

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: فیزیک

گرایش: ذرات بنیادی

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان:

مطالعه ریسمان باز در میدان زمینه غیر نسبیتی

نگارش:

حسین برزه کار

استاد راهنما:

دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

شهریور ماه 91

تقدیم به:

پدر و مادر مهربانم،

همسر بردبارم و خانواده محترم ایشان

و

پرهام و پویان

سپاسگزاری

منت خدای را عزوجل که طاعتش موجب قرب است و به شکر اندرش مزید نعمت. باران رحمت بی حسابش همه را رسیده و خوان نعمت بی دریغش همه را گسترده. پرده‌ی ناموس بندگان به گناه فاحش ندرد و وظیفه روزی به خطای منکر نبرد.

الهی، آگاهی ده که از راه نیفتیم. بینایی ده که در چاه نیفتیم.

بر خود لازم می دانم اکنون که این پایان نامه به اتمام رسیده است از زحمات استاد فرزانه جناب دکتر بی تقصیر، که راهنمایی های مشفقانه ایشان همیشه روزنه امید در هزار توی تار مجهولات بود، تقدیر و تشکر کنم.

از اساتید ارجمند و اندیشمند جنابان دکتر موحدیان، دکتر حسن آبادی و دکتر شجاعی که از آن ها هم به لحاظ منش و هم به لحاظ علمی بسیار آموختم، سپاسگزاری کنم.

همچنین از استاد وارسته گروه فیزیک، جناب دکتر حسامی به جهت حوصله فراوان ایشان در آشنایی بیشتر دانشجویان با امور آموزشی- اداری سپاسگزاری کنم.

همچنین از تمامی دوستان گرایش فیزیک ذرات بنیادی و عزیزان همراه به خصوص آقایان یونس ظهراپی و محمد عابدینی، که در این مدت با بحث و جدل های جدی علمی باعث رشد و پیشرفت فکری بنده در مسایل مختلف فیزیک شدند، تشکر کنم.

اینجانب حسین برزیه‌کار دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه : **مطالعه ریسمان باز در میدان زمینه غیر نسبیتی** تحت راهنمایی‌های **دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

به تازگی تعمیم دوگانی AdS/CFT به سیستم هایی که غیر نسبیتی هستند بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این تحقیق به مطالعه نظریه ریسمان و دوگانی AdS/CFT غیر نسبیتی پرداخته می شود. چنین محاسباتی به درک بیشتر ما از کاربردهای وسیع تر دوگانی AdS/CFT بر پدیده های فیزیکی بسیار کمک می کند.

به این منظور حرکت ریسمان باز در زمینه غیر نسبیتی در نظر گرفته می شود. دوگان این مسأله حرکت یک ذره با سرعت ثابت در محیط خلأ غیر نسبیتی است که دمای آن صفر است. مشاهده می شود که اتلاف انرژی ذره مخالف صفر است. در صورتی که اگر ذره در خلأ نسبیتی و در دمای صفر حرکت کند، نیرویی به آن وارد نمی شود. این تفاوت بسیار مهم نتیجه جالب توجهی است که بایستی بیشتر مورد مطالعه قرار گیرد.

با بررسی معادله حرکت ذره ای که در جهت بعد فشرده شده حرکت می کند، درمی یابیم که یکی از جواب های ممکن می تواند ریسمانی باشد که دو انتهای آن ذره و پادذره هستند. سپس فاصله بین آنها با استفاده از نظریه ریسمان به دست می آید. همچنین پتانسیل میان ذره و پادذره، به دست آمده و در مورد شرایط تحدب آن بحث می شود.

به منظور تعمیم به مسایل جدید حرکت ذره در راستای غیر فشرده نیز بررسی شده و معادلات حرکت مورد مطالعه قرار می گیرند. نشان داده می شود که غیر نسبیتی بودن محیط بر حرکت ذره بسیار موثر است.

فهرست مطالب

فصل اول : معرفی ریسمان ها و شامه ها

۳.....	(۱,۱) مقدمه ای بر نظریه ریسمان.....
۸.....	(۱,۲) تاریخچه و کلیات ریسمان.....
۱۰.....	(۱,۳) مختصات مخروط نوری.....
۱۳.....	(۱,۴) شامه ها (غشاها).....
۱۸.....	(۱,۵) جهان - سطح و فضای هدف.....
۱۹.....	(۱,۶) پیمانه ایستا.....
۲۰.....	(۱,۷) ذره نسبیتی در فضا- زمان.....
۲۳.....	(۱,۸) ریسمان نسبیتی در فضا- زمان.....
۲۶.....	(۱,۹) معادلات حرکت ریسمان.....

فصل دوم: هولوگرافی و نظریه ریسمان غیر نسبیتی

اصل	(۲,۱)
۳۱.....	هولوگرافی.....
۳۲.....	(۲,۲) فضای آنتی دوسیته.....
۳۳.....	(۲,۳) نظریه میدان های همدیس.....
۳۵.....	(۲,۴) تقارن همدیس، گروه همدیس، جبر همدیس.....
ارزی	هم (۲,۵)
۳۹.....	<i>AdS/CFT</i>

۴۰.....پارامترهای مهم دردوگانی *Ads/CFT* (۲,۶)

۴۴..... *Ads/NRCFT* (۲,۷)

فصل سوم: مطالعه حرکت ذره در سیستم غیرنسبیتی با استفاده از اصل هولوگرافی

۴۸.....مقدمه (۳,۱)

(۳,۲) مطالعه ریسمان بسته با استفاده از ریسمان

باز:..... ۵۰

۵۳.....حرکت ذره در راستای فشرده و خمش ریسمان در جهت غیر فشرده (۳,۳)

۵۷.....محاسبه فاصله بین کوآرک- پادکوآرک (۳,۳,۱)

۵۸.....محاسبه پتانسیل بین کوآرک- پادکوآرک (۳,۳,۲)

۶۲.....اعمال شرایط تحدب در تابع پتانسیل کوآرک- پادکوآرک (۳,۳,۳)

۶۴.....محاسبه انرژی اتلافی ذره (۳,۴)

۷۵.....حرکت ذره در جهت فشرده و خمش ریسمان در راستای فشرده و غیرفشرده (۳,۵)

۷۸.....حرکت ذره در جهت غیرفشرده و خمش ریسمان در راستای غیرفشرده (۳,۶)

۸۳.....نتیجه گیری و مسایل پیشنهادی

۸۵.....پیوست

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) مدل استاندارد..... ۳
- شکل (۱,۲) مثالهایی از فرآیند مدهای واپاشی P ۵
- شکل (۱-۳) رفتار سه ثابت جفت شدگی بنیادی..... ۶
- شکل (۱,۴) ترکیب یا تقسیم ریسمان..... ۹
- شکل (۱,۵) نمودار فضا - زمانی محورهای مخروط نوری..... ۱۱
- شکل (۱,۶) شرط مرزی نیومن - دریکله..... ۱۳
- شکل (۱,۷) D - شامه یک ابرصفحه است که ریسمان باز به آن متصل است..... ۱۵
- شکل (۱,۸) $D2$ - شامه..... ۱۷
- شکل (۱,۹) جهان سطح مربوط به ریسمان باز و بسته..... ۱۸
- شکل (۱,۱۰) پیمانۀ ایستار پارامتر بندی نمودن ریسمان..... ۱۹
- شکل (۱,۱۱) جهان خط پارامتر بندی شده توسط τ ۲۰
- شکل (۱,۱۲) پارامتر بندی جهان - سطح ریسمان باز..... ۲۳
- شکل (۲,۱) شیئی در داخل فضا-زمان معادل مجموعه ذرات که روی مرز است..... ۳۲
- شکل (۲,۲) نمایی از فضای AdS ۳۳
- شکل (۲,۳) یک تبدیل همدیس زاویه بین منحنی ها را ثابت نگه می دارد..... ۳۵
- شکل (۲,۴) جدول هم ارزی AdS/CFT ۴۱
- شکل (۳,۱) حرکت تک کوارک در فضای مرز..... ۵۰
- شکل (۳,۱) ریسمان بینهایت بلند..... ۵۵
- شکل (۳,۲) ترکیب کوارک و پادکوارک..... ۵۸
- شکل (۳,۳) دو ریسمان بی نهایت بلند..... ۵۹

نمودار (۳,۳) شکل خمشی ریسمان..... ۶۹.....

نمودار (۳,۴) شکل خمشی ریسمان..... ۶۹.....

فصل اول:

معرفی ریسمانها وشامه ها

عناوین فصل :

❖ مقدمه ای بر نظریه ریسمان

❖ تاریخچه و کلیات ریسمان

❖ مختصات مخروط نوری

❖ شامه ها(غشا)

❖ جهان – سطح و فضای هدف

❖ پیمانۀ ایستا

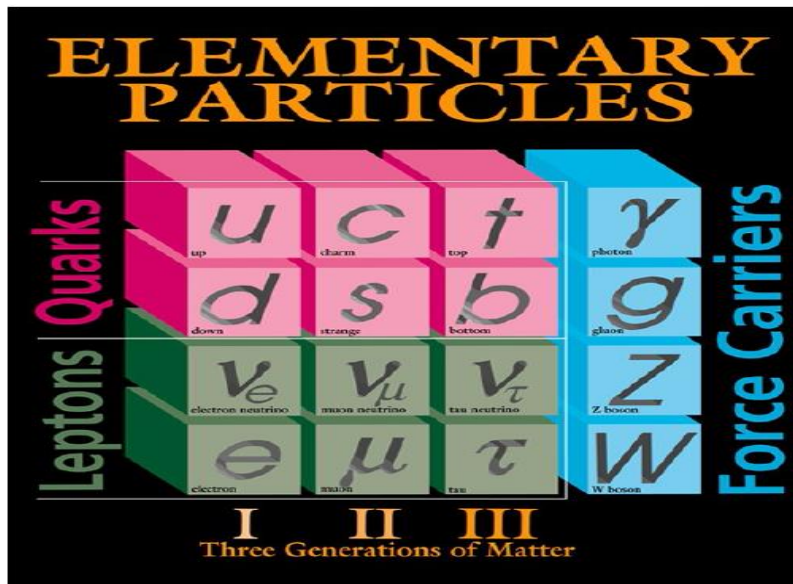
❖ ذره نسبیتی در فضا- زمان

❖ ریسمان نسبیتی در فضا- زمان

❖ معادلات حرکت ریسمان نسبیتی

(۱,۱) مقدمه ای بر نظریه ریسمان:

مدل استاندارد^۱ پیش بینی می کند که می توان ساختار ذرات را به ۶ ذره بنیادی محدود کرد. این مدل از ۱۲ لپتون (۶ لپتون و ۶ آنتی لپتون) و ۳۶ کوارک (۶ کوارک به همراه ۶ آنتی کوارک که هر یک با احتمال یکسان در سه حالت رنگی یافت می شوند) به علاوه ذرات واسطه میدان بر هم کنشی (۱ فوتون و ۳ بوزون و ۸ گلوئون) که هر کدام حامل نیروی بر هم کنشی خاصی می باشد تشکیل شده است. این مدل می خواهد تمام نیروهای بر هم کنشی و ذرات بنیادی را به یک نیروی وحدت یافته خاص و یک ذره بنیادی خاص ربط دهد.



شکل (۱-۱) مدل استاندارد

در سال ۱۹۷۹م. گلاشو و سلام و واینبرگ با مطرح کردن نظریه الکتروضعیف (GWS) اولین گام را به سوی وحدت برداشتند. در این نظریه بر همکنش های الکترومغناطیسی و ضعیف بصورت جنبه های مختلف یک نیروی بنیادی (نیروی الکتروضعیف) در نظر گرفته شدند. این نظریه وجود ذرات W^{\pm} و Z^0 با جرم تقریبی $M_{Z^0} = 92 \pm 2 \text{ GeV}/c^2$ و $M_W = 82 \pm 2 \text{ GeV}/c^2$ را به عنوان ذرات واسطه در این برهمکنش پیش بینی کرد [3,6]. این آزمایشات به لحاظ تجربی دارای اهمیت بسیاری برای مدل استاندارد بود. مشکل اصلی مدل استاندارد این

¹ Standard model

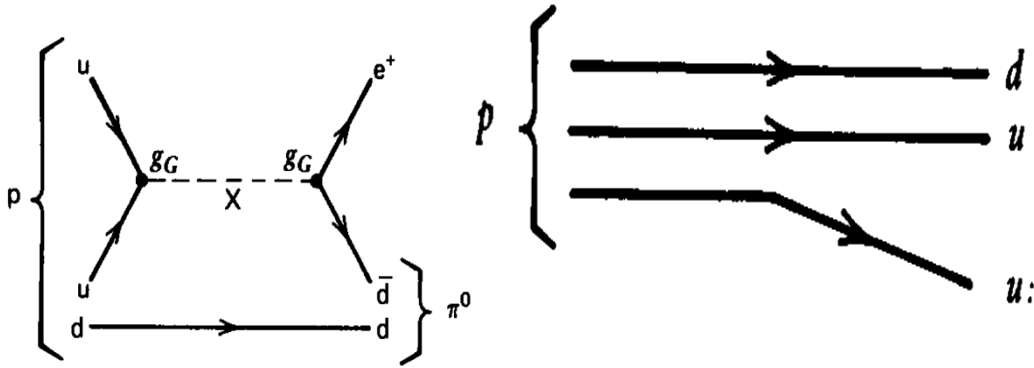
است که چگونه فوتون بدون جرم می تواند با بوزونهای W^\pm و Z^0 که دارای جرم هستند ترکیب شوند؟ توجیه آن است که اختلاف جرم ذرات واسطه علت تفاوت نیروی الکترومغناطیسی و ضعیف در انرژی های پایین است ولی در انرژیهای بالا کاملاً تقارن دارند. یعنی در انرژی های پایین شکست تقارن وجود دارد و مورد دیگر آنکه مدل استاندارد پرسش مربوط به منشا ذرات جرم دار را نیز بی جواب می گذارد.

می دانیم در انرژیهای پایین نیروی ضعیف، ضعیفتر از نیروی الکترومغناطیسی است. برای رفع این مشکل یک ذره فرضی به نام "بوزون هیگز" پیشنهاد شده است. رهیافت هیگز یک ساختار نظری است و در سال ۱۹۶۴ توسط یک فیزیکدان بریتانیایی به نام "پیتر هیگز" ارائه شده است. این ذره سازوکار شکست تقارن الکتروضعیف را به راه می اندازد. وظیفه این ذره توضیح سازگار و منطقی درباره طبیعت جرمی بوزونهای W^\pm و Z^0 است. بدون این ذره برخی از ذرات مدل استاندارد که دارای جرم هستند ذرات بدون جرم محسوب شده یعنی بدون بوزون هیگز مدل استاندارد عمل نمی کند. این بوزون احتمالاً جرمی در حدود $125 \text{ GeV}/c^2$ باید داشته باشد. و اخیراً ردپای این ذره در شتاب دهنده LHC در سرن دیده شده است. [3,6]

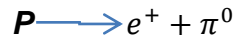
گام بعدی ترکیب نظریه الکتروضعیف و برهمکنش قوی (QCD)^۲ در یک برهمکنش واحد است. نظریاتی که در این جهت می کوشند تحت نظریه وحدت بزرگ (GUT)^۳ نامیده می شوند. شکل (۱,۳) تحول سه ثابت جفت شدگی قوی (α_s) و ثابت جفت شدگی ضعیف (α_w) و ثابت جفت شدگی الکترومغناطیسی (α_e) بوده، با توجه به نمودار در انرژی های بسیار زیاد در یک مقدار حدی مشترک همگرا می شوند. بر مبنای نظریه (GUT) لپتونها و کوارکها اعضای یک خانواده اند و می توانند با مبادله یک ذره مناسب به یکدیگر تبدیل شوند. بسیاری از نظریه های (GUT) پیشگویی می کنند که پروتونها ناپایدارند و با نیمه عمر تقریبی 10^{31} سال واپاشی می کنند. به همین دلیل چنین واپاشی دیده نشده است چون این مقدار خیلی بزرگتر از سن کیهان است. شکل (۱,۲) نمودار فاینمن مدهای مختلف واپاشی پروتون را نشان میدهد. [۴] و [۵]

² Quantum Chromodynamics

³ Grand Unification Theory

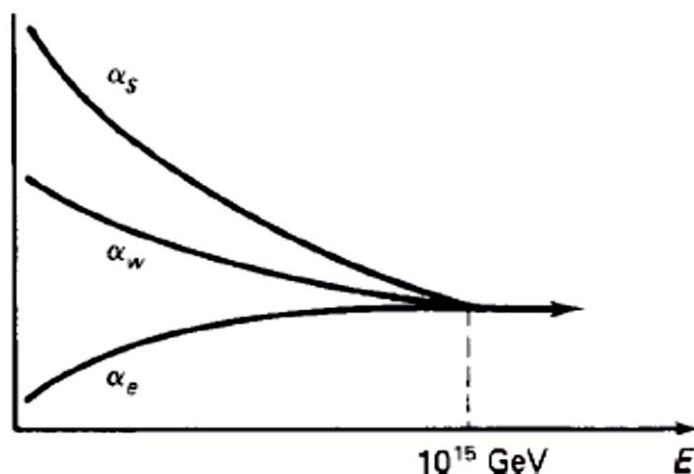


شکل (۱,۲) مثالهایی از فرآیند مدهای واپاشی



یکی دیگر از پیامدهای (GUT) آن است که نوترینوها دیگر بدون جرم نیستند. حدود تقریبی جرم نوترینوها خیلی محدود کننده نیست و جرم هایی در حدود چند الکترون ولت با آزمایشات سازگارند. که این جرم پیامد عظیمی در کیهانشناسی و در نظریات تکامل و آینده عالم دارد.

سرنوشت نهایی جهان یا به صورت ادامه انبساط تا بی نهایت و یا کند شدن سرعت انبساط و متوقف شدن آن و فروریختن و پیدایش حفره سیاه جهان خواهد بود. احتمال اتفاق هر یک از دو احتمال فوق به چگالی ماده موجود در جهان بستگی دارد. مشاهدات و فرضیات فعلی برای تعیین سرنوشت جهان کافی نیست ولی در صورت وجود جرمی هر چند کم برای نوترینوها بدون تردید چگالی جهان ماده را به نحو قابل توجهی افزایش داده و فرو ریختن جهان را تضمین می کند.



شکل (۳-۱) رفتار سه ثابت جفت شدگی بنیادی

کیهانشناسان معتقدند که جهان بر اثر انفجار مهیب به نام مهبانگ^۴ به وجود آمده است. فرض شده است که در طول 10^{-43} ثانیه اول که دوره بسیار داغ با دمای $(T=10^{33}K)$ بوده نیروهای قوی و گرانش و الکتروضعیف به یکدیگر ملحق شده و یک نیروی کاملاً متحد تشکیل می دادند.

بر طبق نظریه وحدت بزرگ در 10^{-32} ثانیه بعد از مهبانگ که دوره داغ با دمای $T=10^{29}$ بوده، نیروی گرانشی از این نیروهای متحد آزاد شد ولی نیروهای قوی و الکتروضعیف هنوز به صورت متحد باقی ماندند. در این دوره انرژی ذرات به قدری زیاد بوده (بزرگتر از 10^{16} گیگا الکترون ولت) که بسیاری از ذرات سنگین و کوارکهای سبک و لپتونها و پاد ذرات آنها به وجود آمدند.

در انتهای این دوره گذار جهان داغ توانست در کره ای به قطر 10^{-4} متر متراکم شود. بعد از آن دو دوره گرم که گستره دما از 10^{29} تا 10^{15} کلوین (متناظر با گستره انرژی از 10^{16} تا 10^2 Gev) بود. جهان سریعاً منبسط و سرد شد. در این دوره نیروهای قوی و الکتروضعیف از هم جدا شدند و اتحاد بزرگ از بین رفت.

⁴ Big Bang

همانطور که جهان به سرد شدن ادامه می داد در حدود 10^{-10} ثانیه بعد از مهبانگ نیروی الکتروضعیف به دو نیروی الکترومغناطیسی و ضعیف تقسیم شد. نتیجه حاصل چهار نیرویی است که ما امروز آنها را می شناسیم.

در طول یک میکرو ثانیه اول تاریخ کیهان فقط ذرات بنیادی بودند که از طریق نیروهای بنیادی با یکدیگر بر همکنش می کردند. در حدود یک میکرو ثانیه دیگر بعد از مهبانگ کوارکها به صورت پروتونها و نوترونها هسته اتم ها را به وجود آوردند. بنابراین مشاهده رویدادهایی که هنگام برخورد دو ذره در شتابدهنده ها رخ می دهد برای بازسازی لحظات اولیه در تاریخ کیهان مهم است . شاید کلید کشف جهان گذشته در شناخت دنیای ذرات اولیه باشد.

