فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد و سد پتانسیل مشاهده می‌شود. سپس سد پتانسیل برای  $\alpha \geq 1$  ناپدید می‌شود. در  $\alpha = 1/0$  نیز سد پتانسیل از بین می‌رود و مقدار پتانسیل در یک مکان خاص صفر می‌شود. میدان الکتریکی در نظر گرفته شده در این حالت، میدان الکتریکی بحرانی نامیده می‌شود که در آن مقدار پتانسیل صفر است. با افزایش میدان الکتریکی، مقدار پتانسیل منفی می‌شود و در پتانسیل‌های منفی، سد پتانسیل ناپدید می‌شود. با ناپدید شدن سد پتانسیل، تولید زوج همراه با پدیده‌ی تونل‌زنی نیست.

نمودار شکل (۵۰۲) به صورت عددی رسم شده است. به نظر می‌رسد که به دست آوردن مقدار بحرانی میدان الکتریکی به صورت تحلیلی از رابطه‌ی (۵۳۰۲) مشکل خواهد بود. با رسم نمودار (۵۰۲)، مشاهده شد که حدس این مقدار با روش عددی آسان است. بنابراین می‌توان این طور نتیجه گرفت که پتانسیل رابطه‌ی (۵۳۰۲) منجر به میدان الکتریکی بحرانی شده است که این مقدار بحرانی میدان در توافق با مقدار بحرانی حاصل از کنش  $DBI$  است.

بنابراین با محاسبات انجام شده در این فصل توانستیم روش یافتن فاصله و پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک را تحقیق کنیم.

نتایج به دست آمده حاکی از آن است که مقدار اعمال میدان الکتریکی از اهمیت خاصی برخوردار است. به این صورت که در برخی از موارد اعمال بیش از حد آن، ما را با میدان الکتریکی بحرانی مواجه می‌کند. با این دید، سد پتانسیل ناپدید می‌شود و مقدار پتانسیل منفی خواهد شد. اما در میدان‌های کمتر از میدان الکتریکی بحرانی مقدار پتانسیل مثبت است. فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد و سد پتانسیل مشاهده می‌شود. به عبارت دیگر، تولید زوج با تونل‌زنی همراه است.

در فصل بعدی از آنچه آموخته‌ایم استفاده کرده و مسأله‌های تازه‌ای را مورد بررسی قرار دهیم. از سوی دیگر با استفاده از این محاسبات نتایجی حاصل شد که امکان مقایسه‌ی آن‌ها را با مسأله‌های جدیدی که حل خواهیم کرد، فراهم می‌کند.



## فصل ۳

مطالعه‌ی اثر شوینگر غیرنسبیتی با استفاده

از دوگانی  $AdS/CFT$

## ۱.۳ مقدمه

در فصل دوم اثر شویینگر را در محیط پلازما و خلأ نسبیتی بررسی کردیم. به این منظور ابتدا فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک و سپس پتانسیل بین آن دو را به صورت تحلیلی به دست آوردیم و نمودار این دو کمیت را به صورت عددی در حالت‌های مختلف رسم کردیم. پس از بررسی مشخص شد که پتانسیل الکتروستاتیک اثر شویینگر در دوگانی با استفاده از کنش ریسمان ضمیمه شده توسط یک شامه‌ی غوطه‌ور در مکان میانی حجم  $AdS$  به دست می‌آید. محاسبه‌ی میدان الکتریکی بحرانی با استفاده از تحلیل پتانسیل به دست آمده روشی سخت به نظر می‌رسد، در صورتی که محاسبه‌ی این میدان بحرانی از روش عددی آسان‌تر است. نتایجی که از روش عددی به دست آمد، نشان داد که این نتایج با نتایج میدان بحرانی محاسبه شده از کنش  $DBI$  در توافق است. در مورد دمای محدود که صفحه‌ی سیاه‌چاله‌ی  $AdS$  مطرح می‌شود، نشان داده شد که وابستگی دمایی میدان بحرانی به طور عددی با نتایج کنش  $DBI$  موافق است. از طرف دیگر نسبت کوآرک‌های تولید شده وابسته به میدان الکتریکی بحرانی است.

اکنون در مبحثی نوگام نهاده و مسأله‌های جدیدی را طرح می‌کنیم که تا کنون بررسی نشده‌اند.

همانطور که در ابتدای فصل به آن اشاره شد، زمینه‌های در نظر گرفته شده، زمینه‌های نسبیتی بوده‌اند. به تازگی استفاده از تناظر  $AdS/CFT$  برای توصیف سیستم‌های هم‌دیس غیر نسبیتی<sup>۱</sup> با جفت شدگی قوی عمومیت یافته است. از طرفی بر اساس مطالعات انجام شده، یافتن یک دوگان گرانشی برای نظریه‌ی میدان غیر نسبیتی امکان پذیر است. در این فصل تأثیرات زمینه‌های غیر نسبیتی در خلأ و پلازما بررسی می‌شوند. به این منظور همانند خلأ نسبیتی فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک و پتانسیل بین آن‌ها محاسبه می‌شوند و سپس نمودار این دو کمیت بر حسب یکدیگر رسم می‌شود و نتایج حاصل از آن‌ها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند. حال با آنچه ذکر شد پرداخته می‌شود:

## ۲.۳ تحلیل پتانسیل در فضا زمان غیر نسبیتی لیف‌شیتز

این روش برپایه‌ی محاسبات تناظر  $AdS/CFT$  و مربوط به فضای گرانشی  $AdS_{d+2}$  برای نظریه میدان‌های هم‌دیس روی مرز  $(d+1)$  بعد است. نظریه‌ی میدان‌های هم‌دیس تحت مقیاس زیر ناوردایند:

$$(t, \vec{x}) \rightarrow (\lambda t, \lambda \vec{x}) \quad (1.3)$$

<sup>۱</sup>Non-relativistic Conformal System

اما سیستم‌های غیر نسبیتی<sup>۲</sup>، توسط نظریه‌ی میدان‌های غیر نسبیتی توصیف می‌شوند و شامل تقارن همدیس خاصی هستند. از سوی دیگر این سیستم‌ها دارای تقارنی به نام تقارن مقیاس می‌باشند و این مقیاس‌های غیر قرار دادی را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$(t, \vec{x}) \rightarrow (\lambda^z t, \lambda \vec{x}) \quad (2.3)$$

که  $z$  پارامتر دینامیکی نامیده می‌شود.

اگر  $z = 1$  باشد، مکان و زمان مقیاسی یکسان خواهند داشت و مطالعه‌ی تناظر  $AdS/CFT$  معمولی با این انتخاب امکان پذیر است. چون هدف مطالعه‌ی سیستم‌های غیر نسبیتی است، پس طبق نظریه‌ی میدان‌های همدیس غیر نسبیتی زمان و مکان به یک صورت مقیاس نشده و در این مورد نمای دینامیکی  $z$  نقش اصلی را بر عهده می‌گیرد.

فضا زمان غیر نسبیتی لیفشیتز<sup>۳</sup> را خلا غیر نسبیتی نیز می‌نامیم. همانطور که بیان شد، منظور از محیط خلا، محیطی است که مطابق با نظریه‌ی ابر تقارن یانگ میلز و در این محیط دما صفر است. این محیط همدیس است زیرا مقیاس انرژی ندارد و فیزیکش در انرژی‌های بالا و پایین بدون تغییر باقی می‌ماند. پس رفتارش شبیه به  $CFT$  است و می‌توان از روش تناظر  $AdS/CFT$  برای حل این گونه موارد با ثابت جفت‌شدگی زیاد استفاده نمود. در محیط خلا دما صفر است و طبق این تناظر در فضای حجم سیاه‌چاله‌ای وجود ندارد. و طبق رابطه‌ی  $r_h, r_h = \frac{1}{\pi T}$  (افق سیاه‌چاله) به سمت بی‌نهایت میل می‌کند شکل (۱.۳). پس نتیجه می‌گیریم که افق ما در بی‌نهایت قرار دارد. در نتیجه متریک آن مطابق زیر می‌باشد:

$$ds^2 = L^2 \left( -r^{2z} dt^2 + \frac{dr^2}{r^2} + r^2 d\vec{x}^2 \right) \quad (3.3)$$

در متریک بالا  $L$  شعاع خمش ریسمان،  $z$  توان دینامیکی،  $t$  مؤلفه‌ی زمانی،  $r$  بعد هولوگرام و  $x$  مؤلفه‌ی فضایی ریسمان است.

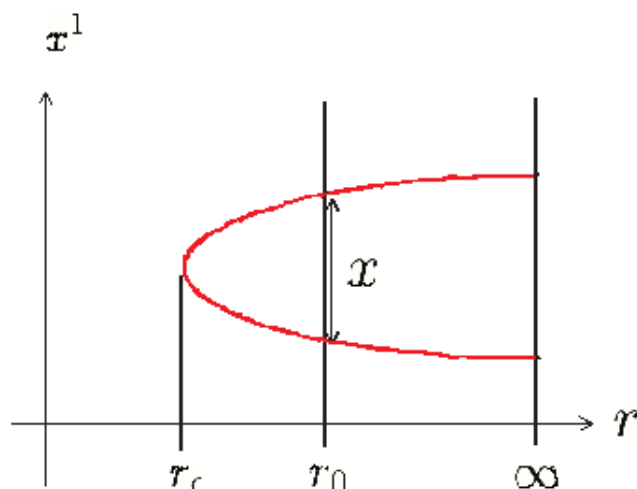
همانطور که اشاره شد، این هندسه‌ی زمینه فقط تحت مقیاس خاص (۲.۳) ناورد است و در غیر این صورت ناورد نیست [۱۳].

پیشتر اشاره شد که در مورد  $z = 1$  نظریه از مقیاس نسبیتی که ناورد است، بهره‌مند می‌شود. به عبارت ساده‌تر همان فضا زمان نسبیتی را داریم. اما به ازای  $z > 1$  فضا زمان غیر نسبیتی لیفشیتز را خواهیم داشت.

