

صلى الله عليه وسلم



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

گروه هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد

محاسبه توزیع مکانی دز گامای چشمه ^{192}Ir در ابعاد میلی، میکرون و نانو متر
در آب، به روش مونت کارلو

دانشجو: اکرم شرفی تخمدل

استاد راهنما:

دکتر حسین توکلی عنبران

بهمن ۱۳۹۱

تقدیم به او که اگر جذب می‌گمکاش، آرامش کلامش و مهربانی بی‌دینش نمی‌بود. دستان خالی ام امروزه پیشکش
نداشت تا نثار حسنی‌هایش کنم.

تقدیم و تقدیم به بزرگی و صلابت، مادرم

تقدیم به او که با سنگیابی‌اش و بایاری‌هایش همواره پشتیبانم بوده است.

تقدیم به مهربانی‌هایت، هم‌مصرم

تقدیر و تشکر:

بر خود لازم می‌دانم که از زحمات بی‌دریغ و راهنمایی‌های مفید استاد گران قدرم جناب آقای دکتر توکل صبران که

پیمودن این راه جز بیاوری‌های ایشان امکان پذیر نبود، نهایت تشکر و قدردانی را داشته باشم.

همچنین از اساتید گرامی، جناب آقای دکتر قلعه و جناب آقای دکتر سوهانی سپاسگذارم که قبول زحمت نموده و داوری و

بازخوانی این کار را بر عهده گرفتند.

از خواهر عزیزم حوریه شرفی سپاسگذارم که نه فقط در انجام این کار بلکه در تمامی مراحل زندگی همراه و یاور من بوده‌اند.

در نهایت از دوستانم، لیلا احمدی، رویا دانایی، الهام علیدینی‌نیا، طیبه شارق، مهرانگیس مرادی، زهرا محمدیان و شاق قزلو

که در این دوره از تحصیل همراه و یاور من بوده‌اند سپاسگذارم.

چکیده

مقدار انرژی ذخیره شده در واحد جرم یک ماده به عوامل متفاوتی از قبیل نوع ترکیب سازنده آن ماده، انرژی پرتوها، نحوه پرتودهی، مدت زمان پرتودهی و ابعاد ناحیه پرتو دیده بستگی دارد. یکی از پارامترهای بسیار مهم که علاوه بر موارد بیان شده دارای اهمیت بسیار بالایی است، بدست آوردن این مقدار انرژی در ابعاد میلی، میکرو و نانو متر می باشد که کاربرد بسیار زیاد در پزشکی و محافظت در برابر پرتوها دارد. دزیمتری در ابعاد کوچک را میکرو دزیمتری می نامند. در میکرو دزیمتری به بررسی توزیع دز به جا گذاشته در ماده حاصل از تابش مشخص با توجه به تک رخدادها می پردازند. در واقع با توجه به حجم کم محیط مورد بررسی می توان فرض کرد که دز به جا گذاشته حاصل تنها یک اندرکنش است. بنابراین برای میکرو دزیمتری باید تکنیک های متفاوتی در نظر گرفته شود، و کمیات جدیدی معرفی شود. که در این کار با استفاده از شبیه سازی به روش مونت کارلو به بررسی کمیات میکرو دزیمتری از جمله توزیع دز پرداخته ایم.

از آنجایی که دو سوم بدن انسان از آب تشکیل شده و از نظر چگالی نزدیک به چگالی بافت بدن است، آب همواره به عنوان یکی از مواد مورد بررسی برای دزیمتری بوده است. لذا در این کار تابع توزیع دز گامای حاصل از چشمه ^{192}Ir در آب با ابعاد گفته شده را محاسبه نموده و تأثیر ابعاد بر روی این توزیع و دز بدست آمده از آن را بررسی نموده ایم. دریافتیم که با افزایش ابعاد تابع توزیع دز به طور مشخص تغییر می نماید و دز به جای گذاشته کاهش می یابد.

همچنین دز بدست آمده را با نتیجه ی حاصل از کد MCNP مقایسه نمودیم و دریافتیم که نتایج حاصل از MCNP برای ابعاد کوچک قابل اطمینان نخواهد بود. در واقع با توجه به عدم کارایی کد MCNP در ابعاد کوچک، نمی توان از این کد برای شبیه سازی میکرو دزیمتری بهره برد. چون در

MCNP تالی‌ها یا نتایج بصورت میانگین‌گیری شده بدست می‌آیند. به همین دلیل MCNP نمی‌تواند تک رخداد در نظر بگیرد، و از آنجایی که در میکرو دزیمتری با تک رخدادها روبرو هستیم MCNP کد مناسبی برای شبیه‌سازی میکرو دزیمتری نمی‌باشد. لذا در این اقدام به نوشتن یک کد مونت کارلو برای بدست آوردن توزیع دز تک‌رخداد نموده‌ایم.

در نهایت تأثیر انرژی و ابعاد، بر تابع توزیع دز را بررسی نمودیم. نتایج حاصل نشان داد که تابع توزیع دز دارای یک مقدار بیشینه است که ناشی از مقدار بیشینه‌ی نسبت انرژی به جا گذاشته شده به برد الکترون می‌باشد. علاوه بر آن بسته به برد الکترون قله‌های مشخصی در نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی مشاهده می‌شود که مربوط به الکترون‌های حاصل از اندرکنش‌های کامپتون و فوتوالکتریک می‌باشند.

با افزایش انرژی تابع توزیع دز به سمت انرژی‌های خطی کوچکتر جابه‌جا می‌شود که این روند تغییرات با کار دیگران مطابقت خوبی داشت. اما با تغییر ابعاد حجم مورد بررسی، بسته به اینکه برد الکترون از قطر حجم مورد نظر کوچکتر و یا بزرگتر است، تابع توزیع دز به ترتیب به سمت انرژی‌های خطی بزرگ جابه‌جا شده و یا ثابت می‌ماند.

فهرست مطالب

فصل اول آشنایی با دزیمتری و میکرو دزیمتری

۱-۱	دزیمتری	۲
۱-۱-۱	دز ناشی از ذرات باردار	۴
۱-۱-۲	دز ناشی از فوتون	۵
۱-۱-۳	دز ناشی از نوترون	۵
۲	میکرو دزیمتری	۶
۱-۲-۱	بیولوژی	۶
۱-۲-۲	میکروالکترونیک	۷
۱-۲-۳	شیمی تابش	۷
۱-۲-۴	ترمولومینسانس	۸
۱-۲-۲-۱	انرژی مخصوص	۸
۱-۲-۲-۲	انرژی خطی	۹
۱-۲-۲-۳	توزیع انرژی خطی	۱۰
۱-۲-۲-۴	توزیع انرژی مخصوص	۱۱
۱-۲-۲-۵	دز جذبی	۱۲
۱-۲-۲-۶	میانگین دز و فرکانس	۱۲

فصل دوم اندرکنش‌های تابش با ماده

مقدمه	۱۵
۱-۲ اندرکنش‌های فوتون	۱۵
۱-۲-۱ پدیده ی کامپتون	۱۷
۱-۲-۱-۱ توزیع زاویه‌ای فوتون پراکنده شده و الکترون پس زده	۲۰
۱-۲-۲ پدیده‌ی فوتوالکتریک	۲۳
۱-۲-۱-۲ توزیع زاویه‌ای فوتوالکتریک‌ها	۲۳

- ۲۵.....۲-۲-۱-۲ ضریب تضعیف خطی و جرمی.....
- ۲۶.....۳-۱-۲ تولید زوج.....
- ۲۷.....۱-۳-۱-۲ ضریب تضعیف خطی و جرمی.....
- ۲۸.....۴-۱-۲ ضریب تضعیف کل.....
- ۲۹.....۵-۱-۲ پویش آزاد میانگین.....
- ۳۱.....۲-۲ اندرکنش الکترون با ماده.....
- ۳۱.....۱-۲-۲ اتلاف انرژی ذرات باردار.....
- ۳۲.....۱-۱-۲-۲ برخورد ناکشسان با الکترون‌های اتمی.....
- ۳۲.....۲-۱-۲-۲ تابش ترمزی.....
- ۳۳.....۲-۲-۲ توان توقف.....
- ۳۴.....۱-۲-۲-۲ توان توقف ناشی از یونش و برانگیزش.....
- ۳۵.....۲-۲-۲-۲ توان توقف ناشی از گسیل تابش ترمزی.....
- ۳۶.....۳-۲-۲ برد الکترون در ماده.....

فصل سوم آشنایی با شبیه‌سازی مونت کالو کد MCNP

- ۳۸.....مقدمه.....
- ۳۹.....۱-۳ روش شبیه‌سازی مونت کارلو.....
- ۳۹.....۱-۱-۳ میانگین‌ها و عدم قطعیت‌های آماری.....
- ۴۰.....۲-۱-۳ کاهش واریانس در مونت کارلو.....
- ۴۱.....۱-۲-۱-۳ برخورد اجباری.....
- ۴۱.....۳-۱-۳ روش‌های نمونه‌گیری تصادفی.....
- ۴۲.....۱-۳-۱-۳ روش تبدیل معکوس.....
- ۴۲.....۲-۳-۱-۳ روش حذفی(ردی).....
- ۴۳.....۲-۳ کد شبیه‌سازی مونت کارلوی MCNP.....
- ۴۴.....۱-۲-۳ کارت سلول (cellcard).....

- ۴۴..... کارت سطح ۲-۲-۳
- ۴۵..... کارت داده ۳-۲-۳
- ۴۵..... کارت تعیین نوع مسئله (MODE card) ۱-۳-۲-۳
- ۴۷..... کارت مشخصات چشمه (SDEF Card) ۲-۳-۲-۳
- ۴۷..... کارت تالی (Tally card) ۳-۳-۲-۳
- ۴۸..... کارت ماده (Mncard) ۴-۳-۲-۳
- ۴۹..... پایان یا قطع برنامه ۴-۲-۳
- ۴۹..... چگونگی تعریف هندسه مسائل ۵-۲-۳
- ۴۹..... چگونگی تعریف صفحه‌ها ۱-۵-۲-۳
- ۴۹..... چگونگی تعریف سلول‌ها ۲-۵-۲-۳
- ۵۲..... تخمین خطا در MCNP ۶-۲-۳
- ۵۳..... تکنیک‌های کاهش واریانس ۷-۲-۳

فصل چهارم شبیه سازی

- ۵۶..... بدست آوردن برد الکترون در آب ۱-۴
- ۵۶..... بدست آوردن برد با استفاده از توان توقف ۱-۱-۴
- ۵۹..... روش درون‌یابی ۱-۱-۱-۴
- ۶۲..... بدست آوردن برد با استفاده از فرمول نیمه تجربی ۲-۱-۴
- ۶۷..... شبیه سازی مسئله ۲-۴
- ۶۹..... هندسه ی مسئله ۱-۲-۴
- ۷۲..... جهت فوتون ورودی ۲-۲-۴
- ۷۳..... یافتن محل اندرکنش ۳-۲-۴
- ۷۵..... نوع اندرکنش ۴-۲-۴
- ۷۶..... جهت الکترون پراکنده شده ۵-۲-۴
- ۷۶..... جهت الکترون پراکنده شده در پدیده‌ی فوتوالکتریک ۱-۵-۲-۴

۷۸ ۲-۵-۲-۴ جهت الکترون پراکنده شده در پدیده‌ی کامپتون
۷۹ ۱-۶-۲-۴ انرژی جنبشی فوتوالکترون ها
۸۱ ۲-۶-۲-۴ انرژی جنبشی الکترون‌های کامپتون
۸۱ ۷-۲-۴ محاسبه‌ی مقدار انرژی خطی γ
۸۳ ۸-۲-۴ بدست آورد تابع توزیع $f\gamma$
۸۳ ۹-۲-۴ خطای محاسبات

فصل پنجم نتایج

۸۸ ۱-۵ تاثیر ابعاد بر تابع توزیع دز
۱۰۲ ۳-۵ مقایسه با کار دیگران
۱۰۴ ۴-۵ قطع انرژی
۱۰۵ ۵-۵ تأثیر برد الکترون بر نتایج بدست آمده
۱۰۶ ۶-۵ محاسبه‌ی دز جذبی
۱۰۹ نتیجه گیری
۱۱۰ منابع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: دو نمایش متفاوت برای تابع توزیع انرژی خطی ۱۱
- شکل ۱-۲: اندرکنش کامپتون ۱۷
- شکل ۲-۳: نمودار توزیع زاویه‌های فوتوالکترونها برای انرژیهای ۰.۰۲۰۲، ۰.۰۹۱۸، ۰.۳۷۶، ۰.۵۱۱، ۱.۳۰ و ۲.۲۶ MeV ۲۴
- شکل ۲-۴: نمودار ضریب تضعیف خطی فوتوالکتریک بر حسب انرژی در آب ۲۶
- شکل ۲-۵: نمودار ضریب تضعیف خطی تولید زوج بر حسب انرژی در آب ۲۷
- شکل ۲-۶: نمودار تضعیف خطی کل بر حسب انرژی برای عناصر آهن، آلومینیوم، سرب، کربن، کلسیم، مس ۲۹
- ۳۰ ۳۰
- شکل ۲-۷: نمودار پویش آزاد میانگین بر حسب انرژی در آب ۳۰
- شکل ۲-۸: نمودار توان توقف بر حسب انرژی برای الکترون در آب ۳۵
- شکل ۲-۱۰: نمودار تغییرات برد الکترون بر حسب انرژی در آب ۳۶
- شکل ۴-۱: نمودار توان توقف الکترون بر حسب انرژی در آب برای انرژی اولیه ۵۸
- شکل ۴-۲: نمودار برد الکترون در آب برای انرژی تا 1MeV ۶۱
- شکل ۴-۳: نمودار برد الکترون با استفاده از فرمول نیمه تجربی در آب برای انرژی تا ۶۵
- شکل ۴-۴: مقایسه نمودار برد الکترون بدست آمده از فرمول نیمه تجربی و رابطه‌ی (۴-۴) در انرژیهای پایین ۶۶
- شکل ۴-۶: هندسه ی کلی مسئله ۶۸
- شکل ۴-۷: دو دستگاه مختصات پریمدار و بدون پریم ۷۰
- شکل ۵-۱: نمودار مقدار ER بر حسب انرژی در آب ۸۷

شکل ۲-۵: نمودار توزیع دز و تابع توزیع انرژی خطی بر حسب انرژی خطی برای کره‌ای با قطر $1\mu m$ در انرژی $8.91 keV$ ۸۸

شکل ۳-۵: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای فوتون با انرژی اولیه $8.91 keV$ در کره‌هایی ای با قطر نانومتر..... ۸۹

شکل ۴-۵: نمودار احتمال اندرکنش‌های کامپتون و فوتوالکتریک بر حسب انرژی..... ۹۰

شکل ۵-۵: نمودار برد الکترون در آب در محدوده انرژی $8 - 12 keV$ ۹۱

شکل ۶-۵: نمودار ER بر حسب برد در آب..... ۹۳

شکل ۷-۵: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای فوتون با انرژی اولیه $8.91 keV$ در کره‌هایی با قطر میکرومتر..... ۹۴

شکل ۸-۵: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای فوتون با انرژی اولیه $8.91 KeV$ در کره‌هایی با قطر میلیمتر..... ۹۶

شکل ۹-۵: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای شش انرژی متفاوت در کره ای با قطر $1\mu m$ ۹۷

شکل ۱۰-۵: نمودار توزیع انرژی الکترون‌های کامپتون برای فوتون‌هایی با انرژی $8.91 keV$ ، $9.44 keV$ و $61.49 keV$ ۹۹

شکل ۱۱-۵: نمودار توزیع انرژی الکترون‌های کامپتون برای فوتون‌هایی با انرژی $136.351 keV$ ، $416.46 keV$ ۱۰۰

شکل ۱۲-۵: نمودار تابع توزیع دز در کره با قطر $1 nm$ برای چشمه ^{192}Ir ۱۰۰

شکل ۱۳-۵: نمودار تابع توزیع دز در کره با قطر $1\mu m$ برای چشمه ^{192}Ir ۱۰۱

شکل ۱۴-۵: نمودار تابع توزیع دز در کره با قطر $1 mm$ برای چشمه ^{192}Ir ۱۰۱

شکل ۱۵-۵: توزیع دز بر حسب انرژی خطی در بافت بدن با ابعاد میکرومتر برای فوتون با انرژی‌های متفاوت..... ۱۰۲

شکل ۵-۱۶: تابع توزیع دز بر حسب انرژی خطی در کنتور بدون دیواره با قطر $1\mu m$ برای فوتون با انرژی‌های

متفاوت [۵]..... 10^3

شکل ۵-۱۷: تابع توزیع دز بر حسب انرژی خطی در کنتور بدون دیواره با قطر $1\mu m$ برای نوترون با انرژی‌های 10^3 ..

متفاوت..... 10^3

شکل ۵-۱۸: مقایسه‌ی نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی در کره‌ای با قطر $1\mu m$ برای فوتون با انرژی اولیه‌ی

$8.91keV$ با قطع انرژی $0.1keV$ و بدون قطع انرژی..... 10^5

شکل ۵-۱۹: مقایسه‌ی تابع توزیع دز با استفاده از برد بدست آمده از فرمول نیمه تجربی جرم و توان توقف برای

الکترون با انرژی $8.91keV$ در کره‌ای با قطر..... 10^6

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۳: متغیرهای چشمه در MCNP ۴۶
- جدول ۲-۳: تالی‌های MCNP ۴۷
- جدول ۳-۳: مشخصه‌های سطوح ۵۱
- جدول ۴-۳: اعتبار جواب‌ها بر حسب خطای نسبی ۵۲
- جدول ۵-۳: روش‌های کلی کاهش واریانس ۵۴
- جدول ۱-۴: برد الکترون بدست آمده از برون یابی داده‌های ESTAR ۶۲
- جدول ۲-۴: برد بدست آمده از رابطه‌ی توان توقف در آب ۶۲
- جدول ۳-۴: برد الکترون در آب، بدست آمده از برون یابی ۶۳
- جدول ۴-۴: برد الکترون در آب ۶۳
- جدول ۱-۵: انرژی‌های چشمه‌ی ^{192}Ir و احتمال مربوط به آن ۸۶
- جدول ۲-۵: مقدار y برای فوتون با انرژی 8.37 keV برای چهار قطر متفاوت در ابعاد نانو ۹۱
- جدول ۳-۵: مقدار y برای فوتون با انرژی 0.3 keV برای چهار قطر متفاوت در ابعاد نانو ۹۲
- جدول ۴-۵: مقدار y برای فوتون با انرژی 8.37 keV برای چهار قطر متفاوت در ابعاد میکرو ۹۵
- جدول ۵-۵: مقدار y برای فوتون در کره‌ای با قطر $1\mu\text{m}$ برای شش انرژی متفاوت ۹۸
- جدول ۶-۵: دز جذبی حاصل از چشمه‌ی ^{192}Ir ۱۰۷

فصل اول

آشنایی با دزیمتری و میکرو دزیمتری

در این فصل سعی بر آن شده است که آشنایی مختصری با دزیمتری و کمیات وابسته به آن صورت گیرد. سپس مرور کوتاهی بر دزیمتری در ابعاد کوچک که همان میکرو دزیمتری نامیده می‌شود و کاربردهای آن خواهیم داشت. و در آخر کمیات مورد مطالعه در میکرو دزیمتری را معرفی می‌کنیم.

۱-۱ دزیمتری

اصلی‌ترین کار دزیمتری اندازه‌گیری انرژی به جا گذاشته توسط تابش یوننده در ماده و بررسی آثار آن بر ماده‌ی مورد نظر است.

در دزیمتری فرض بر آن است که میدان پرتوها کاملاً شناخته شده است، یعنی تعداد ذرات، انرژی و نوع آن باید کاملاً مشخص باشد [۱].

از آنجایی که محاسبه‌ی دز برای ذرات باردار، گاما و نوترون متفاوت است، برای بررسی اثرات تابش ذرات را به دو دسته تقسیم بندی می‌نماییم: ذرات مستقماً یوننده و ذرات یوننده‌ی نامستقیم.

ذرات مستقماً یوننده ذرات بارداری هستند که در اثر برخورد با ماده یونش تولید می‌کنند. اما ذرات یوننده‌ی نامستقیم ذرات بدون باری هستند که بر اثر اندرکنش با ماده ذراتی تولید می‌کنند که آن ذرات می‌توانند یوننده باشند. برای مثال پرتوهای گاما که در اثر اندرکنش با ماده الکترون‌های سریع تولید می‌کنند.

در ادامه برای آشنایی بیشتر باید کمیت‌های زیر را معرفی نماییم:

دز جذب شده D: عبارتست از خارج قسمت ΔE_D بر Δm که در آن ΔE_D انرژی منتقل شده توسط تابش یوننده به جرم Δm از ماده در عنصر حجم است. یکای دز جذبی تا سال ۱۹۷۲ راد بود.

پس از مدتی یکای جدیدی به نام گری (Gy) جایگزین راد شد. گری عبارتست از ۱ ژول در واحد ۱ کیلوگرم لذا می‌توان نشان داد که $(1 Gy = 100 Rad)$ است.

دز معادل H: عبارتست از حاصلضرب دز جذب شده‌ی (D)، عامل کیفیت (Q)، عامل توزیع دز (N) و هر عامل اصلاح کننده‌ی دیگر.

$$H = D \times Q \times N \quad (1-1)$$

یکای H به یکای D بستگی دارد. مثلاً اگر D بر حسب راد باشد H بر حسب رم است یا اگر D بر حسب گری باشد H بر حسب سیورت (SV) است.

باید توجه شود که این کمیت زمانی مورد نیاز است که میدان‌های آمیخته داشته باشیم.

انتقال خطی انرژی LET: انتقال خطی انرژی برای ذرات باردار در هر محیط عبارتست از خارج قسمت dE_l بر dl ، که میانگین انرژی است که ذرات باردار با انرژی معین در عبور از مسافت dl به صورت موضعی به محیط منتقل می‌کنند. در واقع LET را می‌توان معادل همان توان توقف دانست، تنها با این تفاوت که توان توقف بر حسب ضخامت محیط تضعیف کننده است در حالی که LET طول مسیر ذرات در عبور از محیط است. ابعاد LET انرژی به ازای واحد طول است [۲].

کمیت‌های معرفی شده تعاریف اولیه برای بدست آوردن دز در ماده و بررسی تابش هستند. در ادامه روش بدست آوردن دز جذبی در ماده را برای سه حالت متفاوت ذرات باردار، فوتون و نوترون توضیح خواهیم داد.

۱-۱-۱ دز ناشی از ذرات باردادار

ذرات باردادار در واقع همان ذرات مستقیماً یوننده هستند که اکثراً برد کوتاهی دارند و اگر چشمه‌ی آنها خارج از ماده‌ی مورد نظر باشد تنها بر روی سطح بیرونی تأثیر می‌گذارند و حتی در مواردی مانند بافت بدن که در معرض چشمه‌ی آلفا 16 MeV قرار گرفته است دز ورودی به بافت صفر است چون آلفاهای گسیل شده از پوست عبور نمی‌کنند. اما اگر چشمه‌ی ذرات باردادار درون ماده باشند دز از رابطه‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$D = \frac{\text{انرژی آزاد شده بر ثانیه}}{\text{جرم}} \quad (2-1)$$

اگر قدرت چشمه از رابطه‌ی زیر بدست آید:

$$S(E)dE = \text{ذرات گسیل شده با انرژی جنبشی بین } E \text{ و } dE \text{ در ثانیه} \quad (3-1)$$

$$S_g = \int_{E_{g-1}}^{E_g} S(E)dE = \text{ذرات گسیل شده با انرژی بین } E_g \text{ و } E_{g-1} \text{ در ثانیه} \quad (4-1)$$

معادله‌ی آهنگ دز به صورت زیر خواهد بود:

$$D = \frac{\left(\int_0^\infty dES(E)\right)E}{M} = \frac{\left(\sum_{g=1}^G s_g \bar{E}_g\right)}{M} \quad (5-1)$$

$$\text{که در آن } \bar{E}_g = \frac{1}{2}(E_g + E_{g-1}) \text{ است.}$$

برای چشمه‌های تک انرژی معادله‌ی بالا شامل یک جمله و E_g انرژی ذرات چشمه است.

۱-۱-۲ دز ناشی از فوتون:

توزیع دز ناشی از فوتون در ماده بستگی به انرژی گاماها دارد. دز را می‌توان با استفاده از ضرایب تبدیل شار به آهنگ دز بدست آورد. این ضرایب از سوی انجمن فیزیک هسته‌ای آمریکا معرفی شده‌اند.

۱-۱-۳ دز ناشی از نوترون:

نوترون‌هایی که با ماده برخورد می‌کنند از طریق برخوردهای کشسان و ناکشسان با هسته‌ها، و از طریق تابش ثانویه‌ای که به وسیله‌ی رادیوایزوتوپ‌های تولید شده بعد از جذب نوترون‌ها گسیل می‌شود، به آن انرژی منتقل می‌کنند. در این مورد نیز ضرایبی برای تبدیل شار به آهنگ دز وجود دارد [۱].

کمیتی که تا اینجا معرفی شدند در واقع میانگین‌های آماری هستند. به بیان دیگر در حالت عادی برای محاسبه‌ی دز جرم را پیوسته در نظر گرفته می‌شود اما اگر این بررسی در ابعاد کوچکتر در حد اتم‌ها و سلول‌ها انجام شود دیگر ماده پیوسته نیست و باید به صورت اتم‌های مجزا در نظر گرفته شود [۳].

از سوی دیگر زمانی که کمیتی در ابعاد ماکروسکوپیکی اندازه‌گیری می‌شود، ممکن است نتیجه‌ی حاصل در هر بار متفاوت باشد و یک سری افت و خیزهای آماری در نتایج خواهیم داشت. اما در بسیاری از موارد شرایط به گونه‌ای است که این افت و خیزها قابل چشم‌پوشی هستند. اما زمانی که در مورد کمیت‌های میکروسکوپیکی برای مثال تعداد مولکول‌های حجم کوچکی از گاز کم فشار صحبت می‌کنیم این افت و خیزها تغییرات قابل توجهی در کمیات مورد اندازه‌گیری (در این مثال جرم حجم کوچک) ایجاد می‌نماید.

با توجه به مقدمات بیان شده می‌توان پیش‌بینی کرد که دیگر کمیت‌های تعریف شده در دزیمتری برای ابعاد کوچکتر معتبر نباشد. به همین منظور شاخه‌ی جدیدی از دزیمتری به نام میکرو دزیمتری ایجاد شد که به بررسی تعیین دز و آثار آن در ابعادی در حدود میکرو و نانومتر می‌پردازد.

۱-۲ میکرو دزیمتری

از نظر تاریخی میکرو دزیمتری به وسیله Harald Rossi و Albercht Kellerer در اواسط دهه‌ی ۱۹۵۰ در قرن گذشته برای درک بهتر تأثیرات بیولوژیکی تابش‌های یوننده معرفی شد.

در واقع میکرو دزیمتری مطالعه‌ی ویژگی‌های میکروسکوپیکی تابش‌های یوننده است، با تأکید بر طبیعت احتمالی و غیر یکنواختی برهمکنش‌ها. منشاء اصلی این غیر یکنواختی‌ها سایز کوچک ماده مورد نظر است. برای مثال می‌توان اجزای تشکیل دهنده‌ی مواد بیولوژیکی، مثل DNA (2 – 25nm)، کروموزم‌ها ($1\mu m$) و هسته‌های سلول ($18\mu m$) را نام برد [۴].

در ادامه به کاربردهای میکرو دزیمتری و چگونگی بدست آوردن کمیت‌های میکرو دزیمتریک می‌پردازیم.

۱-۲-۱ کاربردهای میکرو دزیمتری:

از کاربردهای میکرو دزیمتری می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

۱-۱-۲-۱ بیولوژی:

هر تلاشی برای درک فعالیت‌های تابش در سلول‌های بیولوژیکی یا در سطح DNA نیاز به تحلیل‌های میکرو دزیمتریک دارد. برای مثال یکی از کاربردهای مهم فیزیک تابش در درمان سلول‌های

سرطانی است. در این بین ممکن است آسیب‌هایی نیز به سایر بافت‌های بدن وارد شود. برای بررسی این آسیب‌ها بهتر آن است که به صورت پایه‌ای آسیب وارد بر DNA سلول‌های مورد نظر را بررسی کرد. همانطور که پیشتر به آن اشاره شد برای این کار نیاز به تحلیل‌های میکرووزیمتری داریم [۶۷].

۲-۱-۲-۱ میکروالکترونیک:

صنایع الکترونیک رفته رفته به سوی تولید قطعات نیمه رسانای بسیار ریز به نام قطعات میکروالکترونیک پیش می‌روند. این قطعات در اکثر وسایل الکترونیکی استفاده می‌شوند. برخی از این وسایل به دلیل کاربردشان ممکن است در معرض تابش قرار گیرند، برای بررسی اثرات تابش بر کارکرد قطعات میکروالکترونیک به کار رفته در این وسایل نیاز به بکارگیری میکرووزیمتری می‌باشد. برای مثال می‌توان به فضاپیماها اشاره کرد که قطعات میکروالکترونیکی‌ای که در آنها به کار گرفته شده اند ممکن است در اثر تابش‌های کیهانی دچار آسیب شوند. لذا این قطعات باید از نظر تاثیر تابش مورد بررسی قرار گیرند.

۳-۱-۲-۱ شیمی تابش:

موضوع مورد بررسی در شیمی تابش معمولاً فرایندهای شیمیایی سریع است تفاوت شیمی تابش با شیمی معمولی در این نکته است که معمولاً بررسی‌ها در سطح مولکول‌هایی که به صورت غیر یکنواخت در فضا توزیع شده‌اند، صورت می‌گیرد. پس همین که با ابعاد کوچک در حد مولکول‌ها مواجه می‌شویم دیگر دزیمتری پاسخگو نیست و به تکنیک‌های میکرووزیمتری نیاز داریم.

۴-۱-۲-۱ ترمولومینسانس :

دزیمترهای TLD یا همان ترمولومینسانس دزیمترهای کوچکی هستند که وقتی درون میدان تابش قرار می‌گیرند تغییراتی در آن‌ها ایجاد می‌شود. بعد از اینکه این قطعات را از میدان خارج می‌کنند با قرار دادن آن‌ها در معرض گرما فوتون گسیل می‌کنند. اگر وسیله‌ای داشته باشیم که این فوتون‌ها را آشکار و اندازه‌گیری کند می‌توان دز ناشی از میدان تابش مورد نظر را بدست آورد. چون این قطعات کوچک هستند و نیاز به تجهیزات الکترونیکی ندارند به راحتی قابل حمل هستند و در اکثر موارد دزیمتری می‌توانند مفید باشند. اما این قطعات از دو جهت به میکرو دزیمتری مربوطاند. اول اینکه اندازه‌ی این قطعات کوچک است و برای بررسی کارایی خود این قطعات نیاز به تکنیک‌های میکرو دزیمتری داریم. دوم اینکه در دزهای بالا (در حدود 100Gy) میدان روی این قطعات غیر یکنواخت است [۸].

۲-۲-۱-۲ کمیات میکرو دزیمتری:

حال که با میکرو دزیمتری و کاربردهای آن آشنا شدیم لازم است که کمیات مورد استفاده در میکرو دزیمتری را نیز بررسی کنیم. در بخش بعدی به معرفی این کمیات خواهیم پرداخت.

۱-۲-۲-۱ انرژی مخصوص:

برابر است با خارج قسمت تقسیم انرژی به جا گذاشته در ماده بر جرم ماده‌ی مورد بررسی و واحد آن ژول بر کیلوگرم یا همان گری است.

$$z \left(\frac{J}{Kg} \right) = \frac{\varepsilon(J)}{m(Kg)} \quad (۶-۱)$$

۱-۲-۲-۲ انرژی خطی:

برابر است با خارج قسمت تقسیم انرژی به جا گذاشته در ماده بر طول وتر میانگین (mean chord length) و واحد آن ژول بر متر است، اما در اکثر مطالعات مربوط به میکروذیمتری آن را با واحد کیلو الکترون ولت بر میکرومتر بیان می کنند.

$$y \left(\frac{J}{m} \right) = \frac{\varepsilon(J)}{\bar{l}(m)} \quad \text{یا} \quad y \left(\frac{KeV}{\mu m} \right) = \frac{\varepsilon(KeV)}{\bar{l}(\mu m)} \quad (7-1)$$

که در رابطه‌ی فوق \bar{l} همان طول وتر میانگین است که برای هر حجم به طور جداگانه با توجه به تئوری کوشی بدست می آید. بر اساس این قضیه طول وتر میانگین برای هر سطح کوژ از رابطه‌ی زیر بدست می آید:

$$\bar{l} = 4V/S \quad (8-1)$$

که V و S به ترتیب حجم و سطح ناحیه‌ی مورد بررسی هستند.