(۱,۲) تاریخچه و کلیات ریسمان:

پایه اصلی این نظریه مربوط به نیروی قوی هسته ای است. در آزمایشات مربوط به هادرونها رابطه میان اسپین و جرم آنها به صورت زیر است:

$$m^2 = \frac{J}{\hbar \alpha c^2}$$

برای یک ذره بی بعد چنین رابطه ای را نمی توان به دست آورد. اما این رابطه برای یک ریسمان جرخان با تنش ثابت برقرار است و این ایده را می رساند که می توان نیروی هسته ای قوی را با استفاده از نظریه ریسمان توصیف کرد.

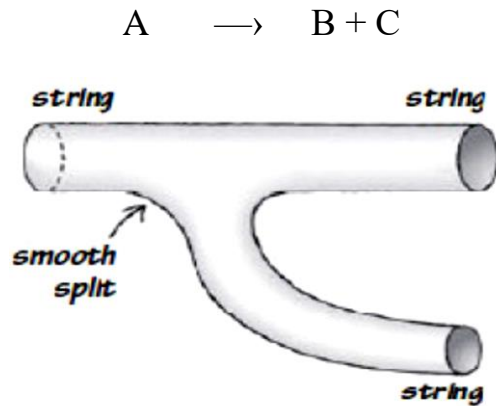
در نظریه ریسمان اولین فرض آن است که ذرات نقطه ای بدون بعد نیستند. بلکه به شکل ریسمان های یک بعدی هستند. در این نظریه ریسمانها به دو صورت باز بسته وجود دارند. ریسمانهای باز دو سر آزاد دارند و این سرها بر روی موجودات خاصی قرار دارد. ریسمان های بسته سر آزاد ندارند و مقید نیستند و آزادانه حرکت می کنند. هر ذره در این نظریه توسط یک تراز ارتعاشی ریسمان در نظر گرفته می شود. مثلاً برای پروتون یک مدار تعاشی و برای کوارک مد ارتعاشی دیگر می توان در نظر گرفت.

نیروها نیز توسط ریسمانهای باز و بسته با ارتعاشهای مختلف نمایش داده می شود: مثلاً فوتون با یک ریسمان باز و گراویتون با یک ریسمان بسته. برای سازگاری، ریسمانها در نظریه ریسمان بوزونی معمولاً در یک فضا - زمان ۲۶ بعدی یا در نظریه ابر ریسمان، در فضا- زمان ۱۰ بعدی تعریف می شود. درک ۴ بعد برای انسان مشکل نیست ولی درک ابعاد بالاتر از پیچیدگی های این نظریه است که در این مورد از فشرده سازی ابعاد استفاده می شود. از موارد دیگری که باعث می شود نظریه ریسمان مورد توجه قرار گیرد آنست که این نظریه نسبت عام و مکانیک کوانتومی را به هم پیوند می دهد. یعنی یک نظریه کوانتومی - گرانشی است.

طول هر ریسمان بنیادین در محدوده طول پلانک^۵ است که از رابطه زیر به دست می آید:

$$l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \sim 10^{-35} \text{ m}$$

برای مقایسه، فاصله واقعی نوکلئونهای اتمی به اندازه $l_{nucleon} \sim 10^{-15} \text{ m}$ می باشد که 10^{20} برابر طول پلانک است. شکل (۱/۴) نشان می دهد که ریسمانها می توانند به دو تکه تقسیم شده و یا با هم ترکیب شوند. مثلا ذره مادر **A** که به لحاظ ریسمانی با مد ارتعاشی خاص به دو (ذره) ریسمان **B** و **C** با مدهای ارتعاشی دیگر واپاشی می کند.



شکل (۱،۴) ترکیب یا تقسیم ریسمان

^۵Planck length

(۱,۳) مختصات مخروط نوری:

در مطالعه نظریه ریسمان سیستم مختصاتی که بسیار مفید می باشد سیستم مختصات مخروط نوری است. در این سیستم با استفاده از مختصه زمان و یک مختصه فضایی منتخب دو ترکیب مستقل خطی x^+ و x^- که به صورت زیر تعریف می شود:

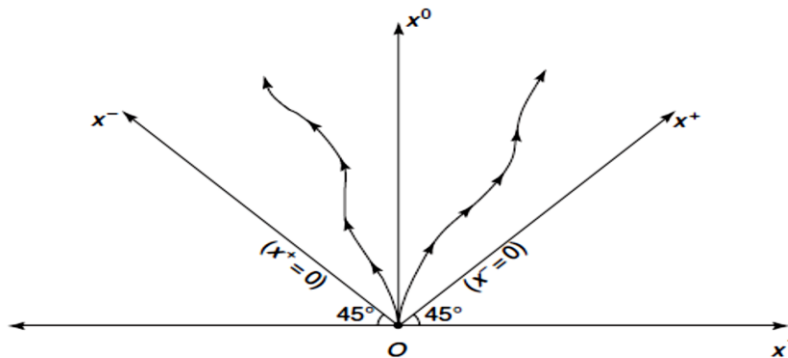
$$x^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 + x^1)$$

$$x^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 - x^1) \quad (1/1)$$

x^2 و x^3 نقشی در این تعریف ندارند. در سیستم مختصات نوری (x^1 و x^2) با (x^+ , x^-) تعویض شده است.

اما دو مختصات دیگر ثابت نگه داشته شده اند بنا براین یک مجموعه کامل مختصه های مخروط نوری به صورت (x^+ , x^- , x^2 , x^3) می باشد.

مختصه های جدید x^+ ، x^- را مختصه های مخروط نوری می نامیم. زیرا محورهای مختصات مربوطه جهان - خط های باریکه های نور منتشر شده از مبدا در راستای محور x^1 می باشند. و محورهای x^\pm نیم خطهایی با زاویه 45° نسبت به محورهای x^0 و x^1 است.



شکل (1.5) نمودار فضا - زمانی محورهای مخروط نوری

با توجه به شکل (1.5) برای هر حرکت فیزیکی یک ذره منحنی هایی بین مخروط نوری در نظر گرفته شده است که شیب آن نمی تواند کمتر از 45° شود. طبق تعریف x^+ را به عنوان مختصه زمانی و x^- را به عنوان مختصه فضایی مخروط نوری در نظر گرفته می شود.

با گرفتن دیفرانسیل از رابطه (1.1) می توان نوشت:

$$2dx^+dx^- = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 \quad (1/2)$$

و ناوردایی فاصله در سیستم مخروط نوری شکل زیر را به خود می گیرد:

$$-ds^2 = -2dx^+dx^- + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \quad (1/3)$$

را می توان با استفاده از زیروندهای + و - و ۲ و ۳ به صورت زیر نوشت: (1.3) رابطه

$$-ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\nu dx^\mu \quad (1/4)$$

که در اینجا η متریک مخروط نوری است. ماتریس متریک مخروط نوری را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1,5)$$

می توان مولفه های هر بردار لورنتس a^μ را در سیستم مخروط نوری به صورت زیر نوشت:

$$a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(a^0 + a^1) \quad , \quad a^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(a^0 - a^1) \quad (1,6)$$

ضرب اسکالر بین بردارها با استفاده از مولفه های مخروط نوری به قرار زیر است:

$$a \cdot b = -a^-b^+ - a^+b^- + a^2b^2 + a^3b^3 = \eta_{\mu\nu} a^\mu b^\nu \quad (1/7)$$

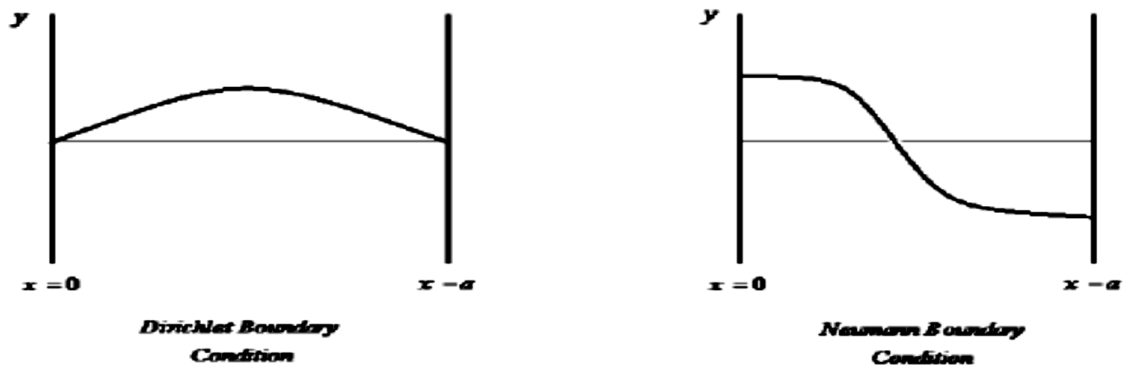
که عبارت سمت راست رابطه (1.7) حاصلضرب اسکالر بین دو بردار در مختصات مخروط نوری خلاصه نویسی شده است از این مختصات در فصل ۳ استفاده خواهد شد.

(۱,۷) شامه(غشا)ها؟:

می دانیم که در نظریه ریسمان، ریسمانها به دو صورت باز و بسته وجود دارند. در بررسی کلاسیکی معادله ریسمان به رابطه زیر می رسیم:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1,8)$$

که شامل مشتق های فضایی و زمانی می باشد. به منظور ثابت نمودن جواب ها بایداز شرایط اولیه استفاده نمود با استفاده از شکل (1.6) می توان دو شرط مرزی دریچلت^۷ و نیومن^۸ را در نظر گرفت:



شکل(1.6) شرط مرزی نیومن - دریچله

⁶Brane

⁷Dirichlet Boundary Conditions

⁸ Neumann Boundary Conditions

با توجه به ریسمان کلاسیکی فوق که بین دو نقطه کشیده شده است شروط نامبرده به صورت زیر استفاده می شود:

الف) در شکل سمت چپ چون دو انتهای ریسمان ثابت بوده و حرکتی ندارند شرط مرزی دریچلت است که به لحاظ ریاضی به صورت زیر است:

$$y(t, x=0) = y(t, x=a) = 0$$

$$\frac{dy(t, x=0)}{dt} = \frac{dy(t, x=a)}{dt} = 0 \quad (1.9)$$

ب) در شکل سمت راست دو انتهای ریسمان به دو حلقه بدون جرم متصل بوده و می تواند آزادانه حرکت کند و شرط مرزی نیومن بر آن حاکم است و می توان نوشت:

$$\frac{\partial y(t, x=0)}{\partial x} = \frac{\partial y(t, x=a)}{\partial x} = 0 \quad (1.10)$$

با دقت در تکانه عرضی و با توجه به ریسمان کلاسیکی که بین دو نقطه کشیده شده است مشاهده می شود که تکانه عرضی ریسمان در شرط مرزی نیومن پایسته است در حالی که در شرط مرزی دریچلت اینگونه نیست. بعد از مدتها نتیجه گرفته شد که ریسمانهای باز روی شامه هایی زندگی می کنند و در واقع این موجودات دینامیکی با جذب تکانه عرضی ریسمان ناپایستگی تکانه را توجیه می کنند.

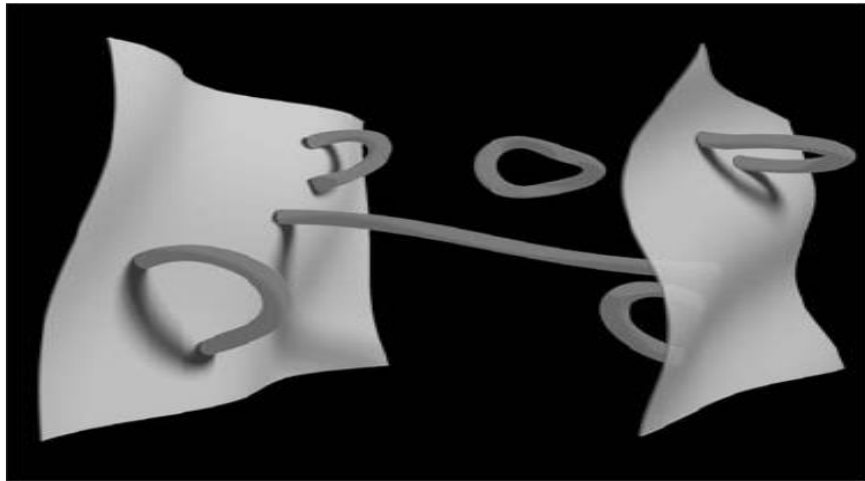
معمولا یک شامه با تعداد ابعاد فضایی که در بر دارد طبقه بندی می شود. به همین دلیل شامه ها به صورت Dp - شامه معرفی می شود که D معرف کلمه دریچلت بوده و p ابعاد فضایی شامه ها را نشان می دهد. مثلا در نظریه ریسمان بوزونی که در فضا - زمان ۲۶ بعدی تعریف می شود شامه های دریچلتی ۲۵ بعدی ($D25$ - شامه) و شامه های با ابعاد کمتر در آن وجود دارد و هم چنین در نظریه ابر ریسمان که در فضا - زمان ۱۰ بعدی تعریف می شود یک $D9$ - شامه و شامه های با ابعاد کمتر از ۱۰ در فضا - زمان موجود است. ابعاد فضا -

بی غیر وابسته به شامه ها، حجم⁹ نامیده شده و به آن حجم شامه گفته می شود. مدل برنامه ریزی شده جهان ما یک $D3$ - شامه و ابعاد فضایی اضافی غیر فشرده باقیمانده خلاصه می شود. چه بسا اکثر مفاهیم فیزیکی

در مورد ریسمانها از مطالعه D - شامه ها حاصل شده است و این مفاهیم شامل موارد زیر است :

۱- برهم کنشهای مدل استاندارد (الکترو مغناطیس، قوی ، ضعیف) بر روی شامه ها رخ می دهند.

۲- گرانش می تواند از شامه ها خارج شود و نیروی گرانش در غشا و در طول ابعاد بالاتر پخش می شود. به همین علت شدت نیروی گرانش در ابعاد بالا تر ضعیف تر می شود.



شکل (1.7)D - شامه یک ابرصفحه است که ریسمان باز به آن متصل است.

ساده ترین روش توصیف یک DP - شامه به لحاظ ریاضی استفاده از پیمانه مخروط نوری است . برای مشخص کردن یک D - غشا احتیاج به انتخاب دستگاه مختصاتی است که شرایط مرزی نیو من و دریچلت را در آن آزمود. برای استفاده از پیمانه مخروط نوری باید مختصات مخروط نوری تعریف شود که شرایط مرزی نیومن در آن برآورده شود. برای یک Dp - شامه با $i=2, 3, \dots, p$ در پیمانه مخروط نوری به صورت زیر تعریف می شود:

⁹Bulk

$$x^{\pm}(\sigma, \tau) = \frac{x^0 \pm x^1}{\sqrt{2}} \quad (1.11)$$

و شرط مرزی نیومن به صورت زیر نوشته می شود :

$$\partial_{\sigma} x^{\mu} \Big|_{\sigma=0, \pi} = 0 \quad (1.12)$$

بنابراین مختصات انتخاب شده شرایط مرزی نیومن را مشخص می کند که به صورت زیر است:

$$x^{+}(\sigma, \tau), x^{-}(\sigma, \tau), x^i(\sigma, \tau) \quad i = 2, 3, \dots, p \quad (1.13)$$

فرض می شود که $-D$ شامله در \bar{x}^a قرار داشته باشد این یعنی:

$$a = p+1, \dots, d \quad x^a = \bar{x}^a \quad (1.14)$$

باقیمانده مختصه های فضایی شرایط مرزی دریچلت را تعریف می کنند، با استفاده از:

$$a = p+1, \dots, d$$

در نظریه ریسمان بوزونی $d=25$ است در حالیکه در نظریه ابر ریسمان $d=9$ بوده و بنابراین شرایط مرزی دریچلت به صورت زیر است:

$$x^a(\sigma, \tau) \quad : a = p+1, \dots, d$$

با قراردادن $x^a = \bar{x}^a$ شرط مرزی دریچلت به صورت زیر در می آید:

$$a = p+1, \dots, d$$

$$x^a(0, \tau) = x^a(\pi, \tau) = \bar{x}^a$$

با توجه به آنکه ، شرایط مرزی دریچلت را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

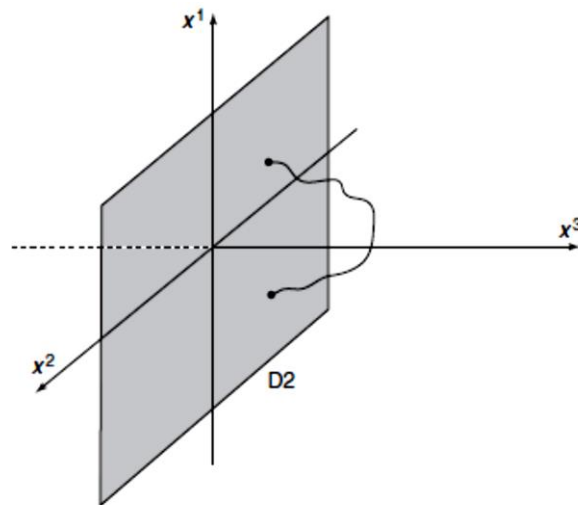
$$\delta x^a = x^a(\pi, \sigma) - x^a(0, \sigma) = 0 \quad a = p+1, \dots, d \quad (1.15)$$

این دستگاه مختصات به دو دستگاه تقسیم شده است و بر چسب های i و a وابسته به مختصه هایی است که مربوط به شرایط مرزی مختلف است و شامل:

۱- مختصات با اندیس $\mu = +, -$ و $i=2, 3, \dots, p$ مختصه های NN نامیده می شود، زیرا برای آنها شرایط مرزی نیومن در هر دو انتهای ریسمان ارضا می شود.

۲- مختصات با اندیس $a=p+1, \dots, d$ مختصه های DD نامیده می شود، زیرا شرایط مرزی دریچلت در هر دو انتهای ریسمان ارضا می شود.

شکل (۱/۸) یک تصویر ساده از شرایط مرزی را نشان می دهد که یک D2- شامه در $\bar{x}^a = x^3 = 0$ قرار دارد:

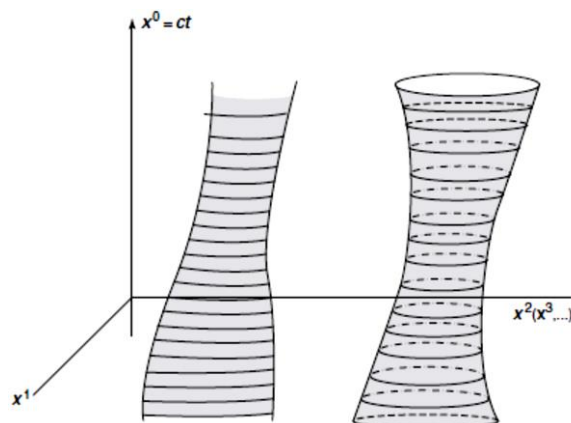


شکل (۱,۸) یک D2- شامه

(۱,۵) جهان سطح^{۱۰} و فضای هدف^{۱۱}:

مسیر یک ذره در فضا - زمان یک خط است که به آن جهان - خط^{۱۲} گفته می شود. نمودار فضا - زمان یک ذره بر روی نمودارهای دو بعدی و سه بعدی نشان از حرکت ذره در یک بعد یا دو بعد دارد. مسیر حرکت یک ریسمان در فضا - زمان یک رویه است. به این رویه دو بعدی که ریسمان در فضا - زمان جاروب می کند جهان - سطح می گویند. پس جهان - سطح تاریخچه تحول ریسمان در این سیستم می باشد.

چون ریسمان ها به دو شکل باز و بسته می باشند پس جهان - سطح ریسمان باز در فضا زمان به شکل یک نوار است و جهان - سطح ریسمان بسته در فضا = زمان به شکل یک لوله است مانند شکل (1.9) با رسم خطهای ثابت x^0 در این رویه ها می توان وضعیت رویه ها را نمایان کرد. صفحات جهان - سطح در فضا زمانی قرار دارند که به آن فضای هدف گفته می شود.