اگر به طور جزئی‌تر نگاه کنیم،  $z = 2$  را فضا زمان غیر نسبیتی شرودینگری و  $z > 2$  را فضا زمان غیر

<sup>۲</sup>Non-relativistic

<sup>۳</sup>Lifshitz



شکل ۱.۳: تصویری از جهان سطح ریسمان

نسبیتی لیفشیتز می‌نامند.

جالب توجه است که متریک لیفشیتز فقط جواب‌های خالص معادلات انیشتین نیست، بلکه در حقیقت نیاز به جفت شدن معادلات گرانش انیشتین با دیگر نظریه‌های میدان دارد. این میدان‌ها می‌توانند یک میدان پیمانه‌ای جرم‌دار باشند و یک ناهمسانگردی را در فضا زمان ایجاد کنند که منجر به هندسه‌ی لیفشیتز شود.

از طرف دیگر ممکن است که متریک لیفشیتز در نظریه‌ی انیشتین<sup>۴</sup> - ماکسول<sup>۵</sup> - دیلیتون<sup>۶</sup> با در نظر گرفتن میدان‌های پیمانه‌ای دیلیتون و میدان پیمانه‌ای آبلی پیدا شود [۱۳].

هدف یافتن طول جدایی ذره و پاد ذره و سپس پتانسیل بین آن‌هاست. بنابراین برای مطالعه‌ی پتانسیل از تصویر دوگان آن استفاده می‌شود. یعنی ریسمانی را در نظر می‌گیریم که در فضا زمان غیر نسبیتی قرار دارد و در ابتدا و انتهای آن کوارک و پاد کوارک قرار دارند. به عبارت دیگر دوگان کوارک و پاد کوارک تولید شده در خلأ ریسمان بازی است که ابتدا و انتهای آن کوارک و پاد کوارک قرار دارند و ریسمان در فضا زمان به شکل  $U$  گسترش یافته است. مختصات فضا زمانی ده بعدی که ریسمان در آن قرار دارد به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$X^\mu = (t = \tau, x = \sigma, r = r(\sigma)) \quad (۴.۳)$$

<sup>۴</sup>Einstein

<sup>۵</sup>Maxwell

<sup>۶</sup>Dilaton

در این رابطه از پیمانه‌ی ایستا استفاده شده است و  $\tau$  و  $\sigma$  پارامترهای جهان سطح ریسمان هستند که ریسمان توسط آن‌ها پارامتر بندی می‌شود.

معادله‌ی حرکت ریسمان باز در نظریه میدان غیر نسبیتی، مشابه آنچه که در فصل‌های قبل در نظر گرفتیم، با کنش "نامبو-گوتو" داده می‌شود:

$$S = T_F \int d\sigma \int d\tau L \quad (۵.۳)$$

در این رابطه  $T_F$  کشش ریسمان و به صورت زیر داده می‌شود:

$$T_F = \frac{1}{2\pi\alpha'} \quad (۶.۳)$$

و  $\alpha' = l_s^2$  است که  $l_s$  طول ریسمان بنیادی است.

زوج کوارک و پاد کوارک روی مرز  $CFT$  در نظر گرفته می‌شوند. آن‌ها را می‌توان به عنوان نقاط انتهایی ریسمان  $U$  شکل آویزان شده از غوطه‌وری یک شامه در ناحیه‌ی  $IR$  نشان داد. این ناحیه، ناحیه‌ای است که در آن  $r \rightarrow \infty$  میل می‌کند. شامه‌ی غوطه‌ور راستای مرز را می‌پوشاند و آن‌ها را در  $r$  قرار می‌دهد. از این رو می‌توان لاگرانژین را به دست آورد:

$$L = \sqrt{(X^\cdot X')^2 - X^\cdot{}^2 X'^2} = l^2 \sqrt{r^{2z+2} + r^{2z-2} (\partial_\sigma r)^2} \quad (۷.۳)$$

که در آن از رابطه‌ی (۳.۳) و روابط زیر استفاده شده است:

$$\begin{cases} X^\cdot = \frac{\partial X}{\partial t} = (1, 0, 0) \\ X' = \frac{\partial X}{\partial x} = (0, 1, \partial_\sigma r) \end{cases} \quad (۸.۳)$$

بنابراین با توجه به رابطه‌های بالا، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک را به دست می‌آوریم:

### ۱.۲.۳ محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک

برای به دست آوردن فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک از آنچه که در فصل قبل گفته شد و پایستگی هامیلتونی استفاده خواهیم کرد. پایستگی هامیلتونی ایجاب می‌کند که:

$$(\partial_\sigma r) \frac{\partial l}{\partial (\partial_\sigma r)} - L = \frac{-l^2 r^{2z+2}}{\sqrt{r^{2z+2} + r^{2z-2} (\partial_\sigma r)^2}} \quad (۹.۳)$$

بر اساس ریسمان  $U$  شکل، نقطه‌ی انحرافی در  $r_c$  وجود دارد که در آن  $\partial_\sigma r = 0$  و  $r_c < r_0$  است. در واقع این ناحیه انتهای ریسمان است که ریسمان در آن تغییر جهت می‌دهد:

$$r = r_c, \partial_\sigma r = 0 \quad (۱۰.۳)$$



با اعمال شرایط (۱۰.۳) در (۹.۳) داریم:

$$\frac{-l^2 r_c^{2z+2}}{\sqrt{r_c^{2z+2}}} = -l^2 r_c^{z+1} \quad (11.3)$$

دو رابطه‌ی (۹.۳) و (۱۱.۳) را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{-l^2 r_c^{2z+2}}{\sqrt{r_c^{2z+2} + r_c^{2z-2} (\partial_\sigma r)^2}} = -l^2 r_c^{z+1} \quad (12.3)$$

اگر رابطه‌ی بالا را به توان دو برسانیم در این صورت خواهیم داشت:

$$\partial_\sigma r = \frac{dr}{d\sigma} = \sqrt{\frac{r_c^{2z+6}}{r_c^{2z+2}} - r_c^4} \quad (13.3)$$

سپس دو طرف تساوی را در یکدیگر ضرب می‌کنیم:

$$dx = d\sigma = \frac{1}{\sqrt{\frac{r_c^{2z+6}}{r_c^{2z+2}} - r_c^4}} dr \quad (14.3)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (۱۴.۳) و در نظر گرفتن فاصله‌ی بین زوج کوارک و پاد کوارک روی مرز به شکل  $x$  خواهیم داشت:

$$x = 2 \int_{r_c}^{r_0} \frac{1}{\sqrt{\frac{r_c^{2z+6}}{r_c^{2z+2}} - r_c^4}} dr \quad (15.3)$$

انتهای ریسمان را  $r_c$  در نظر گرفته و  $r_0$  موقعیت شامه‌ی غوطه‌ور در فضای  $AdS$  است. با حل انتگرال موجود، طول جدایی کوارک و پاد کوارک عبارت است از:

$$x = \frac{2}{r_c} \int_1^{1/a} dy \frac{1}{y^2 \sqrt{y^{2z+2} - 1}} \quad (16.3)$$

که در آن  $y = \frac{r}{r_c}$  و  $a = \frac{r_0}{r_c}$ .

با اندکی تأمل در رابطه‌ی (۱۶.۳) و قرار دادن  $z = 1$  در آن فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک در حالت نسبیتی حاصل می‌شود.

علاوه بر محاسبه‌ی طول جدایی کوارک و پاد کوارک، پتانسیل بین این دو را به دست می‌آوریم:

### ۲.۲.۳ محاسبه‌ی پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک

برای یافتن این پتانسیل لازم است که رابطه‌ی زیر تعریف شود:

$$f(r_c) = \frac{f^2}{\sqrt{f^2 + g^2 (\partial_\sigma r)^2}}, V_{CP+SE} = 2T_F \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{g(r)f(r)}{\sqrt{f(r)^2 - f(r_c)^2}} \quad (17.3)$$

و سپس با تعریف روابط زیر، مشابه فصل قبل، پتانسیل را به دست می‌آوریم. رابطه‌ی زیر از رابطه‌ی (۲۰۳)، به این صورت حاصل می‌شود:

$$G_{\phi\phi} = L^2 r^{2z}, G_{xx} = L^2 r^2, G_{rr} = \frac{L^2}{r^2} \quad (18.3)$$

سپس داریم:

$$\begin{cases} f(r) = \sqrt{G_{\phi\phi}(r)G_{xx}(r)} = L^2 r^{z+1} \\ g(r) = \sqrt{G_{\phi\phi}(r)G_{rr}(r)} = L^2 r^{z-1} \end{cases} \quad (19.3)$$

با توجه به (۱۷.۳) و جایگذاری روابط بالا، جمع انرژی پتانسیل زوج کوآرک و پاد کوآرک ( $PE$ ) و انرژی استاتیکی ( $SE$ ) به صورت زیر است:

$$V_{CP+SE} = 2T_F r_c^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^{2z}}{\sqrt{y^{2z+2} - 1}} \quad (20.3)$$

در رابطه‌ی (۲۰.۳) که برای پتانسیل به دست آمد، اگر  $z = 1$  را قرار دهیم، رابطه‌ای که برای پتانسیل در فصل دوم در حالت نسبیتی محاسبه شد، حاصل می‌شود. سپس با در نظر گرفتن میدان الکتریکی  $E$  در راستای  $x$ ، پتانسیل کل عبارتست از:

$$V_{tot} = V_{CP+SE} - Ex = 2T_F r_c^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^{2z}}{\sqrt{y^{2z+2} - 1}} - E \frac{2}{r_c} \int_1^{1/a} dy \frac{1}{y^2 \sqrt{y^{2z+2} - 1}}$$

اکنون با تعریف

$$b = \frac{E}{E_c}, E_c = T_F f(r_0)$$

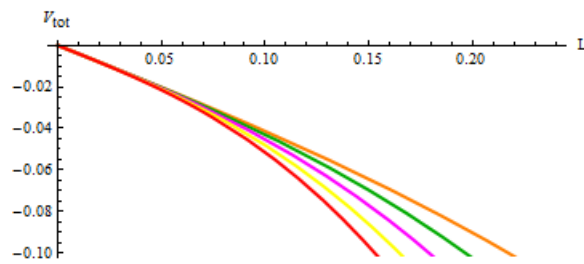
و استفاده از تعریف  $f(r)$ ، شکل کلی پتانسیل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{tot} = 2T_F r_0^z \left[ a^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^{2z}}{\sqrt{y^{2z+2} - 1}} - \frac{bL^2}{a} \int_1^{1/a} dy \frac{1}{y^2 \sqrt{y^{2z+2} - 1}} \right] \quad (22.3)$$