با توجه به رابطه‌ی طول وتر میانگین برای استوانه‌ای با قطر d و ارتفاعی برابر قطر و کره‌ای با قطر d از رابطه‌ی زیر بدست می آید:

$$\bar{l} = \frac{2}{3}d \quad (9-1)$$

با توجه به نکات ذکر شده و روابط (۷-۱) و (۶-۱) می توان Z را برحسب y بدست آورد:

$$Z = \frac{y}{\pi r^2 \rho} \quad (10-1)$$

یکی از مواردی که در میکروذیمتری کاربرد بسیار دارد بررسی موادی با چگالی تقریباً برابر با چگالی

آب است، بنابراین برای ناحیه‌ی ای با چگالی $1 \frac{gr}{cm^3}$ و شعاع r خواهیم داشت:

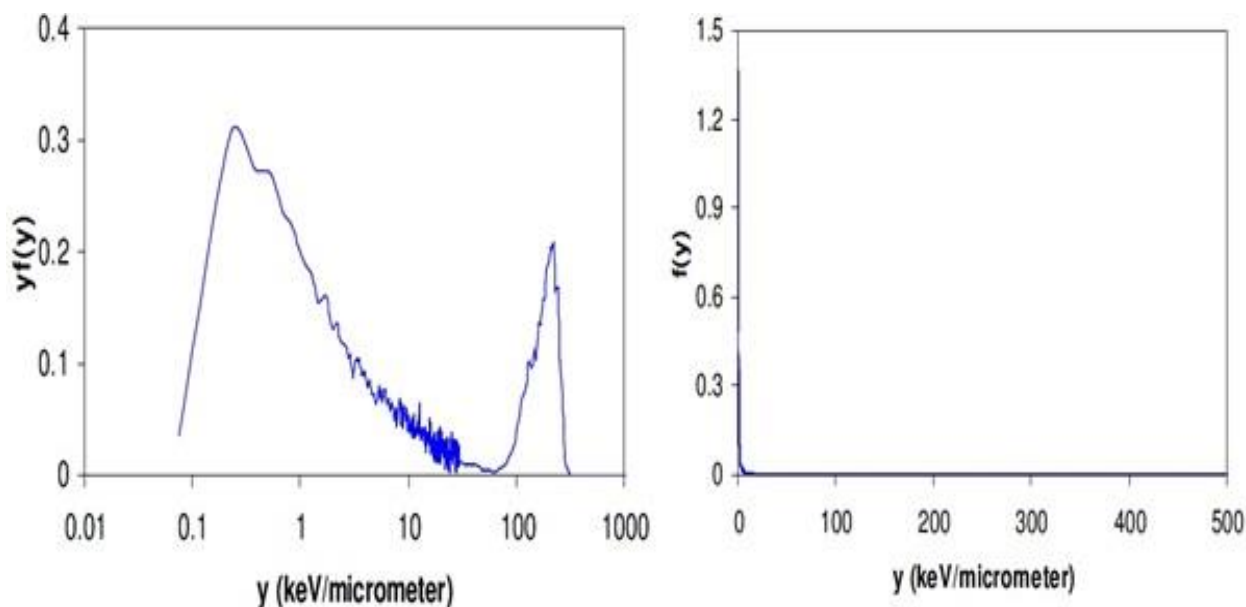
$$z(Gy) = \frac{0.204y(KeV/\mu m)}{(2r(\mu m))^2} \quad (11-1)$$

نکته‌ی قابل توجه این است که در مورد محاسبه‌ی انرژی خطی، \mathcal{E} انرژی به جا گذاشته در ماده حاصل از فقط یک رخداد است. در صورتی که در مورد محاسبه‌ی انرژی مخصوص، \mathcal{E} انرژی به جا گذاشته در ماده حاصل از چندین رخداد است [۵].

۱-۲-۳ توزیع انرژی خطی:

احتمال اینکه انرژی خطی تولید شده توسط یک رخداد در بازه $[y, y + dy]$ باشد برابر $f(y)dy$ است. $f(y)$ را تابع توزیع انرژی خطی می‌نامند. در کارهای میکرو دزیمتری اغلب به دنبال بدست آوردن همین توزیع هستیم. به همین خاطر در اکثر کارها نمودارهای $f(y)$ و $yf(y)$ را بررسی می‌کنند. نکته‌ای که در مورد این نمودارها وجود دارد این است که به دلیل کوچک بودن اعداد نمودار به گونه‌ای نیست که به توان اطلاعات دقیقی از توزیع انرژی خطی و از روی آن از سیستم مورد بررسی بدست آوریم. برای حل این مشکل اغلب یا نمودار را به صورت $\log\text{-}\log$ نمایش می‌دهند و یا با استناد به معادله‌ی زیر که اثبات درستی آن بسیار سر راست است، به جای نمودار مورد نظر از نمودار $yf(y)$ بر حسب $\log(y)$ استفاده می‌نمایند.

$$\int_{y_1}^{y_2} f(y)dy = \int_{y_1}^{y_2} [yf(y)] d(\log(y)) \quad (12-1)$$



شکل ۱-۱: دو نمایش متفاوت برای تابع توزیع انرژی خطی [۹]

در شکل (۱-۱) دو نمودار $f(y)$ بر حسب y و $yf(y)$ بر حسب $\log(y)$ آمده است.

۴-۲-۲-۱ توزیع انرژی مخصوص:

احتمال اینکه انرژی مخصوص تولید شده توسط چندین رخداد در بازه $[z, z + dz]$ باشد برابر $f(z)dz$ است. $f(z)$ را تابع توزیع انرژی مخصوص می‌نامند.

از آنجایی که می‌توان Z را هم برای تک رخداد و هم برای چندین رخداد محاسبه کرد. باید دقت کنیم که میان دو توزیع $f(z)$ و $f_1(z)$ تفاوت قائل شویم. چرا که اولی توزیع Z برای چندین رخداد است، و دومی توزیع Z برای حالتی است که تنها یک رویداد اتفاق بیافتد.

حال با برقراری تناظر یک به یک میان توابع توزیع انرژی خطی و توزیع انرژی مخصوص برای تک رخداد، می‌توان تابع توزیع انرژی مخصوص را به صورت زیر بدست آورد.

$$f_1(z)dz = f(y)dy \quad (۱۳-۱)$$

و با جایگذاری از رابطه‌ی (۱۱-۱) در (۱۳-۱) خواهیم داشت:

$$f_1(z) = \frac{(2r)^2}{0.204} f(y) \quad (14-1)$$

که در رابطه‌ی بالا r ، شعاع ناحیه‌ی مورد بررسی است.

۱-۲-۲-۵ دز جذبی:

با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان دز جذبی را بدست آورد.

$$D = \int_0^{\infty} zf(z; n) dz \quad (15-1)$$

که $zf(z; n) dz$ کسری از دز است که در بازه‌ی dz با مرکزیت Z دریافت شده است. بنابراین خواهیم داشت:

$$d(z; n) = \frac{zf(z; n)}{D} \quad (16-1)$$

در روابط بالا n تعداد رخدادها می‌باشد و $d(z; n)$ را توزیع دز نرمالیزه برای Z می‌نامیم. اما در مواردی که فقط یک رخداد را بررسی می‌نمائیم باید توزیع دز را برای تک رخداد $d_1(z)$ بدست آوریم که در ادامه به آن اشاره خواهیم کرد.

۱-۲-۲-۶ میانگین دز و فرکانس:

میانگین‌های $f_1(z)$ و $f(y)$ را میانگین‌های فرکانس می‌نامند که از روابط (۱۵-۱) و (۱۶-۱)

بدست می‌آیند:

$$y_F = \int_0^{\infty} yf(y) dy \quad (17-1)$$

$$Z_F = \int_0^{\infty} Zf_1(z) dZ \quad (18-1)$$

که می‌توان با استفاده از معادلات بالا میانگین دز را معرفی کرد که به صورت روابط (۱۷-۱) و (۱۸-۱) است.

$$y_D = \frac{1}{y_F} \int_0^{\infty} y^2 f(y) dy \quad (19-1)$$

$$Z_D = \frac{1}{Z_F} \int_0^{\infty} Z^2 f_1(z) dZ \quad (20-1)$$

حال با داشتن Z_F و با توجه به معادله‌ی (۱۴-۱) می‌توان $d_1(z)$ را از رابطه‌ی زیر بدست آورد:

$$d_1(z) = \frac{Z f_1(z)}{Z_F} \quad (21-1)$$

$d_1(z)$ تابع توزیع دز نرمال برای تک رخداد، برحسب Z می‌باشد. در کارهای میکرو دزیمتری اغلب به دنبال محاسبه‌ی تابع توزیع دز بر حسب y هستیم. با توجه به روابط (۱۳-۱) و (۲۱-۱)، این تابع را می‌توان به راحتی بدست آورد.

$$d(y) = y f(y) \quad (22-1)$$

$yd(y)$ که با توجه به رابطه‌ی بالا برابر است با $y^2 f(y)$ یکی دیگر از کمیت‌های است که در بیشتر کارهای میکرو دزیمتری مورد بررسی قرار می‌گیرد و اغلب نمودار آن بر حسب $\log(y)$ رسم می‌شود. اهمیت این نمودار زمانی روشن می‌شود که بدانیم سطح زیر منحنی این نمودار برابر با دز به جا گذاشته در محیط مورد بررسی است. در این کار هم بیشتر سعی بر بدست آوردن این کمیت و بررسی نمودارهای مربوط به آن شده است [۵].



مقدمه

همانطور که در فصل قبل اشاره شد، تابش‌ها از نظر یونندگی، به دو دسته تقسیم می‌شوند، اما می‌توان تابش‌ها را از نظر ذرات تشکیل دهنده‌ی آنها نیز دسته بندی کرد: نوترون، فوتون، ذرات باردار سنگین، ذرات باردار سبک و..... . در این میان از آن‌جا که چشمه‌ی مورد نظر ما فوتون گسیل می‌کند، ما به بررسی اندرکنش‌های فوتون و الکترون (به عنوان محصول ثانویه‌ی اندرکنش فوتون) می‌پردازیم.

۱-۲ اندرکنش‌های فوتون

ابتدا باید توجه کنیم که فوتون‌ها را بر اساس مد منشاءشان طبقه بندی می‌کنند نه انرژی آن‌ها. مثلاً اشعه‌ی گاما یک تابش الکترومغناطیسی است که در یک گذار هسته‌ای به وجود می‌آید، یا تابش ترمزی که ناشی از الکترون شتابداری است که تابش می‌کند، و پرتو X که فوتون‌های کم انرژی ناشی از پر شدن تراز انرژی خالی توسط الکترون تراز بالاتر است. انرژی هر کدام از تابشها به صورت $E_\gamma = h\nu$ می‌باشد [۱].

زمانی که یک پرتو موازی از فوتون با ماده برخورد می‌کند هم امکان جذب دارد و هم امکان پراکندگی. انرژی که در واحد زمان از واحد سطح عمود بر جهت انتشار پرتوهای الکترومغناطیسی عبور می‌کند را شدت تابش الکترومغناطیسی می‌نامند و آنرا با نماد I نشان می‌دهند. در مورد یک پرتو موازی تک انرژی از فوتون‌ها این شدت عبارتست از انرژی یک فوتون ($h\nu$) ضرب در تعداد فوتون‌هایی که در واحد زمان از واحد سطحی عمود بر جهت باریکه می‌گذرند (N)، بنابراین خواهیم داشت [۱۰]:

$$I = h\nu N \quad (1-2)$$

اگر بر سر این باریکه‌ی فوتون ماده‌ای با ضخامت dx قرار دهیم. تعداد فوتون‌های خروجی از واحد سطح ماده در واحد زمان dN از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$dN = -\mu N dx \quad (2-2)$$

که μ در رابطه‌ی بالا ثابت تناسب است و آنرا ضریب تضعیف خطی می‌نامیم. حال اگر ضخامت کوچک dx را با همان ماده با ضخامت x جایگزین کنیم با انتگرال گیری از رابطه‌ی (۲-۲) و استفاده از رابطه‌ی (۱-۲) خواهیم داشت:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (3-2)$$

همانطور که مشاهده می‌نمایید شدت تابش به صورت نمایی افت می‌کند [۱۰].

از نظر فیزیکی ضریب μ احتمال برهم‌کنش بر واحد سطح است، این ضریب برای یک انرژی خاص و ماده‌ی خاص ثابت است. لذا جدول‌هایی وجود دارند که μ را برای عناصر و انرژی‌های مختلف بدست می‌دهند، واحد μ در رابطه‌ی (۳-۲) عکس واحد طول یعنی $\left(\frac{1}{m}\right)$ است اما در بیشتر موارد آنرا بر حسب $\left(\frac{m^2}{Kg}\right)$ گزارش می‌کنند که در این حالت آنرا ضریب تضعیف جرمی می‌نامند و در نتیجه آن مستقل از حالت ماده است.

$$\mu \left(\frac{m^2}{Kg}\right) = \frac{\mu \left(\frac{1}{m}\right)}{\rho \left(\frac{Kg}{m^3}\right)} \quad (4-2)$$

معادله‌ی (۴-۲) رابطه‌ی میان ضرایب تضعیف خطی و جرمی را نشان می‌دهد. که در آن چگالی عنصر مورد نظر می‌باشد [۱].

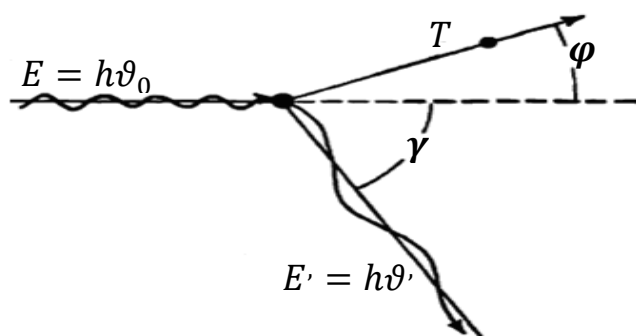
در کل ۱۲ روش برای برهم‌کنش فوتون با ماده وجود دارد که بعضی از آنها کم اتفاق می‌افتد و برخی دیگر اصلاً مشاهده نشده‌اند. اما سه اندرکنش غالب فوتون در ماده اثر فوتوالکتریک، پدیده کامپتون و تولید زوج می‌باشد که سبب جذب فوتون و انرژی در ماده‌اند.

۱- پدیده ی کامپتون، ۲- اثر فوتوالکتریک، ۳- تولید زوج

۲-۱-۱ پدیده ی کامپتون

برخوردی است بین یک فوتون و یک الکترون آزاد، البته در شرایط متعارفی تمام الکترون‌های موجود در یک محیط مقیدند. اما در برخی موارد این قید به اندازه‌ای کوچک است که می‌توان الکترون‌ها را آزاد فرض کرد.

پس از پراکندگی کامپتون راستای حرکت و انرژی فوتون تغییر می‌کند. انرژی فوتون به مقدار معینی کاهش می‌یابد که به الکترون داده می‌شود.



شکل ۲-۱: اندرکنش کامپتون

با توجه به اینکه تکانه‌ی فوتون فرودی $\left(\frac{h\vartheta_0}{c}\right)$ باید پایسته باشد، این تکانه بین الکترون هدف و فوتون پراکنده شده تقسیم می‌شود. پس انرژی کوانتومی فوتون پراکنده از فوتون فرودی کمتر و این انرژی کاهش یافته به الکترون داده می‌شود [۱].

حال با فرض اینکه الکترون در حالت اولیه در حال سکون است، به بررسی قوانین پایستگی می‌پردازیم.

با توجه به شکل (۱-۲) فوتون پراکنده در زاویه‌ی γ با انرژی $h\vartheta'$ گسیل می‌شود، و الکترون پراکنده با زاویه‌ی φ ، تکانه‌ی p و انرژی جنبشی T خواهد بود.

باید توجه کنیم که مسیر فوتون فرودی و پراکنده و الکترون همگی در یک صفحه به نام صفحه‌ی پراکندگی قرار دارند.

حال با استفاده از پایستگی تکانه خواهیم داشت:

$$\frac{h\vartheta_0}{c} = \frac{h\vartheta'}{c} \cos \gamma + p \cos \varphi \quad (۵-۲)$$

$$0 = \frac{h\vartheta'}{c} \sin \gamma - p \sin \varphi \quad (۶-۲)$$

و از پایستگی انرژی هم خواهیم داشت:

$$h\vartheta_0 = h\vartheta' + T \quad (۷-۲)$$

اما با استفاده از روابط نسبیتی می‌دانیم که :

$$pC = \sqrt{T(T + 2m_0C^2)} \quad (۸-۲)$$

با استفاده از معادلات (۵-۲)، (۷-۲) و (۸-۲) رابطه زیر بدست می‌آید که به جابجایی کامپتون معروف است.

$$\frac{c}{\vartheta'} - \frac{c}{\vartheta_0} = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \gamma) \quad (۹-۲)$$

$$\frac{\vartheta'}{\vartheta_0} = \frac{1}{1 - \alpha(1 - \cos \gamma)} \quad (۱۰-۲)$$

همانطور که قبلاً بیان شد انرژی الکترون هدف با اختلاف انرژی فوتون فرودی و فوتون پراکنده برابر است.

بنابراین برای انرژی جنبشی الکترون خواهیم داشت:

$$T = h\vartheta_0 - h\vartheta' \quad (۱۱-۲)$$

با استفاده از معادله‌ی (۱۰-۲) و معادله‌ی فوق خواهیم داشت:

$$T = h\vartheta_0 \frac{2\alpha \cos^2 \varphi}{(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \varphi} \quad (۱۲-۲)$$

و یا:

$$T = h\vartheta_0 \frac{\alpha(1 - \cos \gamma)}{1 + \alpha(1 - \cos \gamma)} \quad (۱۳-۲)$$

که با توجه به روابط فوق بیشینه‌ی انتقال انرژی به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{Max} = \frac{h\vartheta_0}{1 + (1/2\alpha)} \quad (۱۴-۲)$$

و در نهایت با توجه به روابط پایستگی تکانه در معادلات (۲-۵) و (۲-۶) رابطه بین زوایای پراکندگی بدست می‌آید [۱۱].

$$\cot \varphi = (1 + \alpha) \tan \gamma / 2 \quad (2-15)$$

۲-۱-۱-۱ توزیع زاویه‌ای فوتون پراکنده شده و الکترون پس زده:

در اکثر کارهای تجربی بدست آوردن توزیع زاویه‌ای در اندرکنش کامپتون بسیار حائز اهمیت است. روش بدست آوردن این توزیع خارج از حوصله‌ی این بحث می‌باشد، لذا تنها به روابط نهایی آن اشاره خواهیم کرد.

تعداد فوتون‌های گسیل شده در زاویه‌ی بین γ و $\gamma + d\gamma$ بر واحد زاویه‌ی فضایی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\vartheta'}{\vartheta_0}\right)^2 \left(\frac{\vartheta_0}{\vartheta'} + \frac{\vartheta'}{\vartheta_0} - \sin^2 \gamma\right) \quad (2-17)$$

که میانگین آن برابر است با :

$$\sigma = \int_0^\pi d(\sigma) \quad (2-18)$$

از آنجایی که زوایای پراکندگی برای ما مهم است در برخی موارد مفیدتر است که توزیع را بر واحد زاویه بدست آوریم. با توجه به رابطه‌ی بین زاویه پراکندگی و زاویه‌ی فضایی مربوط به آن داریم:

$$\frac{d\Omega}{d\gamma} = 2\pi \sin \gamma \quad \Rightarrow \quad \frac{d\sigma}{d\gamma} = \frac{d\sigma}{d\Omega} 2\pi \sin \gamma \quad (Cm^2/electron) \quad (2-19)$$

اما از آنجایی که بسیاری از تاثیرات ناشی از پدیده‌ی کامپتون حاصل الکترون‌های کامپتون است، بنابراین بدست آوردن توزیع زاویه‌ای برای الکترون‌ها نیز حائز اهمیت خواهد بود. به ازای هر فوتونی

که با زاویه‌ای بین γ و $\gamma + d\gamma$ پراکنده می‌شود، الکترونی وجود دارد که با زاویه φ و $\varphi + d\varphi$ پراکنده خواهد شد که زاویه‌ی فضایی مربوط به آن به صورت زیر خواهد بود [۱۱]:

$$d\Omega' = 2\pi \sin \varphi d\varphi \quad (20-2)$$

با توجه به توضیحات بالا تعداد الکترون‌ها و فوتون‌ها با هم برابر است و می‌توان از تساوی زیر استفاده کرد:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} 2\pi \sin \gamma d\gamma = \frac{d\sigma}{d\Omega'} 2\pi \sin \varphi d\varphi \quad (21-2)$$

بنابراین توزیع زاویه‌ای الکترون‌ها بر حسب زاویه‌ی پراکندگی الکترون به شکل نهایی زیر خواهد بود:

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \left(2\pi \sin \gamma \frac{d\gamma}{d\varphi} \right) \quad (22-2)$$

پس با توجه به رابطه‌ی (۱۷-۲) خواهیم داشت :

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\vartheta'}{\vartheta_0} \right)^2 \left(\frac{\vartheta_0}{\vartheta'} + \frac{\vartheta'}{\vartheta_0} - \sin^2 \gamma \right) \left(2\pi \sin \gamma \frac{d\gamma}{d\varphi} \right) \quad (23-2)$$

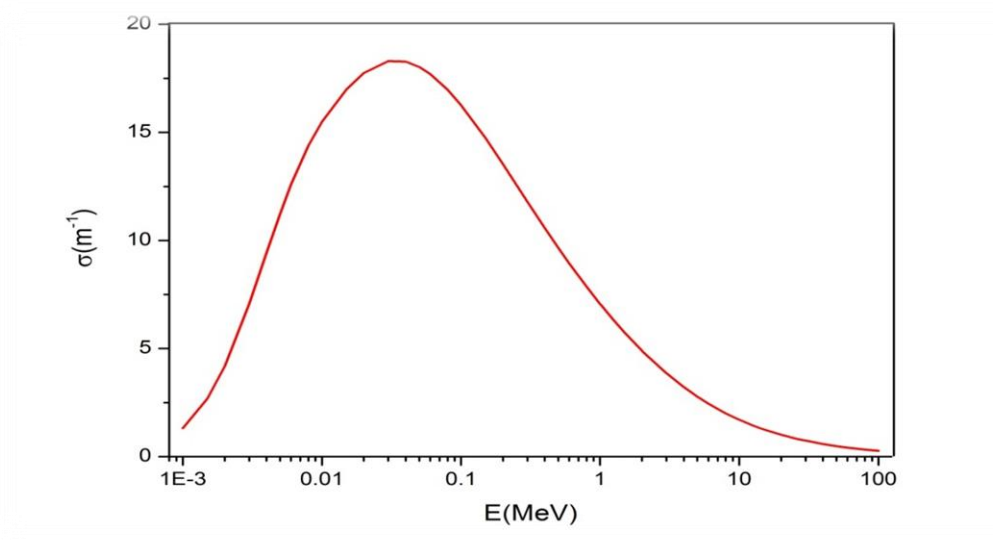
۲-۱-۱-۲ ضریب تضعیف خطی و جرمی:

معیاری است از احتمال رخ دادن پراکندگی کامپتون اگر فرض کنیم تنها پدیده‌ای که رخ می‌دهد کامپتون باشد، ضریب ثابت μ به ضریب تضعیف خطی برای کامپتون تبدیل می‌شود که آنرا با σ نشان می‌دهیم. این ضریب تابع پیچیده‌ای از انرژی فوتون پراکنده است. اما می‌توان نسبت آنرا با انرژی و ویژگی‌های ماده‌ی مورد مطالعه به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\sigma \sim \rho \frac{N_A}{2} f(E_\gamma) \quad (24-2)$$

که در این رابطه، N_A تعداد اتمها در واحد حجم، ρ چگالی ماده مورد نظر و $f(E_\gamma)$ تابعی است از انرژی فوتون فرودی.

در شکل (۲-۲) نمودار تغییرات σ بر حسب تغییرات انرژی را مشاهده می‌نمایید که نشان می‌دهد با افزایش انرژی σ کاهش می‌یابد.



شکل ۲-۲: نمودار ضریب تضعیف خطی کامپتون بر حسب انرژی در آب

اگر سطح مقطع را برای یک عنصر داشته باشیم می‌توانیم با استفاده از رابطه‌ی زیر سطح مقطع را برای عنصر دیگر بدست آوریم:

$$\sigma_2 (m^{-1}) = \sigma_1 (m^{-1}) \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \quad (۲۵-۲)$$

همانطور که در مورد μ هم گفتیم در برخی جدوال ضرایب تضعیف را بر حسب (m^2/Kg) گزارش می‌دهند و به آن ضریب تضعیف جرمی می‌گویند، بنابراین رابطه‌ی (۲۴-۲) بر حسب ضریب تضعیف جرمی به صورت زیر خواهد بود [۱]:

$$\sigma_2 \left(\frac{m^2}{Kg} \right) = \sigma_1 \left(\frac{m^2}{Kg} \right) \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \left(\frac{Z_1}{Z_2} \right) \quad (26-2)$$

۲-۱-۲ پدیده فوتوالکتریک:

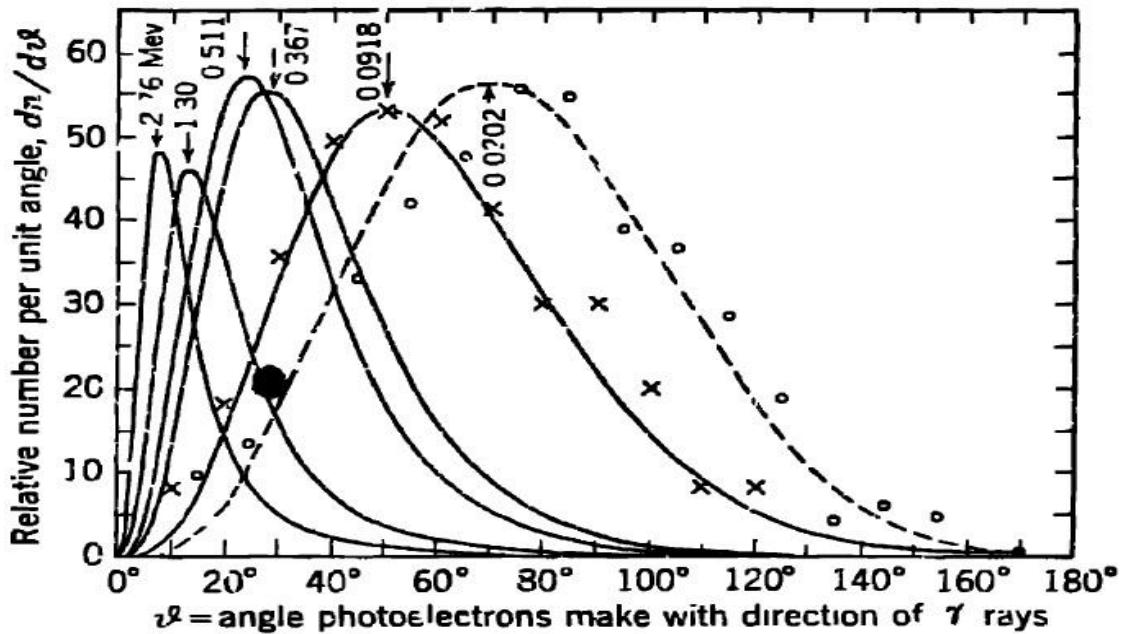
برهم کنش میان یک فوتون و یک الکترون اتمی مقید را پدیده فوتوالکتریک می‌نامند. در اثر این پدیده فوتون ناپدید می‌شود و یکی از الکترون‌های اتمی با انرژی جنبشی (T) آزاد می‌شود. این الکترون را فوتوالکترون می‌نامند. انرژی جنبشی فوتوالکترون برابر است با انرژی فوتون فرودی E_γ که انرژی بستگی الکترون $B.E.$ از آن کاسته شده است. بنابراین خواهیم داشت [۱]:

$$T = E_\gamma - B.E. \quad (27-2)$$

۲-۱-۲-۱ توزیع زاویه‌ای فوتوالکترون‌ها:

در مطالعه‌ی اثرات فوتوالکتریک باید به این نکته توجه کرد که بیشتر با نتایج تجربی رو به رو هستیم. شکل (۳-۲) نمودار توزیع زاویه‌ای فوتوالکترون‌ها را نمایش می‌دهد که بر اساس داده‌های تجربی است.

همانطور که مشاهده می‌نمایید، در انرژی‌های پایین الکترون‌ها بیشتر مایلند در جهت میدان مغناطیسی تابش فرودی از اتم جدا شوند. در واقع بیشتر الکترون‌ها در جهتی عمود بر جهت فوتون فرودی حرکت می‌کنند. اما در انرژی‌های بالاتر توزیع زاویه‌ای بیشتر در جهت رو به جلو می‌باشد [۱۱].



شکل ۲-۳: نمودار توزیع زاویه‌ای فوتوالکترون‌ها برای انرژی‌های ۰.۰۲۰۲، ۰.۰۹۱۸، ۰.۳۷۶، ۰.۵۱۱، ۱.۳۰ و ۲.۲۶ MeV.

البته در اکثر کارها برای توزیع زاویه‌ای فوتوالکترون‌ها از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{d\sigma_{ph}}{d\Omega_e} = \alpha^4 r_e^2 \left(\frac{Z}{\kappa}\right)^5 \frac{\beta^3 \sin^2 \theta_e}{\gamma (1 - \beta \cos \theta_e)^4} \left[1 + \frac{1}{2} \gamma (\gamma - 1) (\gamma - 2) (1 - \beta \cos \theta_e)\right] \quad (28-2)$$

که γ و β و κ از روابط (۲۸-۲) و (۲۹-۲) و (۳۰-۲) بدست می‌آیند:

$$\gamma = 1 + T/m_e c^2 \quad (29-2)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{T(T+2m_e c^2)}}{(T+2m_e c^2)} \quad (30-2)$$

$$\kappa = T/m_e c^2 \quad (31-2)$$

که در روابط بالا α برابر با ثابت ساختار ریز، r_e و m_e به ترتیب جرم و شعاع کلاسیک الکترون و θ_e زاویه‌ی فوتوالکترون‌ها هستند [۱۲].

ما نیز در این کار برای توزیع زاویه‌ای فوتوالکترتون‌ها از رابطه‌ی (۲-۲۷) استفاده نموده‌ایم.