شکل (۱,۹) جهان سطح مربوط به ریسمان باز و بسته

¹⁰ World Sheet

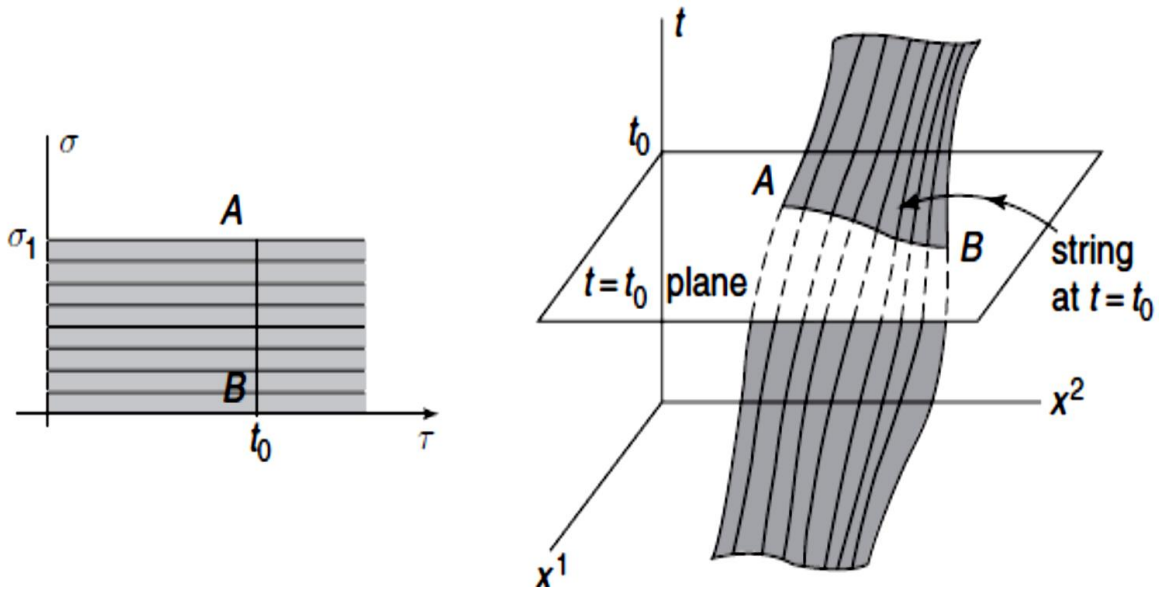
¹¹ Target Space

¹² World Line

(۱,۶) پیمانه ایستا^{۱۳}:

می توان جهان سطح ریسمان را به شیوه های مختلف پارامتریزه کرد و کنش ریسمان از انتخاب روش پارامتر بندی مستقل است . این حالت مانند استقلال الکترو مغناطیس از انتخاب پیمانه های مختلف برای بررسی معادلات دینامیکی است.

ابر صفحه ی $t=t_0$ را در شکل (6.1) در نظر گرفته و تلاقی این ابر صفحه و جهان سطح ریسمان یک منحنی به وجود می آورد که همان شکل ریسمان در $t=t_0$ از دیدگاه ناظر لورنتسی است . به پیمانه ای که ریسمان در آن طوری پارامتر بندی شود که در هر لحظه از زمان ریسمان را در راستایی که جهان - سطح آن با صفحه زمانی قطع کننده تلاقی دارد مشاهده کنیم ، پیمانه ایستا گفته می شود. یعنی انتخاب پارامتر σ به گونه ای است که از دیدگاه ناظر لورنتسی در زمان موضعی $t=\tau$ ریسمان حالت ایستا داشته باشد.



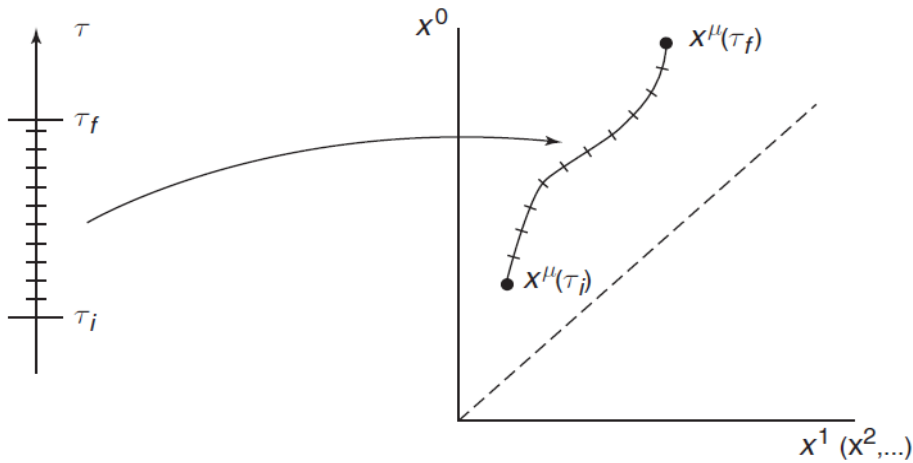
شکل (۱,۱۰) پیمانه ایستا و پارامتر بندی نمودن ریسمان

¹³The Static Gauge

(۱,۷) ذره نسبیتی در فضا - زمان:

مسیر حرکت ذره در فضا - زمان را جهان - خط نامیدیم. با توجه به شکل (1.11) اگر این مسیر را با x^μ بیان کرده و آنرا با τ پارامتر بندی می کنیم. یعنی زمان به وسیله ساعتی که با ذره حرکت می کند اندازه گیری شده است. پس می توان بر روی این پارامتر بندی با نوشتن مختصه ها به صورت تابعی از زمان ویژه تاکید کرد به صورت:

$$x^\mu = x^\mu(\tau) \quad (1.16)$$



شکل (۱,۱۱) جهان خط پارامتر بندی شده توسط τ

تابعی که به ما اجازه میدهد تا فاصله بین دو نقطه برای اندازه گیری فاصله به متریک است یعنی را تعریف کنیم. در نسبیت خاص از فضای مسطح مینکوفسکی و متریک مربوط به آن استفاده می شود که این متریک با $\eta_{\mu\nu}$ نمایش داده می شود:

$$\eta = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

فاصله های خیلی کوچک توسط رابطه زیر تعریف می شود:

$$ds^2 = -\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (dx^0)^2 - (dx^1)^2 - \dots - (dx^d)^2 \quad (1.18)$$

پس داریم:

$$ds = \sqrt{-\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} \quad (1.19)$$

اصل کنش بیان می کند که حرکت نسبییتی یک ذره آزاد متناسب با طول ناوردای مسیر ذره در جهان - خط است. یعنی:

$$S = -\alpha \int ds \quad (1.20)$$

حال به لحاظ دیمانسیون رابطه کنش را مورد تفحص قرار می دهیم که به جای α چه کمیتی می توان قرار داد؟

دیمانسیون کنش $\frac{ML^2}{T}$ است پس بر طبق رابطه (۱/۲۰) می توان نوشت:

$$\frac{ML^2}{T} = [\alpha]L \Rightarrow [\alpha] = \frac{ML}{T} \quad (1.21)$$

با توجه به دیمانسیون فوق می توان به رابطه زیر برای α رسید:

$$\alpha = mc \quad (1.22)$$

اکنون برای رابطه کنش با استفاده از روابط (۱/۱۹) و (۱/۲۲) می توان نوشت:

$$S = -mc \int \sqrt{-\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} \quad (1.23)$$

اکنون با توجه به آنکه جهان خط با پارامتر τ پارامتر بندی شده است می توان نوشت :

$$dS = \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \left(\frac{dx^\mu}{d\tau}\right)^2 dx^\mu dx^\nu} = \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}} d\tau \quad (1.24)$$

و با استفاده از رابطه (۱/۲۳) و (۱/۲۴) رابطه زیر بدست می آید:

$$S = -mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}} d\tau = -mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu} \quad (1.25)$$

اکنون برای یافتن معادله حرکت از روش وردش کنش وقتی که جهان خط به مقدار جزئی $\delta x^\mu(\tau)$ تغییر می- کند محاسبه می شود:

$$\delta S = -mc \int \delta ds \quad (1.26)$$

و با استفاده از معادله (۱/۱۸) و دیفرانسیل گیری از آن :

$$2ds(ds) = -\eta_{\mu\nu} \delta(dx^\mu) dx^\nu - \eta_{\mu\nu} dx^\mu \delta(dx^\nu) = -2\eta_{\mu\nu} dx^\mu \delta(dx^\nu) \quad (1.27)$$

چون جهان خط با پارامتر τ پارامتر بندی شده است در نتیجه می توان نوشت:

$$(ds) = -\eta_{\mu\nu} \frac{d(\delta x^\mu)}{d\tau} \frac{dx^\nu}{ds} d\tau \quad (1.28)$$

حال با استفاده از معادلات (۱/۲۷) و (۱/۲۸) می توان نوشت:

$$\delta S = mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \eta_{\mu\nu} \frac{d(\delta x^\mu)}{d\tau} \frac{dx^\nu}{ds} d\tau \quad (1.29)$$

و با استفاده از روش جز به جز در رابطه (۱,۲۹) داریم:

$$\delta S = mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \left\{ \eta_{\mu\nu} \frac{d}{d\tau} \left(\delta x^\mu \frac{dx^\nu}{ds} \right) - \eta_{\mu\nu} \delta x^\mu \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dx^\nu}{ds} \right) \right\} d\tau \quad (1.30)$$

$$\delta S = mc \eta_{\mu\nu} x^\mu \frac{dx^\nu}{ds} \Big|_{\tau_i}^{\tau_f} - mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \eta_{\mu\nu} \delta x^\mu \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dx^\nu}{ds} \right) d\tau \quad (1.31)$$

جمله اول سمت راست رابطه (۱/۳۱) صفر می شود زیرا وردش x^μ در نقاط انتهایی صفر می شود و حاصل به صورت :

$$\delta S = -mc \int_{\tau_i}^{\tau_f} \eta_{\mu\nu} \delta x^\mu \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dx^\nu}{ds} \right) d\tau \quad (1.32)$$

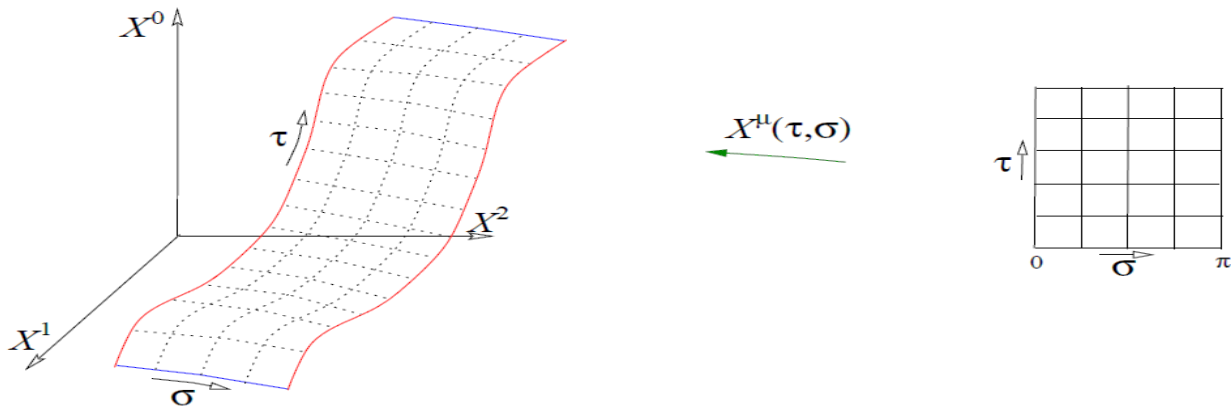
اکنون δS را مساوی صفر قرار می دهیم تا معادله حرکت ذره نسبیتی به دست آید :

$$\delta S = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\tau} \left(mc \frac{dx^\nu}{ds} \right) = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\tau} (p^\nu) = 0 \quad (1.33)$$

(۱/۸) ریسمان نسبیتی در فضا - زمان:

ریسمان شیئی یک بعدی است. به علت دو بعدی بودن جهان - سطح برای پارامتر بندی آن به دو پارامتر احتیاج داریم که آنها را ξ_1 و ξ_2 می نامیم. همانطور که در شکل (۱/۱۲) مشاهده می شود لازم است که جهان - سطح را با یک پارامتر زمانی و یک پارامتر فضایی توصیف کنیم. پارامتر زمانی آن زمان ویژه τ و دیگری باید با طول ریسمان مرتبط باشد که با σ معرفی می شود:

$$\xi_1 = \sigma, \quad \xi_2 = \tau \quad (1.34)$$



شکل (۱،۱۲) پارامتر بندی جهان - سطح ریسمان باز

در نتیجه مختصه های ریسمان را به شکل زیر نمایش می دهند:

$$x^\mu(\tau, \sigma) \quad (1.35)$$

و بنابراین زمان و موقعیت مکانی مختصه های ریسمان در یک فضا زمان $d+1$ بعدی عبارتند از :

$$\{x^0(\tau, \sigma), x^1(\tau, \sigma), \dots, x^d(\tau, \sigma)\} \quad (1.36)$$

یادآوری آن که کنش ذره نسبیتی با طول جهان خط آن متناسب است. شبیه ذره نسبیتی کنش ریسمان نسبیتی با مساحت جهان سطح آن متناسب است. انتظار ما این است که ثابت تناسب باید کنش ریسمان باشد پس کنش ریسمان نسبیتی به شکل زیر نوشته می شود:

$$S = -T \int dA \quad (1.37)$$

که dA عنصر دیفرانسیلی مساحت جهان سطح است برای یافتن شکل این المان باید عنصر دیفرانسیلی ds^2 را بررسی کنیم با انجام عملیات زیر داریم :

$$ds^2 = -\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\eta_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial \xi^\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta \quad (1.38)$$

حال می توان یک متریک القایی بر جهان سطح تعریف کرد به صورت:

$$\gamma_{\alpha\beta} = \eta_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial \xi^\beta} \quad (1.39)$$

و

$$ds^2 = \gamma_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta \quad (1.40)$$

و با استفاده از این که:

$$\dot{x}^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} \quad , \quad \dot{x}^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \quad (1.41)$$

مولفه های ماتریس القایی را می توان به صورت عناصری استخراج کرد. البته این عناصر برای فضا - زمان تخت مینکوفسکی مقدار ثابتی می باشد. ولی چنانچه برای فضای خمیده نوشته شود مولفه های ماتریس تابعی از مختصه های فضا - زمان خواهد بود. و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$g_{\tau\tau} = \eta_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} = \dot{x}^2$$

$$g_{\tau\sigma} = g_{\sigma\tau} = \eta_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} = x \cdot \dot{x} \quad (1.42)$$

$$g_{\sigma\sigma} = \eta_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma} = \dot{x}^2$$

ماتریس متریک القایی را در فضای (σ, τ) به صورت زیر نوشته می شود:

$$g = \begin{pmatrix} \dot{x}^2 & x \cdot \dot{x} \\ x \cdot \dot{x} & \dot{x}^2 \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

اکنون دترمینان ماتریس القایی (۱,۴۳) به صورت زیر در می آید:

$$g = \det g_{\alpha\beta} = \dot{x}^2 \dot{x}^2 - (x \cdot \dot{x})^2 \quad (1.44)$$

در حالت کلی در یک فضای مفروض بامتریک $g_{\alpha\beta}$ عنصر مساحت از رابطه زیر بدست می آید:

$$d = \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} d^2 \xi \quad (1.45)$$

با استفاده از رابطه (۱/۳۷) و (۱/۴۴) و با توجه به این نکته این نکته که متریک مورد مطالعه ما همان

متریک القایی است داریم:

$$dA = \sqrt{-g} d\tau d\sigma \quad (1.46)$$

اکنون با جاگذاری رابطه (۱/۴۶) در رابطه کنش و تعریف حدود انتگرال میتوان نوشت:

$$S = -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \sqrt{-g} \Rightarrow S = -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \sqrt{(x \cdot \dot{x})^2 - \dot{x}^2 \dot{x}^2} \quad (1.47)$$

که به آن کنش "نامبو - گوتو"^{۱۴} گفته می شود.

(۱,۹) معادلات حرکت ریسمان نسبیتی:

با استفاده از کنش نامبو- گوتو می توان به معادلات حرکت ریسمان نسبیتی رسید . هدف ما وردش کنش و مساوی صفر قراردادن آن است یعنی $\delta S=0$. ابتدا کنش را با چگالی لاگرانژی باز نویسی می کنیم:

$$S = -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} L d\tau = -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau d\sigma \mathcal{L}(\dot{x}^\mu, \dot{x}^\mu) \quad (1.48)$$

از رابطه (۱/۴۸) شکل چگالی لاگرانژی استخراج می شود:

$$\mathcal{L} = -T \sqrt{(\dot{x} \cdot \dot{x})^2 - \dot{x}^2 \dot{x}^2} \quad (1.49)$$

اکنون تکانه مزدوج مختصه های τ و σ را به شیوه زیر به دست می آوریم:

$$p_\mu^\tau = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}^\mu} (-T \sqrt{(\dot{x} \cdot \dot{x})^2 - \dot{x}^2 \dot{x}^2}) \Rightarrow$$

$$p_\mu^\tau = -T \frac{(\dot{x} \cdot \dot{x}) \dot{x}_\mu - \dot{x}^2 \dot{x}_\mu}{\sqrt{(\dot{x} \cdot \dot{x})^2 - \dot{x}^2 \dot{x}^2}} \quad (1.50)$$

و همچنین:

$$p_\mu^\sigma = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}^\mu} (-T \sqrt{(\dot{x} \cdot \dot{x})^2 - \dot{x}^2 \dot{x}^2}) \Rightarrow$$

$$p_\mu^\sigma = -T \frac{(\dot{X} \cdot \dot{X}) \dot{X}_\mu - \dot{X}^2 \dot{X}_\mu}{\sqrt{(\dot{x} \cdot \dot{x})^2 - \dot{x}^2 \dot{x}^2}} \quad (1.51)$$

¹⁴Nambu-Goto Action

اکنون با توجه به روابط زیر:

$$\begin{aligned}\delta\dot{x}^\mu &= \delta\left(\frac{\partial x^\mu}{\partial\tau}\right) = \frac{\partial}{\partial\tau}(\delta x^\mu) \\ \delta\dot{x}^\mu &= \delta\left(\frac{\partial x^\mu}{\partial\sigma}\right) = \frac{\partial}{\partial\sigma}(\delta x^\mu)\end{aligned}\quad (1.52)$$

روش وردش کنش را اعمال کرده و با استفاده از تکانه های مزدوج می توان نوشت:

$$\begin{aligned}\delta S &= -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}^\mu} \frac{\partial}{\partial\tau}(\delta x^\mu) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}^\mu} \frac{\partial}{\partial\sigma}(\delta x^\mu) \right] = \\ & -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \left[p_\mu^\tau \frac{\partial}{\partial\tau}(\delta x^\mu) + p_\mu^\sigma \frac{\partial}{\partial\sigma}(\delta x^\mu) \right]\end{aligned}\quad (1.53)$$

اکنون با استفاده از روش جز به جز اقدام به باز نویسی عبارت فوق می شود:

$$\delta S = -T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \left[\frac{\partial}{\partial\tau}(p_\mu^\tau \delta x^\mu) - \delta x^\mu \frac{\partial p_\mu^\tau}{\partial\tau} \right] - T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \left[\frac{\partial}{\partial\sigma}(p_\mu^\sigma \delta x^\mu) - \delta x^\mu \frac{\partial p_\mu^\sigma}{\partial\sigma} \right]\quad (1.54)$$

چون وردش در نقاط پایانی برابر صفر است یعنی در زمانهای اولیه و نهایی $\delta x^\mu = 0$ است و در مورد نقاط پایانی ریسمان هر دو شرط مرزی نیومن و دریکله را می توان به کار برد. حال با توجه به موارد فوق می توان نوشت:

$$\int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \frac{\partial}{\partial\tau}(p_\mu^\tau \delta x^\mu) = 0\quad (1.55)$$

$$\int_0^l d\sigma \frac{\partial}{\partial\sigma}(p_\mu^\sigma \delta x^\mu) = 0\quad (1.56)$$

پس عبارت (۱/۵۴) به صورت زیر ساده می شود:

$$0 = \delta S = T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \left(\delta x^\mu \frac{\partial p_\mu^\tau}{\partial \tau} \right) + T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \left(\delta x^\mu \frac{\partial p_\mu^\sigma}{\partial \sigma} \right) \quad (1.57)$$

اگر رابطه (۱/۵۷) خلاصه نویسی شود:

$$0 = \delta S = T \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^l d\sigma \delta x^\mu \left(\frac{\partial p_\mu^\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial p_\mu^\sigma}{\partial \sigma} \right) \quad (1.58)$$

با توجه به رابطه (۱/۵۸) معادله حرکت ریسمان به دست خواهد داد:

$$\left(\frac{\partial p_\mu^\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial p_\mu^\sigma}{\partial \sigma} \right) = 0 \quad (1.59)$$

فصل دوم:

هولوگرافی و نظریه ریزمان غیرنسبیتی

عناوین فصل :

❖ اصل هولوگرافی

❖ فضای آنتی دوسیتته

❖ نظریه میدان های همدیس

❖ تقارن همدیس - گروه همدیس - جبر همدیس

❖ هم ارزی AdS/CFT

❖ پارامترهای مهم دردوگانی AdS/CFT

❖ $AdS/NRCFT$ (غیرنسبیتی) AdS/CFT

(۲,۱) اصل هولوگرافی^{۱۵}

اولین بار این اصل توسط ساسکیند^{۱۶} مطرح و سپس توسط ویتن دنبال شد. طبق اصل آنتروپی تعداد درجات آزادی برای توصیف گرانش کوانتومی درون یک حجم متناسب با سطح آن است. به عبارتی با دانستن رفتار مجانبی یک نظریه گرانشی در مرز یک فضا، بایستی بتوان کل نظریه را در داخل آن فضا باز سازی کرد. این اصل واقعاً در گرانش کار می کند و در کنش سیاه چاله و مطالعات مربوطه کاربرد زیادی دارد. اطلاعات موجود در حجم مربوط به آنتروپی یک سیستم که همان تعداد حالات سیستم است را می توان متناسب با مساحت سطح در نظر گرفت. همچنین اگر سیاه چاله رابه عنوان سیستمی که دارای دما و آنتروپی است قلمداد کنیم آنگاه آنتروپی متناسب با مساحت افق سیاه چاله است و از رابطه زیر به دست می آید:

$$S = \frac{kc^3 A}{\hbar G 4} \quad (2.1)$$

که G ثابت جهانی گرانش است و A مساحت افق سیاهچاله است.