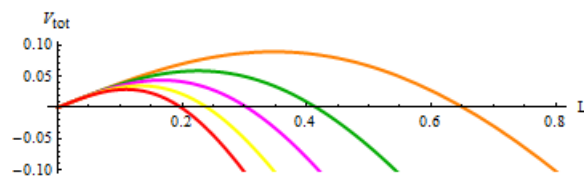
با توجه به پتانسیل حاصل شده در رابطه‌ی (۲۲.۳) و فاصله‌ی کوآرک و پاد کوآرک از رابطه‌ی (۱۶.۳)، می‌توان نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک را رسم نمود. در شکل‌های رسم شده،  $z = 1, 2, 3, 4, 5$  می‌باشد و در هر نمودار میدان الکتریکی در نظر گرفته شده متفاوت است. علاوه بر انتخاب‌های بالا، در این نمودارها

$$T_F r_0 = L^2 / r_0 = 1$$

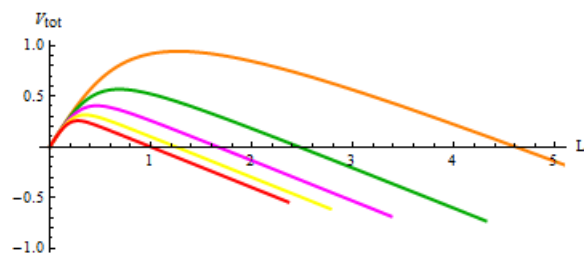
است. اگر میدان الکتریکی بزرگ‌تر از یک انتخاب شود، نمودار شکل (۲۰.۳) را خواهیم داشت. در این نمودار مقدار میدان الکتریکی انتخاب شده از میدان الکتریکی بحرانی بیشتر و  $b = 1/2$  است. ملاحظه می‌شود که سد پتانسیل ناپدید می‌شود و فرآیند تونل‌زنی اتفاق نمی‌افتد. پس تولید زوج بدون



شکل ۲.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 1, 2, 3, 4, 5$  و  $b = 1/2$ .



شکل ۳.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 1, 2, 3, 4, 5$  و  $b = 0.8$ .



شکل ۴.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 1, 2, 3, 4, 5$  و  $b = 0.2$ .

اتفاق افتادن هیچ فرآیندی انجام می‌شود. از طرف دیگر می‌توان گفت نرخ تونل‌زنی (سرعت تولید ذرات) افزایش می‌یابد. برای میدان‌های الکتریکی کمتر از یک دو شکل نموداری (۳.۳) و (۴.۳) را رسم کرده‌ایم. در شکل (۳.۳)،  $b = 0.8$  می‌باشد. در این مورد سد پتانسیل مشاهده می‌شود و فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر می‌توان گفت که تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است. در این صورت نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. با توجه به این که نمودار برای  $z$  های متفاوت رسم شده است، با افزایش  $z$  ارتفاع و عرض سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود.

اگر به همین ترتیب میدان الکتریکی را از میدان الکتریکی بحرانی کمتر انتخاب کنیم، نتایج به دست آمده تکرار می‌شود. در شکل (۴.۳)،  $b = 0.2$  است یعنی میدان الکتریکی را کمتر از شکل (۳.۳) انتخاب نموده‌ایم. مشاهده می‌شود که در این مورد نیز سد پتانسیل داریم و فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. یعنی تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است. در این صورت نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش  $z$  ارتفاع و عرض سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود.

به دست آوردن مقدار بحرانی میدان الکتریکی به صورت تحلیلی از رابطه‌ی (۲۱.۳) مشکل خواهد بود. نمودارهای (۲.۳) تا (۴.۳) به صورت عددی رسم شده‌اند. با رسم این نمودارها مشاهده شد که حدس این مقدار با روش عددی آسان است. علاوه بر این، در نمودارهای بالا  $b$  مشخص‌کننده‌ی میدان الکتریکی است و عبارتست از:

$$b = \frac{E}{E_c}. \quad (23.3)$$

نتایجی که در این بخش به دست آمد، نتایج جدیدی است که در این تحقیق مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. بنابراین در میدان‌های الکتریکی کوچک، پتانسیل مثبت می‌شود. با این انتخاب فرآیندی به نام تونل‌زنی اتفاق می‌افتد و سد پتانسیل مشاهده می‌شود. همچنین با افزایش  $z$  عرض و ارتفاع سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود و نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. در میدان‌های الکتریکی بزرگ، پتانسیل منفی می‌شود و سد پتانسیل ناپدید می‌شود. بنابراین نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد.

از سوی دیگر میدان الکتریکی بحرانی زمانی اتفاق می‌افتد که پتانسیل در میدان‌های بزرگ صفر می‌شود. هدف این است که این میدان بحرانی را به صورت تحلیلی نیز محاسبه کنیم:

### ۳.۲.۳ محاسبه‌ی میدان الکتریکی بحرانی

در این بخش میدان الکتریکی بحرانی<sup>۷</sup> را محاسبه می‌کنیم. برای به دست آوردن این میدان بحرانی از دو روش می‌توان استفاده نمود. در روش اول از محاسبه‌ی میدان الکتریکی بحرانی به دست آمده در نظریه‌ی ریسمان در فصل اول استفاده نموده و برای هندسه‌ی زمینه‌ی لیفشیتز این محاسبه را انجام خواهیم داد. روش دیگر بر مبنای ریاضیات می‌باشد که روش ساده‌ای است. ابتدا میدان الکتریکی بحرانی را با استفاده از روش اول محاسبه خواهیم نمود. به این منظور از کنش  $DBI$  داریم:

<sup>۷</sup>Critical electric field

$$S = T_3 \int d^4x [-\sqrt{-\det(g_{\mu\nu} - l_s^2 F_{\mu\nu})}] \quad (24.3)$$

لازم به ذکر است که با غوطه‌ور کردن شامه‌ی  $D_3$  در مکان  $r$ ، این شامه چهار بعد فضا زمانی  $x^\mu$  را پر می‌کند. متریک جهان حجم با توجه به متریک لیفشیتز عبارتست از:

$$ds^2 = -L^2 r^2 dz^2 + L^2 r^2 dx_i^2 \quad (25.3)$$

و  $F_{\mu\nu}$  در رابطه‌ی (۲۴.۳)، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & 0 & 0 \\ E_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(۲۶.۳)

که در آن با توجه به روشن کردن میدان الکتریکی در یک جهت، دو جهت دیگر در نظر گرفته نشده‌اند. و همچنین  $g_{\mu\nu}$  به شکل زیر است:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(۲۷.۳)

سپس با قرار دادن دو رابطه‌ی قبل در (۲۴.۳)، به شکل ماتریسی زیر می‌رسیم:

$$g_{\mu\nu} - l_s^2 F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -L^2 r^2 & -2\pi\alpha E & 0 & 0 \\ 2\pi\alpha E & L^2 r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L^2 r^2 \end{pmatrix}$$

(۲۸.۳)

با دترمینان گرفتن از رابطه‌ی بالا داریم:

$$-\det(\mathbf{g}_{\mu\nu} - l_s^2 \mathbf{F}_{\mu\nu}) = -\det \begin{pmatrix} -L^2 r^{2z} & -2\pi\alpha E & 0 & 0 \\ 2\pi\alpha E & L^2 r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L^2 r^2 \end{pmatrix} \quad (29.3)$$

در این صورت دترمینان به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$= L^2 r^{2z} (L^2 r^2)^3 - (-2\pi\alpha E)^2 (L^2 r^2)^2 \quad (30.3)$$

و با توجه به اصل کمینه‌ی کنش داریم:

$$L^2 r^{2z} (L^2 r^2)^3 - (-2\pi\alpha E)^2 (L^2 r^2)^2 = 0 \quad (31.3)$$

سپس میدان الکتریکی بحرانی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_c = \frac{L^2 r_0^{z+1}}{2\pi\alpha} \quad (32.3)$$

اکنون می‌خواهیم میدان الکتریکی بحرانی را بر حسب جرم محاسبه کنیم. به این منظور برای محاسبه‌ی جرم بوزون‌ها، از رابطه‌ی زیر استفاده خواهیم نمود:

$$m = \frac{1}{l_s^2} \int_0^{r_0} dr \sqrt{-\det h_{ab}} = \frac{L^2 r_0}{l_s^2} = \frac{\sqrt{\lambda} r_0^z}{2\pi z} \quad (33.3)$$

که در آن  $h_{ab}$  متریک جهان سطح و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_{ab} = \text{diag}(-L^2 r^{2z}, \frac{L^2}{r^2}) \quad (34.3)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۳۳.۳) به دست می‌آوریم:

$$r_0^{z+1} = \frac{2\pi m z r_0}{\sqrt{\lambda}} \quad (35.3)$$

و قرار دادن آن در رابطه‌ی (۳۲.۳) داریم:

$$E_c = m z r_0 \sqrt{\lambda} \quad (36.3)$$

سپس از رابطه‌ی (۳۵.۳) به دست می‌آوریم که:

$$r_0 = \frac{(2\pi m z)^{1/z}}{\sqrt{\lambda}^{1/z}} \quad (37.3)$$

و با قرار دادن در (۳۶.۳) میدان الکتریکی بحرانی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$E_c = \frac{4m^{3/2}\pi^{1/2}}{\sqrt{\lambda}} \quad (38.3)$$

با توجه به رابطه‌ی به دست آمده، واضح است که میدان الکتریکی بحرانی متناسب با  $m^{3/2}$  است. سپس با استفاده از روش اول که در فصل اول نیز از آن استفاده نمودیم، میدان الکتریکی بحرانی را به دست می‌آوریم. در فصل اول اشاره شد که شکل کلی پتانسیل در حضور میدان الکتریکی در الکترودینامیک کوانتومی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(d) = 2m - Ed - \frac{\alpha}{d} \quad (39.3)$$