۲-۲-۱-۲ ضریب تضعیف خطی و جرمی:

این ضریب معیاری است از احتمال رخ دادن پدیده‌ی فوتوالکتریک. اگر فرض کنیم تنها پدیده‌ای که رخ می‌دهد فوتوالکتریک باشد، ضریب ثابت μ به ضریب تضعیف خطی برای فوتوالکتریک تبدیل می‌شود که آنرا با τ نشان می‌دهیم. محاسبه‌ی دقیق این ضریب کمی پیچیده است، اما می‌توان رابطه‌ی آنرا با انرژی فوتون و اعداد اتمی و جرمی بررسی کرد.

$$\tau(m^{-1}) = aN \frac{Z^n}{E_\gamma^m} [1 - o(Z)] \quad (۳۲-۲)$$

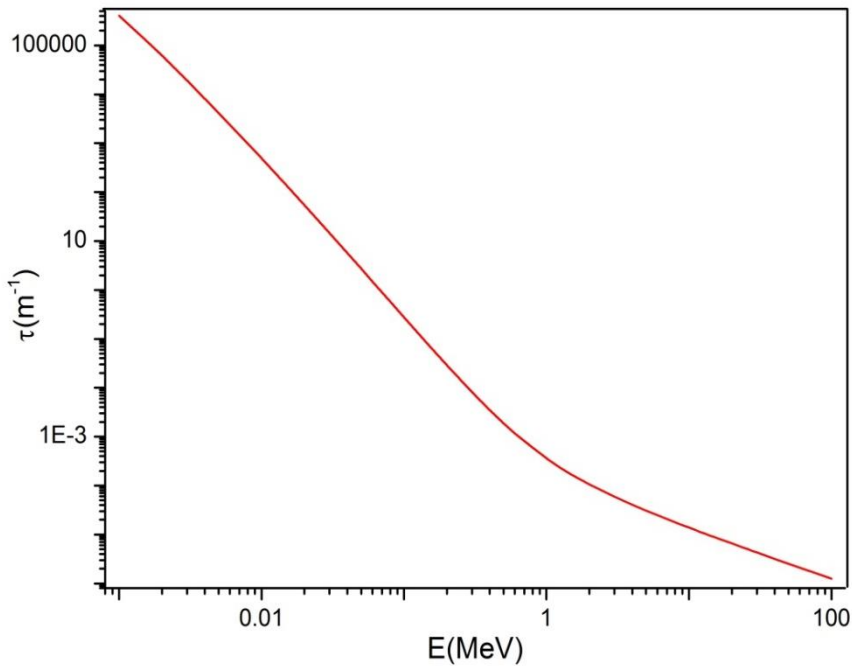
در رابطه‌ی فوق a یک ضریب ثابت مستقل از Z و E_γ است، و n و m ثابت‌هایی با مقدار بین ۳ تا ۵ هستند که به انرژی فوتون فرودی بستگی دارند.

اگر τ را برای یک عنصر داشته باشیم با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توانیم τ را برای هر عنصر دیگر بدست آوریم [۱].

$$\tau_2(m^{-1}) = \tau_1(m^{-1}) \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^n \quad (۳۳-۲)$$

اگر τ را بر حسب $\frac{m^2}{Kg}$ داشته باشیم رابطه‌ی فوق به صورت زیر تغییر می‌نماید:

$$\tau_2\left(\frac{m^2}{Kg}\right) = \tau_1\left(\frac{m^2}{Kg}\right) \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^n \quad (۳۴-۲)$$



شکل ۲-۴: نمودار ضریب تضعیف خطی فوتوالکتریک بر حسب انرژی در آب

۲-۱-۳ تولید زوج:

برخوردی است که طی آن یک فوتون در حضور یک هسته کاملاً نابود می‌شود و یک زوج الکترون-پوزیترون آفریده می‌شود.

انرژی کل این زوج باید برابر با انرژی فوتون فرودی باشد، بنابراین با توجه به اینکه جرم سکون الکترون و پوزیترون برابر است خواهیم داشت:

$$E_{\gamma} = h\nu = (T_{-} + m_0C^2) + (T_{+} + m_0C^2) \quad (۲-۳۵)$$

که در آن T_{-} و T_{+} به ترتیب انرژی جنبشی الکترون و پوزیترون هستند، و m_0C^2 انرژی سکون الکترون است و برابر است با 0.511 MeV .

بنابراین انرژی جنبشی الکترون و پوزیترون با یکدیگر برابرند و از رابطه‌ی زیر بدست می‌آیند [۱]:

$$T_- = T_+ = \frac{1}{2}(E_\gamma - 1.22\text{MeV}) \quad (36-2)$$

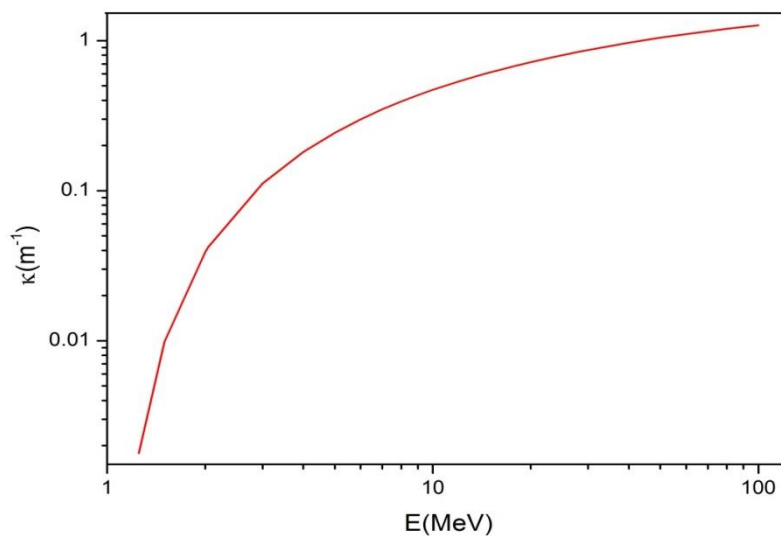
۱-۳-۱-۲ ضریب تضعیف خطی و جرمی:

معیاری است از احتمال رخ دادن تولید زوج اگر فرض کنیم تنها پدیده‌ای که رخ می‌دهد تولید زوج باشد، ضریب ثابت μ به ضریب تضعیف خطی برای تولید زوج تبدیل می‌شود که آنرا با K نشان می‌-

دهیم.

این ضریب نیز تابع پیچیده‌ای از E_γ و Z است. اما می‌توان به طور کلی آنرا به صورت زیر نوشت:

$$\kappa(m^{-1}) = NZ^2 f(Z, E_\gamma) \quad (37-2)$$



شکل ۲-۵: نمودار ضریب تضعیف خطی تولید زوج بر حسب انرژی در آب

اگر K را برای یک عنصر داشته باشیم می‌توانیم با استفاده از رابطه ی زیر K را برای عناصر دیگر بدست آوریم.

$$\kappa_2(m^{-1}) = \kappa_1(m^{-1}) \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left(\frac{A_2}{A_1}\right) \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 \quad (38-2)$$

اگر κ را بر حسب $\frac{m^2}{Kg}$ بیان کنیم رابطه‌ی بالا به صورت زیر خواهد بود [۱]:

$$\kappa_2 \left(\frac{m^2}{Kg} \right) = \kappa_1 \left(\frac{m^2}{Kg} \right) \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \left(\frac{Z_2}{Z_1} \right)^n \quad (39-2)$$

۴-۱-۲ ضریب تضعیف کل:

در ابتدای این بخش با کمیتی به نام ضریب تضعیف خطی آشنا شدیم که آنرا با μ نشان می‌دهند.

حال که با هر سه اندرکنش عمده‌ی فوتون با ماده آشنا شدیم می‌توانیم رابطه‌ی این کمیت با ضرایب تضعیف خطی برای هر پدیده را بیان کنیم:

$$\mu = \sigma + \tau + \kappa \quad (40-2)$$

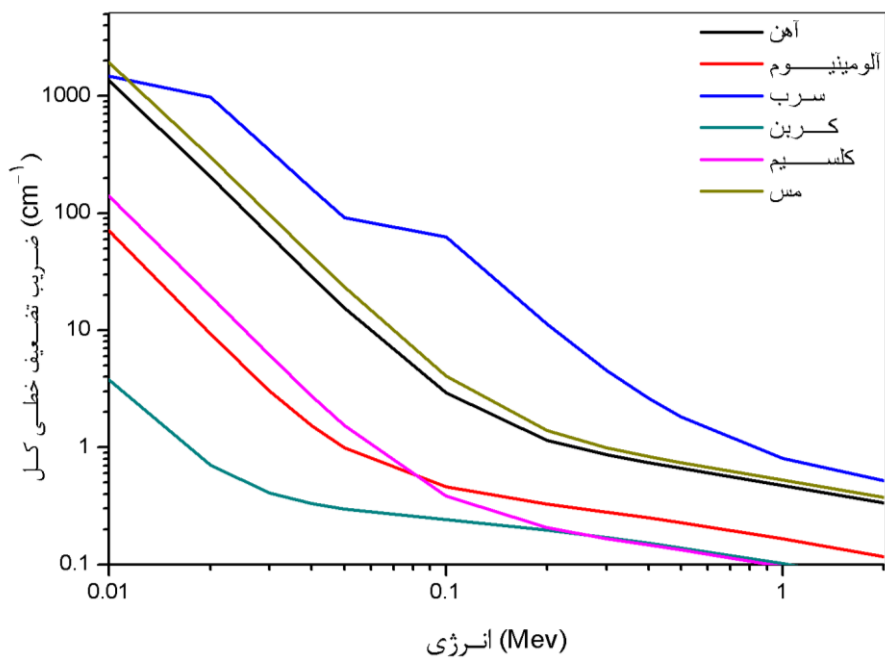
با دانستن ضریب تضعیف کل و ضرایب تضعیف کامپتون، فوتوالکتریک و تولید زوج می‌توان احتمال رخ دادن هر پدیده را بدست آورد.

$$\text{احتمال رخ دادن پدیده‌ی کامپتون} = \frac{\sigma}{\mu} \quad (41-2)$$

$$\text{احتمال رخ دادن پدیده‌ی فوتوالکتریک} = \frac{\tau}{\mu} \quad (42-2)$$

$$\text{احتمال رخ دادن پدیده‌ی تولید زوج} = \frac{\kappa}{\mu} \quad (43-2)$$

در شکل (۶-۲) نمودار μ (که آنرا ضریب تضعیف کل هم می‌نامند) بر حسب انرژی برای چند عنصر متفاوت آمده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود در بیشتر انرژی‌ها، برای یک انرژی خاص ضریب تضعیف کل برای عناصر با Z بالاتر بیشتر است. که این امر با توجه به روابط ضرایب تضعیف جرمی برای تک تک اندرکنش‌ها قابل پیش بینی بود.



شکل ۲-۶: نمودار تضعیف خطی کل بر حسب انرژی برای عناصر آهن، آلومینیوم، سرب، کربن، کلسیم، مس

۲-۱-۵ پوش آزاد میانگین:

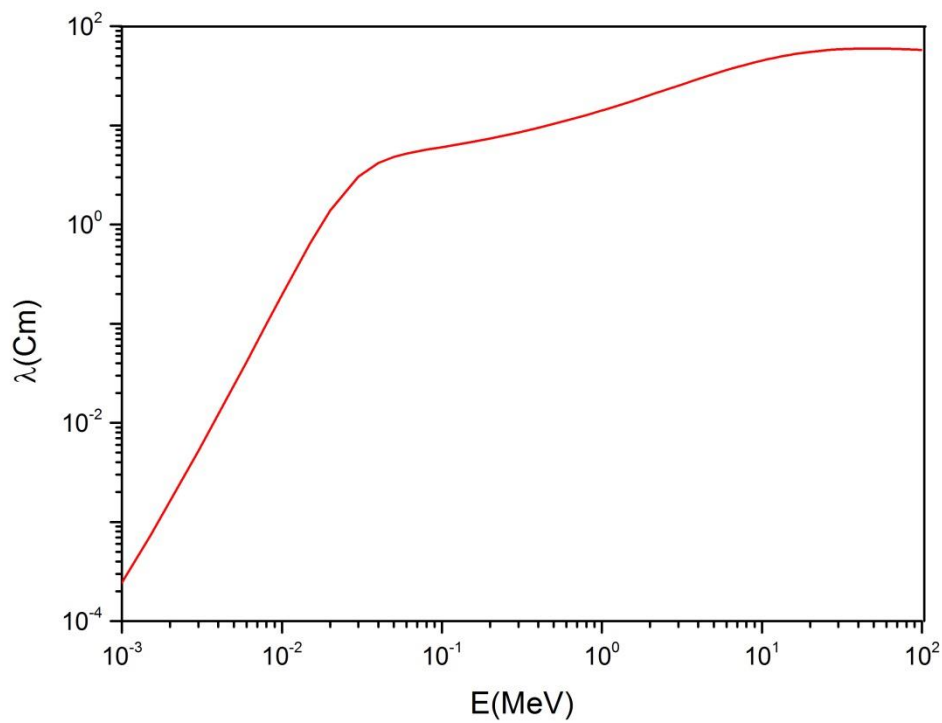
مسافتی است که ذره بین دو اندرکنش طی می کند و برابر است با عکس ضریب تضعیف خطی کل:

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \quad (۲-۴۴)$$

و از آنجایی که μ به انرژی ذره و ماده‌ای که از آن عبور می کند وابسته است و λ نیز برای انرژی‌های

مختلف و مواد مختلف متفاوت است، با توجه به λ می توان تعداد برخوردها در یک حجم مشخص را

تخمین زد. در شکل (۲-۷) مسافت آزاد میانگین در آب بر حسب انرژی آمده است.



شکل ۲-۷: نمودار پوشش آزاد میانگین بر حسب انرژی در آب

با توجه به شکل (۲-۶) می‌دانیم که با افزایش انرژی ضریب تضعیف خطی کل کاهش می‌یابد، بنابراین با افزایش انرژی پوشش آزاد میانگین که عکس ضریب تضعیف خطی است افزایش خواهد یافت که این امر در شکل (۲-۷) مشخص شده است.

۲-۲ اندرکنش الکترون با ماده:

منشاء اندرکنش ذرات باردار از جمله الکترون‌ها با ماده نیروی کولنی موجود بین این ذرات و ذرات موجود در ماده می‌باشد که باعث رخ دادن تعداد زیادی اندرکنش کوچک می‌شود. برای مثال یک الکترون در آلومینیوم برای اینکه انرژی‌اش از حدود 0.5MeV به 0.0625MeV برسد باید 10^3 اندرکنش انجام دهد، که این مقدار برای نوترون تنها ۳۰ اندرکنش و برای فوتون بین ۳۰ تا ۴۰ اندرکنش است [۱۳].

این اندرکنش‌ها می‌توانند به صورت پراکندگی‌های کشسان و ناکشسان و یک سری فرآیندهای دیگر که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌نماییم باشند. اما از آنجایی که در پراکندگی‌های کشسان مقدار بسیار اندکی تغییرات انرژی صورت می‌گیرد، در اتلاف انرژی و آشکارسازی ذره‌ی باردار اهمیتی ندارد. ما در اینجا به سایر پراکندگی‌ها می‌پردازیم و چگونگی اتلاف انرژی را برای این موارد بررسی خواهیم کرد [۱۱].

۲-۲-۱ اتلاف انرژی ذرات باردار:

به طور کلی ذرات بارداری که از ماده عبور می‌کنند به چهار طریق انرژی از دست می‌دهند:

۱- برخورد ناکشسان با الکترون‌های اتمی

۲- تابش ترمزی

۳- برهم‌کنش‌های هسته‌ای

۴- تابش چرنکوف

از آنجایی که شعاع هسته‌ها در حدود 10^4 مرتبه از شعاع اتم‌ها کوچک است، احتمال برخورد الکترون با هسته‌ها در مقایسه با اتم‌ها کم و قابل صرف‌نظر کردن است. همچنین تابش چرنکوف نیز سهم بسیار

کمی در از دست دادن انرژی دارد. بنابراین در ادامه فقط از دست دادن انرژی را برای موارد ۲۱ بررسی می‌کنیم [۱].

۲-۲-۱-۱ برخورد ناکشسان با الکترون‌های اتمی:

در اثر چنین برخوردی، دو حالت برای الکترون‌های اتمی رخ می‌دهد. یا به حالت‌های برانگیخته می‌روند (برانگیزش) و یا به حالت‌های غیر مقید می‌روند (یونش).

در اثر یونش یک الکترون با انرژی جنبشی‌ای برابر با انرژی الکترون اولیه که پتانسیل یونش از آن کسر شده است، آزاد می‌شود. این الکترون مثل هر الکترون متحرکی عمل می‌کند، و در صورتی که انرژی آن به اندازه‌ی کافی بالا باشد خود باعث یونش اتم دیگری خواهد شد و در نهایت با انجام اندرکنش‌هایی، انرژی‌اش را از دست داده و متوقف می‌شود.

در برانگیزش الکترون اتمی انرژی کافی برای رفتن به یک حالت خالی در مدار با انرژی بالاتر را کسب می‌کند و به مدار بالاتر می‌رود اما هنوز مقید است. پس یک اتم برانگیخته خواهیم داشت که با گسیل پرتو ایکس به حالت پایه‌ی خود بر می‌گردد. انرژی این پرتو برابر است با اختلاف انرژی دو مدار [۱۱].

۲-۲-۱-۲ تابش ترمزی

هر ذره‌ی بارداری که شتاب داشته باشد بخشی از انرژی جنبشی خود را با گسیل تابش‌های الکترومغناطیسی از دست می‌دهد. به این تابش، تابش ترمزی می‌گویند. برای مثال اگر سرعت الکترونی تغییر کند و یا تغییر جهت بدهد، تابش ترمزی خواهد داشت. تابش ترمزی هم در فیزیک کلاسیک و هم در مکانیک کوانتومی پیش‌بینی شده است. فقط روابط و توجیحات بیان شده در دو

رویکرد متفاوت هستند اما نتیجه‌ی کلی برای وابستگی شدت و سطح مقطع به شرایط برهم‌کنش، یکسان خواهد بود.

اگر I شدت تابش گسیل شده و σ سطح مقطع تابش باشند، هر دو رویکرد کلاسیک و کوانتومی روابط زیر را برای این دو کمیت پیش‌بینی می‌کنند [۱].

$$\sigma \propto Z^2 e^4 \quad (۴۵-۲)$$

$$I \propto a^2 \propto Z^2 e^4 \quad (۴۶-۲)$$

در روابط بالا a ، Z و e به ترتیب شتاب الکترون، عدد اتمی محیط و واحد بار الکتریکی هستند. نکته‌ی قابل توجه این است که تابش ترمزی بیشتر برای مواد با Z بالا در اتلاف انرژی تأثیر دارد.

۲-۲-۲ توان توقف:

همانطور که پیشتر اشاره کردیم الکترونی که از ماده عبور می‌کند تعداد زیادی اندرکنش انجام می‌دهد، که هر اندرکنش احتمال رخداد و اتلاف انرژی خاص خود را دارد. به دلیل زیاد بودن این اندرکنش‌ها محاسبه‌ی اتلاف انرژی با بررسی تک تک برخوردها امکان پذیر نیست. اما می‌توان یک اتلاف انرژی میانگین بر واحد مسافت برای تمامی اندرکنش‌ها بدست آورد که به آن توان توقف می‌گویند. توان توقف برای ذرات باردار متفاوت و همچنین برای تابش و یونش و برانگیزش متفاوت است. که ما در ادامه روابط مربوط به توان توقف الکترون ناشی از یونش و برانگیزش و تابش را بررسی می‌نماییم [۱].

۲-۲-۱ توان توقف ناشی از یونش و برانگیزش:

الکترون در برخوردش با الکترون‌های اتمی ممکن است تمام انرژی‌اش را از دست بدهد، چون جرم ذرات هدف و پرتابه یکسان است. بنابراین الکترون‌ها ممکن است کسر بزرگی از انرژی جنبشی‌شان را در یک برخورد از دست بدهند. از طرفی ممکن است که پراکندگی‌هایی با زوایای بزرگ برای آن‌ها رخ دهد، که باعث می‌شود در مسیری زیگ‌زاگی از ماده عبور کند.

توان توقف برای الکترون ناشی از یونش و برانگیزش از رابطه‌ی (۲-۴۷) بدست می‌آید [۱].

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} \left(\frac{MeV}{m}\right) = 4\pi r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2} NZ \left\{ \ln \left(\frac{\beta\gamma\sqrt{\gamma-1}mc^2}{I} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \left[\frac{(\gamma-1)^2}{8} + 1 - (2\gamma^2 + 2\gamma - 1) \ln 2 \right] \right\}$$

(۲-۴۷)

در رابطه‌ی فوق کمیت‌ها به صورت زیر هستند:

r_0 = شعاع کلاسیک الکترون

$mc^2 = 0.511MeV$ = انرژی جرم سکون الکترون

$\beta = v/c$

$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$

$N = \frac{\text{تعداد اتمهای ماده ای که ذره در آن حرکت می‌کند}}{m^3}$

Z = عدد اتمی ماده

I = پتانسیل برانگیزش متوسط ماده

۲-۲-۲-۲ توان توقف ناشی از گسیل تابش ترمزی:

محاسبه‌ی توان توقف ناشی از گسیل تابش ترمزی $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$ پیچیده تر از محاسبه‌ی توان توقف

ناشی از یونش و برانگیزش $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion}$ است. اما می‌توان از یک رابطه‌ی تقریبی استفاده کرد.

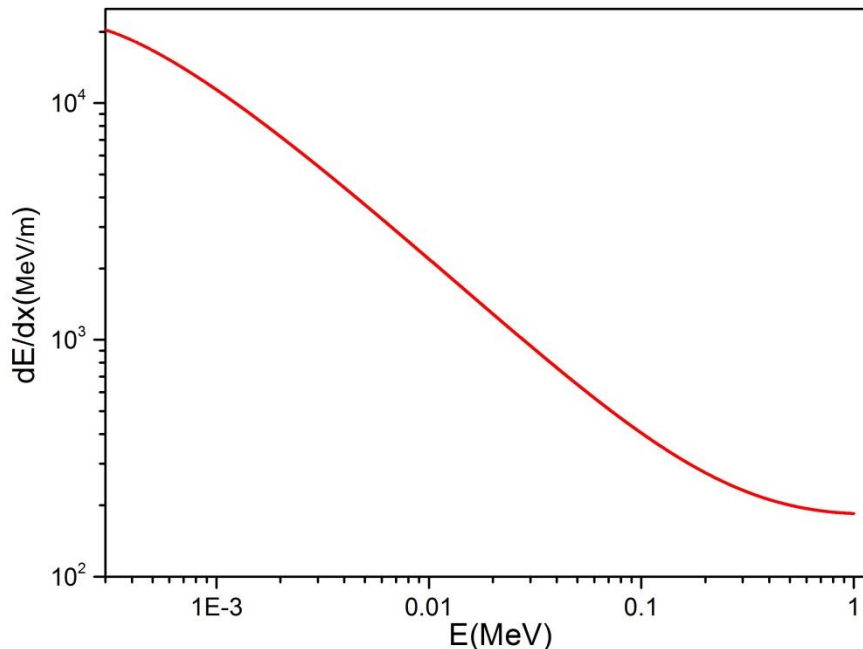
برای الکترونی با انرژی جنبشی $T(MeV)$ که در ماده‌ی Z حرکت می‌کند $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad}$

را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (۴۸-۲) بر حسب $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion}$ بدست آورد [۱].

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \frac{ZT(MeV)}{750} \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} \quad (48-2)$$

در شکل (۸-۲) توان توقف برای الکترون در آب بر حسب انرژی رسم شده است. همانطور که مشاهده

می‌نمایید تغییرات توان توقف در انرژی‌های کوچک بسیار زیاد است.

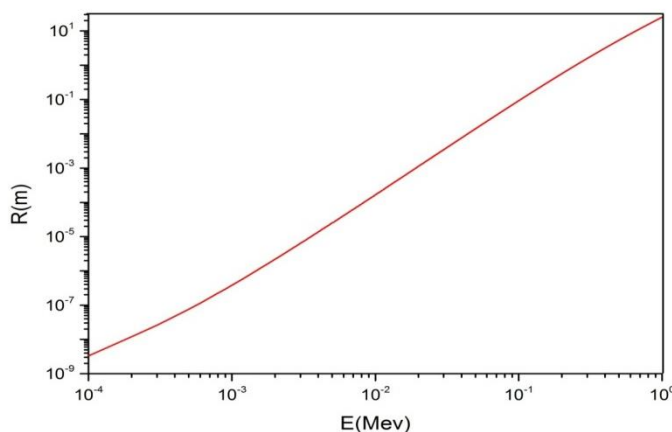


شکل ۸-۲: نمودار توان توقف بر حسب انرژی برای الکترون در آب

۳-۲-۲ برد الکترون در ماده:

همانطور که در بخش‌های قبلی اشاره شد، الکترون در عبور از ماده مسیری زیگ زاگی را طی می‌کند. کل راهی را که الکترون طی می‌کند طول مسیر (S) نامیده می‌شود و برابر است با مجموع S_i ها. اما به دلیل زیاد بودن اندرکنش‌ها نمی‌توان طول مسیر را به دقت محاسبه کرد، بنابراین کمیت میانگینی را تعریف می‌کنیم به نام R یا همان برد. برد ضخامت از ماده است که ذره‌ای با انرژی جنبشی T و جرم m را کاملاً باز می‌ایستاند و به راحتی می‌توان فهمید که $R < S$. همانطور که اشاره شد برد یک کمیت میانگین است، یعنی تمام الکترون‌هایی که با یک انرژی خاص از ماده عبور می‌کنند در ضخامت R به طول متوقف نمی‌شوند. اما نقاط پایانی در اطراف یک ضخامت میانگین که همان R است، توزیع می‌شوند.

برای محاسبه برد الکترون فرمول نیمه تجربی‌ای وجود دارد، اما به طور دقیق‌تر می‌توان برد را با استفاده از توان توقف بدست آورد که در فصل‌های بعدی به طور کامل به بدست آوردن برد از هر دو راه می‌پردازیم. در شکل زیر نمودار برد الکترون بر حسب انرژی در آب آمده است.



شکل ۲-۱۰: نمودار تغییرات برد الکترون بر حسب انرژی در آب

فصل سوم

آشنایی با شبیه سازی مونت کارلو و کد MCNP

مقدمه:

دو روش می‌توان برای حل مسائل موجود در نظر گرفت: روش‌های قطعی و روش‌های آماری (مونت کارلو) بعضی اوقات با مسائل پیچیده‌ای روبه‌رو هستیم که نمی‌توان آن‌ها را از روش یقینی حل کرد در این حالت باید از روش‌های آماری استفاده کنیم [۱۳].

روش‌های مونت کارلو از ابتدا برای شبیه‌سازی مسائل فیزیکی توسعه پیدا نکردند، بلکه از آن‌ها به عنوان روش‌هایی برای تخمین انتگرال‌های غیر قابل حل با روش‌های دیگر استفاده می‌شد. شیوه‌ی مونت کارلو روش مناسبی برای حل انتگرال توابع بد رفتار و انتگرال‌های چند بعدی به کمک اعداد کاتوره‌ای است. رفته رفته از روش‌های مونت کارلو برای شبیه‌سازی هر فرآیند فیزیکی کاتوره‌ای استفاده می‌شد [۱۴]. البته در برخی منابع آمده است که روش مونت کارلو در خلال جنگ جهانی دوم و برای تولید بمب هسته‌ای در پروژه‌ی منهتن ابداع شده است [۱۴، ۱۶]. در هر صورت روش مونت کارلو امروزه در شبیه‌سازی مسائل فیزیکی بخصوص در ترابرد ذرات هسته‌ای کاربرد فراوانی دارد. به همین دلیل کدهای شبیه‌سازی مختلفی که همگی بر پایه‌ی مونت کارلو کار می‌کنند، برای شبیه‌سازی نوشته شده است. از جمله این کدها می‌توان به MCNP، Fluka، Penelope و ... اشاره کرد. کد MCNP که در ادامه‌ی استفاده از روش‌های مونت کارلو در پروژه‌ی منهتن مورد استفاده قرار گرفت، یک کد مونت کارلو برای ترابرد N ذره است. البته این کد در ابتدا به صورت کد مونت کارلو MCS بود که بعدها با پیشرفت کامپیوترها این کد نیز پیشرفت کرد و کتابخانه‌ی کاملی به آن اضافه شد تا در نهایت به صورت کد MCNP درآمد. که این کد خود با نسخه‌های متفاوتی ارائه شده است. ما در این کار از MCNP-4C استفاده می‌کنیم.

۳-۱ روش شبیه‌سازی مونت کارلو:

روش مونت کارلو بر پایه‌ی تولید اعداد کاتوره‌ای کار می‌کند. برای ترابرد تابش‌ها تاریخچه‌ی ذرات یا در واقع مسیر آنها به صورت یک سری اعداد کاتوره‌ای متوالی نمایش داده می‌شوند. این ذرات به صورت آزاد در نظر گرفته می‌شوند تا اینکه با یک رخداد مسیر آنها به دلیل تغییر جهت یا از دست دادن انرژی و یا تولید ذرات ثانویه خاتمه یابد، و مسیر جدیدی با تولید اعداد کاتوره‌ای جدیدی برای آنها در نظر گرفته خواهد شد. بنابراین برای شبیه‌سازی به یک مدل برای اندرکنش‌ها نیاز داریم. در این مدل چند نکته باید مشخص شوند: (۱) تابع توزیع احتمال (۲) نوع اندرکنش‌هایی که رخ داده است (۳) انرژی از دست رفته و زاویه‌ی پراکندگی در هر برخورد مشخص.

اگر تعداد تاریخچه‌های مورد بررسی به اندازه‌ی کافی زیاد باشد. می‌توان با یک میانگین‌گیری ساده بر روی تمام تاریخچه‌های شبیه‌سازی شده به یک اطلاعات کمی راجع به ترابرد ذرات مورد نظر رسید.

۳-۱-۱ میانگین‌ها و عدم قطعیت‌های آماری:

می‌دانیم مقدار انتظاری هر کمیتی مثل f با تابع توزیع $p(x)$ برابر است با:

$$\langle f \rangle = \int f(x)p(x)dx \quad (۱-۳)$$

فرض می‌کنیم هدف از شبیه‌سازی مونت کارلو بدست آوردن کمیتی به نام Q باشد، با توجه به رابطه-ی (۱-۳) برای Q خواهیم داشت:

$$Q = \int qp(q)dq \quad (۲-۳)$$

که در آن $p(q)dq$ احتمال آن است که مقدار p بین q و $q + dq$ باشد.

برای شبیه‌سازی ابتدا q_i های کاتوره‌ایی با توزیعی بر حسب تابع توزیع احتمال $p(q)$ تولید می‌شوند. بنابراین تخمین مونت کارلو برای Q به صورت زیر خواهد بود.

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i \quad (3-3)$$

عدم قطعیت آماری (انحراف استاندارد) تخمین مونت کارلو از رابطه‌ی (3-3) بدست می‌آید.

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{1}{N} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i^2 - (\bar{Q})^2 \right]} \quad (4-3)$$

یکی از موارد خاصی که در بسیاری از شبیه‌سازی‌ها اتفاق می‌افتد این است که q_i خود یک عدد تصادفی بین 0 تا 1 است (البته در تمامی شبیه‌سازی‌ها به روش مونت کارلو عددی تصادفی بین 0 تا 1 تولید می‌شود و لی اغلب کمیت‌ها مورد نظر ضریبی از این عدد هستند). بنابراین معادله‌ی (3-4) برای این حالت خاص به صورت زیر خواهد بود [12]:

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{1}{N} \bar{Q}(1 - \bar{Q})} \quad (5-3)$$

3-1-2 کاهش واریانس در مونت کارلو:

روشی که مونت کارلو در شبیه‌سازی مسائل در حالت عادی دنبال می‌کند را روش‌های مونت کارلوی آنالوگ می‌گویند. در این روش شبیه‌سازی با یک خطای مشخص انجام می‌شود. اما گاهی بخاطر شرایط مسئله‌ی شبیه‌سازی با خطای بالای انجام می‌شود، و گاهی هم می‌توان خطا را کاهش داد اما باید تعداد زیادی نمونه‌گیری صورت گیرد و این باعث افزایش زمان می‌شود. در این شرایط دیگر روش‌های آنالوگ جوابگو نیستند و باید از روش‌های کاهش واریانس استفاده شود [14].

روش‌های کاهش واریانس مختلفی برای شبیه‌سازی مونت کارلو وجود دارد، مثل برخورد اجباری، رولت روسی و که ما در ادامه به توضیح برخورد اجباری می‌پردازیم.

۳-۱-۲-۱ برخورد اجباری:

برخی اوقات خطای زیاد ناشی از اندرکنش‌هایی با احتمال خیلی کم است. یعنی در شبیه‌سازی باید اندرکنش‌ها یا رخدادها را شبیه‌سازی کنیم که احتمال رخ دادن آن‌ها بسیار کم است. برای رفع این مشکل احتمال رخ دادن آن اندرکنش خاص را بالاتر و حتی ۱ در نظر می‌گیریم و شبیه‌سازی را بر این اساس انجام می‌دهیم. به عبارت دیگر که آن اندرکنش قطعاً رخ می‌دهد. اما در آخر برای اینکه شرایط مسئله از حالت واقعی خارج نشود، به اندازه‌ی همان ضریبی که احتمال افزایش یافته است وزن کمیت‌های مورد نظر کاهش می‌یابد. در نهایت بدون اینکه شرایط کلی تغییر کند، مقدار خطا کاهش یافته در حالی که زمان اجرا هم خیلی طولانی نشده است [۱۴].