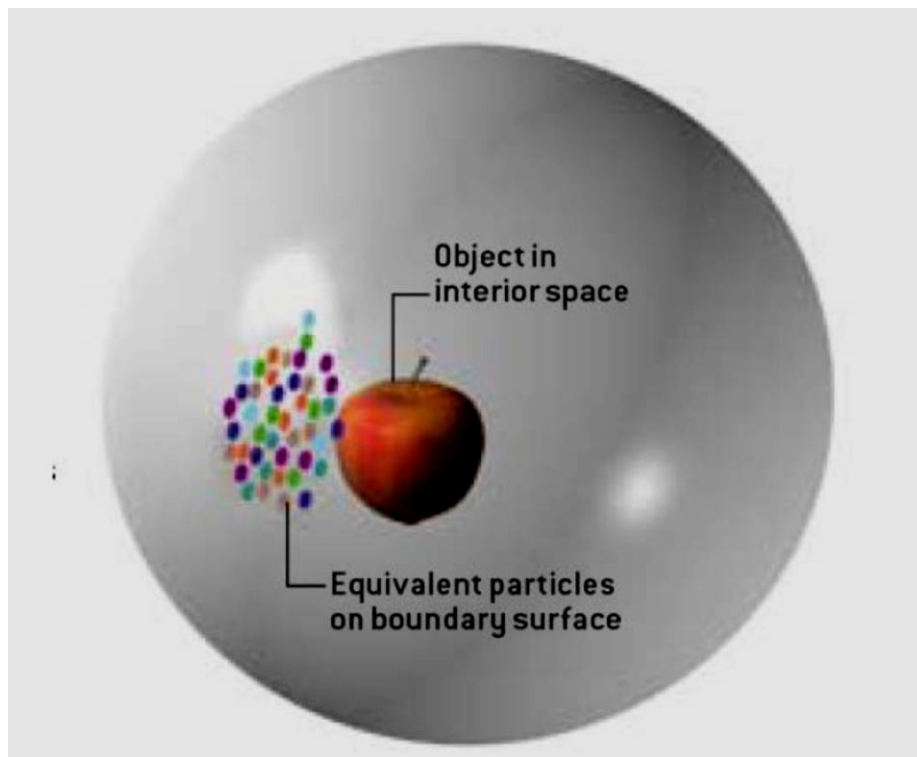
یکی از جالبترین ایده هایی که از مطالعه گرانش کوانتومی و نظریه ریسمان بر می آید اصل هولوگرافی می باشد. عجیب آنکه این اصل به معادل بودن دو نظریه در دو بعد متفاوت دلالت دارد. هم چنین این ایده به طور کامل با آنتروپی در ارتباط است.

مثلاً ذره ای از یک نوع در داخل فضا – زمان خاص متناظر است با مجموعه ای از ذرات از نوعی دیگر روی مرز. حتی اگر احتمال برخورد دو ذره در داخل ۳۰ درصد باشد احتمال برخورد دو مجموعه ذرات متناظر روی مرز با هم همان ۳۰ درصد باقی خواهد ماند.

توضیح فوق به سادگی می تواند شکل (۲,۱) را توصیف نماید

¹⁵Holographic Principle

¹⁶susskind



شکل (۲,۱) شیئی در داخل فضا- زمان معادل مجموعه ای از ذرات روی مرز است.

(۲,۲) فضای آنتی دو سیته^{۱۷}:

این فضا به عنوان یکی از جوابهای معادله اینشتین با ثابت کیهانشناسی غیر صفر است. معادله اینشتین به شکل زیر است:

$$R_{\mu\nu} - \left(\frac{1}{2}\right) g_{\mu\nu} R = -\left(\frac{8\pi G}{c^2}\right) T_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

اینشتین در سال ۱۹۱۵ توانست معادله گرانش را بر حسب تانسور ریچی^{۱۸} به شکل معادله بالا به دست آورده

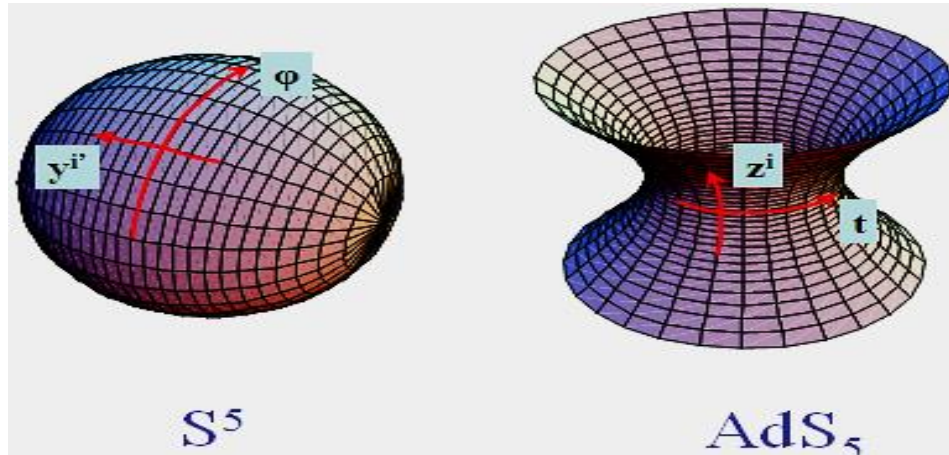
که $g_{\mu\nu}$ مولفه های هموردای تانسور متریک است و نرده ای R از رابطه زیر به دست می آید [۹]

$$R = R_{\mu\nu} g^{\mu\nu} \quad (2.3)$$

¹⁷ Anti-de sitter Space

¹⁸ Ricci Tensor

یعنی از تنجش^{۱۹} تانسور ریچی استخراج می شود. تانسور ریچی $R_{\mu\nu}$ بیان می کند که بردارها هنگامی که به طور موازی در یک فضای خمیده انتقال داده می شوند، چگونه می چرخند. به علاوه $T_{\mu\nu}$ تانسور توزیع انرژی - تکانه چشمه گرانشی است و یا به طور هم ارز مولد خمیدگی پیوستار فضا- زمان است. به جوابهای به دست آمده از این معادله فضاهای اینشتین می گوئیم. این فضاها عبارتند از: کره S^5 ، فضای دوسپته dS_5 و فضای آنتی دوسپته AdS_5 . تفاوت بین فضای دوسپته و آنتی دوسپته در علامت ثابت کیهانشناسی است. به بیان دیگر همان طور که در شکل (۲/۲) نشان داده شده است جهت انحنای فضا و ثابت کیهانشناسی در فضای آنتی دوسپته منفی است.



شکل (۲،۲) نمایی از فضای AdS

(۲،۳) نظریه میدانهای همدیس^{۲۰}:

" نظریه میدان همدیس " حیطه ای از نظریه میدان کوانتومی است که بر متغیرهای مختلط تکیه دارد. این نظریه ابزار مهمی است که در نظریه اختلالی ریسمان مورد استفاده قرار می گیرد. به ویژه چون که جهان

¹⁹Contraction

²⁰ Conformal Field Theory

سطح توسط دو مختصه (\mathcal{T} و \mathcal{O}) پارامتر بندی می شود می توان از نظریه میدان دوبعدی استفاده نمود. نظریه متغیرهای مختلط نقش مهمی در مطالعه هر تئوری فیزیکی بازی می کند که نظریه ریسمان از آن استثناء نیست. در نظریه متغیرهای مختلط تبدیلی همدیس است که یک ناحیه از صفحه مختلط را به ناحیه مناسب تر می نگارد با توجه به آنکه زوایا ثابت می مانند ولی طولها این گونه نیستند.

اکنون یک تبدیل فضا - زمان مثل $x^\mu \rightarrow \acute{x}^\mu$ را بررسی می کنیم. متریک $g_{\mu\nu}$ با تبدیل مختصات به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\acute{g}_{\mu\nu}(\acute{x}) = (\partial x^\alpha / \partial \acute{x}^\mu) (\partial x^\beta / \partial \acute{x}^\nu) g_{\mu\nu}(x) \quad (2.4)$$

حال تابع فضا - زمان $\Omega(x)$ را بررسی می کنیم. به دنبال تبدیلی به شکل زیر هستیم:

$$\acute{g}_{\mu\nu}(\acute{x}) = \Omega(x) g_{\mu\nu}(x) \quad (2.5)$$

تبدیل فوق این خاصیت را دارد که زوایا را تغییر نمی دهد. یعنی ما یک تبدیل همدیس داریم و $\Omega(x)$ به عنوان یک عامل مقیاس عمل می کند. اگر یک متریک با متریک فضای مسطح مینکوفسکی رابطه ای به صورت $g_{\mu\nu} = \Omega(x) \eta_{\mu\nu}(x)$ داشته باشد به آن متریک همدیس مسطح گفته می شود.

برای تحقیق این مورد که چطور تبدیل همدیس زوایا را ثابت نگه می دارد دو بردار \vec{u}, \vec{v} مماس را در نظر گرفته و با استفاده از متریک زاویه بین آنها از رابطه زیر به دست می آید:

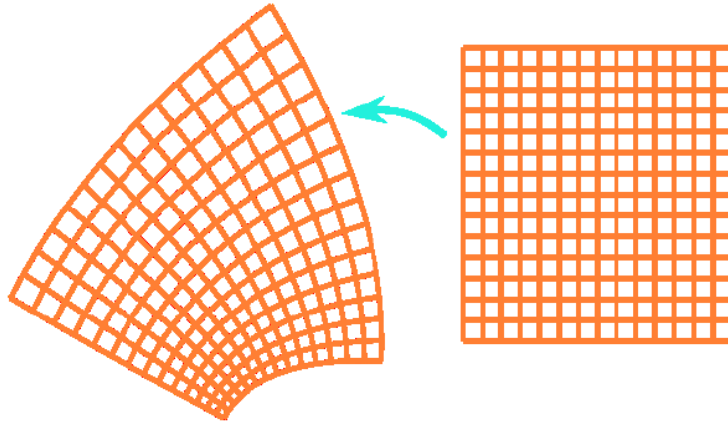
$$\cos \theta = \frac{g(u,v)}{\sqrt{g(u,v)g(u,v)}} \quad (2.6)$$

اکنون از رابطه (۲/۵) در رابطه (۲/۶) استفاده می شود:

$$\cos \theta \Rightarrow \frac{\acute{g}(u,v)}{\sqrt{\acute{g}(u,v)\acute{g}(u,v)}} = \frac{\Omega(x)g(u,v)}{\sqrt{\Omega(x)g(u,v)\Omega(x)g(u,v)}} = \frac{g(u,v)}{\sqrt{g(u,v)g(u,v)}} \quad (2.7)$$

پس یک تبدیل همدیس است و زاویه ثابت می ماند. به لحاظ ریاضی شکل (۲/۳) نشان دهنده اثر یک تبدیل همدیس بر روی یک شبکه مربعی است. هیچ یک از طول ها بعد از تبدیل ثابت نمی مانند ولی زاویه های بین

خطوط ثابت خواهد ماند.



شکل (۲,۳) یک تبدیل همدیس زاویه بین منحنی ها را ثابت نگه می دارد.

یک نظریه میدان همدیس ، نظریه میدان کوانتومی است که تحت تبدیلات همدیس ناورداست. در نظریه

میدان همدیس دو خاصیت خیلی مهم وجود دارد:

الف - نظریه میدان همدیس مقیاس طولی ندارد.

ب- نظریه میدان همدیس شامل مقیاس جرمی نیست.

(۲/۴) تقارن همدیس، گروه همدیس، جبر همدیس:

تقارن همدیس تعمیمی از تقارن مقیاس است که اجازه می دهد سیستم را به طور موضعی باز مقیاس کند به شرط آن که زوایا تغییر نکند. در این نوع تقارن ، فیزیک مساله در اثر تغییر مقیاس تغییری نمی کند.

به عنوان مثال برای مدلی که این تقارن را دارد الکترومغناطیس بدون حضور ماده است و یا هر نظریه میدان نسبیتی بی جرم که تانسور انرژی- تکانه موضعی داشته باشد تقارن همدیس دارد. اکثر سیستم هایی که تقارن مقیاس دارند را می توان در زیر گروه پدیده های بحرانی جای داد. در این پدیده ها افت وخیز در هر مقیاس طولی سیستم یافت می شود یعنی اگر هر قسمت سیستم را بگیریم و آن را بزرگ کنیم چیزی شبیه به کل سیستم را می بینیم و در نتیجه سیستم مقیاس ناورداست . در این زیر گروه هم مثالهای استانداردی مانند گذار فازمغناطیسی از فرو مغناطیس به پارا مغناطیس و مخلوط بخار و آب در نقطه بحرانی و... می گنجد. شاخه دیگری از فیزیک که با تقارن همدیس ارتباط دارد نظریه ریسمان است. کنشی که برای ریسمان نوشته می شود تحت تبدیلات همدیس ناورداست . پس در مورد ریسمانها نیز اصولاً با یک نظریه میدان همدیس سروکار داریم. تبدیلات همدیس تبدیلاتی هستند که به تقارن همدیس احترام می گذارند و تقارن همدیس همان تقارن تغییر مقیاس است. به تبدیلات مقیاس به همراه تبدیلات لورنتس و انتقال و چرخش که یک گروه را تشکیل می دهند گروه تقارنی همدیس گفته می شود.

مولدهای گروه همدیس عبارتند از:

$$p_{\mu} = -i \partial_{\mu} \quad \text{1-انتقال}$$

$$M_{\mu\nu} = i(x_{\mu} \partial_{\nu} - x_{\nu} \partial_{\mu}) \quad \text{2-چرخش}$$

$$(2.8) \quad D = -ix^{\mu} \partial_{\mu} \quad \text{3-مقیاس}$$

$$K_{\mu} = i(x_{\mu} x_{\nu} \partial_{\nu} - x^2 \partial_{\mu}) \quad \text{4-تبدیل همدیس خاص}$$

که با هم جبر زیر را تشکیل می دهند:

$$\begin{aligned}
 [D, p_\mu] &= i p_\mu \\
 [D, K_\mu] &= -i K_\mu \\
 [p_\mu, K_\nu] &= 2i(g_{\mu\nu}D + M_{\mu\nu}) \\
 [M_{\mu\nu}, M_{\rho\tau}] &= i(g_{\mu\tau}M_{\nu\rho} + g_{\nu\rho}M_{\mu\tau} - g_{\mu\rho}M_{\nu\tau} - g_{\nu\tau}M_{\mu\rho}) \\
 [M_{\mu\nu}, p_\rho] &= i(g_{\nu\rho}p_\mu - g_{\mu\rho}p_\nu)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

نکته آخر برای ناوردایی مقیاس نظریه میدان همدیس آن است که می توان یک میدان اسکالر را در نظریه میدان کوانتومی بررسی نمود. اگر $\phi(\mathbf{x})$ یک میدان اسکالر و فضا-زمان d بعدی باشد، مقیاس تبدیل به صورت $x' = \lambda \mathbf{x}$ خواهد بود. با استفاده از مقیاس بعد کلاسیکی $\Delta = (d-2)/2$ تبدیل یک میدان اسکالر $\phi(\mathbf{x})$ به صورت زیر در می آید:

$$\phi(\lambda \mathbf{x}) = \lambda^{-\Delta} \phi(\mathbf{x}) = \lambda^{-\frac{d}{2}+1} \phi(\mathbf{x}) \tag{2.10}$$

نظریه میدان باید ناوردای مقیاس باشد پس احتیاج است که کنش تحت تبدیل فوق ناوردا بماند. در مورد کنش میدان اسکالر میدان اسکالر آزاد بی جرم داریم:

$$S = \int dx^d \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi \tag{2.11}$$

$$d\mathbf{x}' = \lambda d\mathbf{x} \tag{2.12}$$

با توجه به روابط (۲/۳/۸) و (۲/۳/۹) داریم:

$$d^d \mathbf{x}' = d(\lambda x_0) d(\lambda x_1) \dots d(\lambda x_d) = \lambda^d d^d \mathbf{x} \tag{2.13}$$

ومی توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial(\lambda x^\mu)} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad (2.14)$$

بنابراین میتوان نوشت:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi &\Rightarrow \left(\frac{1}{\lambda}\right) \partial_\mu(\phi') \left(\frac{1}{\lambda}\right) \partial^\mu(\phi') = \left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \partial_\mu \left(\lambda^{\frac{d}{2}+1} \phi\right) \partial^\mu \left(\lambda^{\frac{d}{2}+1} \phi\right) = \\ &\lambda^{-d} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi \end{aligned} \quad (2.15)$$

اکنون اثر تبدیل مقیاس برکنش را بررسی می کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \int d^d x \partial_\mu \phi' \partial^\mu \phi' = \int \lambda^d d^d x \lambda^{-d} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi = S \end{aligned} \quad (2.16)$$

پس تبدیل مقیاس نباید کمیت ثابتی چون جرم را تغییر دهد. اکنون یک میدان اسکالر آزاد به جرم m را بررسی می کنیم. کنش این میدان عبارت است از :

$$S = \int d^d x (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m^2 \phi^2) \quad (2.17)$$

این کنش تحت تبدیل مقیاس ناوردا نیست زیرا:

$$m^2 \phi'^2 = m^2 \lambda^{-d+2} \phi^2 \neq m^2 \phi^2 \quad (2.18)$$

اغلب در نظریه کوانتومی ناوردایی می شکند. نتیجه آنکه نظریه میدان همدیس با ارایه نظریه میدان کوانتومی که ناوردای جرم و ناوردای مقیاس است راه مناسبی را تدارک می بیند .

(۲,۵) هم ارزی AdS/CFT^{۲۱}:

دوگانی AdS/CFT ابزار مناسبی برای حل مسایل میدان همدیس با جفت شدگی قوی ارائه می دهد . نکته جالب در دوگانی AdS/CFT این است که اگر نظریه همدیس که روی مرز فضای AdS زندگی می کند دارای ثابت جفت شدگی بزرگ باشد آنگاه ثابت جفت شدگی نظریه ریسمان کوچک خواهد بود . در نتیجه با یک نظریه گرانش کلاسیک در فضای AdS سرو کار داریم .

یعنی ما می توانیم کمیت های نظریه مرز که دارای ثابت جفت شدگی^{۲۲} بزرگ است و در نتیجه روش اختلال برای آن مفید نمی باشد را به وسیله دوگان^{۲۳} آن که در فضای AdS زندگی می کند و دارای ثابت جفت شدگی کوچک است محاسبه می کنیم برای این کار باید از نگاشت بین کمیت های نظریه مرز و نظریه حجم^{۲۴} (ابر گرانش) استفاده نمود . پس دوگانی AdS/CFT را می توان به عنوان مثالی از اصل هولوگرافی تلقی کرد . یعنی برای هر نظریه میدان پیمانانه ای در d بعد می توان یک نظریه معادل گرانشی در $d+1$ بعد یافت . برای اولین بار مالداسنا^{۲۵} در سال ۱۹۹۷ حدس زد که این تناظر هولوگرافیکی می تواند برای نظریه خاص برقرار باشد . این حدس توسط جامعه نظریه پردازان ریسمان مورد توجه قرار گرفت .

با پیروی از هم ارزی AdS/CFT انتظار این است که میدان همدیس در $d+1$ بعد باید یک دوگان گرانشی داشته باشد . منظور آن است که بین نظریه بدون گرانش و نظریه با وجود گرانش نوعی دوگانی پیمانانه ای / گرانشی وجود دارد . بهترین مثال درک شده در این هم ارزی بین نظریه ابر متقارن یانگ میلز^{۲۶} $N=4$ و نظریه ریسمان نوع $II B$ در پس زمینه $S^5 * AdS_5$ می باشد که حد جفت شدگی بزرگ نظریه میدان معادل حد ابر گرانش نظریه ریسمان است .