با توجه به اینکه در متریک لیفشیتز توان دینامیکی  $z$  را داریم، پتانسیل رابطه‌ی (۳۹.۳) به صورت زیر خواهد شد:

$$V(d) = 2m - Ed - \frac{\beta}{d^z} \quad (40.3)$$

در این رابطه به جای  $\alpha$ ،  $\beta$  را قرار داده‌ایم، زیرا طبق رابطه‌ی زیر  $\alpha$  تغییر می‌کند:

$$\alpha = \frac{4\pi^2\sqrt{\lambda}}{\Gamma^4(1/4)} \quad (41.3)$$

و نقطه‌ای که در آن پتانسیل صفر است، یک نقطه‌ی اکسترم است:

$$V_{max}(d) = 0 \quad (42.3)$$

پس از مشتق‌گیری داریم:

$$-E_c + \frac{\beta z}{d_m^{-z-1}} = 0 \quad (43.3)$$

میدان بحرانی از رابطه‌ی (۴۳.۳) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_c = \beta z d_m^{-z-1} \quad (44.3)$$

اکنون مکانی که پتانسیل در آن صفر است، عبارت است از:

$$d_m^{-z} = \frac{E_c d_m}{\beta z} \quad (45.3)$$

سپس داریم:

$$V(d_m) = 0 \rightarrow 2m - d_m E_c \left(1 + \frac{1}{z}\right) = 0 \quad (46.3)$$

در این صورت داریم:

$$2m = \alpha E_c + \alpha E_c + 2\alpha E_c = 4\alpha E_c \quad (47.3)$$

با توجه به رابطه‌های در نظر گرفته شده، میدان الکتریکی بحرانی حاصل می‌شود:

$$E_c = \frac{2m}{d_m(1 + \frac{1}{z})} \quad (48.3)$$

سپس تساوی زیر را از رابطه‌ی (۴۳.۳) به دست می‌آوریم:

$$d_m = \left(\frac{\beta z}{E_c}\right)^{\frac{1}{z+1}} \quad (49.3)$$

با قرار دادن این رابطه در رابطه‌ی (۴۸.۳) داریم:

$$E_c = \frac{2m(E_c)^{\frac{1}{z+1}}}{(1 + \frac{1}{z})(\beta z)^{\frac{1}{z+1}}} \quad (50.3)$$

اکنون به ازای  $z = 1$  به دست می‌آید که:

$$E_c = \frac{m^2}{\beta} \quad (51.3)$$

و به ازای  $z = 2$  میدان بحرانی برای هندسه‌ی زمینی لیفشیتز به دست می‌آید:

$$E_c = \frac{2(3m)^{3/2}}{\sqrt{\beta}} \quad (52.3)$$

مشاهده می‌شود که از مقایسه‌ی میدان الکتریکی به دست آمده در دو روش اول و دوم، توان‌های  $m$  یکسان می‌باشند.

در این بخش تأثیر خلأ غیر نسبیتی لیفشیتز بر پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک مورد مطالعه قرار گرفت. در میدان‌های الکتریکی کوچک، مشخص شد که در خلأ مورد نظر، شکل کلی پتانسیل عوض نمی‌شود. با افزایش  $z$  مشاهده شد که ارتفاع و عرض سد کوچک‌تر می‌شود، پس می‌توان نتیجه گرفت که نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد. و در میدان‌های بزرگ سد پتانسیل ناپدید می‌شود و نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد. همچنین میدان الکتریکی بحرانی را به روش تحلیلی محاسبه کردیم. با توجه به تغییر جرم، این میدان بحرانی نیز تغییر می‌کند.

### ۳.۳ تحلیل پتانسیل در فضا زمان غیر نسبیتی ابرمقیاس

در این بخش محاسبات اثر شوینگر برای متریک لیفشیتز را به روش مشابه برای خلأ غیر نسبیتی ابرمقیاس<sup>۸</sup> انجام می‌دهیم.

<sup>۸</sup>Hyperscaling



متریک ابرمقیاس عبارتست از:

$$ds^2 = \frac{1}{r^{2\theta/d}} \left( -r^{2z} dt^2 + \frac{dr^2}{r^2} + r^2 d\vec{x}^2 \right) \quad (53.3)$$

که در آن  $\theta$  توان ابرمقیاس و کوچکتر از  $d$ ،  $z$  توان دینامیکی،  $t$  مؤلفه‌ی زمانی،  $x$  مؤلفه‌ی فضایی،  $r$  بعد هولوگرام و  $d$  ابعاد فضا است.

متریک (53.3) تحت

$$t \rightarrow \lambda^z t, r \rightarrow \lambda r, \vec{x} \rightarrow \lambda \vec{x}, ds_{d+2} \rightarrow \lambda^{\frac{d}{2}} ds_{d+2} \quad (54.3)$$

همورداست. از سویی دیگر با اندکی تأمل در می‌یابیم که در  $\theta = 0$ ، محاسبات اثر شویینگر، همان محاسبات متریک لیفشیتز است.

همانطور که برای متریک لیفشیتز فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک را به دست آوردیم، برای متریک ابرمقیاس نیز به همان ترتیب محاسبه را انجام می‌دهیم. با در نظر گرفتن ریسمان  $U$  شکل و استفاده از کنش نامبو گوتو، لاگرانژی را مشابه حالت قبل برای متریک ابرمقیاس به دست می‌آوریم:

$$G_{\circ\circ} = \frac{-r^{2z}}{r^{2\theta/d}}, G_{xx} = \frac{r^2}{r^{2\theta/d}}, G_{rr} = \frac{1}{r^{2+2\theta/d}} \quad (55.3)$$

با استفاده از روابط بالا، لاگرانژی به صورت زیر است:

$$L = \sqrt{(X \cdot X')^2 - X^{\circ 2} X'^2} \quad (56.3)$$

که در آن

$$\begin{cases} X^{\circ} = \frac{\partial X}{\partial t} = (1, 0, 0) \\ X' = \frac{\partial X}{\partial x} = (0, 1, \partial_{\sigma} r) \end{cases} \quad (57.3)$$

بدین صورت تعریف می‌شود.

با استفاده از رابطه‌های (55.3) و (56.3) و (57.3)، شکل کلی لاگرانژی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L = \frac{r^z}{r^{2\theta/d}} \sqrt{r^2 + \frac{1}{r^2} (\partial_{\sigma} r)^2} \quad (58.3)$$

اکنون با محاسبه‌ی لاگرانژی، فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک را به دست می‌آوریم:

### ۱.۳.۳ محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک از آنچه که در بخش قبل گفته شد و پایستگی هامیلتونی استفاده خواهیم کرد. پایستگی هامیلتونی ایجاب می‌کند که:

$$(\partial_{\sigma} r) \frac{\partial l}{\partial (\partial_{\sigma} r)} - L = const. \quad (59.3)$$

با مشتق گرفتن از رابطه‌ی (۵۸.۳)، رابطه‌ی (۵۹.۳) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$(\partial_{\sigma} r) \frac{\partial l}{\partial(\partial_{\sigma} r)} - L = \frac{-r^{z+4}}{r^{2\theta/d} r^2 \sqrt{r^2 + \frac{1}{r^2} (\partial_{\sigma} r)^2}} \quad (۶۰.۳)$$

در  $r = r_c$  جهت ریسمان تغییر می‌کند. بنابراین  $\partial_{\sigma} r = 0$  است. در اینصورت با الهام گرفتن از رابطه‌ی (۶۰.۳) به عبارت زیر می‌رسیم:

$$\frac{-r_c^{z+4}}{r_c^{2\theta/d+2} \sqrt{r_c^2}} = \frac{-r_c^{z+4}}{r_c^{2\theta/d+3}} = \frac{-r_c^{z+1}}{r_c^{2\theta/d}} \quad (۶۱.۳)$$

با برابر قرار دادن دو عبارت (۶۰.۳) و (۶۱.۳) داریم:

$$\frac{-r_c^{z+4}}{r_c^{2\theta/d} r^2 \sqrt{r_c^2 + \frac{1}{r_c^2} (\partial_{\sigma} r)^2}} = \frac{-r_c^{z+1}}{r_c^{2\theta/d}} \quad (۶۲.۳)$$

و با ضرب دو طرف تساوی در یکدیگر خواهیم داشت:

$$r_c^{z+4} r_c^{2\theta/d} = r_c^{z+1} r_c^{2\theta/d} r^2 \sqrt{r_c^2 + \frac{1}{r_c^2} (\partial_{\sigma} r)^2} \quad (۶۳.۳)$$

پس از تقسیم دو طرف رابطه بالا بر  $r_c^{z+1} r_c^{2\theta/d} r^2$  به دست می‌آوریم که:

$$\sqrt{r_c^2 + \frac{1}{r_c^2} (\partial_{\sigma} r)^2} = \frac{r_c^{2\theta/d-z-1}}{r_c^{2\theta/d-z-2}} \quad (۶۴.۳)$$

سپس رابطه‌ی (۶۴.۳) را به توان دو می‌رسانیم:

$$r_c^2 + \frac{1}{r_c^2} (\partial_{\sigma} r)^2 = \frac{r_c^{4\theta/d-2z-2}}{r_c^{4\theta/d-2z-4}} \quad (۶۵.۳)$$

با توجه به رابطه‌ی بالا، رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\partial_{\sigma} r = \frac{dr}{d\sigma} = \sqrt{\frac{r_c^{4\theta/d-2z-2}}{r_c^{4\theta/d-2z-6}} - r_c^4} \quad (۶۶.۳)$$

با ضرب دو طرف تساوی در یکدیگر داریم:

$$dx = d\sigma = \frac{1}{\sqrt{\frac{r_c^{4\theta/d-2z-2}}{r_c^{4\theta/d-2z-6}} - r_c^4}} dr \quad (۶۷.۳)$$

سپس با اندکی ساده سازی به عبارت زیر می‌رسیم:

$$x = 2 \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{1}{\sqrt{\frac{r_c^{4\theta/d-2z-2}}{r_c^{4\theta/d-2z-6}} - r_c^4}} \quad (۶۸.۳)$$

و با قرار دادن  $y = \frac{r}{r_c}, a = \frac{r_c}{r_0}$  در نهایت فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{2}{r_c} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^2 \sqrt{\frac{y^2}{y^{\frac{4\theta}{d}-2z} - 1}}} \quad (۶۹.۳)$$

با قرار دادن  $\theta = 0$  در رابطه‌ی (۶۹.۳) فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک با این فاصله در متریک لیف‌شیتز مساوی است.