۳-۱-۳ روش‌های نمونه‌گیری تصادفی:

یکی از کارهای اصلی مونت کارلو تولید متغیرهای تصادفی با تابع توزیع احتمال مشخص، است. اولین گام برای تولید متغیرهای تصادفی تولید یک عدد کاتوره‌ای بین صفر تا یک به طور یکنواخت است. برای این کار نیز روش‌های متفاوتی وجود دارد، که براساس این روش‌ها توابع آماده‌ای نوشته شده‌اند. از جمله توابع $RAN3, RAN1, RAND, \dots$ [۱۲]. اما در ادامه به روش‌های تولید متغیرها با توزیع مشخص می‌پردازیم.

۳-۱-۳ روش تبدیل معکوس

فرض کنید متغیر x از تابع توزیع $P(x)$ پیروی می‌کند به طوری که $\int P(x)dx = 1$ ، که این تابع خود دارای تابع معکوسی به صورت زیر می‌باشد.

$$\int P(x)dx = f(x) = u \rightarrow x = f^{-1}(u) \quad (6-3)$$

حال اگر u یک عدد کاتوره‌ای در بازه‌ی $(0,1)$ باشد، متغیر x که برابر است با $f^{-1}(u)$ یک متغیر کاتوره‌ای در بازه‌ی (x_{min}, x_{max}) با تابع توزیع احتمال $P(x)$ خواهد بود [۱۲].

۳-۱-۳ روش حذفی (ردی)

فرض کنید می‌خواهیم یک سری اعداد با توزیع $P(x)$ تولید کنیم، که این توزیع از تابع مشخصی که بتوان آنرا از روش معکوس شبیه سازی کرد پیروی نمی‌کند. در این حالت باید از روش حذفی استفاده کرد. در این روش از یک تابع توزیع که می‌توان آنرا به روش معکوس و یا هر روش دیگر بدست آورد بهره می‌بریم. ابتدا یک سری اعداد کاتوره‌ای با تابع توزیع $\pi(x)$ تولید می‌نماییم و سپس برای هر x تولید شده یک y با توزیع یکنواخت در بازه‌ی $(0, C\pi(x))$ تولید می‌نماییم. باید توجه کنیم که $\pi(x)$ و C به گونه ای انتخاب شوند که برای هر x رابطه‌ی زیر برقرار باشد.

$$C\pi(x) \geq P(x) \quad (7-3)$$

حال از میان نقاط تولید شده اگر $y > P(x)$ باشد، نقطه‌ی مورد نظر رد (حذف) می‌شود. بدین ترتیب x هایی با توزیع $P(x)$ بدست می‌آید [۱۲].

۲-۳ کد شبیه سازی مونت کارلوی MCNP:

MCNP یک کد ترابرد برا نوترون‌ها، فوتون‌ها و الکترون‌های کوپل شده است. این کد وابستگی زمانی، مشخصه‌های هندسی و انرژی‌های پیوسته را در نظر می‌گیرد.

این کد می‌تواند در موارد متفاوت زیر مورد استفاده قرار گیرد:

- (۱) فوتون به تنهایی
- (۲) نوترون به تنهایی
- (۳) الکترون به تنهایی
- (۴) ترکیب نوترون و فوتون‌هایی که از برهم‌کنش نوترون‌ها تولید شده باشند
- (۵) ترکیب نوترون و فوتون و الکترون
- (۶) ترکیب فوتون و الکترون‌های تولید شده توسط برهم‌کنش فوتون‌ها
- (۷) ترکیب الکترون و فوتون‌های تولید شده توسط برهم‌کنش الکترون‌ها

در تمامی موارد بالا حدود انرژی نوترون از $10^{-11}MeV$ تا $20MeV$ و برای الکترون و فوتون $1keV$ تا $1000MeV$ است.

به دلیل گستره‌ی نسبتاً وسیع انرژی و در بر گرفتن حالت‌های مختلف ترابرد ذرات MCNP به یکی از پر کاربردترین کدهای شبیه‌سازی در مسائل هسته‌ای تبدیل شده است.

برای شبیه‌سازی کاربر ابتدا یک فایل ورودی می‌سازد. این فایل شامل اطلاعاتی راجع به مسئله در زمینه‌های خصوصیات هندسی، توصیف مواد و انتخاب معادله‌ی سطح مقطع، موقعیت و خصوصیات چشمه‌ی نوترون یا فوتون و یا الکترون، نوع تالی‌ها و تکنیک‌های کاهش واریانس برای بهبود راندمان

است. می توان فایل ورودی را به سه قسمت اصلی تقسیم کرد، کارت سلول، کارت صفحه و کارت داده که خود از چندین کارت مختلف تشکیل شده است [۱۳].

۳-۲-۱ کارت سلول (cellcard)

فرم کلی این کارت به صورت زیر است:

j m d geom parameter

j شماره سلول است که باید در ستون ۱ تا ۵ نوشته شود.

m شماره‌ی ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی سلول است، دقت شود که برای خلاء مقدار m برابر با صفر است.

d چگالی ماده‌ی شماره‌ی m است، در نوشتن d باید به چند نکته توجه شود.

- برای خلاء این قسمت خالی است.

- اگر از چگالی اتمی ($atom/barn\ cm$) استفاده شود باید با علامت مثبت وارد شود.

- اگر از چگالی جرمی (gr/Cm^3) استفاده شود باید با علامت منفی وارد شود.

geom سطوح تشکیل دهنده‌ی سلول است. در بخش‌های بعدی چگونگی نوشتن این سطوح توضیح داده می‌شود.

parameter لیست پارامترهای مربوط به سلول، مثل اهمیت ذره که البته می‌توان آن‌ها را به طور جداگانه در کارت داده آورد.

۳-۲-۲ کارت سطح

فرم کلی کارت سطح به صورت زیر می‌باشد:

j a list

z شماره سطح است که باید در ستون ۱ تا ۵ نوشته شود.

a نوع سطح است که در قسمت هندسه راجع به آن توضیح می‌دهیم.

list اعدادی است مربوط به توصیف سطح، مثل اندازه‌ی شعاع برای کره، مکان مرکز برای بیضی و.....

باید دقت کرد که پس از کارت سلول و کارت صفحه باید یک خط خالی قرار دهیم.

۳-۲-۳ کارت داده

این کارت شامل کارت های متفاوتی است که در ادامه به معرفی آنها می پردازیم.

۳-۲-۱ کارت تعیین نوع مسئله (MODE card)

در ابتدای این بخش به حالت‌های مختلفی که MCNP می‌تواند شبیه‌سازی کند اشاره نمودیم. در این

کارت تعیین می‌کنیم که کدام یک از ۷ حالت گفته شده انجام می‌شود. و به صورت زیر نمایش داده

می‌شود:

(۱) P : ترابرد فوتون

(۲) N : ترابرد نوترون به تنهایی

(۳) E : ترابرد الکترون به تنهایی

(۴) NP : ترابرد ترکیب نوترون و فوتون‌هایی که از برهم کنش نوترون‌ها تولید شده باشند

(۵) NPE : ترابرد ترکیب نوترون و فوتون و الکترون

(۶) PE : ترابرد ترکیب فوتون و الکترون‌های تولید شده توسط برهم کنش فوتون‌ها

(۷) EP : ترابرد ترکیب الکترون و فوتون‌های تولید شده توسط برهم کنش الکترون‌ها

اگر این کارت در برنامه تعریف نشود، ترابرد نوترون به عنوان پیش فرض انتخاب می‌شود.

جدول ۱-۳: متغیرهای چشمه در MCNP

نماد متغیر	توضیحات
CEL	سلولی است که چشمه را دربر گرفته است. در مورد چشمه‌های حجمی کاربرد دارد.
SUR	صفحه‌ای است که چشمه روی آن توزیع شده (برای چشمه‌های صفحه‌ای) این متغیر برای چشمه‌های حجمی برابر با صفر است.
ERG	انرژی چشمه در واحد MeV . اگر انرژی وارد نشود به عنوان پیش فرض برابر با $14MeV$ گرفته می‌شود.
DIR	کسینوس زاویه‌ی بین بردار مرجع VEC و جهت مورد نظر برای تابش است.
VEC	بردار مرجع برای DIR است. که در مورد چشمه‌ی صفحه‌ای همان بردار نرمال صفحه است.
NRM	علامت نرمال صفحه است. اگر وارد نشود به عنوان پیش فرض ۱+ در نظر گرفته می‌شود.
POS	نقطه‌ی مرجع برای نمونه سازی موقعیت است. در صورت قید نشدن به عنوان پیش فرض برابر با (0,0,0) در نظر گرفته می‌شود.
RAD	فاصله‌ی شعاعی از POS یا AXS. پیش فرض آن برابر با صفر است.
EXT	در حالت سلولی فاصله از POS در راستای AXS است. و در حالت صفحه‌ای کسینوس زاویه‌ای که با AXS است. در هر دو صورت پیش فرض آن برابر با صفر است.
AXS	بردار مرجع برای EXT و RAD است. پیش فرض آن برابر با صفر است.
WGT	وزن ذرات گسیل شده از چشمه است. پیش فرض آن برابر با ۱ است.
PAR	نوع ذرات گسیل شده از چشمه است. ۱ برای نوترون، ۲ برای فوتون و ۳ برای الکترون است.

۳-۲-۲ کارت مشخصات چشمه (SDEF Card)

توزیع احتمال برای چشمه‌ها ممکن است با انرژی، زمان موقعیت مکانی متغیر باشد، در این کارت می‌توان این توزیع‌ها را برای چشمه معرفی کرد. همچنین می‌توان اطلاعات راجع به هندسه‌ی فضایی چشمه نیز در این بخش وارد کرد. در کل متغیرهای مربوط به چشمه به صورت جدول (۳-۱) هستند. در معرفی چشمه دو کارت مفید وجود دارند که در مواردی که متغیرها به صورت توزیع‌های گسسته و یا پیوسته هستند به کار می‌روند. یکی نشان دهنده‌ی توزیع مورد نظر است (SIN) و دیگر نشان دهنده احتمال و یا چگالی توزیع‌ها است (SPn).

۳-۳-۲ کارت تالی (Tally card)

در این کارت هدف از شبیه‌سازی MCNP مشخص می‌شود. MCNP، ۶ تالی برای نوترون، ۶-تالی برای فوتون و ۴ تالی برای الکترون دارد که در جدول (۳-۲) معرفی شده‌اند.

جدول ۳-۲: تالی‌های MCNP

نوع تالی	توضیحات	واحد	مدهای مجاز
F_1	جریان صفحه‌ای	تعداد	N,P,E
F_2	شار صفحه‌ای	$\text{Cm}^2/\text{تعداد}$	N,P,E
F_4	شار حجمی برای سلول‌ها	$\text{Cm}^3/\text{تعداد}$	N,P,E
F_5	شار در یک نقطه		N, p
F_6	انرژی به جای گذاشته (دز)	MeV/gr	N,NP,P
F_7	انرژی به جا گذاشته حاصل از شکافت	MeV/gr	N
F_8	توزیع انرژی تابع پاسخ آشکارساز	pulses	P,E,PE

پس از مشخص کردن نوع تالی باید سلول یا صفحه و یا نقطه‌ای را که می‌خواهیم تالی در آن ناحیه حساب شود را در کنار تالی معرفی کنیم. بعد از آن می‌توان در سطر بعد تقسیم بندی‌هایی برای انرژی وارد کرد که تالی بر اساس این تقسیم بندی‌ها گزارش شود.

۳-۲-۳-۴ کارت ماده (Mncard)

فرم کلی کارت ماده به صورت زیر است:

mn ZAID1 fraction1 ZAID1 fraction1

mn شماره ماده است که از ۵ رقم بیشتر نمی‌تواند باشد.

ZAID عدد مشخص کننده‌ی ماده است. که عنصر یا هسته‌ی مورد نظر را مشخص می‌کند، و می‌تواند به صورت ZZZAAA.nnX باشد که ZZZ عدد اتمی عنصر یا هسته و AAA عدد جرمی هسته‌ها است. nn عدد مربوط به کتابخانه سطح مقطع است، و X کلاس داده‌های سطح مقطع را مشخص می‌کند. توجه شود که برای عناصر طبیعی AAA برابر با صفر گرفته می‌شود.

fraction کسر هسته‌ای است که یا به صورت وزن اتمی (با علامت مثبت) و یا به صورت کسر وزنی (با علامت منفی) می‌آید.

۳-۲-۴ پایان یا قطع برنامه

قطع برنامه با کارت‌های (cutoff) انجام می‌شود. که این کارت‌ها می‌توانند معیارهایی مثل محدوده‌ی انرژی و یا تعداد ذرات بررسی شده و یا زمان سپری شده داشته باشند. دو موردی که در اکثر برنامه‌ها به کار می‌روند. NPS یا همان ذرات بررسی شده و ctme یا همان زمان سپری شده هستند.

۳-۲-۵ چگونگی تعریف هندسه مسائل

در برخی از بخش‌ها به خصوص کارت‌های سلول، سطح و مشخصات چشمه نیاز داریم تا هندسه‌ی مسئله را به طور مشخص توصیف کنیم. برای این کار با در نظر گرفتن نقطه‌ی خاصی در سیستمی که قصد شبیه سازی آن را داریم، به عنوان مبداء و تعیین محورهای مختصات. ابتدا صفحه‌های مورد نیاز و مکان آن‌ها را معرفی نموده و با استفاده از آن‌ها سلول‌ها را معرفی می‌نماییم. نکته‌ای که باید به آن توجه کنیم این است که MCNP هندسه را در دستگاه دکارتی تعریف می‌کند.

۳-۲-۵-۱ چگونگی تعریف صفحه‌ها

در MCNP می‌توان تمامی شکل‌های هندسی از پیش شناخته شده مثل بیضی، مخروط و را با استفاده از دستورهای مشخص شبیه سازی کرد. این دستورها که شامل نام اختصاری صفحه‌ها و اعداد یا پارامترهای مورد نیاز برای تشخیص مکان و اندازه‌ی صفحه‌ها هستند به طور کامل در جدول (۳-۳) معرفی شده اند.

۳-۲-۵-۲ چگونگی تعریف سلول‌ها

سلول‌ها را با توجه به سطوح تشکیل دهنده‌ی آن‌ها تعریف می‌کنیم. برای این کار چند قرارداد وجود دارد.

۱- اگر سطح بازی داریم سمت راست سطح و بالای سطح را با علامت مثبت و سمت چپ و پایین سطح را با علامت منفی مشخص می‌کنیم.

۲- اگر سطح بسته‌ای داشته باشیم (مثل کره) داخل سطح را با علامت منفی و خارج آن را با علامت مثبت مشخص می‌کنیم.

۳- در تعریف سلول‌ها می‌توان از سه عملگر اشتراک (با یک جای خالی)، اجتماع (با علامت :) و مکمل (با علامت #) بهره برد.

برای مثال عبارت (3: 2-1) سلولی را نشان می‌دهد که در بالا سطح ۱، سمت چپ سطح ۲ به علاوه سلول ۳ تشکیل شده است. و یا عبارت (1 # 1-1) سلولی را نشان می‌دهد که داخل سطح یک است به جز قسمتی از این سطح که جزئی از سلول یک است.

جدول ۳-۳: مشخصه‌های سطوح

ورودی‌های کارت	معادله	توضیحات	نوع	علامت اختصاری
ABCD D D D	$Ax + By + Cz - D = 0$ $x - D = 0$ $y - D = 0$ $z - D = 0$	حالت کلی نرمال به محور X نرمال به محور Y نرمال به محور Z	صفحه‌ی تخت	P PX PY PZ
R x y z R x y R z R	$x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$ $(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2 - R^2 = 0$ $(x - \bar{x})^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$ $x^2 + (y - \bar{y})^2 + z^2 - R^2 = 0$ $x^2 + y^2 + (z - \bar{z})^2 - R^2 = 0$	به مرکزیت مبدا حالت کلی مرکز روی محور X مرکز روی محور Y مرکز روی محور Z	کره	SO S SX SY SZ
y z R x z R x y R R R R	$(y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2 - R^2 = 0$ $(x - \bar{x})^2 + (z - \bar{z})^2 - R^2 = 0$ $(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 - R^2 = 0$ $y^2 + z^2 - R^2 = 0$ $x^2 + z^2 - R^2 = 0$ $x^2 + y^2 - R^2 = 0$	موازی بامحور X موازی بامحور Y موازی بامحور Z روی محور X روی محور Y روی محور Z	استوانه	C/X C/Y C/Z CX CY CZ
x y z $t^2 \pm 1$ x y z $t^2 \pm 1$ x y z $t^2 \pm 1$ x $t^2 \pm 1$ y $t^2 \pm 1$ z $t^2 \pm 1$	$\sqrt{(y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2} - t(x - \bar{x}) = 0$ $\sqrt{(x - \bar{x})^2 + (z - \bar{z})^2} - t(y - \bar{y}) = 0$ $\sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2} - t(z - \bar{z}) = 0$ $\sqrt{y^2 + z^2} - t(x - \bar{x}) = 0$ $\sqrt{x^2 + z^2} - t(y - \bar{y}) = 0$ $\sqrt{x^2 + y^2} - t(z - \bar{z}) = 0$	موازی بامحور X موازی بامحور Y موازی بامحور Z روی محور X روی محور Y روی محور Z	مخروط	K/X K/Y K/Z KX KY KZ

۳-۲-۶ تخمین خطا در MCNP:

در بخش ۱-۳-۱ دیدیم که خطای آماری برای شبیه سازی مونت کارلو با $\frac{1}{\sqrt{N}}$ متناسب است. که N تعداد ذرات شبیه سازی شده است. در فایل خروجی، MCNP همراه با تالی مورد نظر عدد دیگری نیز گزارش می‌کند، این عدد را که خطای نسبی محاسبات است با R نشان می‌دهیم. R هم با $\frac{1}{\sqrt{N}}$ متناسب است. بنابراین با افزایش N مقدار R کاهش خواهد یافت. میزان خطای نسبی می‌تواند معیاری از کیفیت جواب‌های بدست آمده باشد. اعتبار جواب‌ها بر حسب خطای نسبی آن‌ها در جدول (۳-۴) آمده است.

جدول ۳-۴: اعتبار جواب‌ها بر حسب خطای نسبی

اعتبار تالی	محدوده‌ی R
بی اعتبار	1.0-0.5
تا حدود ناچیزی قابل اعتبار	0.5-0.2
قابل تردید	0.2-0.1
قابل اعتبار	کوچکتر از 0.1
قابل اعتبار برای آشکارسازهای نقطه‌ای	کوچکتر از 0.05

البته باید به این نکته دقت کرد که با افزایش N حتماً خطای نسبی کاهش نمی‌یابد. برای اطمینان از صحت نتایج، MCNP پارامتری به نام عدد شایستگی معرفی می‌کند که آنرا با FOM نشان می‌دهند و از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$FOM = \frac{1}{R^2 T} \quad (۳-۸)$$

که T در رابطه‌ی (۳-۸) زمان اجرا شدن برنامه یا در واقع زمان مورد نیاز برای ترابرد N ذره است. با افزایش N ، FOM باید مقدار ثابتی داشته باشد. MCNP در انجام شبیه‌سازی همواره نوسانات تالی را چک می‌کند تا از کیفیت آن‌ها مطمئن شود. این کار با بررسی ثابت بودن FOM انجام می‌شود. برای این کار ۱۰ آزمون آماری وجود دارد که در صورت بروز مشکل MCNP هشدار می‌دهد که این آزمون‌های به طور کامل انجام نشده‌اند.

۳-۲-۷ تکنیک‌های کاهش واریانس

همانطور که در مورد شبیه‌سازی مونت کارلو بیان شد، در مواردی که احتمال رخ دادن اندرکنش‌ها کم است خطای آماری افزایش می‌یابد. در این صورت می‌توان با افزایش تعداد ذراتی که تاریخچه‌ی آن‌ها بررسی می‌شود، خطا را کاهش داد. اما دو مشکل وجود دارد: یک اینکه افزایش تعداد ذرات زمان اجرای برنامه را بسیار طولانی می‌کند و دیگر اینکه همیشه افزایش تعداد ذرات امکان پذیر نخواهد بود. بنابراین نیاز به استفاده از روش‌هایی برای کاهش واریانس داریم.

روش‌های کاهش واریانس به سه دسته‌ی عمده تقسیم می‌شوند، این روش‌ها به صورت اجمالی در جدول ۳-۵ معرفی شده‌اند.

جدول ۳-۵: روش‌های کلی کاهش واریانس

نام روش اصلی	توضیحات
خرد کردن (splitting)	در این روش هر ذره به چندین ذره دختر با وزن کمتر تقسیم می‌شود.
رولت روسی (Russian roulette)	در این روش ذرات با احتمالی که وابسته به وزنشان است دنبال می‌شوند و یا نادیده گرفته می‌شوند.
نمونه برداری از توابع چگالی احتمال غیر آنالوگ	در این روش یک نمونه گیری چندین بار تکرار می‌شود.

از جمله کارت‌های مربوط به کاهش واریانس می‌توان به کارت اهمیت (IMP) ، کارت قطع انرژی (Energy cutoff)، کارت برخورد اجباری (forced collisions) و اشاره کرد.

فصل چهارم

شبه سازی

در این فصل به توصیف شرایط مسئله شبیه‌سازی شده خواهیم پرداخت. برای این کار ابتدا هندسه‌ی مسئله را شرح می‌دهیم و سپس به فلوجارت برنامه‌های نوشته شده برای شبیه‌سازی می‌پردازیم.

۴-۱ بدست آوردن برد الکترون در آب:

در بخش ۲-۲-۳ اطلاعات کلی‌ای راجع به برد الکترون بدست آوردیم. همانطور که در پایان آن بخش ذکر شد، برای بدست آوردن برد الکترون در ماده می‌توان از فرمول نیمه تجربی و توان توقف الکترون در آب استفاده نمود.

۴-۱-۱ بدست آوردن برد با استفاده از توان توقف

بنابر تعریف توان توقف، $\left(\frac{dE}{dx}\right)$ برابر است با مقدار انرژی که الکترون با انرژی مشخص در اثر طی کردن مسافتی مشخص از دست می‌دهد، و از رابطه‌ی (۲-۴۷) بدست می‌آید.

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} \left(\frac{MeV}{m}\right) = 4\pi r_0^2 \frac{mc^2}{\beta^2} NZ \left\{ \ln \left(\frac{\beta\gamma\sqrt{\gamma-1}mc^2}{I} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \left[\frac{(\gamma-1)^2}{8} + 1 - (2\gamma^2 + 2\gamma - 1) \ln 2 \right] \right\}$$

مسافت طی شده را می‌توان از رابطه‌ی زیر بدست آورد:

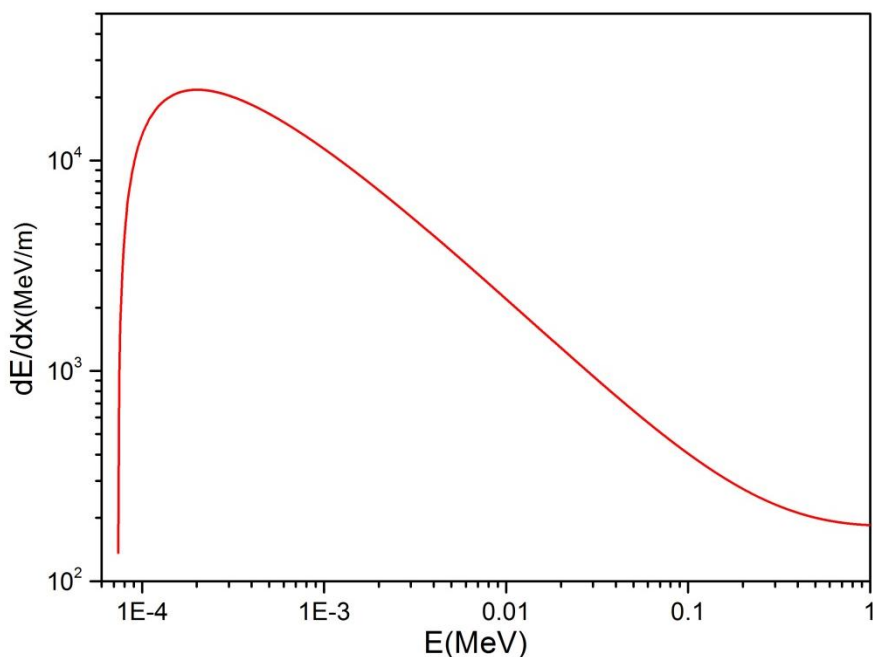
$$dx = \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \quad (۱-۴)$$

بنابراین با مشخص بودن توان توقف بر حسب انرژی می‌توان از رابطه‌ی ذیل مقدار برد را به دست آورد:

$$R = \int dx = \int \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \quad (۲-۴)$$

مراحل بدست آوردن برد به صورت زیر می‌باشد:

- ۱- برای این کار باید از یک حلقه‌ی تکرار، با N بار تکرار استفاده کنیم.
 - ۲- انرژی‌ای را که می‌خواهیم برد مربوط به آن را محاسبه کنیم، بر N تقسیم می‌نماییم. عدد حاصل همان dE در هر مرحله است.
 - ۳- در هر مرحله از حلقه‌ی تکرار $\left(\frac{dE}{dx}\right)$ را با استفاده از رابطه‌ی (۲-۴۶) بدست می‌آوریم. و در انتهای حلقه dx را از رابطه‌ی (۱-۴) محاسبه می‌نماییم.
 - ۴- قبل از پایان یافتن حلقه dx را با dx ‌های مراحل قبل که در متغیری به نام R ذخیره شده- اند جمع می‌نماییم. این کار معادل همان انتگرال گیری رابطه‌ی (۲-۴) است.
 - ۵- R و انرژی مربوطه در هر مرحله، مسافت طی شده توسط الکترون با انرژی آن مرحله است. پس اگر این اعداد را ذخیره کنیم، مسافت طی شده با انرژی‌های متفاوت را خواهیم داشت که این داده‌ها در برنامه‌ی اصلی به کار می‌آیند.
 - ۶- وقتی حلقه‌ی تکرار پایان می‌پذیرد، مقدار متغیر R همان برد الکترون با انرژی اولیه داده شده خواهد بود.
 - ۷- باید دقت شود هر چه تعداد N بیشتر باشد، تعداد بیشتری تقسیم بندی انرژی و به دنبال آن برد برای آن انرژی‌ها خواهیم داشت. اما نتیجه‌ی نهایی برای برد تغییر نخواهد کرد.
- در شکل (۴-۱) نمودار توان توقف بر حسب انرژی برای الکترون با انرژی اولیه‌ی $1MeV$ آمده است. که N برابر با 1000000 گرفته شده است.
- همچنین در شکل (۴-۲) نمودار مسافت طی شده (یا همان برد) بر حسب انرژی برای شرایط گفته شده رسم شده است.



شکل ۴-۱: نمودار توان توقف الکترون برحسب انرژی در آب برای انرژی اولیه 1MeV

با توجه به اینکه در انرژی پائین الکترون با طی کردن مسافت کوچکتری متوقف می‌شود، انتظار داریم هر چه انرژی کوچکتر شود مقدار توان توقف بیشتر شود، یعنی اگر روند کاهش انرژی را دنبال کنیم باید نمودار توان توقف سیر صعودی داشته باشد. اما همانطور که در شکل (۴-۱) مشاهده می‌نمایید، در انرژی‌های کوچک (در حدود کمتر از 0.02KeV) نه تنها مقدار توان توقف سیر صعودی ندارد بلکه در انرژی‌های نزدیک به صفر مقادیر منفی به خود می‌گیرد. مقدار توان توقف منفی به این معنی است که الکترون در مسافت dx مقدار منفی انرژی از دست داده است. که البته غیر ممکن خواهد بود و می‌توان نتیجه گرفت که الکترون متوقف شده است و در واقع برد مربوط به توان توقف منفی صفر می‌باشد. اما می‌دانیم که برد تنها در انرژی صفر برابر صفر است. بنابراین برای بررسی توان توقف در انرژی‌های کوچک باید به چند نکته دقت نماییم:

۱- به دلیل سادگی مدل، رابطه‌ی (۲-۴۷) برای توان توقف در بسیاری از تحقیقات تجربی استفاده می‌شود. در واقع این رابطه یک تقریب عالی برای الکترون‌های با انرژی بالا است. اما در انرژی‌های پایین توجیه فیزیکی ندارد. چون مقدار توان توقف یک مقدار منفی می‌شود.

۲- وقتی که یک جریان از الکترون‌ها به داخل یک هدف نفوذ می‌کند، الکترون‌ها ممکن است هم به صورت کشسان و هم به صورت ناکشسان پراکنده شود. بنابراین توان توقف می‌تواند ناشی از برهم‌کنش‌های ناکشسان (یونش و برانگیزش و تابش) و هم ناشی از برهم‌کنش‌های کشسان باشد. در انرژی‌های بالا بیشتر پراکندگی‌های ناکشسان صورت می‌گیرد. اما در انرژی‌های پایین پراکندگی کشسان غالب است و این پراکندگی بر روی مسیر الکترون و در نتیجه توان توقف تأثیر خواهد داشت. بنابراین برای بدست آوردن توان توقف در انرژی‌های پایین باید تأثیر پراکندگی کشسان در نظر گرفته شود، که در رابطه (۲-۴۷) این اثر لحاظ نشده است و همین امر سبب نامعتبر بودن این رابطه در انرژی‌های پایین می‌باشد [۱۶].

بنابراین در محدوده‌ی انرژی‌های پایین که خود شامل بردهای بسیار کوتاه (در حد میکرومتر و نانو-متر) هستند، برد بدست آمده برای انرژی‌های مشخص مقدار معتبری نخواهند بود. از آنجایی که ما به بررسی به جا گذاشتن انرژی در ابعاد میکرو و نانو می‌پردازیم، بنابراین دقت جواب‌ها در این محدوده برای ما مهم است. بنابراین باید مقدارهای واقعی برد را از راه درون‌یابی بدست آوریم.

۴-۱-۱-۱ روش درون‌یابی

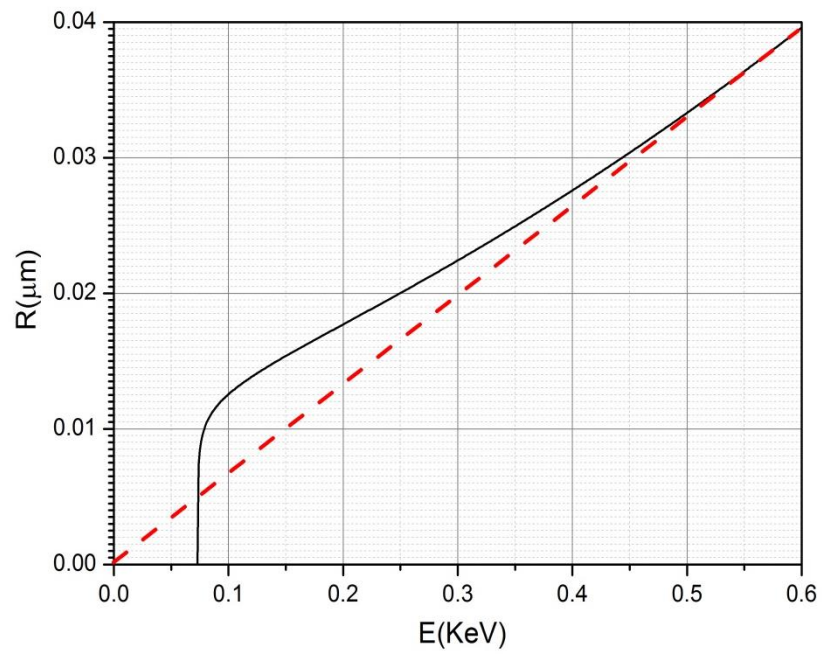
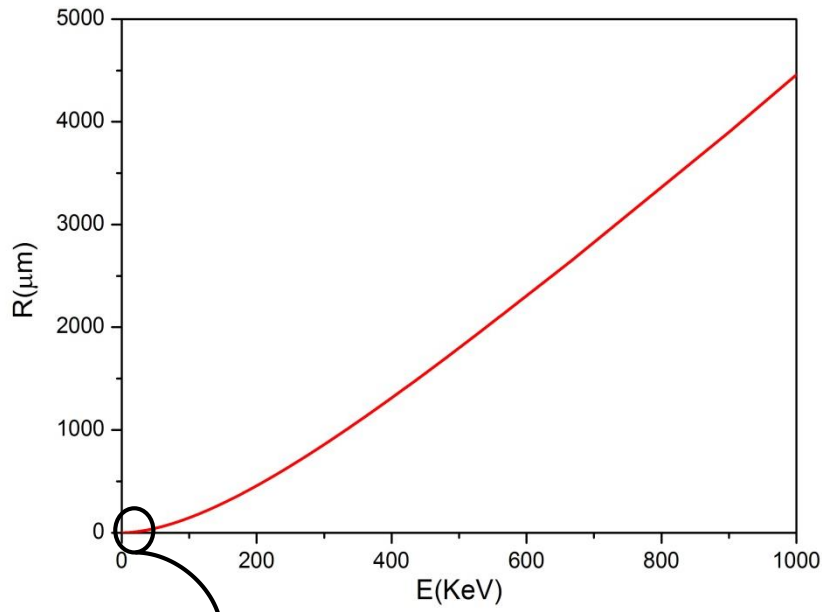
درون‌یابی روشی ریاضی برای حدس زدن مقدار یک متغیر در نقطه‌ای از نمودار یا داده‌های در دسترس، با توجه به مقدار متغیرهای موجود در نمودار است.