²¹AdS/CFT Correspondence

²² Coupling Constant

²³Dual

²⁴Boundary/Bulk theory

²⁵Maldacena

²⁶ Yang-mills Super Symmetry

نظریه ابر تقارن یانگ میلز شامل میدانهای ناجابجاست که از جبر غیر آبلی پیروی می کند و تقارن همدیس را رعایت می کند. و نظریه ای است که محیط های با ضریب اندرکنش بالا را توصیف می کند. در ادامه کار مالداسنا فیزیک دانان دیگری همچون ویتن^{۲۷} و گابسر^{۲۸} ... کار را تکمیل کرده و دایره المعارف هم ارزی پیشنهاد نمودند که به صورت زیر است :

<i>AdS</i>	<i>CFT</i>
گرانش	نظریه پیمانه ای
میدان ϕ	عملگر O
متریک $g_{\mu\nu}$	تانسور انرژی-تکانه $T_{\mu\nu}$
جرم میدان	بعد عملگر
میدان پیمانه ای	جریان
جرم و دمای سیاهچاله	دما

اگرچه این همانی هنوز اثبات نشده است ولی کاربرد فراوان آن در حوزه های متفاوت ریاضی و فیزیک مبنایی بردرستی این تناظر می باشد.

²⁷ Witten

²⁸ Gubser

(۲,۶) پارامترهای مهم در دوگانی AdS/CFT :

دوگانی AdS/CFT که توصیف نظری متفاوت از یک پدیده فیزیکی می باشد پارامترهای مختلفی اثر گذار می باشند. این پارامترها را مطالعه کرده و روابط بین آنها بیان می شود.

در نظریه یانگ - میلز ابر متقارن $SU(N)$ دو پارامتر بی بعد وجود دارد که یکی ثابت جفت شدگی یانگ - میلز g_{YM} و دیگری N است. در نظریه ابر ریسمان نوع IIB که روی $AdS_5 \times S^5$ تعریف می شود نیز دو پارامتر بی بعد وجود دارد که یکی شعاع کره S در واحد طول ریسمان که برابر با $\frac{R}{\sqrt{\alpha}}$ است که R انحنای فضای AdS بوده و کمیتی بعد دار است و دیگری ثابت جفت شدگی ریسمان g است.

پس به طور خلاصه:

$$\left(\frac{R}{\sqrt{\alpha}}, g \right) \leftarrow \text{ریسمان نوع IIB}$$

$$(N, g_{YM}) \leftarrow \text{یانگ - میلز}$$

که α' ضریب ثابتی است و $string\ slop$ نامیده می شود. این نظریه زمانی هم ارزند که روابط زیر بین پارامترهای آنها برقرار باشد :

$$\frac{R^4}{\alpha'^2} = g_{YM}^2 N = \lambda \quad (2,20)$$

$$g_{YM}^2 = g \quad (2.21)$$

که λ جفت شدگی توفت^{۲۹} نامیده می شود که نقش جفت شدگی موثر در نظریه یانگ - میلز را بازی می کند.

²⁹T'Hooft Coupling

از رابطه (۲/۲۱) نتیجه می شود جفت شدگی ضعیف یانگ - میلز g_{YM} به جفت شدگی ضعیف ریسمان g می انجامد و چون انجام محاسبات با جفت شدگی ضعیف امکان پذیر است پس باید هر دو نظریه در جفت شدگی ضعیف نیز امتحان شوند:

حالت (۱)

متناهی $N =$, $g_{YM} \ll 1$

با شرط بالا رابطه (۲,۲۰) بیان می کند که $\frac{R}{\sqrt{\alpha}}$ کوچک است یابہ طور معادل شعاع کره S^5 کوچک است. در این مورد مطالعه ابرریسمان ΠB مشکل است.

(*) پس برای آن که محاسبات در نظریه ابرریسمان ساده شود باید جفت شدگی ضعیف g و $\frac{R}{\sqrt{\alpha}}$ بزرگ باشد.

(**) اگر $\frac{R}{\sqrt{\alpha}}$ بزرگ باشد $g_{YM}^2 N$ نیز بزرگ خواهد بود .

حالت (۲)

$g_{YM} \ll 1$, $N \gg 1 \Rightarrow g_{YM}^2 N \gg 1$

در این حالت جفت شدگی توفت در نقش جفت شدگی موثر در نظریه یانگ - میلز ظاهر شده و برای آنکه محاسبات در نظریه ریسمان ساده باشد باید جفت شدگی توفت λ بزرگ باشد.

(***) $1 \gg N$ به حد بزرگ N توفت معروف است.

با توجه به روابط می توان نتیجه گرفت که اگر در یک محیط با ضریب بر هم کنش بالا نتوان محاسبات را از روشهای معمول اختلالی حل کرد با داشتن شرایط خاص این محاسبات در دوگان آن از طریق نظریه ریسمان به سادگی (البته نه خیلی خیلی ساده!!) انجام داد.

(۲,۷) AdS/CFT غیرنسبیتی (AdS/NRCFT)

از زمان مطرح شدن ایده AdS/CFT تلاشهای زیادی برای استفاده از این موضوع در بررسی سیستم های واقعی تر که در آزمایشگاه دسترس پذیرند صورت گرفته است. در واقع به دلیل برهم کنش قوی قادر نیستیم با روش اختلالی اطلاعاتی در مورد این سیستم ها به دست آورد.

از آنجایی که در فیزیک ماده چگال بیشتر با سیستم های غیرنسبیتی سروکار داریم تعمیم دوگانی AdS/CFT به سیستم های غیرنسبیتی می تواند ابزار مناسبی برای درک این پدیده ها در ماده چگال به دست دهد. مشابه غیرنسبیتی نظریه های همدیس نسبیتی هم در ماده چگال وجود دارد. یعنی که در این سیستم ها تقارن مقیاس وجود دارد. در مطالعات اخیر دو گان گرانشی برای سیستم های غیرنسبیتی که تقارن مقیاس دارند معرفی گردیده است. با توجه به کارکرد اصل هولوگرافی در این مورد می توان امیدوار بود که اطلاعات جدیدی در مورد سیستم های همبسته قوی در ماده چگال به دست آورد. سیستم های غیرنسبیتی با تقارن همدیس توسط نظریه میدان های همدیس غیرنسبیتی توصیف می شوند. این نظریات میدان علاوه بر تقارن گالیه، دارای تقارن مقیاس و تقارن همدیس خاص نیز می باشند. البته به دلیل غیرنسبیتی بودن این نظریات زمان و مکان به یک شکل مقیاس نمی شوند. در نظریه غیرنسبیتی در حالت عام مقیاس تبدیل به صورت:

$$t \rightarrow \lambda^z t, \quad \mathbf{x} \rightarrow \lambda \mathbf{x} \quad (2.20)$$

نظریه های همدیس غیرنسبیتی همتای غیرنسبیتی نظریه های میدان همدیس نسبیتی می باشند که تحت گروه شرودینگر نا وردها می باشند. در واقع هر نظریه غیرنسبیتی باید تحت تبدیلات گالیه که شامل انتقال در فضا و زمان و چرخش و خیز می باشد ناوردها می باشد. ولی گاهی پیش می آید که تقارن نظریه بزرگتر است و شامل تبدیل مقیاس نیز می شود. به عنوان مثال کنش شرودینگر به صورت:

$$S = \int dt dx \psi^+(t, x) (i\partial_t + \frac{1}{2m}\partial_x^2) \psi(t, x) \quad (2.21)$$

علاوه بر تبدیلات گالیه تحت تبدیل مقیاس غیرنسبیتی:

$$\acute{x} = \lambda x, \acute{t} = \lambda^2 t \quad (2.22)$$

تبدیل همدیس خاص:

$$\acute{x} = \frac{x}{1+\alpha t}, \quad \acute{t} = \frac{t}{1+\alpha t} \quad (2.23)$$

ناورداست. گروه شرودینگر را می توان به عنوان گروه تقارنی معادله شرودینگر آزاد که شامل گروه گالیه و تبدیل مقیاس و تبدیل همدیس خاص است معرفی کرد.

مولدهای جبر شرودینگر عبارت اند از:

$$\begin{aligned} p_i = \partial_i, \quad M_{ij} = x_i \partial_j - x_j \partial_i, \quad K_i = t \partial_i \\ D = x^i \partial_i + 2t \partial_t, \quad C = x^i t \partial_i + t^2 \partial_i \end{aligned} \quad (2.24)$$

که جبر زیر را تشکیل می دهند (جبر شرودینگر):

$$\begin{aligned} [M_{ij}, P_k] &= -i(\delta_{ik} P_j - \delta_{jk} P_i), & [M_{ij}, K_k] &= -i(\delta_{ik} K_j - \delta_{jk} K_i), \\ [M_{ij}, M_{kl}] &= -i\delta_{ik} M_{jl} + \text{perms}, & [P_i, K_j] &= -iN \delta_{ij} \\ [D, P_i] &= -iP_i, & [D, K_i] &= iK_i, & [D, H] &= -\imath iH, \\ [C, P_i] &= iK_i, & [C, D] &= -\imath iC, & [C, H] &= -iD. \end{aligned} \quad (2.25)$$

که در اینجا N عملگر تعداد (جرم) است. از آنجایی که جبر شرودینگر را می توان از جبر همدیس نسبیتی در یک بعد بالاتر به دست آورد انتظار می رود که دوگان گرانشی نظریه های همدیس غیر نسبیتی در فضایی با

دو بعد بالاتر نسبت به نظریه میدان زندگی کنند. یعنی نظریه های همدیس غیر نسبیتی در $d+1$ بعد، دو گان گرانشی است در فضای $d+3$ بعدی است که متریک آن به صورت:

$$ds^2 = R^2 \left(-\frac{dt^2}{r^{2z}} + \frac{dx^2 + 2dt d\xi}{r^2} + \frac{dr^2}{r^2} \right) \quad (2.26)$$

در واقع جبر ایزو متریک فوق همان جبر شرودینگر است.

فصل سوم:

مطالعه حرکت ذره در سیستم

غیرنسبیتی با استفاده از اصل هولوغرافی

عناوین فصل:

- ❖ مقدمه
- ❖ مطالعه حرکت ذره با استفاده از ریسمان باز
- ❖ حرکت ذره در راستای فشرده و خمش ریسمان در جهت غیر فشرده
- ❖ محاسبه فاصله بین کوارک- پادکوارک
- ❖ محاسبه پتانسیل بین کوارک- پادکوارک
- ❖ شرایط تحدب تابع پتانسیل بین کوارک- پادکوارک با توجه به ریسمان
- ❖ محاسبه انرژی اتلافی ذره
- ❖ حرکت ذره در راستای فشرده و خمش ریسمان در جهت های فشرده و غیر فشرده
- ❖ حرکت ذره در راستای غیر فشرده و خمش ریسمان در جهت غیر فشرده

(۳,۱) مقدمه :

به تازگی استفاده از دوگانی AdS/CFT برای توصیف سیستم های همدیس غیر نسبیتی^{۳۰} باجفت شدگی قوی عمومیت یافته است تقارن همدیس غیر نسبیتی شامل مقیاسهای^{۳۱} تبدیل زیر می شوند:

$$\dot{x}^i = \lambda x^i, \quad \dot{t} = \lambda^z t \quad (3/1)$$

با توجه به روابط بالا Z یک نمای بحرانی و مقیاس دینامیکی نیز می باشد. از طرفی براساس مطالعات انجام شده ، یافتن یک دوگان گرانشی برای نظریه میدان غیرنسبیتی امکان پذیر است.

در این بخش درمرز فضای AdS، تک ذره ای در نظر گرفته می شود که در محیط غیرنسبیتی حرکت می کند. محاسبات مشابهی در مورد پلاسمای کوآرک گلوئونی قبلا انجام شده است [۱۸ و ۱۹]. در این مطالعات ذره مورد نظر ما کوآرک است. ما هم در اینجا ذره را کوآرک می نامیم چنانکه در منبع [۲] نیز این ذره کوآرک است. چنانکه در متریک فضا- زمان غیر نسبیتی هم آمده است بعد فشرده با ξ نمایش داده شده است. فرض می شود که ذره با سرعت v در این جهت حرکت کند. ریسمان در جهت بعد فشرده نورگونه^{۳۲} ξ با سرعت ثابت (v ξ) می باشد. تحقیق این مورد در نظریه میدان همدیس که روی مرز فضای Ads زندگی می کند توسط دوگانی AdS/CFT امکان پذیر است. می توان به جای بررسی مسأله در نظریه میدانهای همدیس، با نشانیدن ریسمان نوع ΠB در فضای AdS مساله را در دوگان گرانشی آن حل کرد. یعنی با استفاده از اصل هولوگرافی و هم ارزی حجم/مرز^{۳۳}، نظریه مرز به نظریه حجم نگاشت داده شده است. در ضمن در این رساله حرکت کوآرک در محیط غیرنسبیتی و در دمای $T = 0$ در نظر گرفته شده است [۱،۲].

³⁰ Non-relativistic Conformal System

³¹ Scale

³² Compact Light-like Coordinate

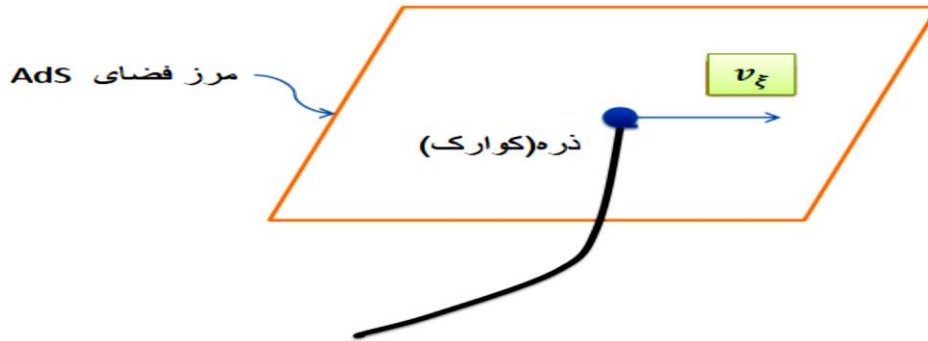
³³ Bulk/Boundary Correspondence

در پی آن با بررسی انتخاب های مختلف معادله حرکت ریسمان، شکل ریسمان، انرژی اتلافی ، نیروی کششی در راستای فشرده شده و پتانسیل کوارک و پادکوارک را یافته و در ادامه با استفاده از دوگانی AdS/CFT مشاهده می شود که این کمیتها معادل چه کمیتی در دوگان پیمانیه می باشند[۲]. همچنین در این مطالعه تکانه کل در راستای بعد فشرده به عنوان عملگر شمارش که تعداد ذرات خلق شده را در نظریه میدان کوانتومی می شمارد تعبیر شده است.

حال با آنچه ذکر شد پرداخته می شود:

(۳/۲) مطالعه حرکت ذره با استفاده از ریسمان باز :

برای مطالعه حرکت ذره از تصویر دو گان آن استفاده می شود یعنی ریسمانی را در نظر می گیریم که در فضا - زمان غیر نسبیتی حرکت می کند.



شکل (۳،۱) حرکت تک کوارک در فضای مرز

معادله حرکت ریسمان باز در نظریه میدان غیر نسبیتی را شروع کرده که در منابع [۱۰ و ۱۱] مطالعه شده است و چنانکه در فصل اول بیان شد کنش ریسمان باز با کنش "نامبو - گوتو" داده می شود:

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} dt d6\sqrt{-deta} \quad (3.2)$$

$$a_{\alpha\beta} = g_{MN} \partial_{\alpha} x^M \partial_{\beta} x^N \quad (3.3)$$

در روابط فوق جهان - سطح ریسمان با مختصه های σ^{α} پارامتر بندی شده است که :

$$\sigma^1 = \sigma \text{ و } \sigma^0 = \tau \quad \text{و} \quad \beta \text{ و } \alpha = 0 \text{ و } 1$$

علاوه بر این مختصه های جهان - سطح ریسمان در حالت غیر نسبیتی بصورت زیر فرض شده است:

$$x^M = (t, r, \xi, x^1, \dots, x^d) \quad (3.4)$$

متریک غیر نسبیتی ، در این حالت به صورت زیر می باشد:

$$ds^2 = R^2 \left(-\frac{dt^2}{r^2 z} + \frac{2dt d\xi}{r^2} + \frac{dx^i dx_i}{r^2} + \frac{dr^2}{r^2} \right) \quad (3.5)$$

در متریک فوق R شعاع ویژه فضا - زمان و ξ بعد فشرده نورگونه^{۳۴} است و x^i که d و $1, 2, \dots, i$ به همراه زمان، t ، مرز فضا- زمان معادله $(3, 2, 4)$ را در $r = 0$ پارامتر بندی می کند.

هدف، یافتن جوابهایی برای معادله حرکت ریسمان است که توصیف دوگان حرکت ذره در نظریه میدان کوانتومی غیر نسبیتی در مرز را فراهم می کند.

با دقت در متریک $(3/5)$ به این نتیجه می رسیم که این متریک تحت تبدیلات زیر ناوردا است:

$$(t, r, \xi, x^i) \rightarrow (\lambda^z t, \lambda r, \lambda^{2-z} \xi, \lambda x^i) \quad (3.6)$$

که در معادله فوق Z نمای مقیاس است.

با توجه به اینکه اگر $z=1$ باشد مکان و زمان مقیاسی یکسان خواهند داشت و مطالعه AdS/CFT معمولی با این انتخاب امکان پذیر است. چون هدف مطالعه سیستم های غیر نسبیتی است پس طبق نظریه میدان های همدیس غیر نسبیتی زمان و مکان به یک صورت مقیاس نشده و در این مورد نمای دینامیکی Z نقش اصلی را به عهده می گیرد.

شکل کلی متریک در فضاهای مختلف به شکل زیر است:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (3.7)$$

و در مقایسه با متریک فوق می توان نوشت :

$$ds^2 = g_{tt} dt^2 + g_{t\xi} dt d\xi + g_{\xi t} dt d\xi + g_{xx} dx^2 + g_{rr} dr^2$$

³⁴ Light – Like Coordinate

با توجه به متریک (۳/۵) مولفه های تانسور متریک به صورت زیر استخراج می شود:

$$g_{tt} = -\frac{R^2}{r^{2t}} \quad , \quad g_{rr} = \frac{R^2}{r^2} \quad , \quad g_{\xi t} = \frac{R^2}{r^2}$$

$$g_{xx} = \frac{R^2}{r^2} \quad , \quad g_{t\xi} = \frac{R^2}{r^2} \quad (3,8)$$

پس تانسور متریک به صورت زیر در می آید:

$$g = \begin{pmatrix} g_{tt} & g_{t\xi} & 0 & 0 \\ g_{\xi t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{xx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R^2}{r^{2z}} & \frac{R^2}{r^2} & 0 & 0 \\ \frac{R^2}{r^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{R^2}{r^2} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

با فرض اینکه که ξ تابعی از $(\xi = \xi(t))$ معادلات حرکت ریسمان از رابطه (۱,۵۹) به دست می آید:

$$\frac{\partial p_{\mu}^{\tau}}{\partial \tau} + \frac{\partial p_{\mu}^6}{\partial 6} = 0$$

معادله فوق همان معادله حرکت ریسمان نسبیتی است و همچنین:

$$p_{\mu}^{\tau} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^{\mu}} = -T_0 g_{\mu\nu} \frac{(x \cdot \dot{x}) \dot{x}^{\nu} - \dot{x}^2 \dot{x}^{\nu}}{\sqrt{-\det a}} \quad (3/10)$$

$$p_{\mu}^6 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^{\mu}} = \quad (3/11)$$

$$-T_0 g_{\mu\nu} \frac{(x \cdot \dot{x}) \dot{x}^{\nu} - \dot{x}^2 \dot{x}^{\nu}}{\sqrt{-\det a}}$$

(۳/۲/۱) حرکت در راستای فشرده و خمشی در راستای غیر فشرده:

اکنون به منظور یافتن حل ایستا برای معادله ریسمان پیمانه ایستا را به کار می‌گیریم:

$$t = \dot{x} = \tau \quad \text{و} \quad r = 6$$

و برای توصیف مساله در دو دوگان نظریه میدان حدس زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\xi = \xi(\tau) = \xi(t) \quad , \quad x = x(\sigma) = x(r)$$

که به این معنی است که خمشی ریسمان در راستای r و مختصه فشرده وابسته به زمان است. پس مختصات جهان سطح ریسمان با این حدس عبارتست از:

$$X^M = (t, r, \xi(t), x(r)) \quad (۳/۱۲)$$

بر اساس رابطه (3.12) برای \dot{x} و \dot{x} داریم:

$$\dot{X} = \frac{\partial x^M}{\partial t} = (1, 0, v\xi, 0) \quad (۳/۱۳)$$

$$\dot{X} = \frac{\partial x^M}{\partial r} = (0, 1, 0, \partial_6 x)$$

که:

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial r}$$

با استفاده از (۳,۸) و (۳,۱۳) می‌توان نوشت:

$$a_{\sigma\tau} = \dot{x} \cdot \dot{x} = 0 \quad \text{و} \quad a_{\tau\tau} = \dot{x} \cdot \dot{x} = g_{tt} + 2g_{t\xi}v\xi \quad (۳/۱۴)$$

$$a_{\sigma\sigma} = \dot{x} \cdot \dot{x} = g_{rr} + g_{xx}(\partial_6 x)^2$$

که مقادیر به دست آمده مولفه های ماتریس القایی بوده و بصورت زیر می توان نوشت :

$$a = \begin{pmatrix} a_{\tau\tau} & a_{\tau 6} \\ a_{6\tau} & a_{66} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{tt} + 2g_{t\xi}v_\xi & 0 \\ 0 & g_{rr} + g_{xx}(\partial_\sigma x)^2 \end{pmatrix} \quad (3/15)$$

حال معادلات حرکت را برای ξ به صورت زیر می نویسیم:

$$p_\xi^\tau = T_0 g_{\xi t} \frac{\dot{x}^2}{\sqrt{-deta}} \quad (3/16)$$

چون (3,16) مستقل از زمان است پس داریم :

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[T_0 g_{\xi t} \frac{\dot{x}^2}{\sqrt{-deta}} \right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \partial_\tau [g_{\xi t} (a^{-1})^{\tau\tau} \sqrt{-deta}] = 0 \quad (3.17)$$

اکنون معادله را برای مختصه x بررسی می کنیم :

$$p_x^\sigma = -T_0 g_{xx} \frac{(-\dot{x})^2 (\partial_\sigma x)}{\sqrt{-deta}} = -T_0 g_{xx} (a^{-1})^{\sigma\sigma} \sqrt{-deta} = T_0 g_{xx} \sqrt{-\frac{a_{\tau\tau}}{a_{\sigma\sigma}}} \partial_\sigma x \quad (3/18)$$

از رابطه (3,18) و همچنین رابطه (1/59) می توان نوشت :

$$\partial_6 \left(g_{xx} \partial_6 x \sqrt{\frac{-a_{\tau\tau}}{a_{\sigma\sigma}}} \right) = 0 \quad (3.19)$$

حال با جاگذاری مقادیر بجای $a_{\sigma\sigma}$ و $a_{\tau\tau}$ از معادلات (3/19) داریم :

$$g_{xx} \partial_6 x \sqrt{\frac{-g_{\tau\tau} - 2g_{t\xi} v_\xi}{g_{rr} + g_{xx} (\partial_\sigma x)^2}} = c \quad (3.20)$$

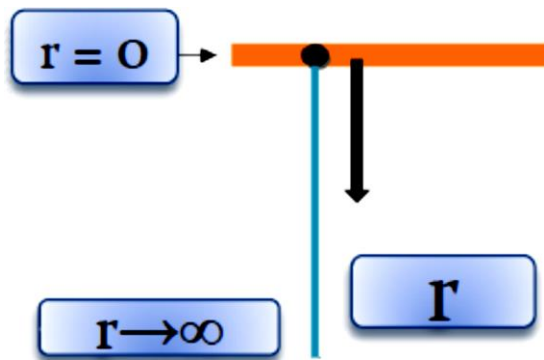
که C مقدار ثابتی است و جمله x' به روش زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} (\partial_\sigma x) &= \pm \frac{c \sqrt{g_{rr}}}{\sqrt{g_{xx}^2 (-g_{tt} - 2g_{t\xi} v_\xi) - C^2 g_{xx}}} \\ &= \pm \frac{c \sqrt{R^2/r^2}}{\sqrt{\frac{R^4}{r^4} \left(\frac{R^2}{r^{2z}} - \frac{2R^2}{r^2} v_\xi \right) - C^2 \frac{R^2}{r^2}}} = \pm \frac{C \frac{R}{r}}{\frac{R^3}{r^{z+2}} \sqrt{1 - 2v_\xi r^{2z-2} - \frac{C^2}{R^4} r^{2z+2}}} \\ \dot{x} = (\partial_\sigma x) &= \pm \frac{Cr^{z+1}}{R^2 \sqrt{1 - 2v_\xi r^{2z-2} - \frac{C^2}{r^4} r^{2z+2}}} \quad (3.21) \end{aligned}$$

اکنون می باید این معادله دیفرانسیل را تحلیل کرد. جواب های مختلف عبارتند از:

حل (الف): واضح است جواب بدیهی معادله ی (۳/۲۱) عبارتست از:

$$x = k \quad \text{و} \quad C = 0 \quad (3.22)$$



شکل (۳/۱) ریسمان بینهایت بلند

این جواب مطابق شکل (۳/۱) متناظر با ریسمانی است که از مرز $r = 0$ در $x = cte$ به درون حجم فضا - زمان امتداد می یابد و هم چنین با سرعت ثابت v_ξ در راستای ξ هم حرکت می کند.

اما نتیجه منطقی غیر صفر بودن حرکت به ما می گوید که این جواب نمی تواند بیانگر ترکیب فیزیکی خاصی باشد زیرا کنش محاسبه شده بر اساس حدس (۳/۱۲) موهومی است زیرا از معادله کنش می توان بدست آورد:

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-d\eta}$$

با جاگذاری در معادله کنش داریم :

$$S = -1/(2\pi\alpha') \int d\tau d\sigma \sqrt{-\left[\frac{R^2}{r^2} + \frac{R^2}{r^{2z}} (\partial_\sigma x)^2\right] \left[-\frac{R^2}{r^{2z}} + \frac{2R^2}{r^2} v_\xi\right]}$$

با توجه که $x = k$ نتیجه می شود $\partial_\sigma x = 0$ پس معادله کنش به صورت زیر در می آید:

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-\frac{R^2}{r^2} \left(-\frac{R^2}{r^{2z}} + \frac{2R^2}{r^2} v_\xi\right)}$$

عبارت زیر رادیکال باید همیشه مثبت باشد تا کنش حقیقی شود و نتیجه می شود:

$$\frac{R^2}{r^{2z}} - \frac{2R^2}{r^2} v_\xi \geq 0 \rightarrow \frac{1}{r^{2z-2}} - 2v_\xi \geq 0 \rightarrow \frac{1}{r^{2z-2}} \geq 2v_\xi$$

$$r^{2z-2} \leq \frac{1}{2v_\xi} = r_*^{2(z-1)} \quad (۳/۲۳)$$

چون طول ریسمان در حجم فضا- زمان در این جواب تا بی نهایت ادامه دارد، پس این جواب ریسمان در مورد یک تک کوآرک جواب درستی را پیش بینی نمی کند.

حل (ب) : معادله دیفرانسیل (۳/۲۱) می تواند متناظر با ریسمانی U شکلی باشد که یک نقطه انتهایی آن از

روی مرز $r = 0$ و از نقطه $x = -\frac{L}{2}$ بدون حجم فضا- زمان شروع و در امتداد یافته تا اینکه در r_{max} به نقطه برگشت خود در $x = 0$ رسیده و دو نقطه $x = -\frac{L}{2}$ به مرز بر می گردد.

به لحاظ ریاضی در نقطه برگشت در r_{max} باید داشته باشیم : $\partial_{\sigma} x = \infty$ و از معادله دیفرانسیل (۳،۲۱) در می یابیم زمانی این حالت اتفاق می افتد که مخرج کسر برابر صفر شود. یعنی :

$$1 - 2v_{\xi} r_{max}^{2z-2} = 0 \quad (3/24)$$

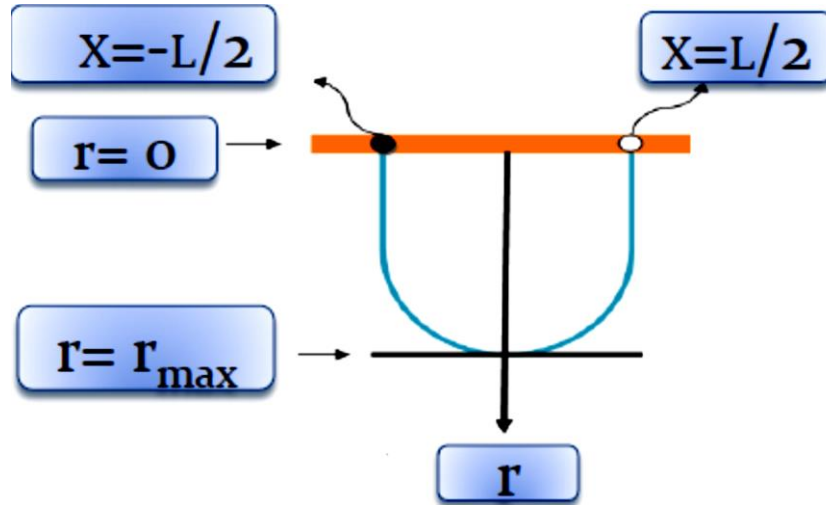
$$\frac{C^2}{R^4} r_{max}^{2z-2} =$$

(۳/۳/۱) محاسبه فاصله بین کوآرک و پادکوآرک:

ریسمان U شکل در بیان دوگان نظریه پیمانه معادل یک کوآرک و پادکوآرک که در مرز فضای Ads قرار گرفته اند و فاصله بین آنها L می باشد. مطابق شکل (۳،۲) که یک ریسمان باز در دو انتهای خود در مرز به یک زوج کوآرک و پادکوآرک منتهی می شود. برای محاسبه L فاصله بین دو سر ریسمان باید انتگرال زیر محاسبه شود (فاصله بین کوآرک و پادکوآرک) و با استفاده از رابطه (۳/۲۱) داریم :

$$L = 2 \int_0^{r_{max}} \partial_{\sigma} x d6 = \frac{2C}{R^2} \int_0^{r_{max}} dr \frac{r^{z+1}}{\sqrt{1 - 2v_{\xi} r^{2z-2} - \frac{C^2}{R^4} r^{2z+2}}} \quad (3.25)$$

با توجه به معادله (۳/۲۵) می توان L را محاسبه کرد . با مشاهده همین رابطه می توان گفت که L تابع r_{max} است .



شکل (۳،۲) ترکیب کوآرک و پادکوآرک

(۳-۳-۲) محاسبه پتانسیل بین کوآرک و پادکوآرک $V(L)$:

حال با توجه به توضیحات داده شده و با ارزیابی پتانسیل $V(L)$ بین کوآرک و پادکوآرک که بر روی نقاط انتهایی ریسمان قرار دارند را محاسبه کرد. به منظور یافتن پتانسیل $V(L)$ باید خود انرژی سیستم را از انرژی کل کسر کنیم پس می توان به طریق زیر عمل نمود:

$$S = - \int d\tau V(L) = \frac{-2}{2\pi\alpha} \int d\tau \left[\int_0^{r_{max}} d6\sqrt{-deta} - \int_0^{\infty} d6\sqrt{-deta_{st}} \right] \quad (3.2 \text{ \textcircled{r}})$$

حال تک تک عبارتهای زیر رادیکال را باید محاسبه کرد. برای محاسبه رادیکال اول عبارت سمت راست از معادله های (۳/۸) و (۳/۱۴) استفاده کنیم :

$$-deta = -(g_{tt} + 2g_{t\xi}v_{\xi})(g_{rr} + g_{xx}(\partial_{\sigma}x)^2)$$

$$-deta = \frac{R^4}{r^{2z+2}} - \frac{2R^4}{r^4}v_{\xi} + \left(\frac{R^4}{r^{2z+2}} - \frac{2R^4}{r^4}v_{\xi}\right)(\partial_{\sigma}x)^2 \quad (3.21)$$

حال با استفاده از رابطه (۳/۲۱) و جاگذاری در رابطه (۳/۲۷) به دست می آید :

$$-deta = \frac{R^4(1-2v_{\xi}r^{2z-2})}{r^{2z+2}} + \frac{R^4(1-2v_{\xi}r^{2z-2})}{r^{2z+2}} \left[\frac{C^2r^{2z+2}}{R^4(1-2v_{\xi}r^{2z-2} - \frac{C^2}{R^4}r^{2z+2})} \right]$$

و در نهایت با ساده کردن چندجمله ای فوق بدست می آید :

$$-deta = \frac{R^4(1-2v_{\xi}r^{2z-2})^2}{r^{2z+2} \left(1-2v_{\xi}r^{2z-2} - \frac{C^2}{R^4}r^{2z+2}\right)} \Rightarrow$$

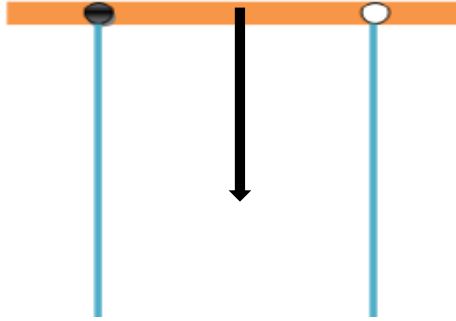
$$\sqrt{-deta} = \frac{(1-2v_{\xi}r^{2z-2})R^2}{r^{z+1} \sqrt{\left(1-2v_{\xi}r^{2z-2} - \frac{C^2}{R^4}r^{2z+2}\right)}} \quad (3.28)$$

برای ساده کردن رادیکال دوم عبارت سمت راست باید کنش یک ریسمان بی نهایت بلند را محاسبه کنیم
مختصات جهان سطح چنین ریسمان عبارتست از :

$$X^M(t = \tau, r = 6, \xi = v_{\xi}\tau, x = cte)$$

$$\dot{X}^M = (1, 0, v_{\xi}, 0) \quad \dot{X}^2 = g_{tt} + 2g_{t\xi}v_{\xi} \quad (3.29)$$

$$\dot{X}^M = (0, 1, 0, 0), \quad \dot{X}^2 = g_{rr}, \quad \dot{X} \cdot \dot{X} = 0$$



شکل (۳/۳) دو ریسمان به قاصله L بدون بر هم کنش

اکنون با استفاده از روابط (۳/۲۹) عبارت زیر را دیکال دوم را به دست می آوریم :

$$\sqrt{-deta_{st}} = \sqrt{-g_{rr}(g_{tt} + 2g_{\tau\xi}v_{\xi})} = \sqrt{\frac{R^2}{r^2} \left(\frac{R^2}{r^{2z}} - \frac{2v_{\xi}R^2}{r^2} \right)}$$

با ساده کردن عبارت بالا بدست می آید :

$$\sqrt{-deta_{st}} = \frac{R^2}{r^{z+1}} \sqrt{1 - 2v_{\xi}r^{2z-2}} \quad (3.30)$$

حال معادله (۳/۲۶) را به صورت زیر می نویسیم :

$$S = - \int d\tau V(L) =$$

$$\frac{-R^2}{\pi\alpha} \int d\tau \left[\int_0^{r_{max}} dr \frac{\sqrt{1-2v_{\xi}r^{2z-2}}}{r^{z+1}} \left(\frac{\sqrt{1-2v_{\xi}r^{2z-2}}}{1-2v_{\xi}r^{2(z-1)} - \frac{C^2}{R^4}r^{2z+2}} \right) - \int_{r_{max}}^{\infty} dr \frac{\sqrt{1-2v_{\xi}r^{2z-2}}}{r^{z+1}} \right]$$

(۳/۳۱)

چند جمله ای به دست آمده در رابطه (۳/۳۱) که با عبارت به دست آمده در مقاله [2] مغایرت دارد و این اشتباه به صورت فوق تصحیح می گردد. باتوجه به اینکه اشتباه محاسبه درمقاله اصلی در نتیجه گیری های بعدی تأثیری ندارد. اما از رابطه (۳/۲۹) فوراً می توان مشاهده کرد که اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$r^{2z-2} > r_*^{2(z-1)} = \frac{1}{2v\xi} \quad (3.32)$$

آنگاه حل ، متناظر با یک ریسمان بلند کشیده فیزیکی نیست .

از طرف دیگر با استفاده از r_* ، معادله (۳/۲۴) را باز نویسی می کنیم :

$$1 - \left(\frac{r_{max}}{r_*}\right)^{2(z-1)} = \quad (3/33)$$

$$\frac{C^2}{R^4} r_{max}^{2z+2} =$$

معادله (۳/۳۳) دلالت بر این نکته دارد که $r_{max} < r_*$ و از این رو شکل U برای ریسمان خوش تعریف بوده و برای این مقادیر کنش ارزیابی شده در آن جواب حقیقی خواهدداشت . اما به منظور بهنجارش^{۳۵} واگرایی در ناحیه حول $r = 0$ مجبوریم که یک ترکیب فیزیکی از ریسمان باز پیدا کنیم که بیانگر یک کوارک تنها باشد همانطور که در محاسبات فوق هم انجام دادیم .

در ادامه به ازای شرایط خاص فاصله بین کوارک و پادکوارک و پتانسیل بین آنها را بصورت تحلیلی بدست خواهیم آورد. اگر $v\xi = 0$ بنا بر معادله (۳/۲۴) جوابی به صورت زیر دارد :

$$r_0 = \frac{R^{\frac{2}{z+1}}}{C^{\frac{1}{z+1}}} \quad (3,34)$$

³⁵ Normalization

حال برای حل فاصله بین کوآرک و پادکوآرک و پتانسیل بین آنها تغییر متغیر زیر را انجام می دهیم :

$$y = \frac{1}{r} \quad \rightarrow \quad y_{min}^{z+1} = \frac{C}{R^2}$$

حال در معادله (۳/۲۷) با استفاده از تغییر متغیر بالا و با شرط $v_\xi = 0$ و استفاده از تابع β داریم :

$$L = 2 \int_0^\infty \frac{dy}{y^2} \frac{y_{min}^{z+1}}{y^{2z+2} - y_{min}^{2z+2}} = \frac{2}{y_{min}} \int_0^\infty dk \frac{1}{k^2 \sqrt{k^{2(z+1)} - 1}} = \frac{2\sqrt{\pi}}{y_{min}} \frac{\Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)}$$

$$L = 2\sqrt{\pi}r_0 \frac{\Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)} \quad (3.35)$$

به همین ترتیب پتانسیل $V(L)$ را محاسبه می کنیم :

$$S = - \int d\tau V(L)$$

$$= - \frac{R^2}{\pi \dot{a}} \int d\tau \left[\int_0^{r_{max}} dr \frac{1}{r^{z+1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2(z+1)}}} - 1 \right) - \frac{1}{zr_0^z} \right]$$

$$= \int d\tau \left(\frac{2R^2\sqrt{\pi}}{(2z+2)r_0^2} \frac{\Gamma\left(\frac{-2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)} \right)$$

$$V_{Q\bar{Q}} = \frac{2R^2\sqrt{\pi}}{(2z+2)r_0^2} \frac{\Gamma\left(\frac{-2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)} \quad (3.36)$$

با استفاده از رابطه (۳/۳۵) در رابطه (۳,۳۶) می توان برای تابع پتانسیل نوشت:

$$V_{Q\bar{Q}} = \frac{R^2}{\sqrt{\pi}\alpha'z} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{L}\right)^z \left(\frac{\Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)}\right)^{z+1} \quad (3.37)$$

که محاسبات مربوط به دستیابی به این رابطه در پیوست پایان نامه حاضر موجود می باشد.

(3.2.3) شرایط تحدب^{۳۶} در ریسمان جایگزین شده :

با توجه به شکل پتانسیل بین کوارک و پادکوارک ($V_{Q\bar{Q}}$) ظاهراً این تابع شبه کولنی به نظر می رسد. شدت پتانسیل های کولنی با افزایش فاصله به صورت عکس مجذوری کاهش می یابد. پتانسیل بین کوارک و پادکوارک با توجه به اصل محبوسیت^{۳۷} کوارک نباید با پتانسیل کولنی همخوانی داشته باشد یعنی با دوری کوارک و پادکوارک از یکدیگر پتانسیل نباید کمتر شود بلکه باید افزایش یابد.

در ادامه توضیح می دهیم که اولاً آیا تابع پتانسیل یک تابع محدب است یا خیر؟ و ثانیاً برای محدب بودن تابع پتانسیل چه شرایطی وجود دارد؟ و ثالثاً تحقیق کنیم که آیا پتانسیل بدست آمده پتانسیلی برای یک کوارک و پادکوارک می تواند باشد یا خیر؟ شرایط تحدب شامل دو شرط زیر می شود:

$$I) \frac{dV}{dL} > 0 \quad (3/38)$$

³⁶ Convexity Conditions

³⁷ Confinement

$$\text{II) } \frac{d^2V}{dL^2} \leq 0$$

در دو شرط بالا که مشتقات اول و دوم تابع پتانسیل نسبت به فاصله (L) در یک نامساوی می باشند بیانگر دو توجیه برای تابع پتانسیل کوآرک و پادکوآرک است که عبارت اند از:

شرط (I) تضمین کننده این موضوع است که کوآرک و پادکوآرک هر کجا باشند همدیگر را جذب می کنند و شرط (II) بما می گوید که پتانسیل تابعی یکنوا و غیر افزایشی از فاصله بین کوآرک و پادکوآرک است .