پس از به دست آوردن طول جدایی کوارک و پاد کوارک مطابق گام‌های قبل، پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک محاسبه می‌شود:

### ۲.۳.۳ محاسبه‌ی پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک

با استفاده از تعریف زیر که در بخش‌های قبل از آن استفاده شد، پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک را به دست می‌آوریم:

$$f(r_c) = \frac{f^2}{\sqrt{f^2 + g^2 (\partial_\sigma r)^2}}, V_{CP+SE} = 2T_F \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{g(r)f(r)}{\sqrt{f(r)^2 - f(r_c)^2}} \quad (۷۰.۳)$$

و با قرار دادن رابطه‌ی (۵۷.۳) و (۵۵.۳) در (۵۶.۳) داریم:

$$L = \frac{r^z}{r^{2\theta/d}} \sqrt{r^2 + \frac{1}{r^2} (\partial_\sigma r)^2} = \frac{r^z}{r^{2\theta/d}} \sqrt{r^2 + \frac{1}{r^2} \left[ \frac{r_c^{4\theta/d-2z-2}}{r^{4\theta/d-2z-6}} - r^4 \right]} \quad (۷۱.۳)$$

سپس با ساده کردن رابطه‌ی بالا، لاگرانژی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L = \frac{r_c^{2\theta/d-z-1}}{r^{4\theta/d-2z-2}} \quad (۷۲.۳)$$

از طرف دیگر می‌توان  $f(r)$  و  $g(r)$  را از (۵۵.۳) محاسبه نمود:

$$\begin{cases} f(r) = \sqrt{G_{\circ\circ}(r)G_{xx}(r)} = \frac{r^{z+1}}{r^{2\theta/d}} \\ g(r) = \sqrt{G_{\circ\circ}(r)G_{rr}(r)} = \frac{r^{z-1}}{r^{2\theta/d}} \end{cases} \quad (۷۳.۳)$$

از دو رابطه‌ی (۷۰.۳) و (۷۳.۳) عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$f(r_c) = \frac{f^2}{L} = \frac{\frac{r^{2z+2}}{r^{4\theta/d}}}{\frac{r_c^{2\theta/d-z-1}}{r^{4\theta/d-2z-2}}} = \frac{1}{r_c^{2\theta/d-z-1}} \quad (۷۴.۳)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۷۳.۳) و (۷۴.۳) داریم:

$$\sqrt{f(r)^2 - f(r_c)^2} = \sqrt{\frac{r^{2z+2}}{r^{4\theta/d}} - \frac{1}{r_c^{4\theta/d-2z-2}}} = \sqrt{\frac{1}{r^{4\theta/d-2z-2}} - \frac{1}{r_c^{4\theta/d-2z-2}}} \quad (75.3)$$

و با قرار دادن در رابطه‌ی (70.3) پتانسیل را به دست می‌آوریم:

$$V_{CP+SE} = 2T_F \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{r^{2z}}{r^{4\theta/d} \sqrt{\frac{1}{r^{4\theta/d-2z-2}} - \frac{1}{r_c^{4\theta/d-2z-2}}}} \quad (76.3)$$

به همین ترتیب جمع انرژی پتانسیل زوج کوارک و پاد کوارک (PE) و انرژی استاتیکی (SE) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{CP+SE} = \frac{2T_F}{r_c^{\frac{4\theta}{d}-z}} \int_1^{1/a} dy \frac{y^{2z}}{y^{\frac{4\theta}{d}} \sqrt{\frac{y^{2z+2}}{y^{\frac{4\theta}{d}}} - 1}} \quad (77.3)$$

که در آن

$$y = \frac{r}{r_c}, a = \frac{r_0}{r_c}$$

است. جالب است بدانید که در رابطه‌ی (77.3) با قرار دادن  $\theta = 0$  پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک با پتانسیل به دست آمده در متریک لیف‌شیتز مساوی است. سپس با در نظر گرفتن میدان الکتریکی  $E$  در راستای  $x$  و با استفاده از دو رابطه‌ی (69.3) و (77.3)، پتانسیل کل عبارتست از:

$$V_{tot} = V_{CP+SE} - Ex = \frac{2T_F}{r_c^{\frac{4\theta}{d}-z}} \int_1^{1/a} dy \frac{y^{2z}}{y^{\frac{4\theta}{d}} \sqrt{\frac{y^{2z+2}}{y^{\frac{4\theta}{d}}} - 1}} - E \frac{2}{r_c} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^2 \sqrt{\frac{y^2}{y^{\frac{4\theta}{d}-2z}} - 1}} \quad (78.3)$$

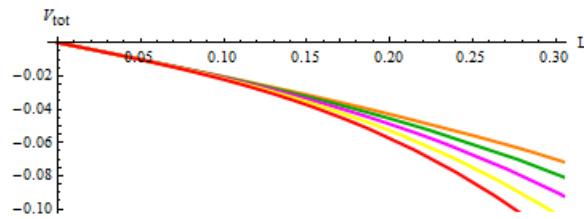
اکنون با تعریف

$$b = \frac{E}{E_c}, E_c = T_F f(r_0)$$

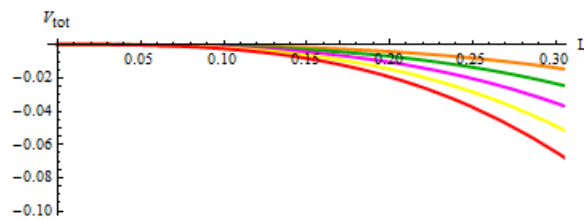
و استفاده از تعریف  $f(r)$ ، شکل کلی پتانسیل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{tot} = \frac{2T_F r_0^z}{r_c^{4\theta/d}} \left[ a^{z-2\theta/d} \int_1^{1/a} dy \frac{y^{2z}}{y^{\frac{4\theta}{d}} \sqrt{\frac{y^{2z+2}}{y^{\frac{4\theta}{d}}} - 1}} - \frac{b}{a} \frac{2}{r_c} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^2 \sqrt{\frac{y^2}{y^{\frac{4\theta}{d}-2z}} - 1}} \right] \quad (79.3)$$

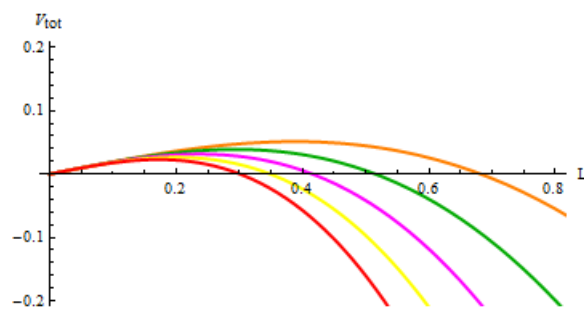
با توجه به پتانسیل حاصل شده در رابطه‌ی (79.3) و فاصله‌ی کوارک و پاد کوارک از رابطه‌ی (69.3)، نمودارهای پتانسیل کل بر حسب فاصله بین کوارک و پاد کوارک را مشابه متریک غیر نسبیتی لیف‌شیتز رسم کرده‌ایم. نمودارها به صورت عددی رسم شده‌اند و میدان الکتریکی بحرانی را به صورت عددی به دست می‌آوریم. در این نمودارها،  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  می‌باشد و در هر یک از آن‌ها میدان الکتریکی در



شکل ۵.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  و  $b = 1/2$  و  $\theta = 2$ .



شکل ۶.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  و  $b = 1$  و  $\theta = 1$ .



شکل ۷.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  و  $b = 0.8$  و  $\theta = 1$ .



شکل ۸.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  و  $b = 0.2$  و  $\theta = 1$ .

نظر گرفته شده، متفاوت است.  $T_{FR} = L^2/r_0 = 1$  در نظر گرفته شده است و  $b$  مشخص کننده‌ی میدان الکتریکی و عبارتست از:

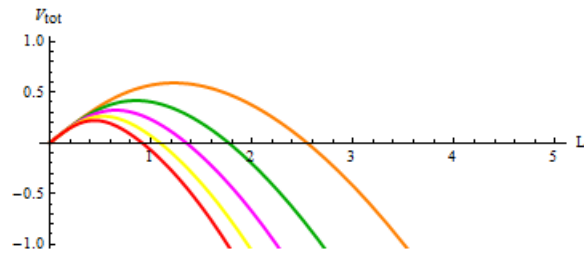
$$b = \frac{E}{E_c}. \quad (۸۰.۳)$$

با توجه به نمودارهای رسم شده در هندسه‌ی زمینه‌ی ابرمقیاس، اگر میدان الکتریکی بزرگ‌تر از یک انتخاب شود، نمودار شکل (۵.۳) را داریم. در این نمودار مقدار میدان الکتریکی انتخاب شده از میدان الکتریکی بحرانی بیشتر و  $b = 1/2$  است. ملاحظه می‌شود که سد پتانسیل ناپدید می‌شود و فرآیند تونل‌زنی اتفاق نمی‌افتد. پس تولید زوج بدون اتفاق افتادن هیچ فرآیندی انجام می‌شود. بنابراین می‌توان گفت نرخ تونل‌زنی (سرعت تولید ذرات) افزایش می‌یابد. این نتیجه با نتیجه‌ی میدان‌های الکتریکی قوی که برای هندسه‌ی زمینه‌ی لیف‌شیتز به دست آمد، یکسان است. در شکل (۶.۳)، میدان الکتریکی برابر با میدان الکتریکی بحرانی است. با این انتخاب، واضح است که وقتی میدان الکتریکی مساوی و بیشتر از میدان بحرانی است، سد پتانسیل ناپدید می‌شود و تولید زوج همراه با فرآیند تونل‌زنی نیست. اگر میدان الکتریکی کمتر از یک انتخاب شود، دو شکل نموداری (۷.۳) و (۸.۳) به دست می‌آید. در شکل (۷.۳)،  $b = 0/8$  می‌باشد. برای این میدان الکتریکی انتخاب شده در این مورد سد پتانسیل مشاهده می‌شود و فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر می‌توان گفت که تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است. در این صورت نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. با توجه به این که نمودار برای  $z$  های مختلف رسم شده است، با افزایش  $z$ ، ارتفاع و عرض سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود.