روش‌های درون‌یابی مختلفی وجود دارد، از جمله درون‌یابی خطی، درون‌یابی چند جمله‌ای، درون‌یابی گوسی و در ادامه مروری بر درون‌یابی خطی خواهیم داشت.

فرض کنید می‌خواهیم مقدار y را در نقطه‌ی x بین دو نقطه از نمودار حساب کنیم، مختصات این نقاط به صورت (x_a, y_a) و (x_b, y_b) هستند. در روش درون‌یابی خطی مقدار y از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$y = y_a(x - x_a) \left(\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \right) \quad (3-4)$$

برای درون‌یابی به دو نقطه‌ی معتبر نیاز داریم. همانطور که پیشتر گفته شد در انرژی صفر باید برد برابر با صفر باشد، بنابراین (x_a, y_a) به صورت $(0,0)$ خواهد بود، دومین نقطه می‌تواند یکی از نقاط نمودار اصلی باشد. بنابراین اگر از نقطه‌ی $(0,0)$ خطی مماس بر نمودار رسم کنیم، نقطه‌ی تماس همان (x_b, y_b) خواهد بود. بنابراین با توجه به شکل (۴-۲)، (x_b, y_b) به صورت $(0.6, 0.935)$ خواهد بود.



شکل ۴-۲: نمودار برد الکترون در آب برای انرژی تا 1MeV

۴-۱-۲ بدست آوردن برد با استفاده از فرمول نیمه تجربی

علاوه بر استفاده از توان توقف در کارهای مختلف برد الکترون را از داده های تجربی و یا برون یابی داده های موجود از تجربه بدست آورده اند. پیش از آنکه به فرمول نیمه تجربی بپردازیم، نتایج حاصل از چند کار قبلی برای برد الکترون را مرور می نماییم:

- ۱- T.Tabata و همکارانش طی مقاله ای با استفاده از داده های مربوط به برنامه ی ESTAR به برون یابی برد الکترون برای عناصر و ترکیبات مختلف پرداخته اند. بخشی از نتایج حاصل برای آب در جدول (۴-۱) آمده است [۱۷].

جدول ۴-۱: برد الکترون بدست آمده از برون یابی داده های ESTAR [۱۷]

انرژی (MeV)	0.1	0.2	0.5	1
برد ($\mu g/Cm^2$)	1.19×10^{-2}	3.73×10^{-2}	1.47×10^{-1}	3.69×10^{-2}

- ۲- M. Pimblott و همکارش طی مقاله ای با تغییراتی در رابطه ی توان توقف به بررسی برد الکترون در انرژی های پایین تا محدوده ی $0.07(keV)$ در آب پرداخته است. که نتایج حاصل در جدول (۴-۲) آمده است [۱۸].

جدول ۴-۲: برد بدست آمده از رابطه ی توان توقف در آب [۱۸]

انرژی (keV)	0.07	0.1	0.3	1	3	10
برد ($\mu g/Cm^2$)	1.05	1.19	2.01	6.68	34.1	258

- ۳- A.Kumar و همکارانش طی مقاله ای برد الکترون در انرژی $0.01(MeV)$ تا $100(MeV)$ را از برون یابی بدست آورده اند. بخشی از نتایج حاصل از این کار در جدول (۴-۳) آمده است [۱۹].

جدول ۳-۴: برد الکترون در آب، بدست آمده از برون یابی [۱۹]

0.1	0.05	0.02	0.01	انرژی (MeV)
1.44×10^{-2}	3.34×10^{-3}	8.57×10^{-4}	2.52×10^{-4}	برد (g/Cm^2)
	1	0.5	0.2	انرژی (MeV)
	4.46×10^{-1}	1.8×10^{-1}	4.54×10^{-2}	برد (g/Cm^2)

۴- J.E.Tuner در بخشی از کتاب خود در مورد تابش و حفاظت در برابر آن است، به برهم-کنش‌های الکترون پرداخته است. در این بخش مقادیری برای برد الکترون در آب گزارش شده است که در جدول (۴-۴) بخشی از این مقادیر آمده است [۲۰].

جدول ۴-۴: برد الکترون در آب [۲۰]

0.075	0.05	0.03	0.01	انرژی (keV)
4×10^{-7}	3×10^{-7}	2×10^{-7}	4×10^{-8}	برد (g/Cm^2)
1	0.5	0.2	0.1	انرژی (keV)
5×10^{-6}	2×10^{-6}	8×10^{-7}	5×10^{-7}	برد (g/Cm^2)
25	10	5	2	انرژی (keV)
1.2×10^{-3}	2×10^{-4}	8×10^{-5}	2×10^{-5}	برد (g/Cm^2)
200	100	75	50	انرژی (keV)
4.4×10^{-2}	1.4×10^{-2}	8.6×10^{-3}	4.2×10^{-3}	برد (g/Cm^2)
	1000	700	500	انرژی (keV)
	4.3×10^{-1}	2.75×10^{-1}	1.74×10^{-1}	برد (g/Cm^2)

۵- Yinghong Lin در پژوهشی به بررسی الکترون‌ها ثانویه پرداخته است. در این کار برای برد الکترون در انرژی‌های پایین رابطه‌ی (۴-۴) را ارائه داده است [۱۶].

$$R = \frac{76}{\rho} (E)^{1.76} \quad (۴-۴)$$

که در این رابطه انرژی برحسب (KeV)، چگالی بر حسب (gr/Cm^3) و برد برحسب (nm) می‌باشد.

در ادامه پس از بررسی فرمول نیمه تجربی نتایج حاصل از رابطه‌ی (۴-۴) را با نتایج حاصل از فرمول نیمه تجربی مقایسه خواهیم نمود.

برد الکترون برای بازه‌ی انرژی 0.3 KeV تا 30 MeV را می‌توان از فرمول نیمه تجربی‌ای که در رابطه آمده است بدست آورد [۲۱'۱].

$$R \left(\frac{kg}{m^2} \right) = a_1 \left\{ \frac{\ln[1+a_2(\gamma-1)]}{a_2} - \frac{a_3(\gamma-1)}{1+a_4(\gamma-1)^{a_5}} \right\} \quad (۵-۴)$$

که در آن ضرایب به صورت زیر می‌باشند.

$$a_1 = \frac{2.335A}{Z^{1.209}}$$

$$a_2 = 1.78 \times 10^{-4} Z$$

$$a_3 = 0.9891 - (3.01 \times 10^{-4} Z)$$

$$a_4 = 1.468 - (1.81 \times 10^{-2} Z)$$

$$a_5 = \frac{1.232}{Z^{0.109}}$$

$$\gamma = \frac{T+Mc^2}{Mc^2}$$

در این رابطه خطای برد الکترون با کاهش انرژی افزایش می‌یابد و در نهایت به مقدار بیشینه‌ی ۱۰٪ می‌رسد.

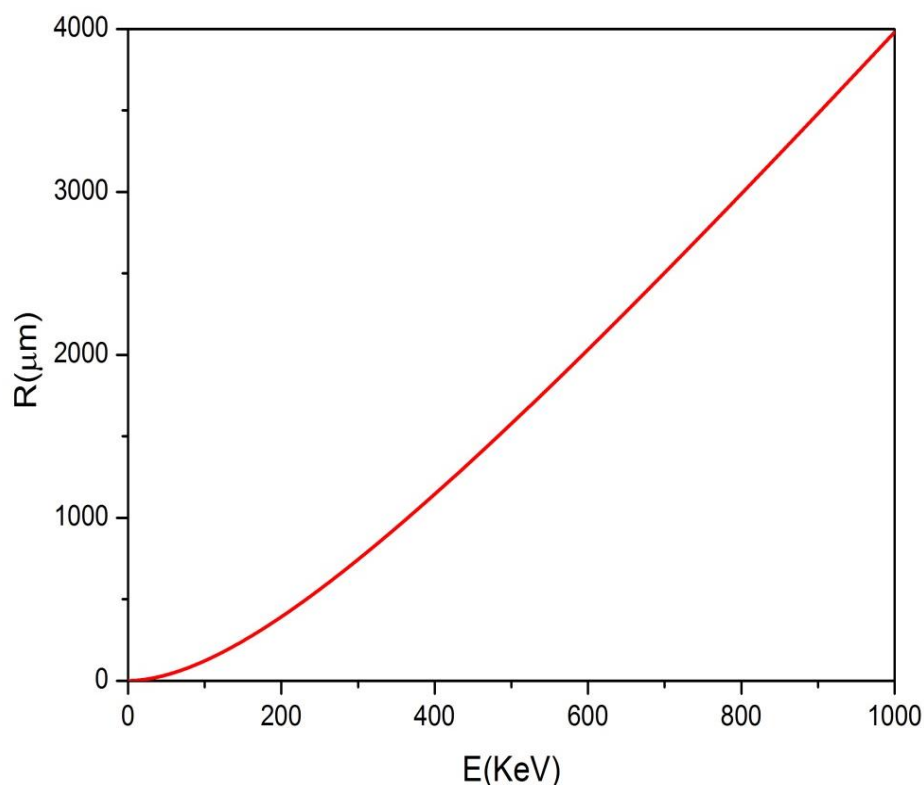
در مورد مواد که به صورت ترکیب و یا مخلوط هستند، Z (عدد اتمی) و A (عدد جرمی) از روابط (۴-۴) و (۶-۴) بدست می‌آید.

$$Z_{ef} = \sum_i w_i Z_i \quad (۴-۶)$$

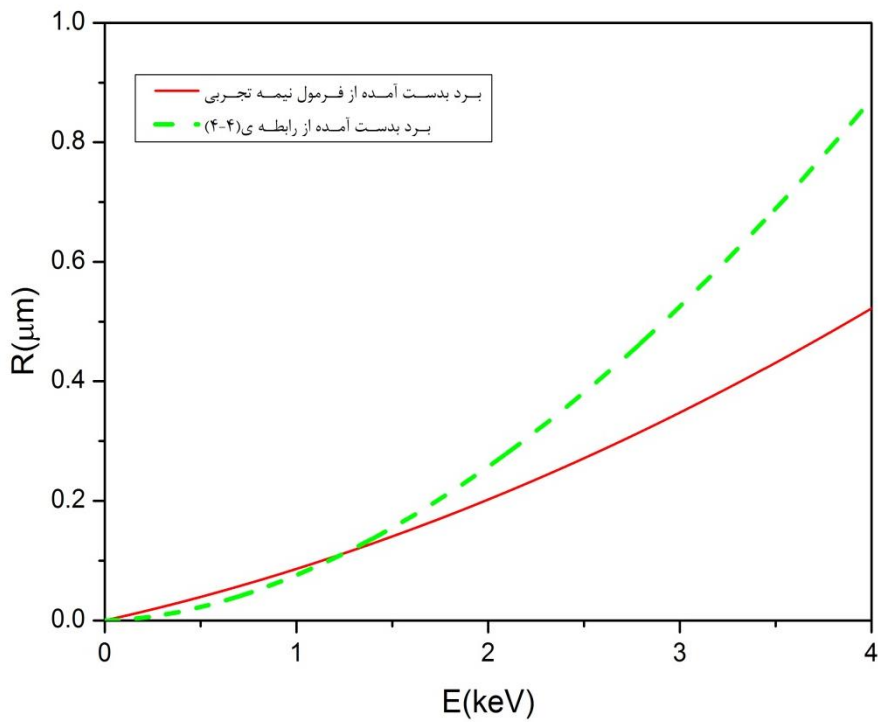
$$A_{eff} = Z_{ef} \sum_i w_i \frac{Z_i}{A_i} \quad (۴-۷)$$

که w_i کسر وزنی عنصر با عدد اتمی Z_i و وزن اتمی A_i است.

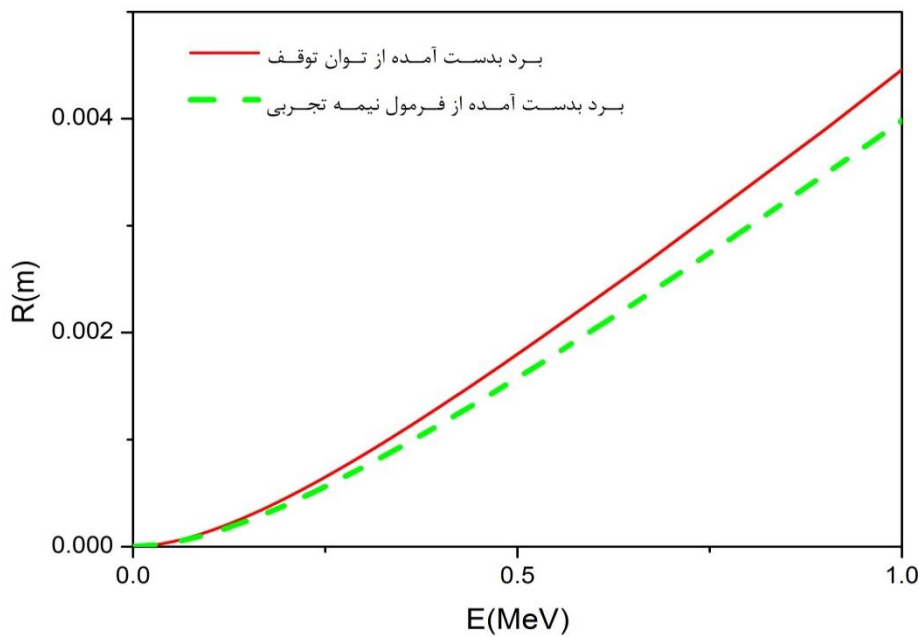
در شکل (۴-۳) نمودار برد بدست آمده از رابطه‌ی فوق بر حسب انرژی آمده است. در شکل (۴-۴) این نمودار با نتایج بدست آمده از رابطه‌ی (۴-۴) مقایسه شده است، با توجه به اینکه رابطه‌ی (۴-۴) در انرژی‌های پایین معتبر است این مقایسه برای انرژی‌های پایین صورت گرفته است. همچنین مقایسه‌ی نمودار برد حاصل از فرمول نیمه تجربی و توان توقف در شکل (۴-۵) مقایسه شده است.



شکل ۴-۳: نمودار برد الکترون با استفاده از فرمول نیمه تجربی در آب برای انرژی تا $1MeV$



شکل ۴-۴: مقایسه‌ی نمودار برد الکترون بدست آمده از فرمول نیمه تجربی و رابطه‌ی (۴-۴) در انرژی‌های پایین



شکل ۴-۵: مقایسه‌ی نمودار برد الکترون بدست آمده از توان توقف و فرمول نیمه تجربی در آب تا انرژی 1MeV

همانطور که در شکل (۴-۵) مشاهده می‌نمایید، میان برد بدست آمده از فرمول نیمه تجربی و توان توقف اختلاف کم اما مشهودی وجود دارد. بنابراین باید یکی از این نتایج را برای ادامه‌ی کار انتخاب نماییم، که ما در ادامه از فرمول نیمه تجربی استفاده می‌نماییم.

۴-۲ شبیه سازی مسئله

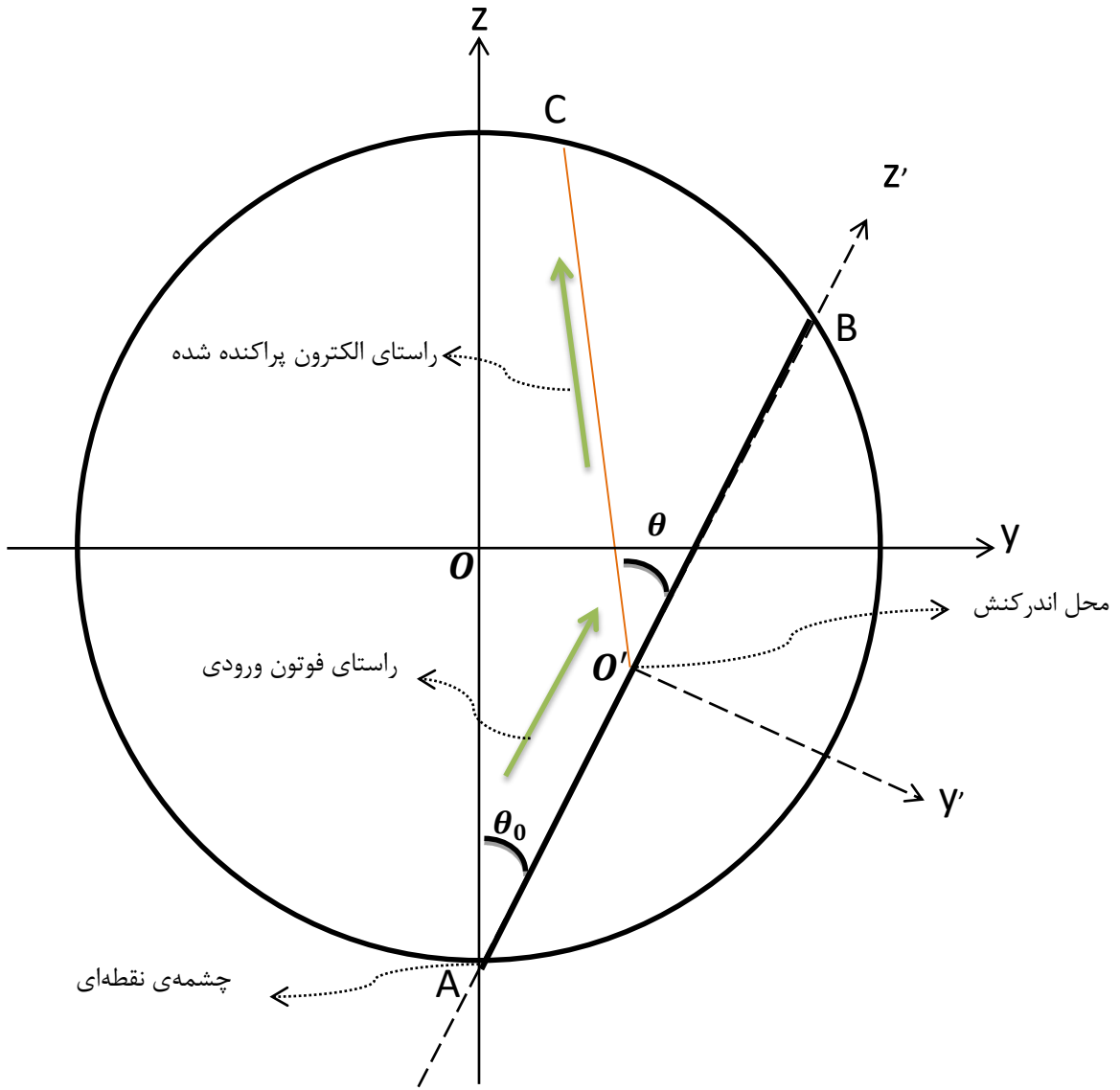
هدف ما اندازه گیری توزیع دز در کره‌ای از جنس آب با قطری در ابعاد میلی، میکرو و نانو است . برای دستیابی به این هدف نیاز به رعایت موارد ذیل است :

- ۱- تعیین جهت فوتون فرودی اولیه به کره
- ۲- تعیین مکان اندرکنش فوتون (داخل کره یا خارج آن)
- ۳- تشخیص نوع اندرکنش فوتون
- ۴- تعیین جهت حرکت الکترون (در رخداد فوتوالکتریک یا کامپتون)
- ۵- تعیین مقدار انرژی الکترون در مرحله ۴
- ۶- تعیین مسافتی که الکترون طی می‌کند تا از کره خارج شود
- ۷- تعیین مقدار انرژی متوسط به جا گذاشته در کره توسط الکترون

در شکل (۴-۶) کره‌ی مورد نظر به همراه شرایط موجود برای یک اندرکنش دلخواه رسم شده است. ابتدا با توجه به شکل روابط بین زوایا و طول‌های مورد نظر را استخراج می‌کنیم و سپس با استفاده از آن‌ها به بررسی ۷ گام اشاره شده در فوق می‌پردازیم.

مسافتی که فوتون پیش از اندرکنش طی می‌کند: $AO' = l$

مسافتی که الکترون پراکنده طی می‌کند تا از کره خارج شود: $O'C = d$



شکل ۴-۶: هندسه‌ی کلی مسئله

۴-۲-۱ هندسه ی مسئله

فوتون فرودی با زاویه ی (θ_0, φ_0) نسبت به محور Z وارد کره می شود، و پس از طی مسافت l در امتداد راستای حرکتش اندرکنش انجام می دهد. در محل اندرکنش یک دستگاه جدید انتخاب می کنیم که مؤلفه های پریم دار مربوط به این دستگاه می باشد. در اثر این اندرکنش تمام یا قسمتی از انرژی فوتون به الکترون اتمی که دستخوش اندرکنش شده است داده می شود. این الکترون با زاویه ی (θ, φ) نسبت به محور Z' حرکت می کند. بنابراین بردار یکه ای که جهت حرکت الکترون را نسبت به محور Z' مشخص می کند از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$\hat{e}' = \sin \theta \cos \varphi \hat{i}' + \sin \theta \sin \varphi \hat{j}' + \cos \theta \hat{k}' \quad (۸-۴)$$

اگر معادله ی خطی که از O' در امتداد بردار یکه ی \hat{e}' است را با معادله ی کره قطع دهیم و از روی محاسبه طول این پاره خط می توان مسافت لازم برای خروج الکترون از کره را بدست می آورد.

معادله ی خطی که از نقطه ی O' می گذرد در مختصات بدون پریم به شکل ذیل است :

$$\frac{x-x_{O'}}{a} = \frac{y-y_{O'}}{b} = \frac{z-z_{O'}}{c} = t \quad (۹-۴)$$

که در آن a, b و c ضرایب بردار یکه ی جهت حرکت الکترون در دستگاه بدون پریم است.

از طرفی تمامی نقاط روی کره از در معادله ی زیر صدق می کنند:

$$x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (۱۰-۴)$$

حال با حل هم زمان دو معادله $(۸-۴)$ و $(۹-۴)$ به رابطه ی ذیل می رسیم:

$$a^2 t^2 + (bt + y_{O'})^2 + (ct + z_{O'} - R)^2 = R^2 \quad (۱۱-۴)$$

پس از به دست آمدن مقدار t از رابطه‌ی (۴-۱۱) و قرار دادن آن در رابطه‌ی (۴-۹)، نقاط تقاطع راستای حرکت الکترون با کره به دست می‌آید.

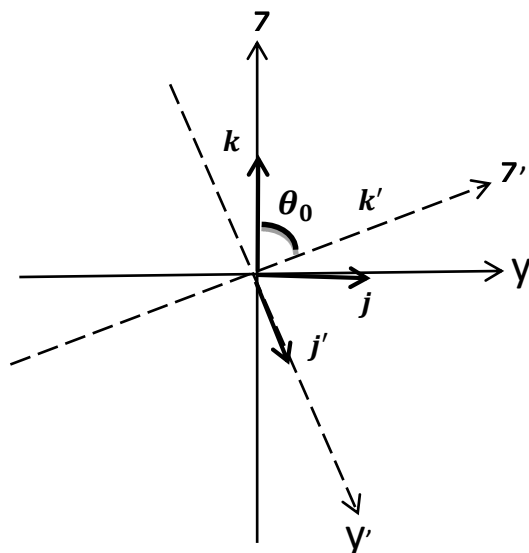
ضرایب بردار دیکه برای مختصات پریم‌دار به صورت زیر است:

$$a' = \sin \theta \cos \varphi \quad (۴-۱۲ \text{ الف})$$

$$b' = \sin \theta \sin \varphi \quad (۴-۱۲ \text{ ب})$$

$$c' = \cos \theta \quad (۴-۱۲ \text{ ج})$$

برای به دست آوردن مقادیر a و b و c در دستگاه xyz با توجه به مقادیر a' و b' و c' و ارتباط بین چرخش دستگاه $x'y'z'$ نسبت به دستگاه xyz و با توجه به شکل (۴-۷) داریم:



شکل ۴-۷: دو دستگاه مختصات پریم‌دار و بدون پریم

$$\hat{i}' = \hat{i} \quad (۴-۱۳ \text{ الف})$$

$$\hat{j}' = -\sin \theta_0 \hat{k} + \cos \theta_0 \hat{j} \quad (۴-۱۳ب)$$

$$\hat{j}' = \cos \theta_0 \hat{k} + \sin \theta_0 \hat{j} \quad (۴-۱۳ج)$$

با جایگذاری معادلات بالا در معادله‌ی (۴-۴) \hat{e}' در دستگاه مختصات بدون پریم به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{e}' = a\hat{i} + (b' \cos \theta_0 + c' \sin \theta_0)\hat{j} + (-b' \sin \theta_0 + c' \cos \theta_0)\hat{k} \quad (۴-۱۴)$$

بنابراین ضرایب بردار یکه در مختصات بدون پریم بدست آمد. با توجه به رابطی بالا می‌توان در معادله‌ی (۴-۱۱) دو مقدار برای t را بدست آورد.

$$\left\{ \begin{array}{l} a' = a \\ b = b' \cos \theta_0 + c' \sin \theta_0 \\ c = -b' \sin \theta_0 + c' \cos \theta_0 \\ x_{o'} = 0 \\ y_{o'} = l \sin \theta_0 \\ z_{o'} = -R + l \sin \theta_0 \end{array} \right. \quad (۴-۱۵)$$

$$t = -(by_{o'} + cz_{o'}) \pm \sqrt{(by_{o'} + cz_{o'})^2 - (y_{o'}^2 + z_{o'}^2 - R^2)} \quad (۴-۱۶)$$

دو مقدار مثبت و منفی t به ترتیب جهت گسیل الکترون و جهت خلاف آن را نشان می‌دهد. اگر d مسافت طی شده توسط الکترون از نقطه آغاز حرکت تا خروج از کره باشد مقدار آن از رابطه‌ی ذیل به دست می‌آید.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = d^2 \quad (17-4)$$

از طرفی با توجه به معادله‌ی (۹-۴) و با جایگذاری در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$a^2 t^2 + b^2 t^2 + c^2 t^2 = d^2 \quad (18-4)$$

اما می‌دانیم که a و b و c ضرایب بردار یکه هستند و مجموع مربعات آن‌ها برابر با واحد است.

بنابراین رابطه‌ی بالا به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$t^2 = d^2 \quad (19-4)$$

هدف ما نیز بدست آوردن d است بنابراین با بدست آوردن مقدار t از رابطه‌ی (۱۶-۴) مقدار d هم بدست می‌آید.

۲-۲-۴ جهت فوتون ورودی

فوتون ورودی می‌تواند با هر جهت دلخواهی وارد کره شود، و هیچ جهتی نسبت به جهات دیگر ارجحیت ندارد. به بیان دیگر فوتون با یک توزیع یکنواخت وارد کره خواهد شد.

بنابراین با تولید دو زاویه‌ی (θ_0, φ_0) کاتوره‌ای، جهت فوتون ورودی مشخص خواهد شد. همانطور که در شکل (۶-۴) مشاهده می‌کنید، نسبت به محور Z ها سنجیده می‌شود. برای اینکه فوتون وارد کره شود باید زاویه‌ی θ_0 در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ باشد و اما φ در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ تغییر می‌کند، بنابراین برای یافتن جهت فوتون ورودی باید دو زاویه‌ی کاتوره‌ای θ_0 و φ_0 به ترتیب در بازه‌های $(0, \pi)$ و $(0, 2\pi)$ تولید کرد که مراحل به صورت زیر خواهد بود:

۱- ابتدا با استفاده از subroutine RAN3 دو عدد کاتوره‌ای با توزیع یکنواخت u_1, u_2 در بازه-

ی $(0, 1)$ تولید می‌کنیم.

۲- θ_0 را برابر $\cos^{-1}(1 - u_1)$ و φ را برابر $2\pi u_2$ می‌گیریم.

این کار با استفاده از subroutine TetraFi انجام می‌شود.

۳-۲-۴ یافتن محل اندرکنش

همانطور که در فصل دوم ذکر شد، شار خروجی از ماده‌ای به ضخامت x از رابطه‌ی (۳-۲) بدست می‌آید.

$$I = I_0 e^{-\mu x} \rightarrow \text{احتمال آنکه فوتون طول } x \text{ را بدون اندرکنش در ماده طی کند} = \frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}$$

که I_0 و μ به ترتیب، شار ورودی و ضریب تضعیف خطی ماده‌ی مورد بررسی می‌باشند.

پس مسافت طی شده توسط فوتون نیز از این رابطه‌ی نمایی پیروی می‌کند. بنابراین برای یافتن محل اندرکنش یک طول نمایی تولید می‌کنیم. به بیان دیگر طول‌های کاتوره‌ای (l) تولید شده، باید از یک تابع توزیع نمایی (F) پیروی کنند. این تابع توزیع را با استفاده از روش معکوس تولید می‌کنیم.

انتگرال تابع توزیع باید برابر با یک باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$A \int_0^{\infty} e^{-\mu l} dl = 1 \Rightarrow A = \mu \Rightarrow f(l) = \mu e^{-\mu l} \quad (۲۰-۴)$$

بنابراین تابع توزیع به صورت زیر خواهد بود:

$$F = \int_0^l \mu e^{-\mu l} dl = 1 - e^{-\mu l} \quad (۲۱-۴)$$

این تابع توزیع یک تابع احتمال در بازه‌ی (0,1) است. بنابراین می‌توان آنرا برابر با عدد کاتوره‌ای مثل u گرفت.

$$u = 1 - e^{-\mu l} \Rightarrow l = \frac{-1}{\mu} \ln(1 - u) \quad (22-4)$$

مراحل یافتن (l) با توزیع نمایی به صورت زیر است:

۱- ابتدا با استفاده از subroutine RAN3 یک عدد کاتوره‌ای u در بازه‌ی $(0,1)$ تولید می‌کنیم.

۲- l را از رابطه‌ی زیر بدست می‌آوریم:

$$l = \frac{-1}{\mu} \ln(1 - u) \quad (23-4)$$

۳- باید توجه شود که در این روش l در بازه‌ی $(0, \infty)$ خواهد بود. اما برای ما اندرکنش در

داخل کره مهم است. بنابراین تنها l هایی قابل قبول هستند که کوچکتر از قطر کره باشند.

پس با قرار دادن یک شرط l های مختلفی که داخل کره هستند را بدست می‌آوریم.

۴- با توجه به رابطه‌ی $(23-4)$ با کوچکتر شدن μ مقدار l افزایش می‌یابد و احتمال اینکه از

قطر کره کوچکتر باشد، بسیار کم و زمان اجرای برنامه بسیار طولانی خواهد بود. برای رفع

این مشکل باید از روش‌های غیرآنالوگ استفاده کنیم.

در فصل سوم راجع به روش‌های غیر آنالوگ که منجر به افزایش سرعت شبیه‌سازی و کاهش

واریانس می‌شود، آشنا شدید. یکی از این روش‌ها، روش برخورد اجباری است که در بخش (۳-۱-۲-۱)

راجع به آن صحبت شده است.