حال شرایط (۳/۳۹) را در مورد تابع پتانسیل (۳/۳۶) بکار می بریم:

$$\frac{dV(r_0, z)}{dL(r_0, z)} = \frac{dv(r_0, t)}{dr_0} \frac{dr_0}{dL(r_0, t)} = \frac{-zR^2}{r_0^{z+1}(2z+2)} \frac{\Gamma\left(\frac{-z}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)} > 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{d^2V(r_0, z)}{dL(r_0, z)} = \frac{d\left(\frac{dV(r, t)}{dL(r, y)}\right)}{dr_0} \frac{dr_0}{dL(r, t)} = \frac{zR^2}{4r_0^{z+2}\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)\Gamma\left(\frac{-2}{2z+2}\right)}{\left[\Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)\right]} \quad (3.40)$$

با توجه به اینکه هر دو شرط در تابع پتانسیل کوآرک و پادکوآرک صدق کرد پس تابع فوق یک تابع محدب بوده و توصیف کننده پتانسیل بین کوآرک و پادکوآرک در یک محیط غیرنسبیتی می باشد.

(۳,۳) محاسبه انرژی اتلافی ذره :

در بخش قبل مشاهده شد که ذره ای که در مرز با سرعت v در راستای فشرده در حال حرکت است را با توجه به حدس های پیشنهادی مورد بررسی قرار داده و هم چنین با این فرض که ریسمان مستقیمی که در

جهت ξ با سرعت v_ξ حرکت می کند بررسی شد و دیدیم که این ریسمان خوش تعریف نبوده چون که در این مورد کنش ریسمان برای مقادیر زیر موهومی می شود:

$$r^{2z-2} > r_*^{2(z-1)} = \frac{1}{2v_\xi}$$

اکنون در این بخش با توجه به موارد بالا می خواهیم نشان دهیم ، می توان جواب حقیقی برای معادله حرکت ریسمان یافت که بیان کننده یک ریسمان باز بی نهایت بلند است که از مرز $r = 0$ تا حجم فضا - زمان کشیده شده است و در راستای بعد فشرده دارای خمش می باشد و در این حالت کنش ریسمان به ازای تمام مقادیر τ حقیقی است. برای نشان دادن مورد فوق حدس زیر را در نظر می گیریم :

$$r = 0 \quad t = \tau \quad x = const \quad \xi = v_\xi \tau + y(6) \quad (3/41)$$

6

پس مختصه های جهان - سطح این ریسمان به صورت :

$$X^M = (t, r, v_\xi t + y(\sigma), x = cte)$$

$$\dot{X}^M = (1, 0, v_\xi, 0) \quad (3.42)$$

$$\dot{X}^M = (0, 1, \partial_\sigma y, 0)$$

با استفاده از معادلات فوق می توان مولفه های ماتریس القایی را بدست آورد:

$$\dot{x}^2 = g_{\sigma\sigma} = g_{rr} \quad \dot{x} \cdot \dot{x} = a_{\tau\sigma} = a_{\sigma\tau} = g_{t\xi} \partial_\sigma y$$

$$\dot{x}^2 = a_{\tau\tau} = g_{\tau\tau} + 2g_{t\xi} v_\xi \quad (3.43)$$

اکنون می توان معادله حرکت ریسمان را برای حدس (۳/۴۱) به دست آورد. با توجه به معادله های (۳/۱۰) و (۳/۱۱) می توان نوشت :

$$p_t^\sigma = -g_{tv} \frac{(g_{t\xi} \partial_{\sigma y}) \dot{x}^v - (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_\xi) \dot{x}^v}{\sqrt{-\det a}} =$$

$$= -T_0 \frac{g_{tt}(g_{t\xi} \partial_{\sigma y}) + g_{t\xi}(g_{t\xi} \partial_{\sigma y}) v_\xi - g_{t\xi}(g_{t\xi} \partial_{\sigma y} + 2g_{t\xi} \partial_{\sigma y} v_\xi)}{\sqrt{-\det a}}$$

که پس از ساده کردن حاصل می شود :

$$p_t^\sigma = T_0 \frac{g_{t\xi}^2 \partial_{\sigma y} v_\xi}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{g_{t\xi}^2 \partial_{\sigma y} v_\xi}{\sqrt{-\det a}} = k \quad (3.49)$$

که k مقدار ثابتی است.

حال با استفاده از رابطه (۳/۴۳) و (۳/۴۴) می توان نوشت :

$$k^2 = \frac{g_{t\xi}^4 (\partial_{\sigma y})^2 v_\xi^2}{g_{t\xi}^2 (\partial_{\sigma y})^2 - g_{rr} (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_\xi)} \Rightarrow$$

$$k^2 [-g_{rr} (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_\xi)] = g_{t\xi}^4 (\partial_{\sigma y})^2 v_\xi^2 - k^2 g_{t\xi}^2 (\partial_{\sigma y})^2$$

$(\partial_{\sigma y})$ را می توان از این تساوی استخراج کرد:

$$(\partial_{\sigma y})^2 = \frac{k^2 [-g_{rr} (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_\xi)]}{g_{t\xi}^4 v_\xi^2 - k^2 g_{t\xi}^2} \rightarrow$$

$$(\partial_{\sigma y}) = \frac{\pm k \sqrt{-g_{rr} (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_\xi)}}{\sqrt{g_{t\xi}^4 v_\xi^2 - k^2 g_{t\xi}^2}} \quad (3.45)$$

اکنون با قرار دادن مقادیر مولفه های تانسور متریک عبارت (۳/۴۵) به شکل ساده تری درمی آید:

$$(\partial_{\sigma}y) = \pm k \frac{\frac{R^2}{r^2} \left(\frac{R^2}{r^{2z}} + \frac{2R^2}{r^2} v_{\xi} \right)}{\frac{R^8}{r^8} v_{\xi}^2 - k^2 \frac{R^4}{r^4}} = \pm k \frac{\frac{R^2}{r^2} \sqrt{\frac{1}{r^{2z-2}} + 2v_{\xi}}}{\frac{R^2}{r^2} \sqrt{\frac{R^4}{r^4} v_{\xi}^2 - K^2}} = \pm k \frac{\sqrt{\frac{1}{r^{2z-2}} + 2v_{\xi}}}{\sqrt{\frac{R^4}{r^4} v_{\xi}^2 - K^2}} \quad (3,46)$$

با روشی مشابه می توان معادله حرکت را برای جهت ξ نوشت :

$$p_{\xi}^{\sigma} = -T_0 g_{\xi\nu} \frac{(x \cdot \dot{x}) \dot{x}^{\nu} - \dot{x}^2 \dot{x}^{\nu}}{\sqrt{-deta}} = -T_0 \frac{g_{t\xi} (g_{t\xi} \partial_{\sigma}y) \dot{x}^{\nu} - g_{t\xi} (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_{\xi}) \dot{x}^{\nu}}{\sqrt{-deta}}$$

با توجه به آنکه $\dot{x}^t = 0$ است پراپرتی دوم صورت در صفر ضرب شده و کل عبارت صفر می شود پس :

$$p_{\xi}^{\sigma} = -T_0 \frac{g_{t\xi}^2 \partial_{\sigma}y}{\sqrt{-deta}} \rightarrow \frac{g_{t\xi}^2 \partial_{\sigma}y}{\sqrt{-deta}} = k_{\xi} \quad (3.47)$$

که k_{ξ} یک ثابت است .

با مقایسه رابطه (۳/۴۴) و (۳/۴۷) می توان نتیجه گرفت :

$$K = \quad (3,48)$$

$$k_{\xi} v_{\xi}$$

حال از معادله (۳/۴۷) ، $(\partial_{\sigma}y)$ را می توان بدست آورد :

$$\frac{g_{t\xi}^4 (\partial_{\sigma}y)^2}{g_{t\xi}^2 (\partial_{\sigma}y)^2 - g_{rr} (g_{tt} + 2g_{t\xi} v_{\xi})} = k_{\xi}^2 \quad (3.49)$$

باطرفین وسطین کردن $(\partial_{\sigma}y)$ استخراج می شود:

$$(\partial_{\sigma}y)^2 = \frac{k_{\xi}^2[-g_{rr}(g_{tt}+2g_{t\xi}v_{\xi})]}{g_{t\xi}^4 - k_{\xi}^2 g_{t\xi}^2}$$

$$(\partial_{\sigma}y) = \tag{3/50}$$

$$\pm k_{\xi} \frac{\sqrt{-g_{rr}(g_{tt}+2g_{t\xi}v_{\xi})}}{\sqrt{g_{t\xi}^4 - k_{\xi}^2 g_{t\xi}^2}}$$

اکنون اگر به رابطه (3/46) دقت شود، احتمال آنکه مخرج موهومی شود وجود دارد. به منظور اجتناب از این احتمال مجبوریم صورت و مخرج را در یک نقطه صفر در نظر بگیریم و داریم:

$$k^2 = \frac{R^4}{r_*^4} v_{\xi}^2 = R^4 2^{\frac{2}{z-1}} V_{\xi}^{\frac{2z}{z-1}} \quad \text{و} \quad \frac{1}{r_*^{2z-2}} = 2v_{\xi}$$

$$r_*^{2z-2} = \frac{1}{2v_{\xi}} \rightarrow r_* = \left(\frac{1}{2v_{\xi}}\right)^{\frac{1}{2z-2}} \tag{3.51}$$

و از معادله (3/51) در (3/46) استفاده می‌شود:

$$\partial_{\sigma}y = \pm k \frac{\sqrt{\frac{1}{r^{2z-2}} + 2v_{\xi}}}{\sqrt{\frac{R^4}{r^4} v_{\xi}^2 - R^4 2^{\frac{2}{z-1}} v_{\xi}^{\frac{2z}{z-1}}}} = \pm \frac{kr^2}{R^2 v_{\xi} r^{z-1}} \frac{\sqrt{1 - 2v_{\xi} r^{2z-2}}}{\sqrt{1 - 2^{\frac{2}{z-1}} v_{\xi}^{\frac{2}{z-1}} r^4}}$$

$$\partial_{\sigma}y = \pm 2^{\frac{1}{z-1}} v_{\xi}^{\frac{1}{z-1}} r^{3-z} \sqrt{\frac{1-2v_{\xi}r^{2z-2}}{1-2^{\frac{2}{z-1}}v_{\xi}^{\frac{2}{z-1}}r^4}} \tag{3/52}$$

برای بررسی جوابهای تحلیلی مقادیر مختلفی برای Z در نظر گرفته می‌شود:

⊙ برای مورد $z=1$ جواب بی نهایت به دست می آید و این نکته که مساله غیر نسبیتی است را مورد تأکید قرار می دهد.

⊙ برای مورد $z = 2$ معادله به صورت زیر ساده می شود :

$$\partial_{\sigma} y = \pm 2v_{\xi} r \frac{\sqrt{1-2v_{\xi}r^2}}{1-2^2v_{\xi}^2r^4} = \pm \frac{2v_{\xi}r}{\sqrt{1+2v_{\xi}r^2}} \quad (3/53)$$

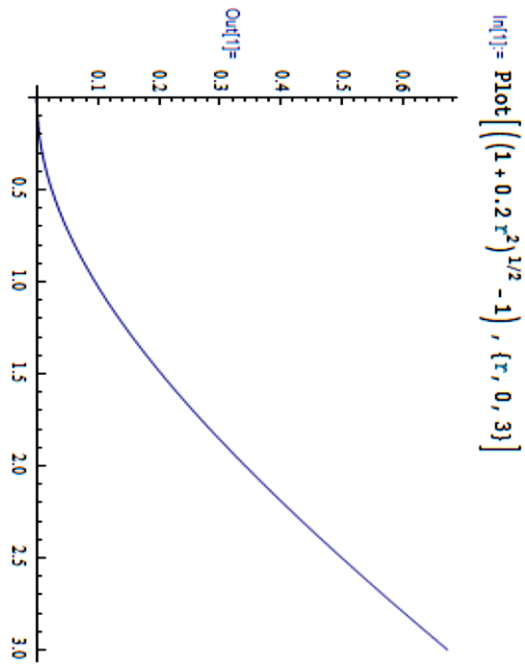
اگر از نتیجه (3/53) انتگرال گرفته شود نتیجه به صورت زیر است:

$$y(r) = \int_0^r \partial_{\sigma} y dr = \pm \int_0^r \frac{2v_{\xi}r}{\sqrt{1+2v_{\xi}r^2}} = \pm \sqrt{1+2v_{\xi}r^2} \mp 1$$

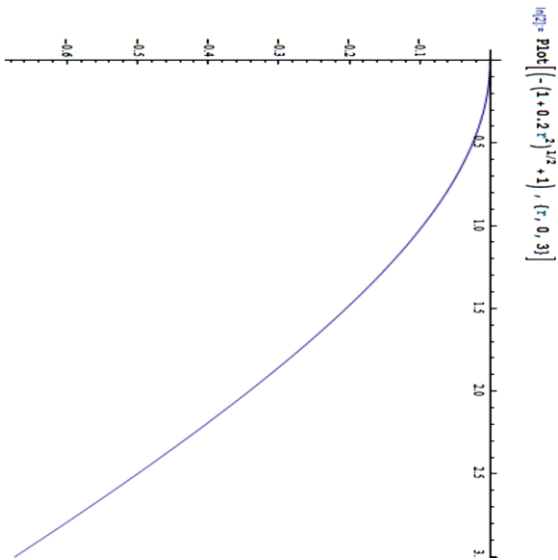
$$y(r) = \pm \sqrt{1+2v_{\xi}r^2} \mp 1 \quad (3.54)$$

که ثابت انتگرال بدست آمده در رابطه بالا با شرط $r = 0$ بدست آمده است و وابستگی زمانی نقطه انتهایی بصورت $\xi = v_{\xi} \tau$ می باشد.

نمودارهای (3,4) و (3,5) نشان دهنده شکل ریسمان و خمش آن با فرض $v = 0.1$ می باشد.



نمودار (۳,۴) شکل خمشی ریسمان با توجه به تابع فوق



نمودار (۳,۵) شکل خمشی ریسمان با توجه به تابع فوق

⊙ برای مورد $z=3$ معادله به شکل ساده زیر تبدیل می شود:

$$y = \pm (2v_{\xi})^{1/2} r \quad (3.55)$$

که نشان دهنده یک تابع خطی است.

⊙ برای مورد $z=4$ نیز می توان نوشت:

$$\partial_{\sigma} y = \pm (2v_{\xi})^{1/3} \frac{\sqrt{1-2v_{\xi}r^6}}{\sqrt{1-(2v_{\xi})^{2/3}r^4}} \quad (3.56)$$

برای رابطه بالا نمی توان حل تحلیلی یافت.

اکنون برای یافتن اتلاف انرژی ذره تکانه های تعمیم یافته را مطالعه می کنیم. که از روابط زیر بدست می آید:

$$\pi_t^{\alpha} = \frac{\delta s}{\delta \partial_{\sigma} t} = -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} g_{tN} \partial_{\beta} x^N (a^{-1})^{\beta\alpha} \sqrt{-deta}$$

$$\pi_i^{\alpha} = \frac{\delta s}{\delta \partial_{\sigma} x^i} = -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} g_{iN} \partial_{\beta} x^N (a^{-1})^{\beta\alpha} \sqrt{-deta}$$

(۳/۵۷)

$$\pi_{\xi}^{\alpha} = \frac{\delta s}{\delta \partial_{\sigma} t} = -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} g_{\xi N} \partial_{\beta} x^N (a^{-1})^{\beta\alpha} \sqrt{-deta}$$

که $N = (t, x^i, \xi)$ چون که صریحاً کنش وابستگی به t و ξ و x^i ندارد نتیجه می شود که تکانه های

تعمیم یافته پایسته اند و داریم:

$$\partial_{\alpha} \pi_{\xi}^{\alpha} = 0 \quad \text{و} \quad \partial_{\alpha} \pi_t^{\alpha} = 0 \quad \text{و} \quad \partial_{\alpha} \pi_{\xi}^{\alpha} = 0 \quad (3.58)$$

$$\partial_{\alpha} \pi_{\xi}^{\alpha} = \partial_{\alpha} \pi_{\xi}^{\alpha} + \partial_{\sigma} \pi_{\xi}^{\sigma} = 0 \rightarrow \partial_{\tau} \pi_{\xi}^{\tau} = -\partial_{\sigma} \pi_{\xi}^{\sigma}$$

اکنون می توان تکانه های تعمیم یافته π_{ξ} را از رابطه (۳/۵۷) و (۳/۴۳) محاسبه کرد:

$$\pi_{\xi}^{\tau} = -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} g_{\xi N} \partial_{\beta} x^N (a^{-1})^{\beta\tau} \sqrt{-deta} = -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} g_{\xi t} \partial_{\beta} x^t (a^{-1})^{\beta\tau} \sqrt{-deta}$$

$$= -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} g_{\xi t} (a^{-1})^{\tau\tau} \sqrt{-deta} = \frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} \frac{g_{\xi t} a^{\sigma\sigma}}{\sqrt{-deta}} = \frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} \frac{g_{\xi t} g_{rr}}{\sqrt{-deta}} = \frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} \frac{k_{\xi}}{\partial_{\sigma}\xi} \quad (3/59)$$

و به همین روش برای بقیه تکانه های تعمیم یافته داریم:

$$\pi_{\xi}^{\sigma} = -\frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} \frac{g_{\xi}^2 \partial_{\sigma} y}{\sqrt{-deta}} = \frac{k_{\xi}}{2\pi\dot{\alpha}} \quad (3.60)$$

بعلاوه مولفه های فضایی تکانه π_t^{σ} نیز محاسبه می شود:

$$\pi_t^{\sigma} = \frac{1}{2\pi\dot{\alpha}} \frac{g_{\xi}^2 \partial_{\sigma} y v_{\xi}}{\sqrt{-deta}} = \frac{k_{\xi} v_{\xi}}{2\pi\dot{\alpha}} \quad (3/61)$$

و در نوشتن عبارت آخر رابطه (3,61) می توان از رابطه (3/47) استفاده نمود:

$$\sqrt{-deta} = \frac{g_{\xi}^2 \partial_{\sigma} y}{k_{\xi}} \quad (3/62)$$

حال باید جواب های داده شده را به لحاظ فیزیکی تفسیر کرد.

اثبات می شود که باید یک انتقال انرژی و تکانه از یک نقطه انتهایی ریسمان به نقطه دیگر وجود داشته باشد.