اگر به همین ترتیب میدان الکتریکی از مقدار بحرانی آن کمتر انتخاب کنیم، مشاهده خواهیم نمود که نتایج به دست آمده تکرار می‌شوند. در شکل (۸.۳)،  $b = 0/2$  است، یعنی میدان الکتریکی را کمتر از شکل (۷.۳) انتخاب نموده‌ایم. مشاهده می‌شود که در این مورد نیز سد پتانسیل داریم و فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. یعنی تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است. در این صورت نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. با افزایش  $z$ ، ارتفاع و عرض سد پتانسیل نیز کوچک‌تر می‌شود.

از طرف دیگر برای بررسی تأثیر  $\theta$ ، نمودارهای (۹.۳) و (۱۰.۳)، برای  $b = 0/2$  در  $z$  های متفاوت رسم کرده‌ایم. مشاهده می‌شود که افزایش  $\theta$  باعث افزایش ارتفاع و عرض سد پتانسیل می‌شود و نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. این نتیجه به وضوح در شکل (۱۱.۳) مشاهده می‌شود. در این نمودار،  $z = 2$ ،  $b = 0/2$  است. نموداری که به صورت خط چین است، برای  $\theta = 0$  می‌باشد. و به همین ترتیب از پایین تا بالا برای  $\theta = 1, 2$  است. دیده می‌شود که با افزایش  $\theta$  خلأ ناپایدار است، اما به طور کامل ناپایدار نمی‌شود.

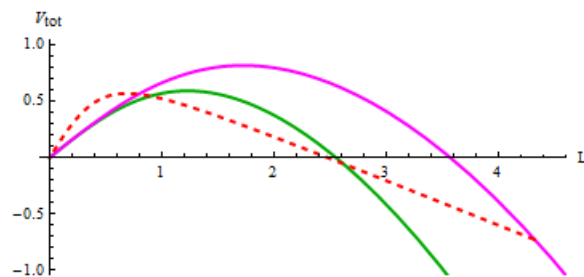
بنابراین به این نتیجه‌ی جالب می‌رسیم که افزایش  $z$ ،  $\theta$  دو نتیجه‌ی متفاوت را رقم می‌زنند. افزایش  $z$ ، سبب کوچک‌تر شدن عرض و ارتفاع سد پتانسیل می‌شود و سرعت تولید ذرات را افزایش می‌دهد. در حالی که با افزایش  $\theta$ ، عرض و ارتفاع سد پتانسیل بزرگ‌تر می‌شود و نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد.



شکل ۹.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  و  $b = 0.2$  و  $\theta = 1$ .



شکل ۱۰.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از بالا تا پایین  $z = 2, 3, 4, 5, 6$  و  $b = 0.2$  و  $\theta = 2$ .



شکل ۱۱.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک. از پایین تا بالا  $\theta = 0, 1, 2$  و  $b = 0.2$  و  $z = 2$ .

در این بخش پتانسیل حاصل از محاسبات اثر شوینگر را در محیط پلازما مورد بررسی قرار می‌دهیم. هدف از تکرار محاسبات و ترسیم نمودارها، مقایسه‌ی آن‌ها با یکدیگر و رسیدن به یک نتیجه‌ی کلی می‌باشد.

### ۴.۳ تحلیل پتانسیل در دمای محدود

به منظور تحلیل پتانسیل در محیطی که در آن دما روشن شده باشد، می‌توان محیط پلازما را در نظر گرفت.

همانطور که اشاره شد، سیاه‌چاله ناحیه‌ای از فضا زمان است که با روشن شدن دما در مرز ایجاد می‌شود. این بدین معناست که روشن شدن دما در مرز  $CFT$ ، معادل در نظر گرفتن سیاه‌چاله در فضای حجم  $AdS$  است. بنابراین به جای انجام محاسبات در پلازما می‌توان از هندسه‌ی مربوط به سیاه‌چاله استفاده نمود.

اکنون محاسبات اثر شوینگر را در دمای محدود در نظر می‌گیریم، یعنی در زمینه‌ی غیر نسبیتی در نظر گرفته شده دما روشن می‌کنیم. متریک  $AdS$  (دو گان گرانشی)، برای یک سیاه‌چاله به صورت زیر داده می‌شود:

$$ds^2 = L^2 \left( -r^{2z} f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{r^2 f(r)} + r^2 d\vec{x}_i^2 \right) \quad (۸۱.۳)$$

که در آن  $r$  بعد هولوگرام،  $x$  مؤلفه‌ی فضایی،  $t$  مؤلفه‌ی زمانی،  $z$  پارامتر دینامیکی و  $L$  شعاع خمش ریسمان است.

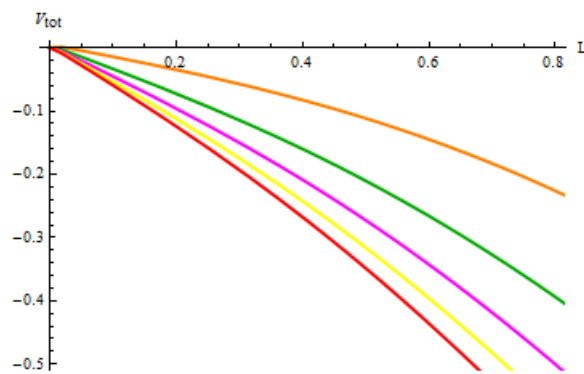
در این بخش نیز همانند دو بخش قبل، محاسبات تکرار می‌شود. اما این بار محیط در نظر گرفته شده، محیط پلازما است. در این صورت فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک عبارتست از:

$$x = \frac{2}{r_0 a} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right) \left(\frac{y^2 \left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right)}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{z+d}} - \frac{1}{y^{2z-2}}\right)}} \quad (۸۲.۳)$$

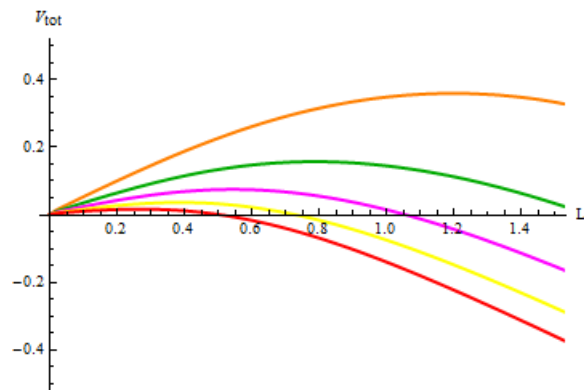
و پتانسیل کل از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود که جزئیات این محاسبات در پیوست (آ) به دست آمده است.

$$V_{tot} = 2 T_F l^z r_0^z \left[ a^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^z \sqrt{\left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right)}}{\sqrt{y^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right) - \left(1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{z+d}\right)}} - \frac{\alpha}{a} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right) \left(\frac{y^2 \left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right)}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{z+d}} - \frac{1}{y^{2z-2}}\right)}} \right] \quad (۸۳.۳)$$

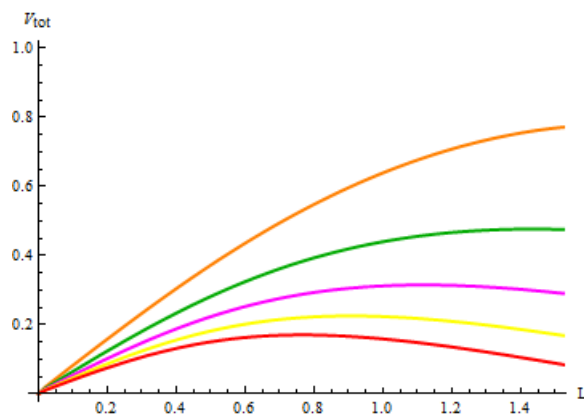




شکل ۱۲.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک برای  $\alpha = 1/2$  و  $b = 0.5$  و از بالا تا پایین  $z = 1, 2, 3, 4, 5$ .



شکل ۱۳.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک برای  $\alpha = 0.5$  و  $b = 0.5$  و از بالا تا پایین  $z = 1, 2, 3, 4, 5$ .



شکل ۱۴.۳: نمودار پتانسیل بر حسب فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک برای  $\alpha = 0.2$  و  $b = 0.5$  و از بالا تا پایین  $z = 1, 2, 3, 4, 5$ .

پس از محاسبه‌ی فاصله و پتانسیل بین کوآرک و پاد کوآرک، نمودارهای پتانسیل کل بر حسب فاصله‌ی بین کوآرک و پاد کوآرک را به طور عددی در  $\alpha$  های متفاوت و با در نظر گرفتن  $b$  ثابت رسم کردیم. در این نمودارها  $b$  نشان دهنده‌ی دما و  $\alpha$  مشخص کننده‌ی میدان الکتریکی است و عبارتست از:

$$\alpha = \frac{E}{E_c} \quad (۸۴.۳)$$

همان طور که اشاره شد،  $b$  ثابت و آن را برابر با  $b = ۰.۵$  در نظر گرفته‌ایم. و نمودارهای مربوط برای مقادیر متفاوت  $\alpha = ۱/۲, ۰/۲, ۰/۸$  در شکل‌های (۱۲.۳) تا (۱۴.۳) رسم کرده‌ایم.