۵- در روش برخورد اجباری فرض می‌کنیم که تمام ذرات داخل کره اندرکنش انجام دهند.

یعنی تمام l های تولید شده به روش کاتوره‌ای کوچکتر از طولی که فوتون در امتداد حرکت

خود در کره طی می‌کند، باشند. بنابراین باید یک طول نمایی کاتوره‌ای در بازه‌ی $(0, l_0)$

تولید کرد.

۶- در این حالت احتمال اندرکنش داخل کره برابر با یک و در مقابل برای ذره وزن w که کوچکتر از یک است در نظر گرفته می‌شود.

۷- باتوجه به رابطه‌ی (۳-۲) تعداد فوتون‌هایی که داخل ماده‌ای به ضخامت x اندرکنش انجام می‌دهند برابر است با:

$$I' = I_0(1 - e^{-\mu x}) \quad (۲۴-۴)$$

بدین ترتیب احتمال اینکه فوتون ورودی در عبور از ضخامت x اندرکنش انجام دهد، برابر است با نسبت شاری که اندرکنش انجام می‌دهد به شار ورودی:

$$P = \frac{I'}{I_0} = (1 - e^{-\mu x}) \quad (۲۵-۴)$$

با فرض آنکه (l_0) طول پیموده شده توسط فوتون در کره قبل از خروج از آن باشد :

$$P = (1 - e^{-\mu l_0}) = w(l_0) \quad (۲۶-۴)$$

این احتمال همان وزن اندرکنش خواهد بود.

یافتن محل اندرکنش توسط subroutine expri انجام می‌شود.

۴-۲-۴ نوع اندرکنش:

برای پی بردن به اینکه چه اندرکنشی رخ داده است باید به ضرایب تضعیف خطی توجه کنیم. در فصل دوم ذکر شد که احتمال رخ دادن هر یک از سه اندرکنش فوتوالکتریک (P_1) ، کامپتون (P_2) و تولید زوج (P_3) از روابط (۲-۴۰) تا (۲-۴۲) بدست می‌آید.

$$P_1 = \frac{\tau}{\mu}$$

$$P_2 = \frac{\sigma}{\mu}$$

$$P_3 = \frac{\kappa}{\mu}$$

مراحل تشخیص نوع اندرکنش به صورت زیر می‌باشد:

۱- یک عدد کاتوره‌ای مثل u بین $(0,1)$ تولید می‌کنیم.

۲- اگر شرط $0 < u < P_1$ برقرار باشد، اندرکنش نوع ۱ یعنی پدیده‌ی فوتوالکتریک رخ داده است.

۳- اگر شرط $P_1 < u < P_2 + P_1$ برقرار باشد، اندرکنش نوع ۲ یعنی پدیده‌ی کامپتون رخ داده است.

۴- و در نهایت اگر شرط $P_2 + P_1 < u < 1$ برقرار باشد، اندرکنش نوع ۳ یعنی پدیده‌ی تولید زوج رخ داده است. (البته با توجه به محدوده‌ی انرژی مورد نظر ما این پدیده رخ نخواهد داد).

این کار توسط subroutine PIG انجام می‌شود.

۴-۲-۵ جهت الکترون پراکنده شده

برای یافتن جهت الکترون پراکنده باید هر اندرکنش را به صورت جداگانه بررسی کنیم، همانطور که در بخش قبلی گفته شد احتمال رخ دادن پدیده‌ی تولید زوج برابر صفر است. بنابراین جهت الکترون پراکنده را برای دومورد: ۱- پدیده‌ی فوتوالکتریک و ۲- پدیده‌ی کامپتون بررسی می‌کنیم.

۴-۲-۵-۱ جهت الکترون پراکنده شده در پدیده‌ی فوتوالکتریک

با توجه به قسمت (۲-۱-۲) توزیع زاویه‌ای فوتوالکترئون‌ها از رابطه‌ی ذیل بدست می‌آید.

$$\frac{d\sigma_{ph}}{d\Omega_e} = \alpha^4 r_e^2 \left(\frac{Z}{\kappa}\right)^5 \frac{\beta^3 \sin^2 \theta_e}{\gamma (1 - \beta \cos \theta_e)^4} \left[1 + \frac{1}{2} \gamma (\gamma - 1) (\gamma - 2) (1 - \beta \cos \theta_e)\right]$$

با فرض آنکه:

$$\nu = 1 - \cos \theta_e \quad (27-4)$$

بنابراین تابع توزیع $f(\nu)$ به صورت زیر می‌باشد:

$$f(\nu) = (2 - \nu) \left[\frac{1}{A + \nu} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma - 1) (\gamma - 2) \right] \frac{\nu}{(A + \nu)^3} \quad (28-4)$$

که در رابطه بالا A از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$A = \frac{1}{\beta} - 1 \quad (29-4)$$

بنابراین برای اینکه جهت فوتوالکتردها را بدست آوریم یک عدد کاتوره‌ای در بازه‌ی $(0, \nu)$ با توزیع $f(\nu)$ تولید می‌کنیم و با توجه به رابطه‌ی (27-4) زاویه‌ی θ_e را با برحسب این عدد کاتوره‌ای بدست می‌آوریم.

اما برای اینکه توزیع $f(\nu)$ را تولید کنیم، تابع توزیع را بر حسب حاصلضرب دو تابع دیگر می‌نویسیم.

$$f(\nu) = g(\nu)\pi(\nu) \quad (30-4)$$

که $g(\nu)$ و $\pi(\nu)$ از روابط (31-4) و (32-4) بدست می‌آیند.

$$g(\nu) = (2 - \nu) \left[\frac{1}{A + \nu} + \frac{1}{2} \beta \gamma (\gamma - 1) (\gamma - 2) \right] \quad (31-4)$$

که بیشینه‌ی این تابع در $\nu = 0$ قرار دارد.

$$\pi(\nu) = \frac{A(A+2)^2}{2} \frac{\nu}{(A+\nu)^3} \quad (۳۲-۴)$$

حال می‌توانیم یک ν کاتوره‌ای با توزیع $\pi(\nu)$ را به روش معکوس تولید کنیم. سپس با استفاده از روش حذفی یک ν کاتوره‌ای با توزیع $g(\nu)\pi(\nu)$ تولید می‌کنیم. در نهایت با داشتن ν, θ_e را از رابطه‌ی (۲۷-۴) بدست می‌آوریم.

مراحل کار به صورت زیر می‌باشد:

۱- ابتدا با استفاده از subroutine RAN3 دو عدد کاتوره‌ای u_1, u_2 در بازه $(0,1)$ تولید می‌کنیم.

۲- سپس با استفاده از u_1, ν های کاتوره‌ای با توزیع $\pi(\nu)$ تولید می‌کنیم.

۳- با استفاده از روش حذفی (قرار دادن شرط $g(\nu) \leq u_2 g(0)$) از میان ν های تولید شده در مرحله‌ی قبل تنها ν هایی با توزیع $f(\nu)$ باقی خواهند ماند.

۴- با داشتن مقادیر ν و با استفاده از رابطه‌ی (۲۶-۴)، θ_e بدست می‌آید.

پیدا کردن زاویه‌ی پراکندگی در پدیده‌ی فوتوالکتریک توسط subroutine ftetaph انجام می‌شود.

۲-۵-۲-۴ جهت الکترون پراکنده شده در پدیده‌ی کامپتون

در فصل دوم مشاهده نمودید که توزیع زاویه‌ای الکترون‌های کامپتون از رابطه‌ی ذیل بدست می‌آید.

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\vartheta'}{\vartheta_0}\right)^2 \left(\frac{\vartheta_0}{\vartheta'} + \frac{\vartheta'}{\vartheta_0} - \sin^2 \gamma\right) \left(2\pi \sin \gamma \frac{d\gamma}{d\varphi}\right)$$

که $\frac{d\gamma}{d\varphi}$ با توجه به رابطه‌ی (۱۵-۲) به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d\gamma}{d\varphi} = \frac{-(1+\alpha) \cos^2 \frac{\gamma}{2}}{2 \sin^2 \varphi} \quad (۳۳-۴)$$

- با جایگذاری رابطه‌ی بالا در معادله‌ی (۲-۲۲) تابع توزیع مورد نظر ($f(\varphi)$) بدست می‌آید. حال می‌توانیم با استفاده از روش حذفی زوایایی با توزیع $f(\varphi)$ تولید کنیم. مراحل کار به صورت زیر است.
- ۱- بیشترین مقدار $f(\varphi)$ را برای φ هایی که در بازه‌ی $(0, \pi)$ قرار دارند، بدست می‌آوریم. (\max)
 - ۲- با استفاده از subroutine RAN3 عدد کاتوره‌ای u_1 را در بازه‌ی $(0, \max)$ تولید می‌نماییم.
 - ۳- با استفاده از subroutine RAN3 عدد کاتوره‌ای u_2 را در بازه‌ی $(0, \pi)$ تولید می‌نماییم.
 - ۴- اگر گزاره‌ی $(\max \geq f(u_2))$ برقرار بود، φ را برابر با u_2 می‌گیریم. در غیر اینصورت u_2 را حذف می‌کنیم.

پیدا کردن زاویه‌ی پراکندگی در پدیده‌ی کامپتون توسط subroutine fteta انجام می‌شود.

۴-۲-۶ انرژی جنبشی الکترون پراکنده شده

در این بخش هم باید اندرکنش‌های کامپتون و فوتو الکترونیک را به صورت جداگانه بررسی کنیم.

۴-۲-۶-۱ انرژی جنبشی فوتوالکترون ها

همانطور که در فصل ۲ ذکر شد، انرژی جنبشی فوتوالکترون برابر است با انرژی فوتون فرودی E_γ که انرژی بستگی الکترون $B.E.$ از آن کاسته شده است. به بیان دیگر:

$$T = E_\gamma - B.E.$$

با داشتن انرژی بستگی، می‌توان انرژی جنبشی فوتوالکترون ها را بدست آورد. البته باید به این نکته توجه کرد که ماده‌ی مورد نظر ما آب است و آب از اتم‌های اکسیژن و هیدروژن تشکیل شده است، و می‌دانیم که انرژی بستگی الکترون در این دو اتم متفاوت است. از طرفی با توجه به آن که پدیده‌ی فوتوالکترونیک را بررسی می‌نماییم، از ضرایب تضعیف فوتوالکترونیک (τ) برای احتمال انتخاب انرژی

بستگی الکترون اتمی استفاده می‌نماییم. حال اگر احتمال انتخاب انرژی بستگی هر یک از اتم‌های هیدروژن و اکسیژن به ترتیب P_H و P_O در نظر گرفته شود، خواهیم داشت:

$$P_O = \frac{\tau_O}{\tau_t} \quad (۳۴-۴)$$

$$P_H = \frac{\tau_H}{\tau_t} \quad (۳۵-۴)$$

اما با توجه به رابطه‌ی (۳۴-۲) می‌توان τ_O و τ_H را بر حسب هم بدست آورد:

$$\tau_O (m^2/Kg) = \tau_H (m^2/Kg) \left(\frac{A_O}{A_H}\right) \left(\frac{Z_H}{Z_O}\right)^n \quad (۳۶-۴)$$

n در رابطه‌ی بالا می‌تواند بین ۳ تا ۵ باشد، که در این کار با توجه به محدوده‌ی انرژی فوتون، n را برابر با ۴ در نظر گرفته‌ایم. با جایگذاری اعداد اتمی و جرمی در رابطه‌ی بالا خواهیم داشت:

$$\frac{\tau_O}{\tau_H} = 4^6 \quad (۳۷-۴)$$

از طرفی با توجه به اینکه مولکول آب از دو اتم اکسیژن و یک اتم هیدروژن تشکیل شده است. τ_t برابر است با $\tau_H + 2\tau_O$ ، بنابراین احتمال انتخاب هر انرژی بستگی به صورت زیر خواهد بود:

$$P_O = 0.9995 \quad , \quad P_H = 0.0005$$

پس مراحل بدست آوردن انرژی فوتوالکترون‌ها به صورت زیر خواهد بود:

- ۱- با استفاده از subroutine RAN3 یک عدد کاتوره‌ای مثل u بین (0,1) تولید می‌کنیم.
- ۲- اگر شرط $0 < u < P_O$ برقرار باشد، فوتون با اکسیژن برخورد کرده و $B.E. = B.E.O$.
- ۳- در غیر این صورت فوتون با هیدروژن برخورد کرده و $B.E. = B.E.H$.

این کار توسط subroutine pbe انجام می‌شود و در نهایت در برنامه‌ی اصلی خواهیم داشت:

$$T = E_{\gamma} - B.E.$$

۲-۶-۲-۴ انرژی جنبشی الکترون‌های کامپتون

انرژی جنبشی الکترون‌ها در اندرکنش کامپتون از رابطه‌ی ذیل بدست می‌آید.

$$T = h\nu_0 \frac{2\alpha \cos^2 \varphi}{(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \varphi} \quad (۳۸-۴)$$

بنابراین بدست آوردن زاویه‌ی پراکندگی الکترون (φ)، با توجه به رابطه‌ی (۲-۱۲) و با داشتن انرژی اولیه‌ی فوتون ($h\nu_0$) می‌توان به راحتی انرژی جنبشی الکترون کامپتون را بدست آورد. این کار توسط subroutine com انجام می‌شود.

تا این مرحله محل اندرکنش، نوع اندرکنش و زوایای پراکندگی الکترون برای هر اندرکنش را بدست آوردیم. حال با توجه به شکل (۴-۶) و روابط (۴-۶) تا (۴-۱۹) می‌توانیم مسافتی که الکترون پس از پراکندگی طی می‌کند تا از کره خارج شود را محاسبه کرد. این کار توسط subroutine CLM انجام می‌شود.

۷-۲-۴ محاسبه‌ی مقدار انرژی خطی (γ)

در بخش‌های قبل محل اندرکنش، جهت الکترون‌های پراکنده شده و انرژی الکترون‌ها را بدست آوردیم.

با توجه به این اطلاعات می‌توان دو حالت متفاوت برای الکترون پراکنده در نظر گرفت:

- ۱- انرژی الکترون به اندازه‌ای باشد که الکترون پیش از اینکه از کره خارج شود تمام انرژی خود را از دست بدهد و متوقف شود. در این صورت انرژی به جا گذاشته برابر است با انرژی

جنبشی الکترون پراکنده. اما برای بدست آوردن انرژی خطی باید مسافتی که الکترون طی کرده است تا این انرژی را به جا بگذارد مشخص شود. برای این کار با مقایسه‌ی مقدار انرژی بدست آمده با فایلی که شامل برد الکترون در انرژی‌های مختلف است، می‌توان مسافت طی شده را بدست آورد.

۲- الکترون به قدری انرژی داشته باشد که بتواند پس از طی مسافتی از کره خارج شود. که این مسافت subroutine CLM محاسبه می‌شود. این بار با دانستن مسافت طی‌شده و مقایسه‌ی این مسافت با فایل ذکر شده در بند ۱ می‌توان انرژی به جا گذاشته در این مسافت را بدست آورد. برای یافتن انرژی‌ای که الکترون در این مسافت به جای می‌گذارد باید به این نکته توجه کرد که فایل ذکر شده در بند ۱، با توجه به توان توقف الکترون در انرژی‌های مختلف بدست آمده است. همانطور که در فصل دوم ذکر شد، توان توقف میزان اتلاف انرژی در طی مسافت مشخصی می‌باشد. بنابراین برای بدست آوردن انرژی به جای گذاشته در مسافت طی شده در کره (rd) ابتدا برد الکترون با انرژی مورد نظر (ra) را بدست آورده، سپس انرژی به جا گذاشته در مسافتی که برابر با تفاضل این دو مقدار است را بدست می‌آوریم (erd). در نهایت مقدار انرژی که الکترون در کره به جای می‌گذارد برابر است با:

$$ea = T - erd \quad (۳۹-۴)$$

موارد ذکر شده در بالا توسط subroutine energy انجام می‌شود. و در نهایت یک انرژی (ea) و یک طول (rd) به عنوان خروجی خواهیم داشت.

در برنامه‌ی اصلی با استفاده از این خروجی‌ها می‌توان انرژی خطی را از رابطه‌ی زیر بدست آورد.

$$y = \frac{ea}{rd} \quad (۴۰-۴)$$

۴-۲-۸ بدست آورد تابع توزیع $f(y)$

برای بدست آوردن $f(y)$ ، باید تعداد y های که در بازه های مختلف y قرار دارند را شمارش کنیم. در واقع $f(y)$ همان فراوانی در بازه $y + (y + dy)$ است که فراوانی هر بازه را با f_i نشان می دهیم. فرض کنید برای شبیه سازی تاریخچه ی N ذره را بررسی نمودیم. در انتهای کار برای بدست آوردن $f(y)$ ، n بازه برای y در نظر گرفتیم (i شمارنده ی بازه ها و j شمارنده ی ذرات هستند). بنابراین در هر مرحله y بدست آمده با بازه های مختلف مقایسه می شود و اگر مربوط به بازه ی i ام باشد یک واحد به f_i اضافه می شود. بنابراین در هر مرحله خواهیم داشت:

$$f_i = f_i + 1 \quad (4-41)$$

در این بین باید به این نکته توجه کرد که در ابتدای کار از روش برخورد اجباری استفاده کردیم. بنابراین در شمارش ها به جای اینکه به ازای هر y که در بازه ی مورد نظر ثبت می شود یک واحد اضافه کنیم باید به اندازه ی وزن y مورد نظر (w_j) به تعداد f_i ها اضافه کنیم. بنابراین رابطه ی (۴-۴۱) به صورت زیر تغییر می کند.

$$f_{ij} = f_{ij} + w_j \quad (4-42)$$

۴-۲-۹ خطای محاسبات

در فصل سوم با عدم قطعیت های آماری محاسبات مونت کارلو آشنا شدیم، و خطای محاسبات را به صورت رابطه ی (۴-۳) بدست آوردیم.

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{1}{N} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i^2 - (\bar{Q})^2 \right]}$$

که در این رابطه \bar{Q} برابر است با:

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i$$

در این بخش مقدار خطا به روش زیر محاسبه خواهد شد:

$$\sigma_i^2 = \overline{f_i^2} - \bar{f}_i^2 \quad (43-4)$$

همچنین \bar{f}_i و $\overline{f_i^2}$ به ترتیب از روابط (44-4) و (45-4) بدست می آیند:

$$\bar{f}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f_{ij} \quad (44-4)$$

$$\overline{f_i^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f_{ij}^2 \quad (45-4)$$

بنابراین با توجه به روابط 44 و 45 می توان خطای محاسبه‌ی $f(y)$ را بدست آورد.

محاسبه‌ی $f(y)$ و خطای مربوط به آن توسط subroutine df انجام می شود.

نتایج مربوط به تابع توزیع انرژی خطی و دیگر کمیت‌های میکروذیمتری در فصل بعدی مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

فصل پنجم

نتایج

همانطور که در فصل قبل اشاره شد، مسئله‌ی شبیه سازی شده شامل یک کره‌ی آب با ابعاد میلی، میکرو و نانو متر است. هدف بدست آوردن توزیع دز در این کره می‌باشد.

چشمه‌ی مورد نظر چشمه‌ی ^{192}Ir است که خود شامل ۲۶ خط انرژی می‌باشد. در جدول (۵-۱) انرژی‌های این چشمه به همراه احتمال‌شان آمده است.

جدول ۵-۱: انرژی‌های چشمه‌ی ^{192}Ir و احتمال مربوط به آن

1.3635E-01	7.5700E-02	7.1400E-02	6.6830E-02	6.5120E-02	6.3000E-02	6.1490E-02	9.4400E-03	8.9100E-03	انرژی (Mev)
7.7155E-04	8.3891E-03	3.5807E-03	1.9268E-02	1.1232E-02	8.3336E-03	4.8254E-03	1.7447E-02	6.2364E-03	احتمال
4.2307E-01	4.1646E-01	3.7448E-01	3.1651E-01	3.0846E-01	2.9596E-01	2.8326E-01	2.0580E-01	2.0131E-01	انرژی (Mev)
3.3974E-04	2.8305E-03	3.0947E-03	3.5318E-01	1.2651E-01	1.2368E-01	1.1168E-03	1.4012E-02	2.7580E-03	احتمال
	8.8451E-01	8.7173E-01	6.1246E-01	6.0441E-01	5.8858E-01	4.8906E-01	4.8458E-01	4.6807E-01	انرژی (Mev)
	1.2873E-03	4.2031E-04	2.2746E-02	3.4963E-02	1.9493E-02	1.6966E-03	6.9397E-03	2.0485E-01	احتمال

شبیه سازی برای هر ۲۶ انرژی برای کره‌های با قطرهای 1nm ، $1\mu\text{m}$ و 1mm انجام شده است تا در نهایت بتوان دز و توزیع آن را برای چشمه بدست آورد. علاوه براین در دو بخش مجزا تأثیر ابعاد و انرژی بر توزیع دز بررسی شده است و در نهایت نتیجه‌ی حاصل برای مقدار دز جذبی با نتایج حاصل از کد MCNP مقایسه شده است.

در محاسبه‌ی مربوط به تابع توزیع دز بیشترین خطا در حدود 0.6% می‌باشد.

پیش از آن که به بررسی تابع توزیع دز بپردازیم، بهتر است به مرور آنچه در بخش (۴-۲) در مورد بدست آوردن مقدار انرژی خطی ذکر شد بپردازیم.

همانطور که در بخش (۴-۲-۷) ذکر شد، دو حالت برای بدست آوردن انرژی خطی وجود دارد:

۱- برد الکترون پراکنده شده از قطر کره‌ی مورد بررسی کوچکتر باشد. در این صورت مقدار γ

را با توجه به نمودار $\frac{E}{R}$ بر حسب انرژی که در شکل (۱-۵) آمده است، بدست می‌آوریم.

۲- برد الکترون پراکنده شده از قطر کره‌ی مورد بررسی بزرگتر باشد. در این صورت باید برای

بدست آوردن مقدار γ کمیت‌های زیر را محاسبه نماییم.

أ. تفاضل برد الکترون و قطر کره: $(rdd = ra - d)$

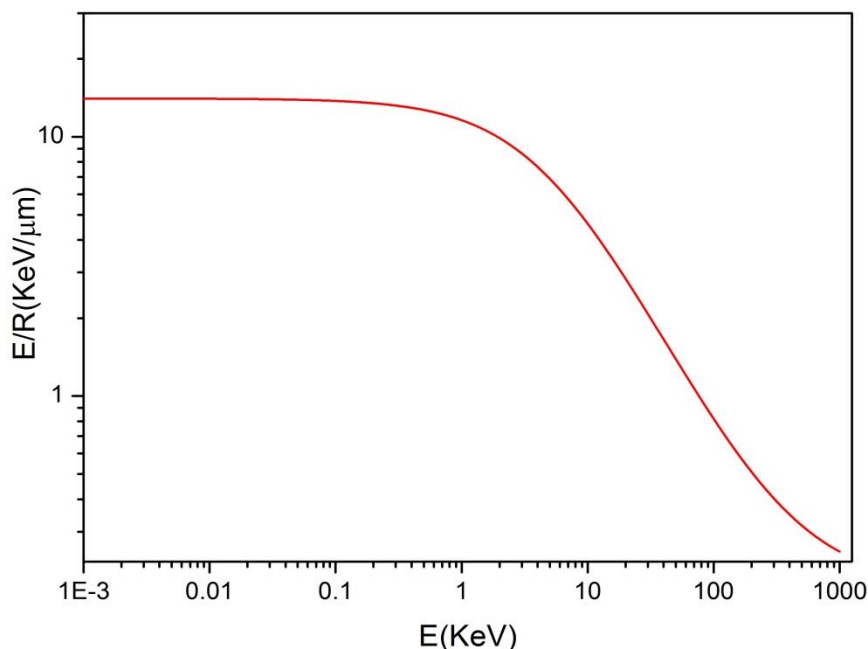
ب. انرژی‌ای که برد آن برابر با rdd باشد. $(erdd)$

ج. تفاضل انرژی بدست آمده از مرحله‌ی قبل و انرژی الکترون پراکنده شده.

$$(E = T - erdd)$$

د. نسبت انرژی بدست آمده به قطر کره. $(\gamma = \frac{E}{d})$

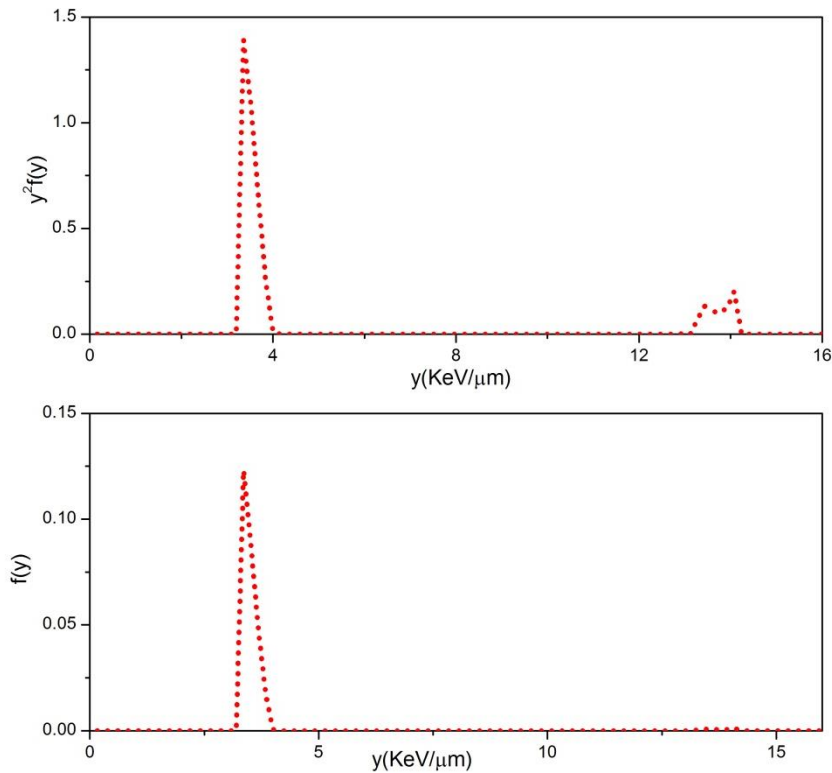
بنابراین در ادامه‌ی این فصل انرژی خطی را به روش فوق محاسبه می‌نماییم.



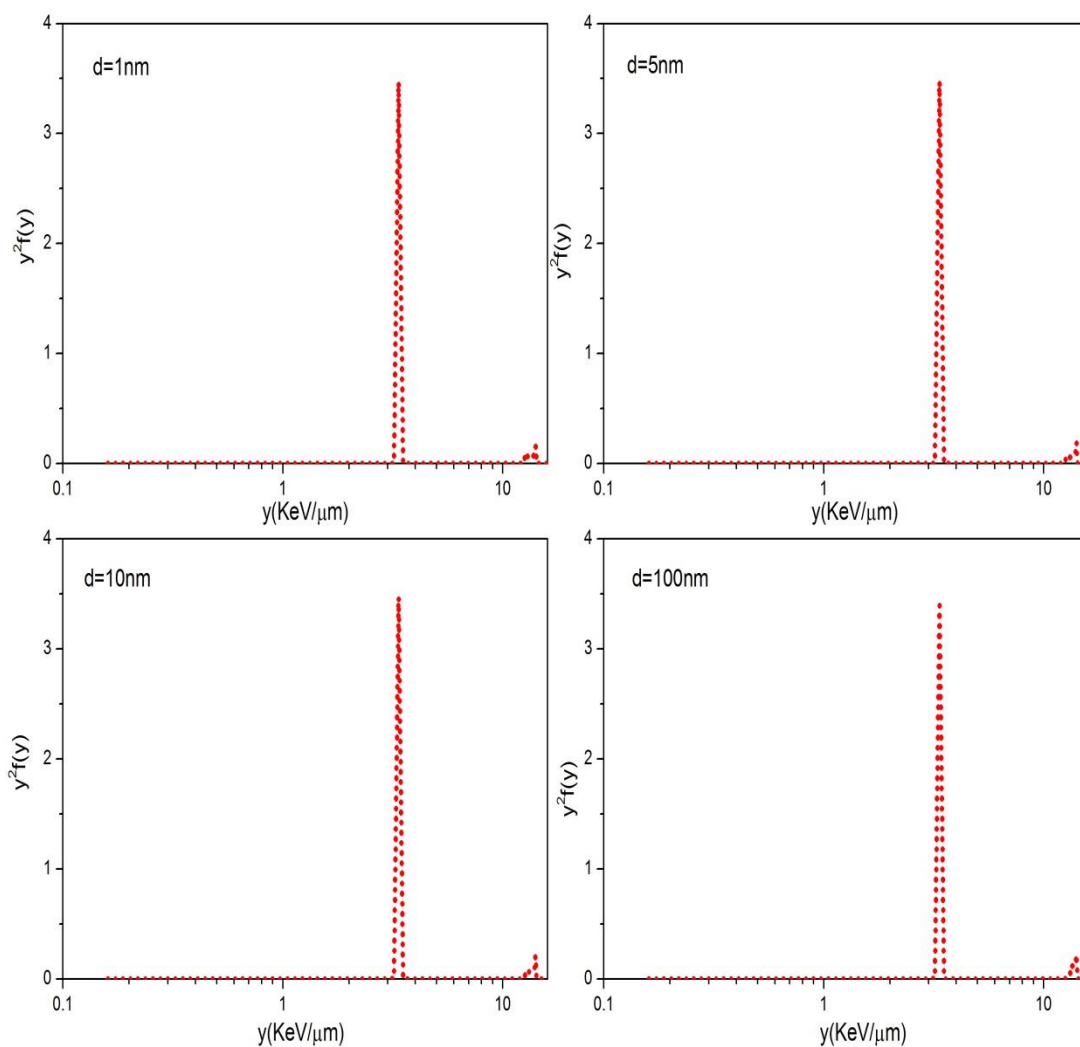
شکل ۱-۵ نمودار مقدار $\frac{E}{R}$ بر حسب انرژی در آب

۵-۱ تأثیر ابعاد بر تابع توزیع دز

در ابتدای این بخش نمودار $f(y)$ و $y^2f(y)$ بر حسب y ، برای کره با قطر $1\mu\text{m}$ در انرژی 8.91 KeV مقایسه شده است. همانطور که در شکل (۵-۲) مشاهده می‌نمایید. در نمودار $y^2f(y)$ تغییرات و قله‌ها به خوبی نمایان هستند و با توجه به آن می‌توان اطلاعات دقیق‌تری از مسئله‌ی مورد بررسی بدست آورد. لذا برای بررسی تأثیر ابعاد بر تابع توزیع دز، نمودار $y^2f(y)$ یا همان $y^2d(y)$ بر حسب y در یک انرژی ثابت برای کره‌هایی با قطرهای 1nm ، 5nm ، 10nm ، 100nm ، $1\mu\text{m}$ ، $5\mu\text{m}$ ، $10\mu\text{m}$ ، $100\mu\text{m}$ ، 1mm ، 5mm مقایسه نموده‌ایم. نتایج حاصل در شکل‌های (۵-۳)، (۵-۴) و (۵-۷) آمده است.



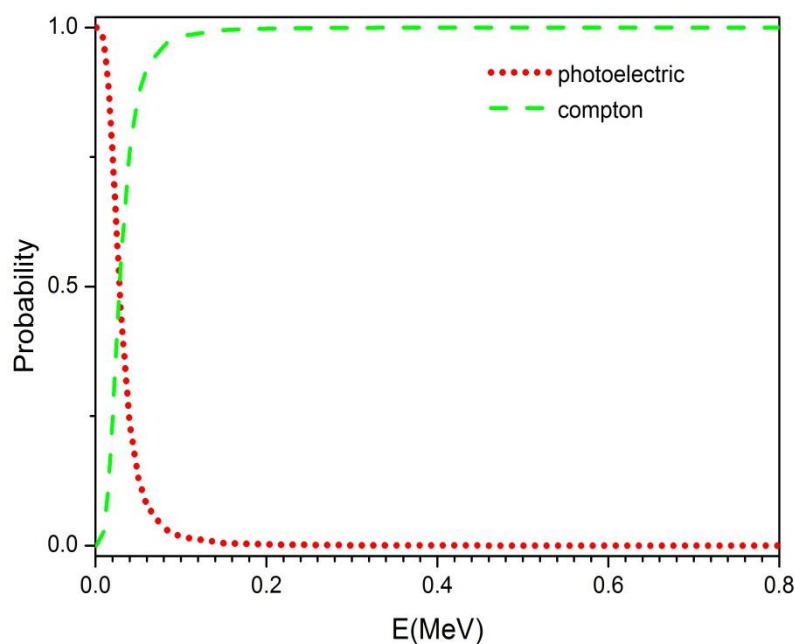
شکل ۲-۵: نمودار توزیع دز و تابع توزیع انرژی خطی بر حسب انرژی خطی برای کره‌ای با قطر $1\mu\text{m}$ در انرژی 8.91 keV



شکل ۳-۵: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای فوتون با انرژی اولیه 8.91 keV در کره‌هایی ای با قطر نانومتر

شکل ۳-۵ نمودار توزیع دز برای فوتون ورودی با انرژی 8.91 keV در چهار قطر متفاوت برای کره‌ی مورد بررسی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌نمایید هر چهار نمودار دارای سه قله‌ی مشخص هستند. برای بحث و بررسی این قله‌ها ابتدا باید به اندرکنش‌های رخ داده و نحوه‌ی به جای گذاشتن انرژی در کره با ابعاد مشخص توجه نمود.