اگر میدان الکتریکی بزرگ‌تر از یک انتخاب شود، نمودار شکل (۱۲.۳) را خواهیم داشت. در این نمودار مقدار میدان الکتریکی انتخاب شده از میدان الکتریکی بحرانی بیشتر و  $\alpha = ۱/۲$  است. ملاحظه می‌شود که سد پتانسیل ناپدید می‌شود و فرآیند تونل‌زنی اتفاق نمی‌افتد. پس تولید زوج بدون اتفاق افتادن هیچ فرآیندی انجام می‌شود. بنابراین می‌توان گفت نرخ تونل‌زنی (سرعت تولید ذرات) افزایش می‌یابد. و اگر میدان الکتریکی کمتر از یک انتخاب شود، دو شکل نموداری را در نظر گرفته‌ایم. در شکل (۱۳.۳)،  $\alpha = ۰.۵$  می‌باشد. در این مورد نیز سد پتانسیل مشاهده می‌شود و فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر می‌توان گفت که تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است. در این صورت نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. با توجه به این که نمودار برای  $z$  های مختلف رسم شده است، با افزایش  $z$ ، ارتفاع و عرض سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود. اگر به همین ترتیب انتخاب میدان الکتریکی از میدان الکتریکی بحرانی کمتر باشد، نتایج به دست آمده تکرار می‌شود. در شکل (۱۴.۳)،  $\alpha = ۰.۲$  را در نظر گرفته‌ایم یعنی میدان الکتریکی را کمتر از شکل (۱۳.۳) انتخاب نموده‌ایم. مشاهده می‌شود که در این مورد نیز سد پتانسیل داریم و فرآیند تونل‌زنی اتفاق می‌افتد. یعنی تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است. در این صورت نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. با افزایش  $z$  ارتفاع و عرض سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود.

با توجه به شکل‌های رسم شده در خلأ و پلاسمای غیر نسبیتی، مشاهده شد که سد پتانسیل برای  $\alpha \geq ۱$  ناپدید می‌شود. در این حالت مشابه بخش‌های قبل می‌توان گفت که تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه نیست و نرخ تونل‌زنی نیز افزایش می‌یابد. اما اگر مقادیری که برای  $\alpha$  در نظر گرفته می‌شود، به صورت  $\alpha < ۱$  باشد، در این حالت نیز مشابه نتایج بخش‌های قبل سد پتانسیل مشاهده می‌شود. زمانی که سد پتانسیل داریم، فرآیند تونل‌زنی اتفاق افتاده و تولید زوج همراه تونل‌زنی خواهد بود. از سوی دیگر نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. با توجه به افزایش  $z$ ، در  $\alpha < ۱$  مشخص است که ارتفاع و عرض سد پتانسیل کوچک‌تر می‌شود. و از طرف دیگر می‌توان گفت که نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد.



# فصل ۴

## نتیجه گیری

در این پایان نامه فرآیند تولید زوج ذره و پاد ذره در حضور میدان الکتریکی خارجی ثابت، تحت عنوان اثر شوینگر غیر نسبیتی را با استفاده از تناظر  $AdS/CFT$  مورد بحث و بررسی قرار دادیم. با توجه به این که به تازگی تعمیم دوگانی  $AdS/CFT$  به سیستم‌هایی که غیر نسبیتی هستند بسیار مورد توجه قرار گرفته است، علاوه بر مطالعه نسبیتی این اثر، به مطالعه پدیده شوینگر غیر نسبیتی نیز پرداخته شد. با توجه به این مهم، فضای در نظر گرفته شده را به فضای غیر نسبیتی تغییر می‌دهیم. تأثیر خلأ و پلاسمای غیر نسبیتی بر پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک مورد بحث و بررسی قرار گرفت. مشخص شد که در خلأ و پلاسمای مورد نظر، شکل کلی پتانسیل عوض نمی‌شود. با افزایش  $z$ ، ارتفاع و عرض سد کوچک‌تر می‌شوند، پس نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد. همچنین با بررسی رفتار  $\theta$  در خلأ غیر نسبیتی ابرمقیاس، نتیجه‌ای جالب به دست آمد که در مقایسه با رفتار  $z$  متفاوت بود. در این خلأ با افزایش  $\theta$ ، عرض و ارتفاع سد پتانسیل بزرگ می‌شود و نرخ تونل‌زنی کاهش می‌یابد. از طرف دیگر این نتایج در مقایسه با خلأ نسبیتی که در فصل دوم مطالعه شد، نشان دهنده این است که تأثیر خلأ نسبیتی و غیر نسبیتی بر پتانسیل بین یک کوارک و پاد کوارک در حضور میدان الکتریکی یکسان است. پس از بررسی اثرات خلأ و پلاسمای غیر نسبیتی، تأثیر دما بر پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک را با در نظر گرفتن میدان الکتریکی بررسی کردیم. در این مورد نیز همانند پلاسمای نسبیتی که در فصل دوم مطالعه شد، مشاهده شد که در میدان‌های الکتریکی کوچک، فرآیندی به نام تونل‌زنی اتفاق می‌افتد و سد پتانسیل دیده می‌شود. علاوه بر این نرخ تولید زوج کاهش می‌یابد و تولید زوج با فرآیند تونل‌زنی همراه است و در میدان‌های بزرگ، سد پتانسیل ناپدید می‌شود و نرخ تونل‌زنی افزایش می‌یابد. از طرف دیگر با بررسی و مقایسه میدان الکتریکی بحرانی به دست آمده از نظریه ریسمان و در هندسه زمینه لیف‌شیتز، به این نتیجه رسیدیم که مقدار میدان الکتریکی بحرانی در زمینه نسبیتی با میدان بحرانی در زمینه غیر نسبیتی متفاوت است و جرم‌ها به یک اندازه تغییر نمی‌کنند.

# آ پیوست

محاسبه‌ی فاصله و پتانسیل زوج کوارک و پاد  
کوارک در دمای محدود

دوگان کوارک و پاد کوارک تولید شده در خلأ ریسمان بازی است که ابتدا و انتهای آن کوارک و پاد کوارک قرار دارند و ریسمان در فضا زمان به شکل  $U$  گسترش یافته است. مختصات فضا زمانی ده بعدی که ریسمان در آن قرار دارد به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$X^\mu = (t = \tau, x = \sigma, r = r(\sigma)) \quad (1. \bar{A})$$

در این رابطه از پیمانه‌ی ایستا استفاده شده است و  $\tau$  و  $\sigma$  پارامترهای جهان سطح ریسمان هستند. کنش ریسمان با کنش نامبو گوتو داده می‌شود:

$$S = T_F \int d\sigma \int d\tau L \quad (2. \bar{A})$$

همان طور که قبلاً گفته شد طبق تناظر  $AdS/CFT$  اگر در مرز دما معرفی شود بایستی در فضای حجم، سیاه‌چاله داشته باشیم. آنگاه به متریک (بالا)، تابع متریک  $f(r)$  اضافه می‌شود که به صورت:

$$f(r) = 1 - \left(\frac{r_+}{r}\right)^{z+d}. \quad (3. \bar{A})$$

است. افق سیاه‌چاله  $r_+$  می‌باشد که متناسب با دمای  $(r_+ \propto T)$  نظریه میدان در مرز است. و  $d$  نیز ابعاد فضا است. مختصات  $(i = 1, 2, 3)$  بر راستای فضا زمانی در چهار بعد دلالت می‌کند و با یک مقدار ثابت مختصه‌ی شعاعی  $r$  توصیف می‌شود. افق در  $r = r_+$  قرار گرفته است و دمای سیاه‌چاله به صورت

$$T_H = \frac{(z+d)r_+^z}{4\pi} \quad (4. \bar{A})$$

می‌باشد. با توجه به کنش نامبو گوتو لاگرانژی عبارتست از:

$$L = \sqrt{(X \cdot X')^2 - X^2 X'^2} \quad (5. \bar{A})$$

همچنین با توجه به هندسه‌ی زمینه‌ی سیاه‌چاله داریم:

$$G_{\sigma\sigma} = -l^2 r^{2z} f(r), G_{xx} = l^2 r^2, G_{rr} = \frac{l^2}{r^2 f(r)} \quad (6. \bar{A})$$

با استفاده از رابطه‌های (۵۷.۳) و (۵.آ) و (۶.آ) لاگرانژی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L = l^2 \sqrt{r^{2z+2} f(r) + r^{2z-2} (\partial_\sigma r)^2} \quad (7. \bar{A})$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۳.آ) لاگرانژی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$L = L^2 \sqrt{r^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_+}{r}\right)^{z+d}\right) + r^{2z-2} \left(\frac{dr}{d\sigma}\right)^2} \quad (8. \bar{A})$$

با استفاده از این لاگرانژی، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک را به دست می‌آوریم:

## ۱۰.۰. محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک

با در نظر گرفتن پایستگی هامیلتونی و لاگرائژی به دست آمده، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک محاسبه می‌شود:

$$(\partial_{\sigma} r) \frac{\partial l}{\partial(\partial_{\sigma} r)} - L = - \frac{L^{\frac{1}{2}} r^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)}{\sqrt{L^{\frac{1}{2}} r^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right) + L^{\frac{1}{2}} r^{2z-2} \left(\frac{dr}{d\sigma}\right)^2}} = const. \quad (9. \bar{A})$$

در

$$r = r_c, \partial_{\sigma} r = 0 \quad (10. \bar{A})$$

جهت ریسمان تغییر می‌کند و عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{-L^{\frac{1}{2}} r_c^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)}{\sqrt{r_c^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)}} = const. \quad (11. \bar{A})$$

با مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی (۹.آ) و (۱۱.آ) و به توان دوم رساندن آن، رابطه‌ی متفاوت به دست می‌آید که عبارت است از:

$$\frac{dr}{d\sigma} = r^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right) \left(\frac{r^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)}{r_c^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)}\right) - \frac{1}{r^{2z-2}}} \quad (12. \bar{A})$$

با استفاده از معادله‌ی متفاوت (۱۲.آ) و شرایط مرزی (۱۰.آ)، فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک به دست می‌آید:

$$x = 2 \int_{r_c}^{r_o} \frac{dr}{r^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right) \left(\frac{r^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)}{r_c^{2z+2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)}\right) - \frac{1}{r^{2z-2}}}} \quad (13. \bar{A})$$

با قرار دادن  $y = r/r_c$  و ساده کردن آن داریم:

$$x = \frac{2}{r_c} \int_1^{r_o/r_c} \frac{dy}{y^{z+1} \sqrt{\left[\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c y}\right)^{z+d}\right) \left(\frac{y^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c y}\right)^{z+d}\right)}{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)}\right) - \frac{1}{y^{2z-2}}\right]}} \quad (14. \bar{A})$$