با توجه به شکل (۴-۵) در محدوده‌ی انرژی مورد بررسی اندرکنش فوتوالکتریک از احتمال بالایی برخوردار است، اما احتمال بسیار کوچکی برای اندرکنش کامپتون نیز وجود دارد. بنابراین در این بخش ما هر دو اندرکنش را بررسی می‌نماییم.



شکل ۴-۵: نمودار احتمال اندرکنش‌های کامپتون و فوتوالکتریک بر حسب انرژی

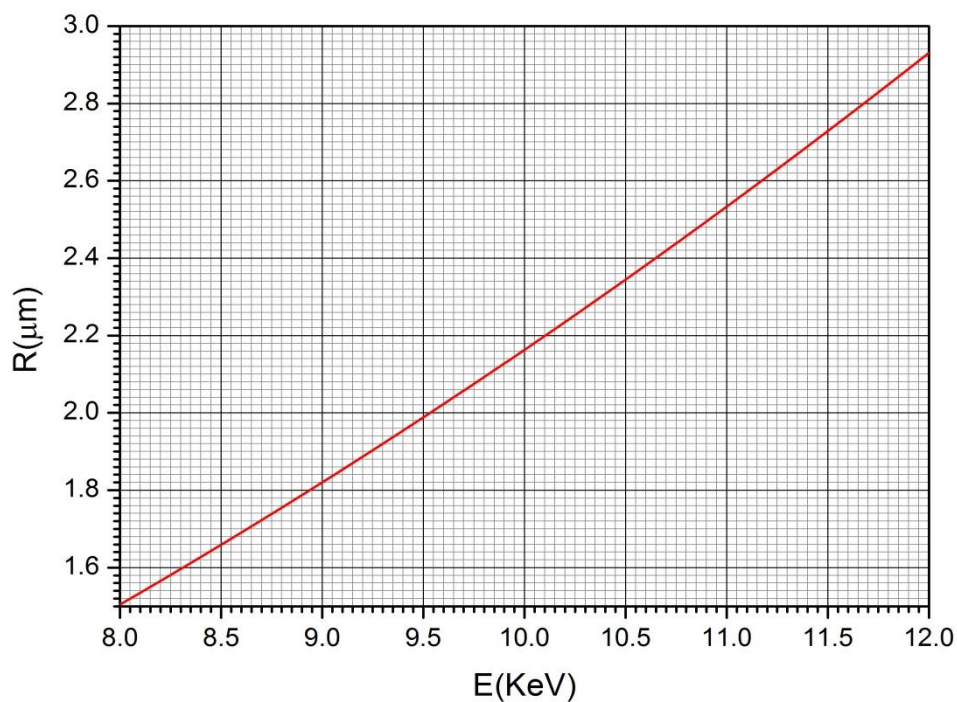
با این تفاسیر دو حالت جداگانه برای اندرکنش فوتوالکتریک و کامپتون در نظر می‌گیریم.

۱- اندرکنش فوتوالکتریک رخ دهد

اگر مقدار انرژی بستگی الکترون در آب را برابر با $0.54keV$ در نظر بگیریم، انرژی الکترون آزاد شده برابر است با:

$$T = 8.91 - 0.54 = 8.37keV \quad (۱-۵)$$

با توجه به نمودار برد بر حسب انرژی که در شکل (۵-۵) آمده است. برد الکترونی با انرژی 8.37keV برابر با $1.618\mu\text{m}$ خواهد بود.



شکل ۵-۵: نمودار برد الکترون در آب در محدوده‌ی انرژی $8 - 12\text{ keV}$

نتایج بدست آمده برای انرژی 8.91keV و چهار قطر متفاوت در جدول (۲-۵) آمده است.

جدول ۲-۵: مقدار y برای فوتون با انرژی 8.37 keV برای چهار قطر متفاوت در ابعاد نانو

$y(\text{keV}/\mu\text{m})$	$E(\text{keV})$	$erdd(\text{keV})$	$rdd(\mu\text{m})$	$d(\text{nm})$
5	0.005	8.365	1.617	1
3	0.015	8.355	1.613	5
2	0.02	8.35	1.608	10
3.25	0.325	8.045	1.518	100

با توجه به مقادیر بدست آمده در جدول (۲-۵) در هر چهار قطر متفاوت مقدار انرژی خطی از حدود $2(kV/\mu m)$ تا $5(kV/\mu m)$ تغییر می‌نماید و همانطور که در شکل (۳-۵) مشاهده می‌نمایید در هر چهار نمودار تابع توزیع دز در حوالی $y = 3.4keV$ دارای یک قله‌ی مشخص می‌باشد. بنابراین این قله مربوط به فوتون‌هایی است که در ابتدای کره‌ی مورد نظر اندرکنش فوتو الکتریک انجام داده و الکترون آزاد شده مسافتی برابر با قطر کره را طی نموده است.

۲- اندرکنش کامپتون رخ دهد

در این صورت با توجه به رابطه‌ی (۲-۱۴) و انرژی اولیه‌ی فوتون، بیشینه‌ی انرژی الکترون به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$T_{Max} = \frac{8.91keV}{1+0.5\frac{0.511}{0.00891}} = 0.3keV \quad (۲-۵)$$

برد الکترونی با این انرژی $0.022\mu m$ می‌باشد. بنابراین برد الکترون فقط از قطر آخرین کره یعنی $100nm$ کوچکتر است. همانطور که در ابتدای فصل ذکر شد برای چنین حالتی مقدار انرژی خطی را باید با توجه به نمودار $\frac{E}{R}$ بر حسب انرژی که در شکل آمده است، بدست بیاوریم. مقدار λ برای هر چهار حالت در جدول (۳-۵) آمده است.

جدول ۳-۵: مقدار y برای فوتون با انرژی $0.3keV$ برای چهار قطر متفاوت در ابعاد نانو

$y(kV/\mu m)$	$E(keV)$	$erdd(keV)$	$rdd(\mu m)$	$d(nm)$
20	0.022	0.278	0.021	1
14.4	0.72	0.228	0.017	5
13.8	0.138	0.162	0.012	10
$y = 13.21(kV/\mu m)$				100

مقادیر به دست آمده در جدول به خوبی با دومین قله در شکل (۳-۵) برای هر چهار نمودار هم‌خوانی دارد. البته این قله بسیار نزدیک به قله‌ی سوم می‌باشد.

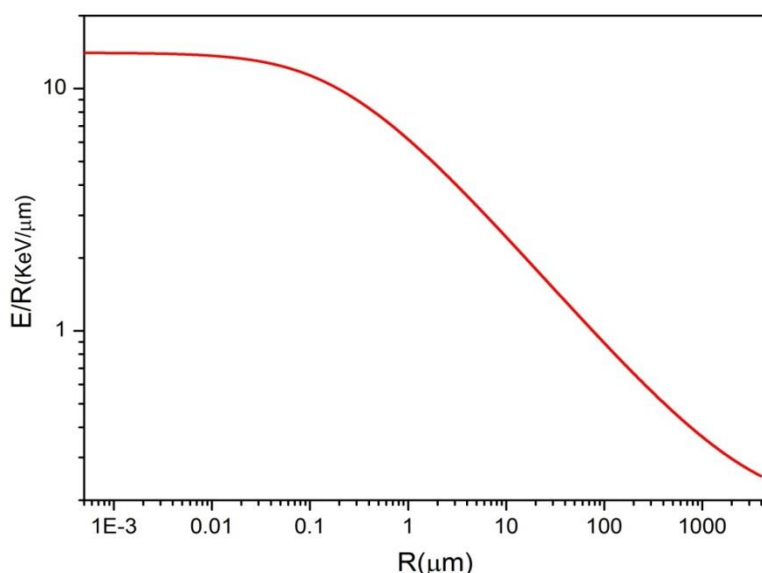
همانطور که در شکل (۳-۵) مشاهده می‌نمایید علاوه بر قله‌های مذکور یک قله $\gamma = 14.1 \text{ keV}$ در هر چهار نمودار وجود دارد. این مقدار γ همان بیشینه‌ی انرژی خطی‌ای است که برای الکترون در آب وجود دارد. این بیشینه‌ی انرژی خطی به خوبی در نمودار $\frac{E}{R}$ بر حسب انرژی و برد که در شکل‌های (۱-۵) و (۶-۵) آمده است، نمایان می‌باشد.

بنابراین این قله می‌تواند مربوط به

۱- الکترون‌های کم انرژی ناشی از اندرکنش کامپتون

۲- الکترون‌هایی که در نزدیکی‌های لبه‌ی کره پراکنده شده‌اند.

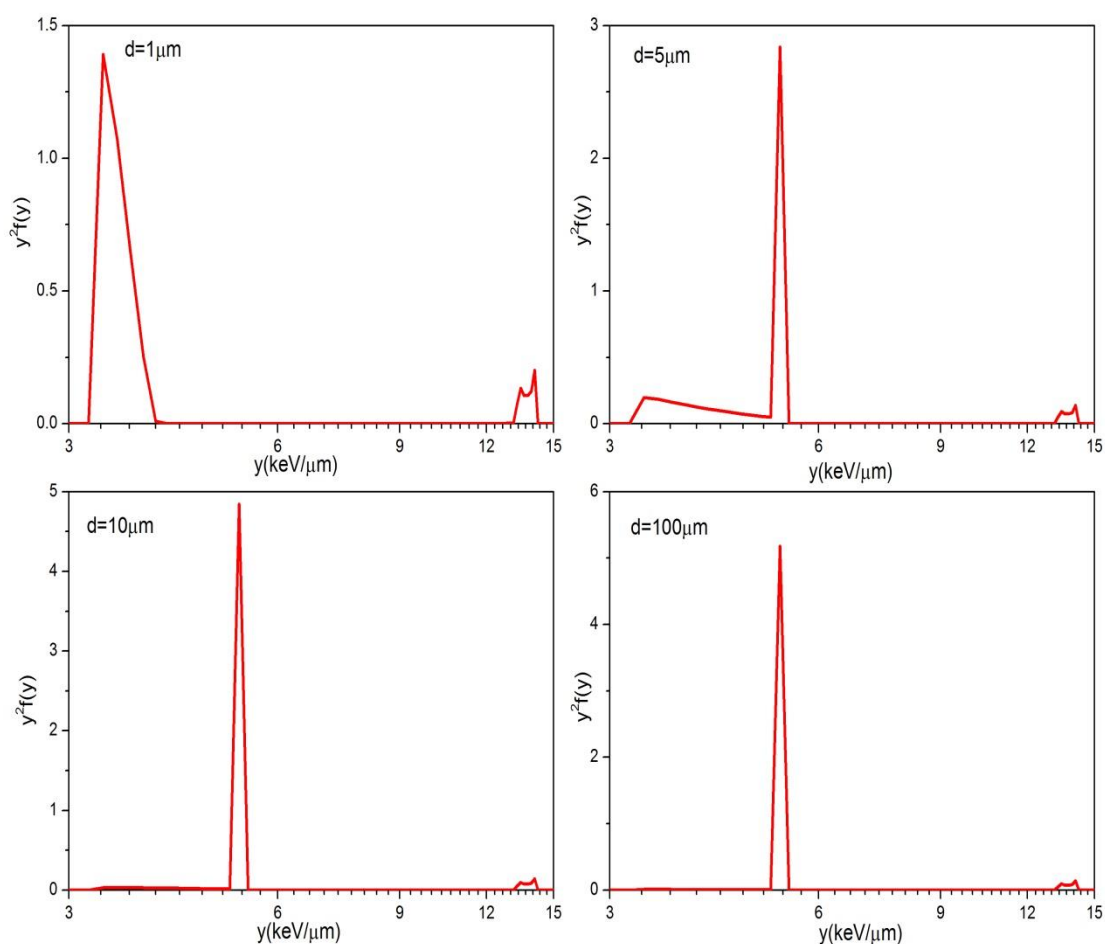
باشد. در واقع این قله مربوط به انرژی‌های بسیار کم و یا مسافت‌های بسیار کوچک می‌باشد.



شکل ۶-۵: نمودار $\frac{E}{R}$ بر حسب برد در آب

بنابراین به عنوان یک نتیجه‌گیری برای ابعاد نانو می‌توان گفت که با افزایش قطر کره‌ی مورد بررسی تنها قله‌ی مربوط به الکترون‌های کامپتون، جابه‌جایی بارزی دارد و با افزایش قطر قله به طرف مقادیر بزرگتر انرژی خطی پیش می‌رود.

در ادامه به بررسی تأثیر ابعاد برای کره‌هایی با ابعاد میکرو می‌پردازیم.



شکل ۵-۷: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای فوتون با انرژی اولیه 8.91 keV در کره‌هایی با قطر میکرومتر به مانند آنچه که در قسمت قبل برای ابعاد نانومتر انجام دادیم. برای بررسی نمودار توزیع دز دو حالت اندرکنش کامپتون و پدیده‌ی فوتوالکتریک را به صورت جداگانه بررسی می‌نماییم.

۱- اندرکنش فوتوالکتریک رخ دهد

در این صورت انرژی الکترون و برد آن به ترتیب برابر است با 8.37keV و $1.618\mu\text{m}$. که تنها از قطر اولین کره یعنی $1\mu\text{m}$ بیشتر است. مقادیر انرژی خطی برای کره‌های با قطر مختلف در جدول (۴-۵) آمده است.

جدول ۴-۵: مقدار y برای فوتون با انرژی 8.37keV برای چهار قطر متفاوت در ابعاد میکرو

$y(\text{keV}/\mu\text{m})$	$E(\text{keV})$	$erdd(\text{keV})$	$rdd(\mu\text{m})$	$d(\mu\text{m})$
3.881	3.881	4.489	0.618	1
$y = 5.18(\text{keV}/\mu\text{m})$				5
$y = 5.18(\text{keV}/\mu\text{m})$				10
$y = 5.18(\text{keV}/\mu\text{m})$				100

بنابراین قله ای که در حوالی $y = 3 \left(\frac{\text{keV}}{\mu\text{m}}\right)$ قرار دارد مربوط به فوتوالکتریک‌ها در کره با قطر $1\mu\text{m}$ می‌باشد. البته به دلیل اینکه با افزایش قطر کره‌ی مورد بررسی دیگر الکترون تمام انرژی خود را در کره به جای می‌گذارد، با افزایش قطر کره ارتفاع این کاهش یافته و قله‌ی دیگری در حوالی $y = 5 \left(\frac{\text{keV}}{\mu\text{m}}\right)$ بوجود آمده است.

۲- اندرکنش کامپتون رخ دهد

در این صورت انرژی الکترون و برد آن به ترتیب برابر است با 0.3keV و $0.022\mu\text{m}$ این برد از قطر هر چهار کره کوچکتر است بنابراین مقدار انرژی خطی برای هر کره با توجه به انرژی الکترون و شکل (۶-۵) $13.21(\text{keV}/\mu\text{m})$ است.

همانطور که در شکل مشاهده می‌نمایید. هر چهار نمودار در حوالی $y = 13 \left(\frac{keV}{\mu m}\right)$ دارای یک

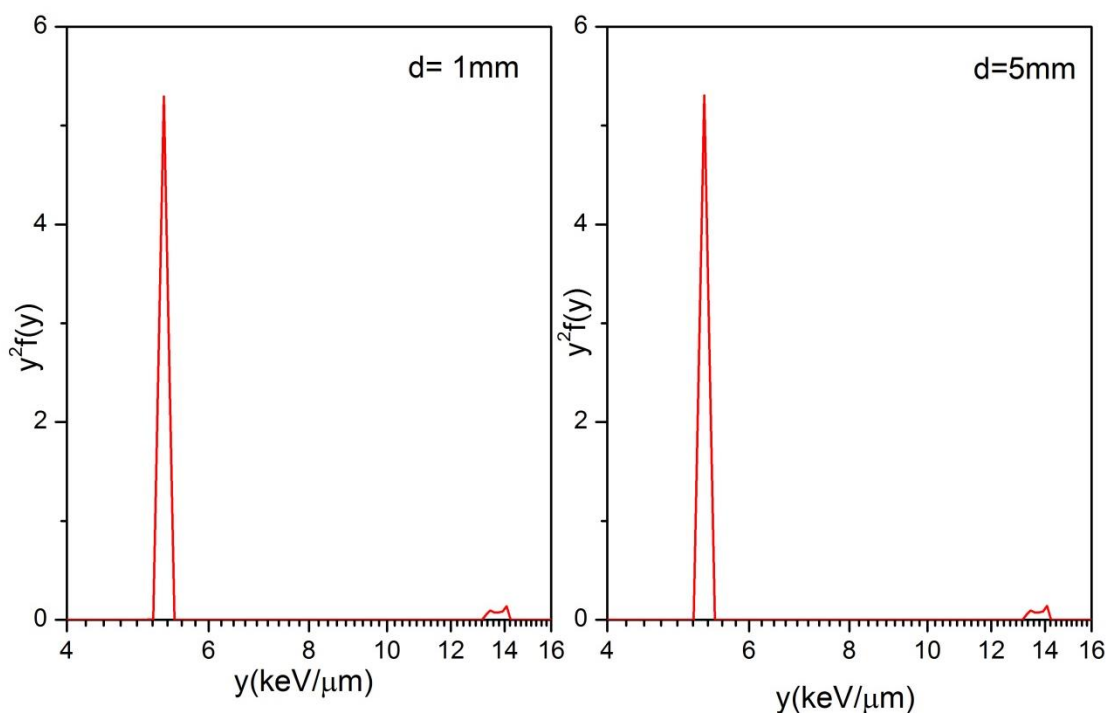
قله هستند که با توجه به توضیحات ارائه شده این قله مربوط به الکترون‌های کامپتون است.

در نهایت قله‌ی مربوط به بیشینه‌ی انرژی خطی را داریم که در بخش قبلی در مورد آن توضیح

داده شد.

در انتهای این بخش به مقایسه‌ی نمودار توزیع دز برای دو کره با قطر های $1mm$ و $5mm$ پرداخته-

ایم. این نمودارها در شکل (۵-۸) آمده است.



شکل ۵-۸: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای فوتون با انرژی اولیه $8.91 KeV$ در کره‌هایی با قطر میلی‌متر همانطور که در شکل فوق مشاهده می‌نمایید، با تغییر قطر کره هیچ تغییری در نمودار توزیع دز

ایجاد نشده است. دلیل آن این است که در هر دو حالت قطر کره‌ی مورد بررسی بزرگتر از برد

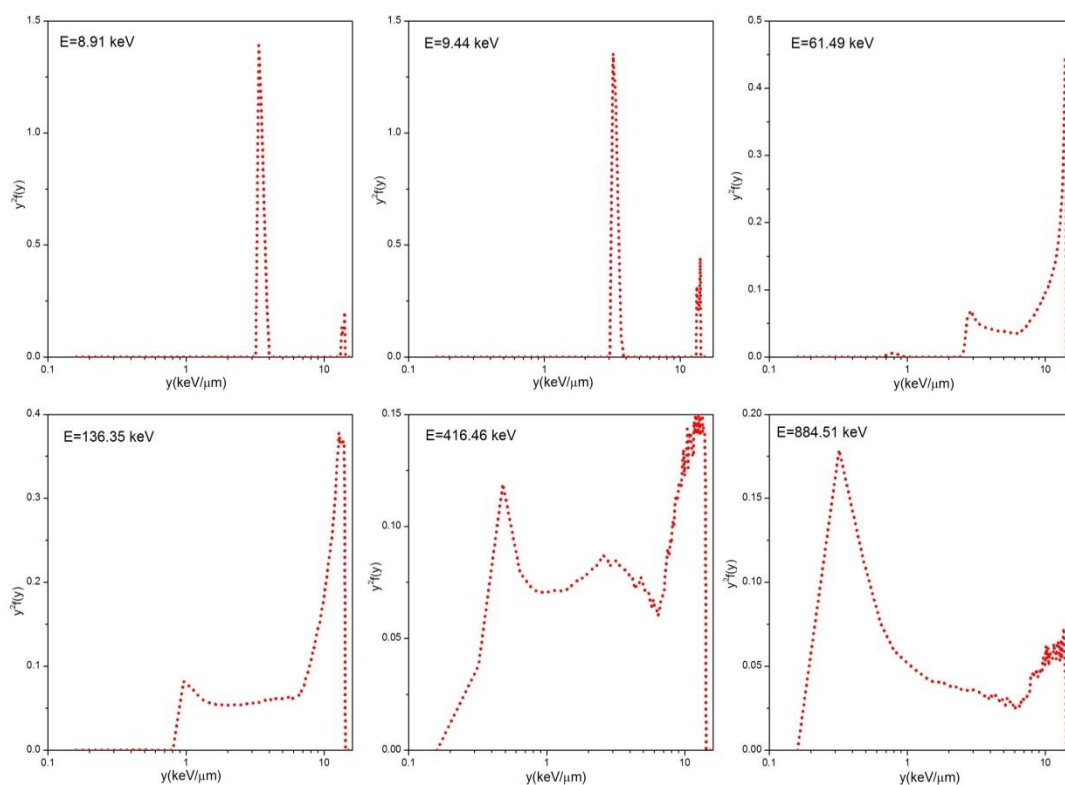
الکترون است. بنابراین انرژی خطی به جا گذاشته با توجه به اینکه اندرکنش فوتوالکتریک یا کامپتون

رخ دهد برای هر دو حالت برابر با $5.18(keV/\mu m)$ یا $13.21(keV/\mu m)$ خواهد بود. که در شکل قله‌های مربوط به این مقادیر مشخص هستند.

باید توجه کرد که قله‌ی مربوط به $y = 14.1keV/\mu m$ که وابسته به الکترون‌های کم انرژی است، در این نمودار نیز وجود دارد.

۲-۵ بررسی تأثیر انرژی بر تابع توزیع دز

برای بررسی تأثیر ابعاد بر تابع توزیع دز نمودار $y^2f(y)$ یا همان $yd(y)$ را بر حسب y برای کره‌ای با قطر $1\mu m$ و $10\mu m$ در انرژی‌های $8.91keV$ ، $9.44keV$ ، $61.49keV$ ، $136.351keV$ ، $416.46keV$ و $884.51keV$ مقایسه نمودیم. نتایج حاصل در شکل (۹-۵) آمده است.



شکل ۹-۵: نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی برای شش انرژی متفاوت در کره ای با قطر $1\mu m$

همانطور که در شکل (۵-۹) مشاهده می‌نمایید در دو نمودار اول سه قله وجود دارد. قله‌ی اول مربوط به اندرکنش فوتوالکتریک می‌باشد. قله‌ی دوم ناشی از الکترون‌های کامپتون است و در نهایت قله‌ی آخر که مربوط الکترون‌های کامپتون کم انرژی هستند.

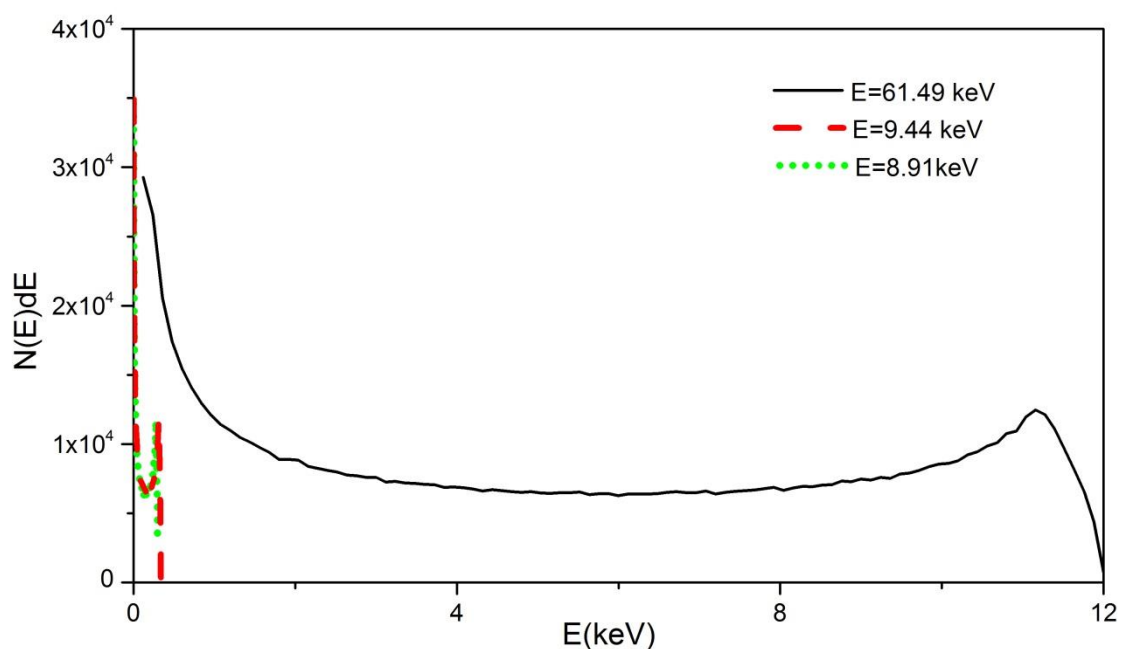
همچون بخش قبل می‌توان با بررسی مراحل به جا گذاشتن انرژی فوتوالکترتون‌ها و الکترون‌های کامپتون مکان تقریبی قله‌ها را مشخص کرد. نتایج برای انرژی‌های مختلف در جدول (۵-۵) آمده است.

جدول ۵-۵: مقدار y برای فوتون درکراهی با قطر $1\mu m$ برای شش انرژی متفاوت

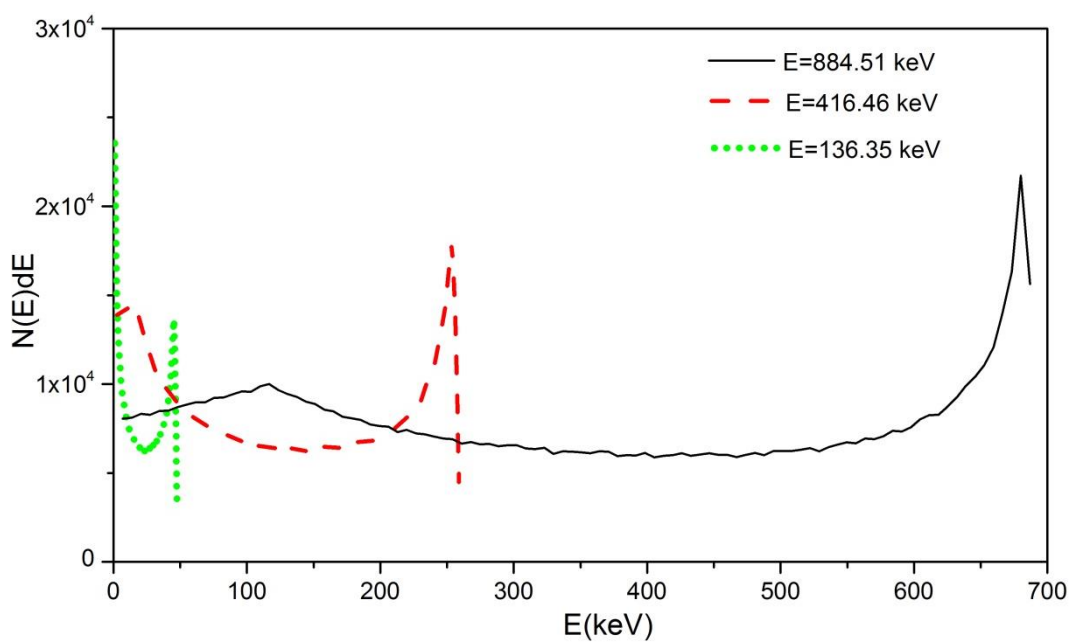
$y(keV/\mu m)$	$E(keV)$	$erdd(keV)$	$rdd(\mu m)$	$ra(\mu m)$	$E_{CMax}(keV)$	$E_{ph}(keV)$	$E_i(keV)$
3.88	3.88	4.49	0.618	1.618	-----	8.37	8.91
3.477	3.477	5.423	0.82	1.82	-----	8.9	9.44
2.69	2.69	9.24	1.9	2.9	11.93	-----	61.49
0.8	0.8	46.7	31.8	32.8	47.5	-----	136.35
0.27	0.27	257.85	588.5	589.5	258.12	-----	416.46
0.22	0.22	686.05	2438.2	2439.2	686.27	-----	884.51

با توجه به شکل (۵-۴) با افزایش انرژی احتمال اندرکنش فوتوالکتریک کاهش یافته و احتمال اندرکنش کامپتون افزایش می‌یابد. بنابراین با افزایش انرژی قله‌ی مربوط به فوتوالکترتون‌ها حذف خواهد شد. از طرفی با افزایش انرژی اولین قله‌ی مربوط به الکترون‌های کامپتون رفته رفته به سمت مقادیر کوچک انرژی خطی پیش می‌رود، بنابراین فاصله‌ی بین این قله و دیگر قله‌ی ناشی از الکترون‌های کامپتون (واقع در مکان بیشینه‌ی انرژی خطی) بیشتر می‌شود. این افزایش فاصله ناشی را می‌توان با توجه به تغییرات تابع توزیع الکترون‌های کامپتون با افزایش انرژی توجیه نمود.

در شکل‌های (۵-۱۰) و (۵-۱۱) نمودار تابع توزیع انرژی الکترون‌های کامپتون برای فوتون‌هایی با سه انرژی متفاوت مقایسه شده است. همانطور که در این دو نمودار مشاهده می‌نمایید با افزایش انرژی فوتون اولیه گستردگی نمودار انرژی افزایش می‌یابد. بنابراین افزایش فاصله‌ی دو قله‌ی کامپتون در نمودارهای شکل (۵-۹) به دلیل گستردگی توزیع انرژی الکترون‌ها می‌باشد.

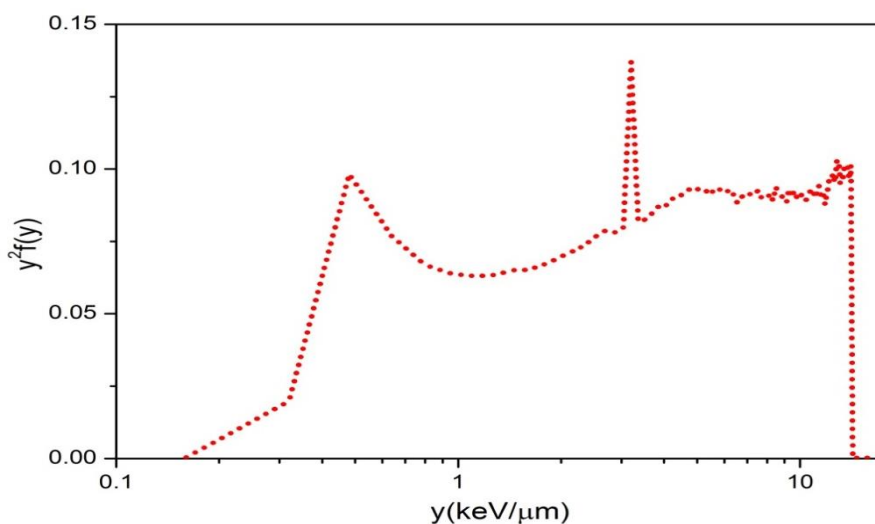


شکل ۵-۱۰: نمودار توزیع انرژی الکترون‌های کامپتون برای فوتون‌هایی با انرژی 61.49keV، 9.44keV، 8.91keV

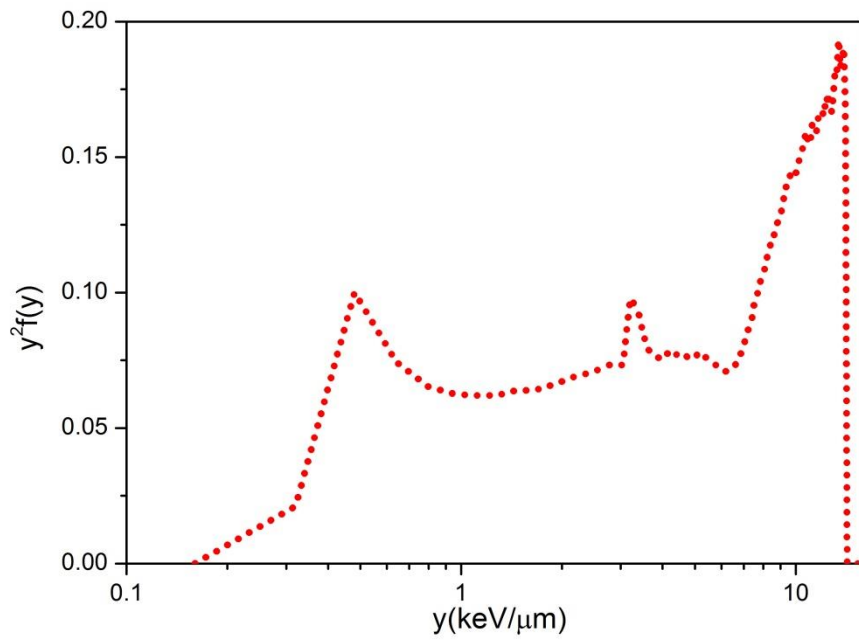


شکل ۵-۱: نمودار توزیع انرژی الکترون‌های کامپتون برای فوتون‌هایی با انرژی 416.46keV ، 136.351keV و 884.51keV

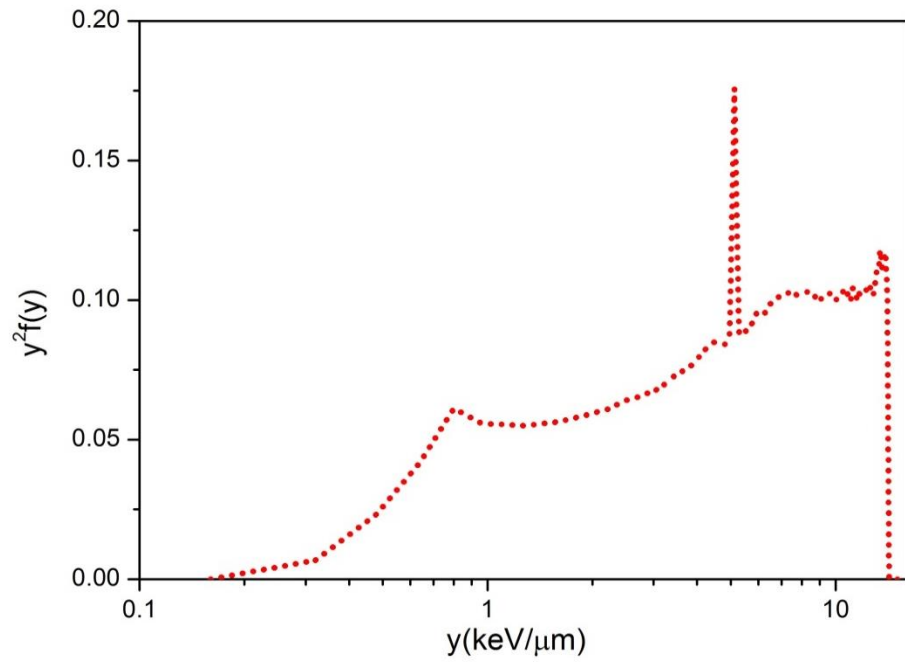
در نهایت در شکل‌های (۵-۱۲) تا (۵-۱۴) نمودار تابع توزیع برای چشمه‌ی ^{192}Ir برای ابعاد میلی، میکرو و نانومتر آمده است.



شکل ۵-۱۲: نمودار تابع توزیع در کره با قطر 1nm برای چشمه‌ی ^{192}Ir



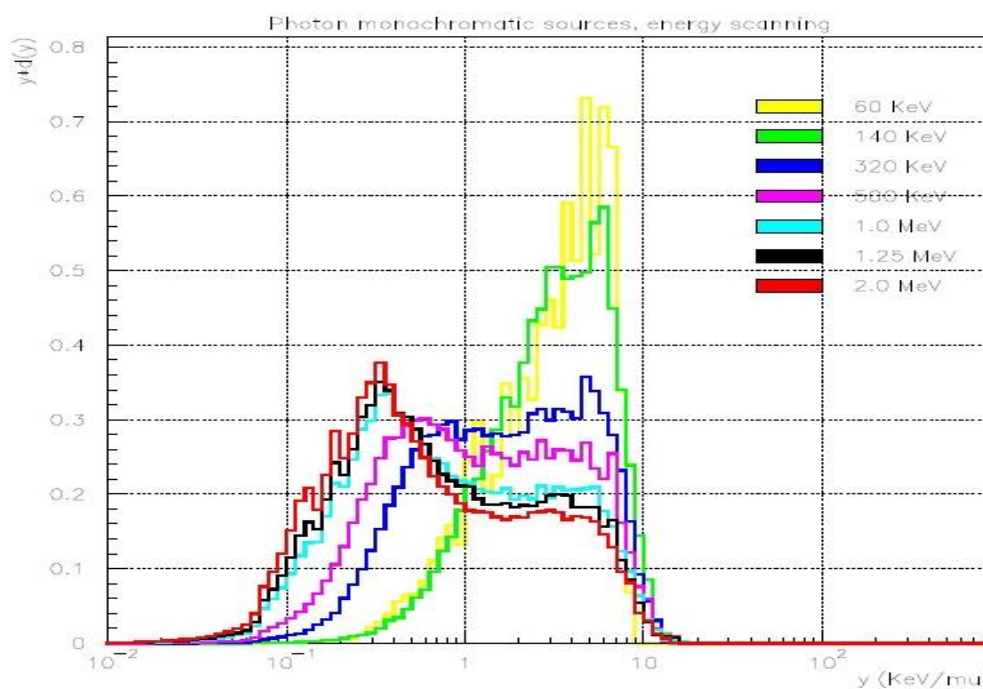
شکل ۵-۱۳: نمودار تابع توزیع دز در کره با قطر $1\mu m$ برای چشمه ^{192}Ir



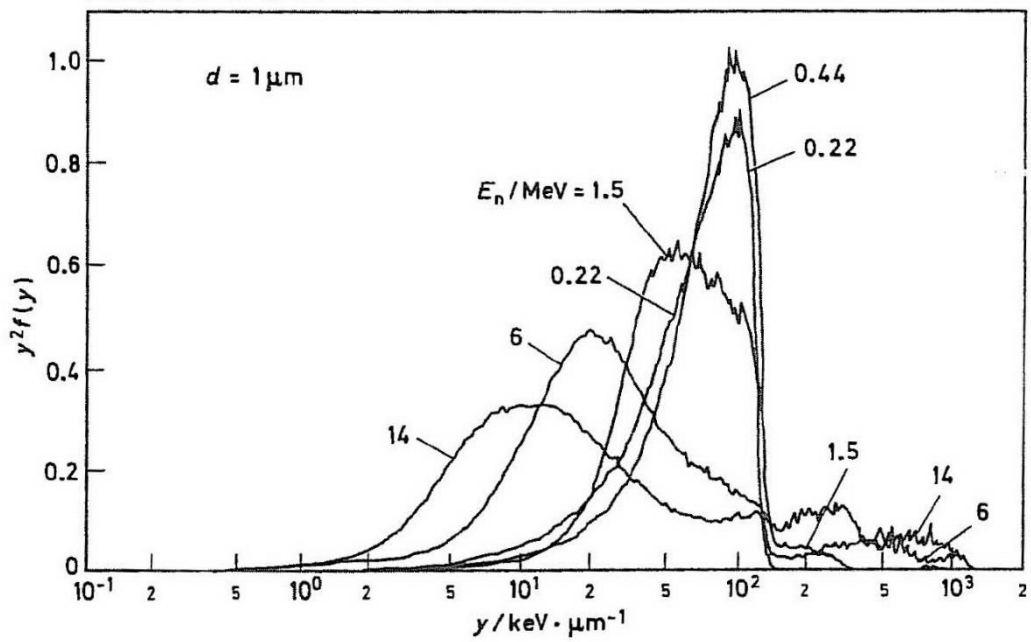
شکل ۵-۱۴: نمودار تابع توزیع دز در کره با قطر $1mm$ برای چشمه ^{192}Ir

۵-۳ مقایسه با کار دیگران

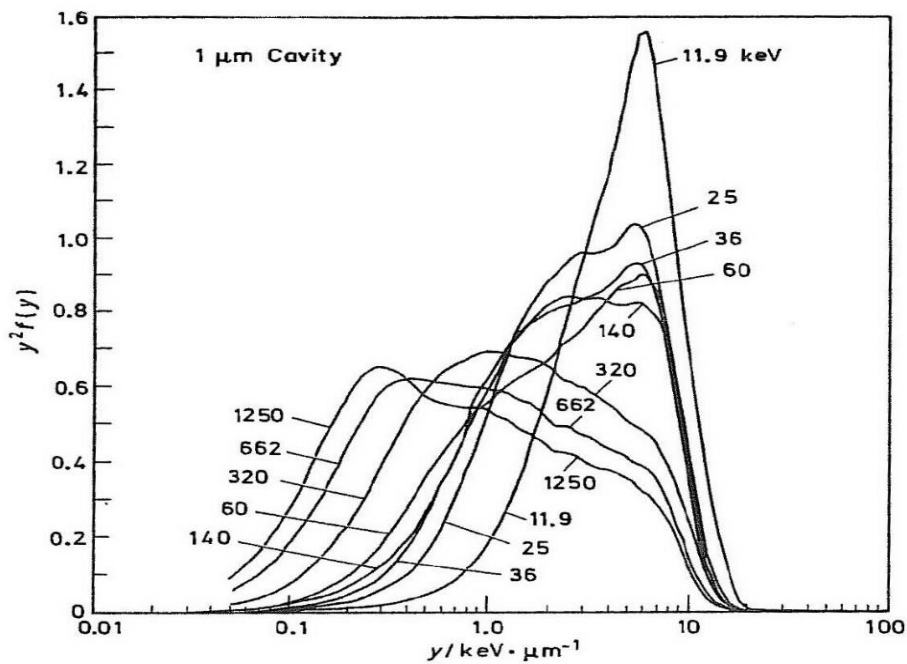
در تمامی کارهای میکرودزیمتری یکی از کمیت‌های مهم مورد بررسی تابع توزیع دز می‌باشد که معمولاً تغییرات این تابع را نسبت به ابعاد و یا انرژی بررسی می‌نمایند. نمودارهایی که در شکل (۵-۱۲) تا (۵-۱۴) آمده است. همگی به بررسی تأثیر افزایش انرژی بر تابع توزیع دز می‌پردازند. البته باید توجه کرد که شرایط مورد بررسی در این نمودارها (محیط مورد بررسی و نوع و انرژی ذراتی که ترابرد می‌شود) با یکدیگر و با این کار متفاوت هستند. اما نکته‌ی قابل توجه این است که با افزایش انرژی همگی یک روند کلی را دنبال می‌کنند.



شکل ۵-۱۵: توزیع دز بر حسب انرژی خطی در بافت بدن با ابعاد میکرومتر برای فوتون با انرژی‌های متفاوت [۲۲]



شکل ۵-۱۶: تابع توزیع دز بر حسب انرژی خطی در کنتور بدون دیواره با قطر $1 \mu\text{m}$ برای فوتون با انرژی‌های متفاوت [۵]



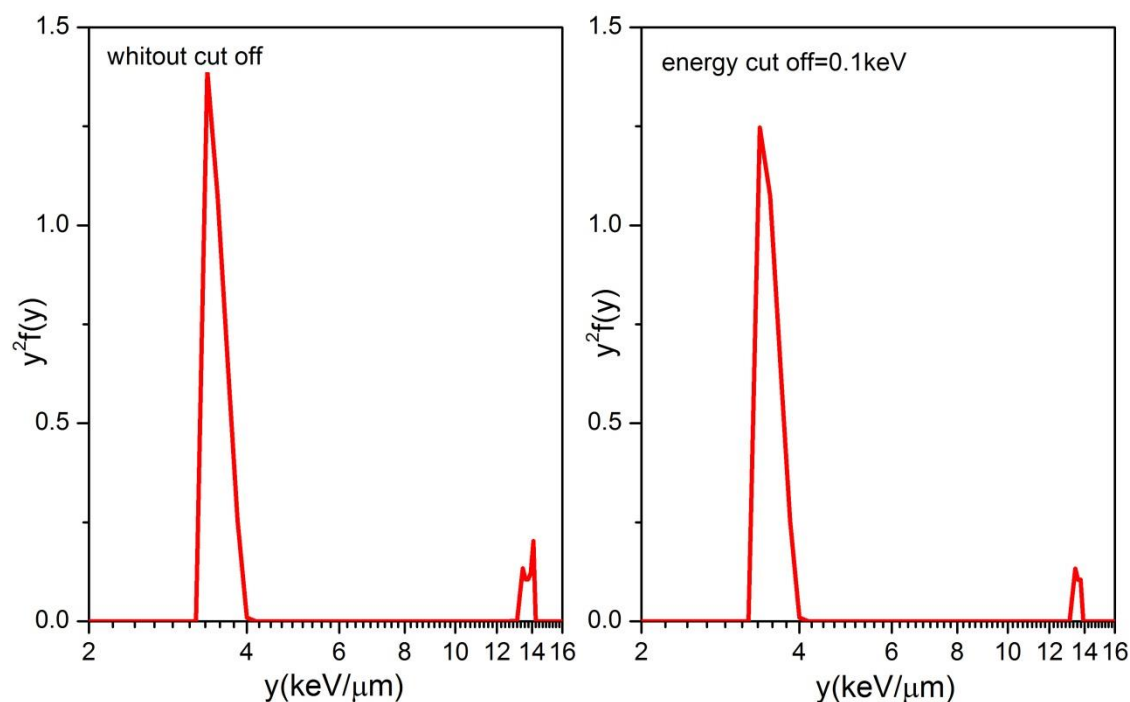
شکل ۵-۱۷: تابع توزیع دز بر حسب انرژی خطی در کنتور بدون دیواره با قطر $1 \mu\text{m}$ برای نوترون با انرژی‌های متفاوت [۵]

همانطور که در شکل‌های (۵-۱۵) تا (۵-۱۷) مشاهده می‌نمایید، با افزایش انرژی قله‌ها به سمت λ های کوچکتر پیش می‌روند، و شکل گسترده‌تری به خود می‌گیرند. یعنی در انرژی‌های خطی بزرگتر شاهد قله‌های تیزتری خواهیم بود. این روند را می‌توان در شکل (۵-۹) نیز مشاهده نمود.

۵-۴ قطع انرژی

آخرین نکته‌ای که در بررسی تأثیر انرژی بر توزیع دز به آن توجه نمود، محدوده‌ی قطع انرژی استفاده شده در برنامه‌ی شبیه‌سازی می‌باشد. در اکثر کارهای شبیه‌سازی مقدار کمینه‌ای برای انرژی ذرات مورد بررسی در نظر گرفته می‌شود و تاریخچه‌ی ذره‌ای که انرژی‌اش از این مقدار کم‌تر است دنبال نخواهد شد. معمولاً این مقدار کمینه را قطع انرژی می‌نامند. مقدار قطع انرژی با توجه به شرایط مسئله‌ی مورد بررسی تعیین می‌شود.

در شبیه‌سازی مربوط به این کار هیچ قطع انرژی در نظر گرفته نشده است. اما برای نمونه نتایج مربوط به کره‌ای با قطر $1\mu m$ که تحت تابش فوتون‌های با انرژی $8.91keV$ قرار دارد را با قطع انرژی و بدون قطع انرژی مقایسه نموده‌ایم. نمودار مربوط به این مقایسه در شکل (۵-۱۸) آمده است.

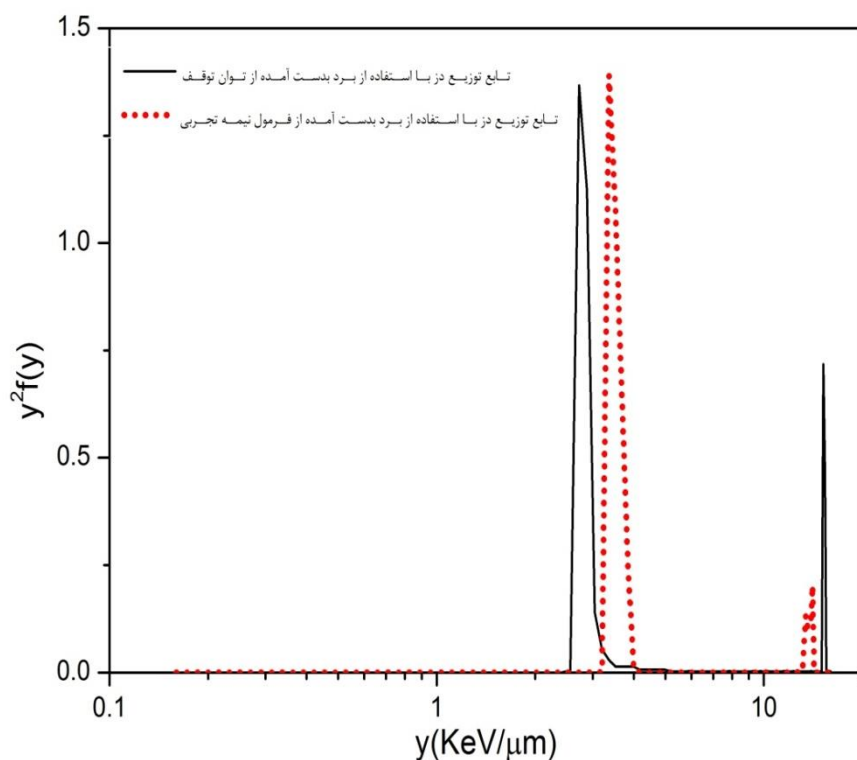


شکل ۵-۱۸: مقایسه‌ی نمودار توزیع دز بر حسب انرژی خطی در کره‌ای با قطر $1\mu\text{m}$ برای فوتون با انرژی اولیه 8.91keV با قطع انرژی 0.1keV و بدون قطع انرژی همانطور که در شکل (۵-۱۸) مشاهده می‌نمایید زمانی که برای برنامه‌ی شبیه‌سازی سازی قطع انرژی در نظر گرفته‌ایم. در قله‌ی مربوط به بیشینه‌ی انرژی خطی تغییراتی ایجاد شده است، و قله‌ای که مربوط به بیشینه‌ی انرژی خطی می‌باشد حذف شده است. این امر تأییدی است بر اینکه قله‌ی مذکور حاصل الکترون‌های کم انرژی است.

۵-۵ تأثیر برد الکترون بر نتایج بدست آمده

در بخش دو روش برای بدست آوردن برد ذکر شد، که هر یک نتایج متفاوتی برای برد بدست می‌دهد. از آنجایی که مقدار متوسط انرژی بجا گذاشته در مسافت مشخص به برد الکترون بستگی دارد، بنابراین با تغییر برد، انرژی به جا گذاشته در ماده و پیرو آن تابع توزیع انرژی خطی تغییر می‌نماید.

این تغییرات را می توان در شکل (۵-۱۹) مشاهده نمود. به عبارت دیگر این شکل نشان دهنده حساسیت کار به مقدار برد الکترون می باشد.



شکل ۵-۱۹: مقایسه ی تابع توزیع دز با استفاده از برد بدست آمده از فرمول نیمه تجربی جرم و توان توقف برای الکترون با انرژی

8.91keV در کره ای با قطر 1μm

۵-۶ محاسبه ی دز جذبی

همانطور که در فصل اول ذکر شد، دز جذبی را می توان با استفاده از رابطه ی (۱-۱۵) محاسبه نمود.

$$D = \int_0^{\infty} z f(z; n) dz \quad (۱۵-۱)$$

رابطه ی فوق برای تک رخداد به صورت زیر تغییر می نماید:

$$D = \int_0^{\infty} z f_1(z) dz \quad (۳-۵)$$

از طرفی با استفاده از روابط (۱۱-۱) و (۱۳-۱) می‌توان مقدار دز را بر حسب y و $f(y)$ بدست آورد.

$$z(\text{Gy}) = \frac{0.204y(\text{keV}/\mu\text{m})}{(2r(\mu\text{m}))^2}$$

$$f_1(z)dz = f(y)dy$$

با توجه به روابط فوق رابطه‌ی (۳-۵) به صورت زیر خواهد بود:

$$D = \int_0^{\infty} \frac{0.204y}{(2r)^2} f(y) dy \quad (۴-۵)$$

در این بخش دز جذبی را با استفاده از تابع توزیع انرژی خطی (با استفاده از رابطه‌ی (۴-۵)) و کد MCNP برای کره‌ای با قطرهای 1nm ، $1\mu\text{m}$ و 1mm که تحت تابش چشمه‌ی ^{192}Ir که در ابتدای فصل معرفی شده است قرار دارد، محاسبه می‌نماییم. و در آخر نتایج بدست آمده برای دو حالت گفته شده را مقایسه می‌نماییم. نتایج حاصل در جدول (۶-۵) آمده است.

جدول ۶-۵: دز جذبی حاصل از چشمه‌ی ^{192}Ir

قطر کره	دز بدست آمده از محاسبات مونت کارلو	دز بدست آمده از MCNP
1nm	1.55×10^4 (Gy)	1.3131×10^{15} (Gy)
$1\mu\text{m}$	1.64×10^{-2} (Gy)	1.5885×10^9 (Gy)
1mm	1.29×10^{-8} (Gy)	1.5548×10^3 (Gy)

همانطور که مشاهده می‌نمایید، با افزایش قطر کره مورد بررسی نتایج حاصل از محاسبات مونت کارلو دز بدست آمده با ضریب 10^{-6} تغییر نموده. این تغییر به خاطر رابطه‌ی عکس مجذوری‌ای است که دز در رابطه‌ی (۴-۵) با قطر دارد. بنابراین زمانی که قطر 10^3 برابر می‌شود، مقدار دز 10^{-6} برابر خواهد شد. چنین تغییری در نتایج حاصل از MCNP نیز مشاهده می‌شود. اما همانطور که مشاهده می‌-

نمایید، این نتایج با نتایج حاصل از مونت کارلو با ضریب 10^{11} اختلاف دارند. شاید این گمان برود که دز بدست آمده از MCNP برای چندین رویداد است در صورتی که محاسبات مونت کارلوی انجام شده دز را برای یک رویداد محاسبه می‌نماید. بنابراین به طور تقریبی در حجم‌های مورد بررسی باید در حدود 10^{11} اندرکنش انجام شده باشد. برای بررسی این حدس کافیت به پویش آزاد میانگین فوتون در آب توجه نماییم.

همانطور که در فصل دوم ذکر شد، پویش آزاد میانگین می‌تواند معیاری برای تعداد اندرکنش‌ها در یک حجم خاص باشد. با توجه به نمودار شکل (۲-۷) پویش آزاد میانگین در آب برای انرژی‌های چشمه‌ی مورد استفاده در بازه‌ی (1,10Cm) قرار دارد. در واقع در حجم‌های مورد نظر (ابعاد میلی، میکرو و نانومتر) احتمال رخدادن یک اندرکنش هم بسیار کم است .

بنابراین این فرض که مقادیر بسیار بزرگ دز در شبیه سازی MCNP ناشی از بررسی چندین رویداد می‌باشد، درست نیست و لذا نتایج حاصل از MCNP قابل اطمینان نمی‌باشد.

نتیجه گیری

با استفاده از کد مونت کارلوی نوشته شده توانستیم تابع توزیع دز را برای تک رخداد بدست بیاوریم. همچنین با بررسی تأثیر ابعاد دریافتیم که با افزایش ابعاد بسته به اینکه برد الکترون در سایز مورد نظر چقدر است انرژی خطی ثابت مانده یا افزایش می‌یابد. اما با افزایش انرژی، انرژی خطی کاهش یافته و بنابراین قله‌های تابع توزیع دز بیشتر به سمت انرژی‌های خطی کمتر پیش می‌رود. که این روند با کار دیگران به خوبی مطابقت داشت.

با مقایسه‌ی تابع توزیع دز بدست آمده از دو برد متفاوت برای الکترون دریافتیم که کمیات اندازه گیری شده از جمله تابع توزیع دز و انرژی خطی با توجه به روش بدست آوردن برد الکترون تغییر می‌کند، اما روند کلی تغییرات حفظ می‌شود.

همچنین دز جذبی محاسبه شده با افزایش ابعاد کاهش یافته و رابطه‌ی عکس مجذوری با قطر دارد. این دز در نتایج حاصل از MCNP نیز با قطر رابطه‌ی عکس مجذوری دارد، اما مقادیر قابل اطمینانی نخواهد بود.

منابع

- ۱- نیکلاس سولفانیدیس، ۱۳۷۱، "اندازه‌گیری و آشکارسازی تابش‌های هسته‌ای"، ر. کوهی، م. هادی‌زاده یزدی، کتابستان مشهد
- ۲- ادوارد ال آلپن **1381**، "بیوفیزیک تابش" منیژه رهبر، حسن عسگری شیرازی. چاپ اول مرکز نشر دانشگاهی، تهران
- 3- Harald H. Rossi (1976) "Microdosimetry and The Effects of small doses of Radiation", IEEE Transactions on Nuclear science, vol.NS-23, NO.4
- 4- Pawel Olko (2007) "Microdosimetry, track structure and the response of thermoluminescence detectors" Radiation Measurements 41, 57-70
- 5- H.H.Rossi, M.Zaider, 1996, "Microdosimetry and Its Applications", Springer
- 6- E.A. Siegbahn, E. Brauer-Kirsch, J. Stepanek, H. Blattmann, J.A. Laissue, A. Bravin, (2005) "Dosimetric studies of microbeam radiation therapy (MRT) with Monte Carlo simulations", **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A548**, 54-58
- 7- Z. Francis , S. Incerti , R. Capra , B. Mascialino , G. Montarou , V. Stepan , C. Villagrasa (2011) "Molecular scale track structure simulations in liquid water using the Geant4-DNA Monte-Carlo processes" , **Applied Radiation and Isotopes** 69 (2011) 220–226
- 8- P. Olko, P. Bilski, M. Budzanowski, L. Czopyk, J. Swakon and M. P. R. Waligorski (2007) "MICRODOSIMETRIC MODELLING OF THE RESPONSE OF THERMOLUMINESCENCE DETECTORS TO LOW- AND HIGH-LET IONISING RADIATION" , **Radiation Protection Dosimetry** (2006), Vol. 122, No. 1–4, pp. 378–381 doi:10.1093/rpd/ncl467
- 9- XUDONG WANG, (2006) Monte carlo simulation of solid walled proportional counter with different site size for HZE radiation, MSc.Thesis, Texas A&M University
- ۱۰- ر. وایدنر، ر. سلز، **1365**، "مبانی فیزیک نوین"، علی اکبر بابائی، مهدی صفا، چاپ اول، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، تهران

- 11- Robley D. Evans, "The Atomic Nucleus", TATA MC Graw Hill Publishing company, Bombay-new delhi
- 12- PENELOPE A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport
- 13- OAK RIDGE NATIONAL LABORATORY; managed by ;UT-BATTELLE, LL for the U.S. DEPARTMENT OF ENERGY, MCNP4C, Monte Carlo N-Particle Transport Code System, Contributed by: Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico, 2000
- ۱۴- نیک عمل م. ، واعظ ا. ، لهراسبی ا. (1386) "آشنایی با روشهای شبیه سازی در فیزیک" دانشگاه صنعتی شریف موسسه انتشارات علمی
- ۱۵- پل آل دووریس (1384) "نخستین دوره فیزیک محاسباتی" عزت ا... عرضی. تهران. مرکز نشر دانشگاهی
- 16- Yinghong Lin, (2007) A Study of the Secondary Electrons, A dissertation presented for the Philosophy Degree, The University of Tennessee, Knoxville
- 17- T.Tabata, P. Andreo, K. Shinoda, "An analytic formula for the extrapolated range of electrons condensed materials". **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B** 119 (1996) 463-470
- 18- Simon M. Pimblott, Laurens D.A. Siebbeles, "Energy loss by non-relativistic electrons and positrons in liquid water". **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B** 194 (2002) 237-250
- 19- A. KUMAR, et al, "Study of CSDA and Extrapolated Ranges of Electrons in some Selected Solvents in the Energy Range of 0.01-100 MeV". **Asian Journal of Chemistry** 21(2009) 130-134
- 20- J.E.Tuner, (1986), " Atoms, Radiation and Radiation Protection", MC Graw-Hill
- 21- T.Tabata, R.Ito, S.Okabe, " Generalized Semiempirical Equations for the Extrapolated Rang of Electron" **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research** 103(1972) 85-91
- 22- Rollet, S., Beck, P., Ferrari, A., Pelliccioni, M. and Autischer, M., " Dosimetric considerations on TEPC FLUKA-Simulation and Measurements". *Radiat. Prot. Dosim.* 110(1-4), 833-838 (2004).

Abstract

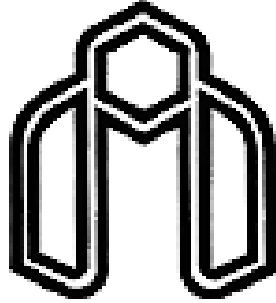
The amount of stored energy in per unit of a substance mass depends on different factors such as the type of substance combining constituent, rays energy, exposure mode, exposure time and the size of the exposure area. One of the important parameters in addition to the above mentioned cases is computing this amount of energy in dimensions of milli, micro and Nano meters that has many applications in medicine and radiation protection. Dosimetry in small dimensions is called microdosimetry. The imparted dose distribution in produced material of distinct ray according to single event is being investigated in microdosimetry. Actually due to investigating environment's small volume it can be assumed the imparted produced dose is just an interaction. Thus different techniques should be considered for microdosimetry and new quantities should be introduced.

And since tow third of human body is composed of water and according to its density, it is close to body tissue density, water has always been known as one of the materials which has been studied for dosimetry. Therefore, in this work the dose distribution function was calculated of resulted gamma from ^{192}Ir source in water with mentioned dimension and the effect of dimension on this distribution. And we realized that with the increase in dimensions, dose distribution function significantly changes and the left dose will decrease.

Also achieved dose was compared to the result of MCNP code and we realized that the MCNP results for small dimensions will not be reliable. Truly by considering the inefficiency MCNP code in small dimensions, it cannot be used in microdosimetry simulation. since in MCNP tally or results are obtained by averaging. Because of this reason MCNP cannot consider single event, and since in microdosimetry we face single events, MCNP is not a suitable code for microdosimetry simulation. Therefore, in this we act to write a Monte Carlo code to obtain single event dose distribution. Finally, the

impact of energy and dimension were checked on the dose distribution function. The results showed dose distribution function has a maximum value which is caused by maximum amount of energy imparted by electron range. In addition, depending on the specific range of electrons peaks are observed in dose distribution diagram based on the lineal energy that are related to produced electron of Compton and photoelectric interactions.

By increasing energy, dose distribution function will shift toward smaller lineal energy that this changing process had a great compatibility with others 'work. But by changing the investigating volume dimension, due to electron range which is smaller or larger of desirable diameter volume, dose distribution function respectively moves toward larger lineal energies or it remains constantly.



Shahrood University of Technology

Faculty of physics

**Calculation of the local gamma dose distribution of the
 ^{192}Ir source in water in the milli, micro and nano-
meter size ranges, using Monte Carlo method.**

Akram Sharafi-Tokhmdel

Supervisor:

Dr. Hossein Tavakoli-Anbaran

Date:2013