اکنون تعریف می‌کنیم:

$$b = \frac{r_{\pm}}{r_o}, a = \frac{r_c}{r_o} \quad (15. \bar{A})$$

و شکل کلی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک عبارتست از:

$$x = \frac{2}{r_o a} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right) \left(\frac{y^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(\frac{b}{ay}\right)^{z+d}\right)}{\left(1 - \left(\frac{b}{a}\right)^{z+d}\right)}\right) - \frac{1}{y^{2z-2}}}} \quad (16. \bar{A})$$

پس از محاسبه‌ی فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک، پتانسیل بین آن‌ها را نیز محاسبه می‌کنیم:



## آ.۲۰. محاسبه‌ی پتانسیل بین کوآرک و پاد کوآرک

مطابق بخش‌های قبل، با توجه به رابطه‌ی (آ.۳) و (آ.۱۲)، لاگرانژی به صورت

$$L = \frac{l^{\nu} r^{\nu z + 2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)}{r_c^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)}} \quad (17. \bar{A})$$

به دست آورده تا آن را در رابطه‌ی زیر قرار دهیم:

$$f(r_c) = \frac{f^{\nu}}{\sqrt{f^{\nu} + g^{\nu} (\partial_{\sigma} r)^{\nu}}}, V_{CP+SE} = \nu T_F \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{g(r) f(r)}{\sqrt{f(r)^{\nu} - f(r_c)^{\nu}}} \quad (18. \bar{A})$$

از طرف دیگر

$$f(r) = l^{\nu} r^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)} f^{\nu} = l^{\nu} r^{\nu z + 2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right) \quad (19. \bar{A})$$

در این صورت  $f(r_c)$  به دست می‌آید:

$$f(r_c) = l^{\nu} r_c^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)} \quad (20. \bar{A})$$

سپس برای به دست آوردن پتانسیل، ابتدا عبارت رادیکالی زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt{f(r)^{\nu} - f(r_c)^{\nu}} = l^{\nu} \sqrt{r^{\nu z + 2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right) - r_c^{\nu z + 2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)} \quad (21. \bar{A})$$

با تعریف

$$g(r) = l^{\nu} r^{z-1}, f(r) = l^{\nu} r^{z+1} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)} \quad (22. \bar{A})$$

عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$g(r) f(r) = l^{\nu} r^{\nu z} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)} \quad (23. \bar{A})$$

و با توجه به رابطه‌هایی که در بالا محاسبه شد پتانسیل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_{CP+SE} = \nu T_F \int_{r_c}^{r_0} dr \frac{l^{\nu} r^{\nu z} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right)}}{\sqrt{r^{\nu z + 2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r}\right)^{z+d}\right) - r_c^{\nu z + 2} \left(1 - \left(\frac{r_{\pm}}{r_c}\right)^{z+d}\right)}} \quad (24. \bar{A})$$

با در نظر گرفتن  $b = \frac{r_{\pm}}{r_0}$  و  $a = \frac{r_c}{r_0}$  و جمع انرژی پتانسیل زوج کوآرک و پاد کوآرک (PE) و انرژی استاتیکی (SE) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$V_{CP+SE} = \nu T_F L^{\nu} r_c^z a^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^{\nu z} \sqrt{\left(1 - (b/ay)^{z+d}\right)}}{\sqrt{y^{\nu z + 2} \left(1 - (b/ay)^{z+d}\right) - \left(1 - (b/a)^{z+d}\right)}} \quad (25. \bar{A})$$

و پتانسیل کل با توجه به فاصله‌ی بین کوارک و پاد کوارک و جمع انرژی پتانسیل ( $PE$ ) و انرژی استاتیکی ( $SE$ ) به صورت:

$$V_{tot} = V_{CP+SE} - Ex \quad (26.آ)$$

با قرار دادن رابطه‌های (۱۶.آ) و (۲۵.آ) در رابطه‌ی (۲۶.آ) پتانسیل کل به صورت زیر خواهد شد:

$$V_{tot} = 2T_F L^2 r_0^z a^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^z \sqrt{(1 - (b/ay)^{z+d})}}{\sqrt{y^{2z+2} (1 - (b/ay)^{z+d}) - (1 - (b/a)^{z+d})}} - E \left[ \frac{2}{r_0 a} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^{z+1} \sqrt{(1 - (b/ay)^{z+d}) \left( \frac{y^z (1 - (b/ay)^{z+d})}{1 - (b/a)^{z+d}} - \frac{1}{y^{2z-2}} \right)}} \right] \quad (27.آ)$$

در رابطه‌ی به دست آمده،  $E_c$  متناظر با میدان الکتریکی به دست آمده از کنش  $DBI$  است و با توجه به مرجع [۱۲] به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_c = T_F f(r_0) \quad (28.آ)$$

و با استفاده از رابطه‌ی (۲۲.آ)، میدان الکتریکی بحرانی عبارت است از:

$$E_c = T_F l^2 r_0^{z+1} \sqrt{(1 - (\frac{r_+}{r_c})^{z+d})} \quad (29.آ)$$

پس از محاسبه‌ی میدان الکتریکی می‌توان پتانسیل کل را بر حسب  $\alpha$  نوشت. با در نظر گرفتن  $b = \frac{r_+}{r_0}$  و  $a = \frac{r_c}{r_0}$  پتانسیل کل به صورت زیر کاهش می‌یابد:

$$V_{tot} = 2T_F l^2 r_0^z [a^z \int_1^{1/a} dy \frac{y^z \sqrt{(1 - (b/ay)^{z+d})}}{\sqrt{y^{2z+2} (1 - (b/ay)^{z+d}) - (1 - (b/a)^{z+d})}} - \frac{\alpha}{a} \int_1^{1/a} \frac{dy}{y^{z+1} \sqrt{(1 - (b/ay)^{z+d}) \left( \frac{y^z (1 - (b/ay)^{z+d})}{1 - (b/a)^{z+d}} - \frac{1}{y^{2z-2}} \right)}}] \quad (30.آ)$$

## مراجع

- [1] A.V. Ramallo, *Introduction to the AdS/CFT correspondence*, Springer Proc.Phys. 161 (2015) 411-474, [arxiv:1310.4319v3 [hep-th]].
- [۲] عابدینی، ح، (۱۳۹۱)، پایان نامه ارشد، مطالعه‌ی حرکت شتابدار کوآرک سنگین در پلاسمای کوآرک گلوئون، فیزیک، دانشگاه شاهرود.
- [۳] زاهدی، ه، (۱۳۹۲)، پایان نامه ارشد، مطالعه‌ی تابش کوآرک سنگین با استفاده از AdS/CFT
- [۴] برزه کار، ح، (۱۳۹۱)، پایان نامه ارشد، مطالعه ریسمان باز در میدان زمینه غیر نسبیتی، فیزیک، دانشگاه شاهرود.
- [۵] گریفیث، دیوید جفری، ”مقدمه ای بر ذرات بنیادی”، ترجمه حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر، تهران: مرکز نشر دانشگاهی، (۱۳۸۵).
- [6] k. Hashimoto and T. Oka, *Vacuum Instability in Electric Field via AdS/CFT: Euler-Heisenberg Lagrangian and Planckian Thermalization*, JHEP 1310 (2013) 116, [arxiv:1307.7423v2 [hep-th]].
- [7] G. W. Semenoff K. Zarembo, *Holographic Schwinger Effect*, Phys. Rev. 107 (2011) 171601, [arxiv:1109.2920v1 [hep-th]].
- [8] J. S. Schwinger, Phys. Rev. 82, 664 (1951).
- [9] I. K. Affleck, O. Alvarez and N. S. Manton, Nucl. Phys. B 197, 509 (1982).
- [10] Y. Sato and K. Yoshida, *Holographic description of the Schwinger effect in electric and magnetic fields*, JHEP 04 (2013) 111, [arxiv:1303.0112v2 [hep-th]].
- [11] Y. Sato and K. Yoshida, *Potential Analysis in Holographic Schwinger Effect*, JHEP 02 (2013) 002, [arxiv:1304.7917v3 [hep-th]].

- [12] Y. Sato and K. Yoshida, *Universal aspects of holographic Schwinger effect in general backgrounds*, JHEP 1312 (2013) 051, [arxiv:1309.4629v2 [hep-th]].
- [13] M. Alishahiha and H. Yavartanoo, *On Holography with Hyperscaling Violation*, JHEP 1211 (2012) 034, [arxiv:1208.6197v2 [hep-th]] . .
- [۱۴] عظیم فرد، ا، (۱۳۹۰)، پایان نامه ارشد، مطالعه ی پتانسیل کوارک-پاد کوارک با استفاده از همسانی، فیزیک، دانشگاه شاهرود.

## **Aabstract**

Resently the AdS/CFT correspondence has been generalized to the description of some non-relativistic strongly coupled systems. In this research, studied Schwinger Effect in non-relativistic vacuum and analyze electrostatic potentials by using AdS/CFT and utilized the string theory and AdS/CFT correspondence. Such computing , significantly help us to understanding the using vest implementation of AdS/CFT correspondence. For this purpose the open string in the non-relativistic background be considered. Dual of this problem, is the quark and anti quark in the non-relativistic vacuum space with zero temperature . For studing Schwinger Effect in non-relativistic vacuum, We consider Lifshits and HyperScaling metrics in which there is the dynamics parameter  $z$  in the Lifshitz geometry and we find that if it increases, then width and hight of barrier potential decrease. In HyperScaling metric, there is another parameter, HyperScaling , that if it increases, then width and hight of barrier potential increase. Then the resulting critical-field completely agrees with the DBI result. We also finit-temprature case and the temperature-dependent critical-field also agrees with the DBI result.



Shahrood University  
Faculty Of physics

Dissertation Submitted in Partial  
Fulfillment of The Requirements For The  
Degree of Master of Science in  
Particle Physics

# **Schwinger Effect From AdS/CFT Duality**

Supervisor

**Dr. k. Bitaghsir Fadafan**

Advisor

**Dr. M. Ali-Akbari**

by

**Fateme Saiedi**

February 2015