انرژی کل E و تکانه p_{ξ} از رابطه زیر بدست می آیند :

$$p_{\xi} = -\int_0^{\infty} d\sigma \pi_t^{\tau} \quad \text{و} \quad E = -\int_0^{\infty} d\sigma \pi_t^{\tau} \quad (3/63)$$

و از روابط (3.63) بدست می آید :

$$\frac{dE}{dt} = -\int_0^{\infty} d\sigma \pi_t^{\tau} = \int_0^{\infty} d\sigma \pi_t^{\sigma} = \pi_t^{\sigma}(\infty) - \pi_t^{\sigma}(0) \quad (3/64)$$

و چون تکانه تعمیم یافته پایسته اند می توان نوشت:

$$\pi_t^\sigma(\infty) = \pi_t^\sigma(0)$$

و بنابراین تغییرات انرژی کل ریسمان صفر است. از دیگر سو می توان بطور موضعی انرژی اتلافی را در نقطه پایینی این بازه مطالعه کرد. به عبارت دیگر ریسمان در $r = 0$ انرژی اتلافی یا کسب شده‌ای برابر مقدار زیر خواهد داشت:

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{r=0} = -\pi_t^\sigma(0) = -\frac{K}{2\pi\alpha} = \mp \frac{1}{2\pi\alpha} R^2 2^{\frac{1}{z-1}} v_\xi^{\frac{z}{z-1}} \quad (3.65)$$

و در همان زمان هر دو حالت دریافت و تلف شدن انرژی در $r = \infty$ نیز اتفاق می افتد. به علاوه تغییرات اندازه حرکت p_ξ مساوی است با:

$$\frac{dp_\xi}{dt} = \int_0^\infty d\sigma \partial_\tau \pi_\xi^\tau = - \int_0^\infty d\sigma \partial_\sigma \pi_\xi^\sigma = -\pi_\xi^\sigma(\infty) + \pi_\xi^\sigma(0)$$

پس در $r = 0$ هم تکانه دریافت کرده و هم از دست خواهد داد پس با معادله :

$$\left. \frac{dp_\xi}{dt} \right|_{r=0} = \pi_t^\sigma(0) = -\frac{K_\xi}{2\pi\alpha} = \mp \frac{1}{2\pi\alpha} R^2 2^{\frac{1}{z-1}} v_\xi^{\frac{z}{z-1}} \quad (3,66)$$

علامت پشت ثابت K_ξ مشخص می کند که ریسمان انرژی از دست می دهد یا بدست می آورد. توجه به این مورد ضروریست که در مورد محاسبه نیروی کششی در تناظر AdS/CFT بحث های فیزیکی جدی برای علامت پشت K وجود دارد/اما زمینه دوگانی که اینجا بررسی می شود نظریه میدان کوانتومی در دمای صفر بوده و در آن سیاهچاله وجود ندارد و کاملاً روشن نیست که کدام علامت باید انتخاب شود [14,13]. در صورتی که در فضای حجم، سیاهچاله وجود داشته باشد علامت مثبت نشان دهنده شارش انرژی از بالا به پایین یعنی از محیطی که ذره وجود دارد به سمت افق سیاهچاله است و برعکس. [۲۰]

به علاوه در دوگان نظریه میدانهای کوانتومی حرکت ریسمان در راستای بعد فشرده ξ در دوگان QFT نسبت به حرکت در راستای یکی از ابعاد مرزی که با x^t برچسب زده می شود، تعبیر فیزیکی متفاوتی دارد. در واقع برای تفسیر اندازه حرکت کل در راستای بعد فشرده باید دانست که این کمیت در دوگان QFT بعنوان عملگر کوانتومی تعداد است که تعداد ذرات در این نظریه را می شمارد. [۲]

حدس ما برای تفسیر نتیجه قبلی این است که انرژی و شار ذرات در طول ریسمان از نقطه انتهاییش که در مرز $r = 0$ قرار گرفته است به سمت بی نهایت شارش خواهد نمود. توجه کنیم که شارش انرژی و شار ذرات همزمان اتفاق می افتد. همانطور که در فوق اشاره شد باتوجه به شرایط مرزی ریسمان نوع دوم به نوعی موقعیت خاص اشاره می کند. هنگامی که ریسمان بر خلاف حالتی که در محیط نسبیتی دارد ، مقداری انرژی و تعدادی ذرات را که پر شده در محیط غیر نسبیتی از دست می دهد. [19,18]

در نهایت چگالی لاگرانژی برای ترکیب داده شده را محاسبه کرده و از رابطه (۳/۵۰) به دست می آید:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2\pi\alpha} \frac{g_{t\xi}^2 \partial_\sigma \gamma}{k_\xi} = \mp \frac{1}{2\pi\alpha} \frac{g_{t\xi} \sqrt{-g_{rr}(g_{tt} + 2g_{t\xi} v_\xi)}}{\sqrt{g_{t\xi}^2 - k_\xi^2}} \quad (3.67)$$

حال برای $r \rightarrow 0$ چگالی لاگرانژی معادله (۳،۶۷) به معادله زیر میل می کند:

$$\mathcal{L} = \mp \frac{1}{2\pi\alpha} \frac{R^2}{r^{z-1}} \quad (3.68)$$

و بهمین خاطر کنش ریسمان مثل رابطه $\mp \frac{1}{2\pi\alpha} \frac{R^2}{Z\epsilon^z}$ در حد $\epsilon \rightarrow 0$ واگرا می شود که سرچشمه این واگرایی همان است که در تناظر AdS/CFT وجود دارد. به علت این واقعیت که معادله (۳/۳/۲۵) به ازای همه r هاحقیقی است، مشاهده می کنیم که این دانسیته لاگرانژی می تواند بعنوان عامل بهنجار کننده شکل \mathcal{L} به ریسمان تحمیل شود. به عبارت دیگر پتانسیل کوآرک و پادکوآرک به عبارت پایین بیان می شود:

$$V(L) = \frac{2}{2\pi\dot{\alpha}} \left[\int_0^{r_{max}} d\sigma \sqrt{-deta} - \int_0^{\infty} \sqrt{-deta_{taild}} \right]$$

(۳,۴) حرکت ذره در راستای فشرده و خمش ریزمان در جهت های فشرده و غیرفشرده:

در این بخش به شرط های مطالعه شده در بخش اول بر می گردیم و در آن حرکت ریسمان باز در راستای x را مطالعه می کنیم. هم چنین وضعیت ریسمان متحرک که با سرعت ثابت v_ξ در راستای ξ حرکت میکند را بررسی نموده و صریحاً حدس زیر را بررسی می نماییم :

$$x^M = (\tau = t, \sigma = r, \xi = v_\xi \tau + y(\sigma), x = x(\sigma)) \quad (3/69)$$

مؤلفه های ماتریس القایی را برای جواب بالا با توجه به متریک فضا بدست می آوریم :

$$\dot{x} = (1, 0, v_\xi, 0)$$

$$\dot{x} = (0, 1, \partial_\sigma y, \partial_\sigma x) \quad (3.70)$$

$$a_{\tau\tau} = \dot{x}^2 = g_{tt} + 2g_{t\xi}v_\xi$$

$$a_{\sigma\sigma} = \dot{x}^2 = g_{rr} + g_{xx}(\partial_\sigma x)^2 \quad (3.71)$$

$$a_{\sigma\tau} = a_{\tau\sigma} = \dot{x} \cdot \dot{x} = g_{t\xi} \partial_\sigma y$$

حال معادله حرکت را برای مختصه های t و ξ و x حل می کنیم :

$$p_\mu^\sigma = -T_0 g_{\mu\nu} \frac{(\dot{x} \cdot \dot{x}) \dot{x}^\nu - \dot{x}^2 \dot{x}^\nu}{\sqrt{-deta}}$$

با اعمال رابطه بالا برای مختصه های ذکر شده و با استفاده از روابط (3,71) مؤلفه های تکانه را به تفکیک به دست می آوریم:

$$p_t^\sigma = \frac{g_{t\xi}^2 v_\xi \partial_\sigma y}{\sqrt{-deta}} = K \quad (3/72)$$

$$p_\xi^\sigma = -T_0 \left\{ \frac{g_{\xi t} (\partial_\sigma y g_{\xi t})}{\sqrt{-deta}} \right\} \rightarrow p_\xi^\sigma = \frac{\partial_\sigma y g_{\xi t}}{\sqrt{-deta}} = k_\xi \quad (3/73)$$

$$p_x^\sigma = -T_0 \frac{g_{xx}(-a_{\tau\tau})\partial_\sigma x}{\sqrt{-deta}} = \frac{g_{xx} \partial_\sigma x a_{\tau\tau}}{\sqrt{-deta}} = k_x \quad (3/74)$$

که k_x و k و k_ξ مقادیر ثابت می باشند.

اکنون مشاهده می شود که معادله حرکت برای t و ξ با هم متناسبند یعنی: $K = v_\xi K_\xi$.

بنابراین کافی است که یکی از آنها بررسی شود. از دو معادله (3/72) و (3/73) نتیجه می شود.

$$\frac{g_{t\xi}^2 v_\xi \partial_\sigma y}{\sqrt{-deta}} = k \rightarrow \frac{g_{t\xi}^4 v_\xi^2 (\partial_\sigma y)^2}{g_{t\xi}^2 (\partial_\sigma y)^2 - a_{\tau\tau} (g_{rr} + g_{xx} (\partial_\sigma x)^2) - k^2 a_{\tau\tau} g_{rr}} = k^2$$

$$(\partial_\sigma y)^2 (g_{t\xi}^4 v_\xi^2 k^2 g_{t\xi}^2) + k^2 a_{\tau\tau} g_{xx} (\partial_\sigma x)^2 - k^2 a_{\tau\tau} g_{rr} = 0 \quad (3/75)$$

که معادله فوق یک معادله دو مجهولی بر حسب $(\partial_\sigma x)^2$ و $(\partial_\sigma y)^2$ است.

و از معادله (3/74) داریم:

$$\frac{g_{xx} (\partial_\sigma x)^2 a_{\tau\tau}^2}{g_{t\xi}^2 (\partial_\sigma y)^2 - a_{\tau\tau} (g_{rr} + g_{xx} (\partial_\sigma x)^2)} = k_x^2$$

$$[g_{xx}^2 a_{\tau\tau}^2 + k_x^2 a_{\tau\tau} g_{xx}] (\partial_\sigma x)^2 - k_x^2 g_{t\xi}^2 (\partial_\sigma y)^2 + k_x^2 a_{\tau\tau} g_{rr} = 0 \quad (3.76)$$

با توجه به دو معادله (3,75) و (3,76) می توان $(\partial_\sigma x)^2$ و $(\partial_\sigma y)^2$ را محاسبه نمود:

$$(\partial_\sigma y)^2 = \quad (3/77)$$

$$\frac{k^2 g_{rr} g_{xx} a_{\tau\tau}^2}{(g_{xx} a_{\tau\tau} k_x^2) (g_{t\xi}^4 v_\xi^4 - k^2 g_{t\xi}^2) + k^2 k_x^2 g_{t\xi}^2}$$

$$(\partial_{\sigma} x)^2 = \frac{1}{g_{xx} [a_{\tau\tau} g_{xx} + k_x^2] (g_{t\xi}^2 v_{\xi}^2 - k^2 g_{t\xi}^2) + k^2 k_x^2 g_{t\xi}^2} \quad (3.78)$$

روابط به دست آمده (۳,۷۷) و (۳,۷۸) با روابط موجود در مقاله [۲] مغایرت دارد که نشان دهنده اشتباه محاسبه در مقاله ذکر شده است به صورت فوق تصحیح می گردد. مشاهده می شود اگر $a_{\tau\tau} = 0$ شود آنگاه $\partial_{\sigma} y$ برابر صفر خواهد شد در :

$$g_{tt} + 2g_{t\xi} v_{\xi} = 0 \rightarrow \frac{-1}{r_*^{2z}} + \frac{2v_{\xi}}{r_*^2} = 0 \rightarrow 2v_{\xi} = \frac{1}{r_*^{2z-2}}$$

از طرف دیگر نقطه چرخش با شرط $\partial_{\sigma} x = \infty$ تعریف می شود و زمانی اتفاق می افتد که :

$$[a_{\tau\tau}(r_{min})g_{xx} + k_x^2](g_{t\xi}^2 v_{\xi}^2 - k^2) + k^2 k_x^2 = 0 \quad (3.79)$$

بعلاوه برای سازگاری جوابها میباید r_{min} که از معادله فوق بدست می آید شرط: $r_{min} < r^*$ را ارضا کند سرانجام باید تصویری از دو نیمه ریسمان بر روی صفحه $(x - \xi)$ بهم ملحق شود. بنابراین احتیاج است که $\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{\partial_{\sigma} x}{\partial_{\sigma} y} = \infty$ با استفاده از (۳,۷۷) و (۳,۷۸) به دست می آید:

$$\frac{\partial_{\sigma} x}{\partial_{\sigma} y} = \frac{k_x g_{t\xi}^2 v_{\xi}}{k g_{xx} a_{\tau\tau}} = \frac{k_x g_{t\xi}^2}{k_{\xi} g_{xx} a_{\tau\tau}} \quad (3.80)$$

مشاهده می شود که این عبارت برای $k_{\xi} = 0$ واگرا می شود. که اشاره می کند به اینکه $\partial_{\sigma} y = 0$ به عبارت دیگر هیچ خمیدگی در ریسمان \cap شکل که حرکت کند حول جهت ξ با سرعت v_{ξ} وجود ندارد.

(۳/۵) حرکت ذره و خمش ریسمان در راستای غیرفشرده:

در مباحث مربوط به بخش های گذشته حرکت ذره در راستای فشرده تحت مطالعه و بررسی قرار گرفت. با توجه به ملاحظات حرکت در راستای فشرده، در این بخش می خواهیم حرکت ذره را در راستای غیرفشرده x^1 در محیط غیرنسبیتی با توجه به متریک غیرنسبیتی تعریف شده در این فضا بررسی نماییم.

این ذره در مرز با سرعت ثابت V در راستای x^1 حرکت میکند و خمش ریسمان نیز در جهت x^1 و تابعی از مختصه فضایی پیمانه ایستا است. اکنون با انتخاب پیمانه ایستا به شکل زیر داریم:

$$\tau = t \quad \text{و} \quad r = \sigma \quad (3.11)$$

مختصه های جهان - سطح به صورت زیرانتخاب می شود:

$$X^M = (t, r, x^1 = vt + x(r), \xi = cte) \quad (3.12)$$

بر اساس معادله (۳,۸۲) برای \dot{X} و \acute{X} به دست می آید:

$$\dot{X} = \frac{\partial X^M}{\partial t} = (1, 0, v, 0)$$

$$X' = \frac{\partial X^M}{\partial r} = (0, 1, \acute{x}, 0) \quad (3.83)$$

که پریم در \acute{x} به معنی مشتق نسبت به r است. بر اساس معادلات (۳/۴) و (۳/۸۳) می توان چنین نوشت:

$$\dot{X}^2 = g_{tt} + g_{xx}v^2$$

$$\acute{X}^2 = g_{rr} + g_{xx}\acute{x}^2 \quad (3.84)$$

$$\dot{X} \cdot \acute{X} = g_{xx}v\acute{x}$$

اکنون مولفه x تکانه رابه دست می آوریم:

$$p_x^\sigma = -T_0 g_{xx} \frac{(g_{xx}\dot{x}v) - (g_{tt} + g_{xx})\dot{x}}{\sqrt{-\det a}} = \frac{T_0 g_{xx} g_{tt} \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} \quad (3.85)$$

و با توجه به معادله حرکت ریسمان می توان نوشت:

$$\partial_\alpha p_\mu^\alpha = 0$$

و چون اثبات می شود که رابطه زیر برقرار است:

$$\partial_\tau p_x^\tau = 0 \quad \rightarrow \quad \partial_\tau p_x^\sigma = 0$$

با استفاده از رابطه (۳,۸۵) می توان نوشت:

$$\frac{g_{xx} g_{tt} \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} = K_x \quad (3.86)$$

اکنون مجدور رابطه (۳/۸۶) را نوشته و از آن استخراج می کنیم:

$$\frac{g_{xx}^2 g_{tt}^2 \dot{x}^2}{g_{xx}^2 v^2 \dot{x}^2 - (g_{rr} + g_{xx} \dot{x})(g_{tt} + g_{xx} v^2)} = K_x^2 \quad \Rightarrow$$

$$\dot{x} = \pm \frac{K_x \sqrt{-g_{rr}(g_{tt} + g_{xx} v^2)}}{\sqrt{g_{xx}^2 g_{tt}^2 + K_x^2 g_{xx} g_{tt}}} \quad (3.87)$$

امکان موهومی شدن کسر وجود دارد پس در صورت وجود ریشه باید برهم منطبق باشد. با این توضیح در

رابطه (۳,۸۷) می توان مولفه های تانسور متریک را قرار داده تا به شکل ساده تری تبدیل شود و داریم:

$$\dot{X} = \pm \frac{K_x \sqrt{-\frac{R^2}{r^2} \left(-\frac{R^2}{r^{2Z}} + \frac{R^2}{r^2} v^2 \right)}}{\sqrt{\frac{R^4 R^4}{r^4 r^{4Z}} - K_x^2 \frac{R^2 R^2}{r^2 r^{2Z}}}} \quad (3.88)$$

اکنون ریشه صورت کسر را استخراج می کنیم:

$$\frac{R^2}{r^2} v^2 = \frac{R^2}{r^{2Z}} \rightarrow v^2 = \frac{1}{r^{2Z-2}} \rightarrow \frac{1}{r} = v^{\frac{1}{Z-1}} \quad (3.89)$$

حالا به ازای ریشه به دست آمده و منطبق بودن ریشه های صورت و مخرج می توان K_x را استخراج کرد:

$$\frac{R^8}{r^2} = K_x^2 \frac{R^4}{r^{2Z+2}} \rightarrow K_x^2 = \frac{R^4}{r^{2Z+2}} = R^4 v^{\frac{2Z+2}{Z-1}} \rightarrow$$

$$K_x^2 = R^4 v^{\frac{2Z+2}{Z-1}} \quad (3.90)$$

با قراردادن K_x به دست آمده از رابطه فوق در رابطه (۳,۸۸) رابطه زیر به دست می آید:

$$\dot{X} = v^{\frac{Z+1}{Z-1}} r^{Z+1} \frac{\sqrt{1-v^2 r^{2Z-2}}}{\sqrt{1-r^{2Z+2} v^{\frac{2Z+2}{Z-1}}}} \quad (3.91)$$

برای بررسی جوابها مقادیر مختلفی از Z در نظر گرفته می شود:

⊙ در حالت $Z=1$ جواب بینهایت به دست می آید که با توجه به غیرنسبیتی بودن نتیجه محتمل بود.

⊙ در حالت $Z=2$ \dot{X} به صورت زیر است:

$$\dot{X} = \frac{v^3 r^3 \sqrt{1-v^2 r^2}}{\sqrt{1-r^6 v^6}} \quad (3.92)$$

⊙ در حالت $Z=3$ \dot{X} به صورت زیر است:

$$\dot{X} = \frac{v^2 r^4 \sqrt{1-v^2 r^2}}{\sqrt{1-r^4 v^4}} \quad (3.93)$$

○ در حالت $z=4$ ، \dot{x} به صورت:

$$\dot{x} = \frac{v^{\frac{5}{3}} r^5 \sqrt{1-v^2 r^6}}{\sqrt{1-r^{10}} v^{\frac{10}{3}}} \quad (3.94)$$

است و در هیچ یک از حالت ها جواب انتگرال تحلیلی را نمی توان به دست آورد.

در ادامه برای محاسبه انرژی اتلافی و نیروی کششی به سراغ تکانه های تعمیم یافته می رویم و از رابطه (۳/۵۷) و (۳/۸۷) می توان نوشت:

$$\pi_x^\sigma = \frac{1}{2\pi\alpha} \frac{g_{xx} g_{tt} \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} = \frac{K_x}{2\pi\alpha} \quad (3.95)$$

حال با استفاده از (۳,۹۵) برای محاسبه انرژی اتلافی و نیروی کششی می توان نوشت:

$$\frac{dp_x}{dt} = \pi_x^\sigma = \frac{K_x}{2\pi\alpha} = \pm \frac{1}{2\pi\alpha} R^2 v^{\frac{z+1}{z-1}} \quad (3.96)$$

$$\frac{dE}{dt} = \pi_x^\sigma v = \pm \frac{1}{2\pi\alpha} R^2 v^{\frac{2z}{z-1}} \quad (3.97)$$

نیروی کششی ذاتاً تلف کننده انرژی است.

اکنون با استفاده از رابطه (۳,۹۶) تکانه کسب شده یا تلف شده را برحسب زمان محاسبه می کنیم:

$$\frac{dp}{p^{\frac{z+1}{z-1}}} = \pm \frac{R^2}{2\pi\alpha} dt \rightarrow p(t) = \left[\frac{1}{p_0^{\frac{z-1}{2}}} \pm \frac{R^2}{\pi\alpha(z-1)} \frac{1}{m^{\frac{z+1}{z-1}}} t \right]^{\frac{1-z}{2}} \quad (3.98)$$

در رابطه (۳/۹۸)، m نماینده جرم ذره و از رابطه غیر نسبیتی $p=mv$ برای تکانه استخراج شده است.

همچنین در حالت $z=2$ در رابطه (۳/۹۸) به دست می آید:

$$P(t) = \left[\frac{1}{p_0^2} \mp \left(\frac{R^2}{\pi \dot{\alpha} m^3} \right) t \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.99)$$

همچنین با استفاده از رابطه (۳,۹۷) انرژی کسب شده یا تلف شده بر حسب زمان را می توان محاسبه کرد، که پس از محاسبه انجام شده رابطه نهایی به صورت:

$$E(t) = \left[\frac{1}{E_0^{\frac{1}{z-1}}} \mp \frac{R^2}{2\pi \dot{\alpha}} \frac{1}{z-1} \left(\frac{2}{m} \right)^{\frac{2}{z-1}} t \right]^{1-z} \quad (3.100)$$

در حالت $z=2$ رابطه (۳/۱۰۰) به رابطه زیر تبدیل می شود:

$$E(t) = \left[\frac{1}{E_0} \mp \frac{R^2}{2\pi \dot{\alpha}} \left(\frac{2}{m} \right)^2 t \right]^{-1} \quad (3.101)$$

نتیجه گیری و مسایل پیشنهادی:

در این پایان نامه دوگانی AdS/CFT در محیط غیر نسبیتی مطالعه شد. یعنی برای توصیف سیستم های آزمایشگاهی غیرنسبیتی با تقارن همدیس نیز می توان یک دوگان گرانشی یافت. به موارد زیر از پایان نامه اشاره می شود:

(۱) برای تعیین بازه ای که ریسمان را در فضای حجم محدود می کند، کنش نقش اساسی دارد و شرط آن است که این کمیت نباید موهومی شود. با استفاده از برخی معادلات خمش ریسمان، شکل خاصی (U شکل) برای ریسمان استخراج می شود و دو انتهای این ریسمان در فضای مرز قرار داشته، در دو انتهای این ریسمان می توان زوج کوآرک- پادکوآرک در نظر گرفت. نکته مهم تعیین فاصله بین کوآرک- پادکوآرک است که در پایان نامه محاسبه شده و مشاهده می شود که به r_{max} بستگی دارد.

(۲) با مطالعه محیط غیرنسبیتی دریافتیم که اتلاف انرژی اتلافی در محیطی با دمای صفر برابر صفر نیست که این نتیجه خلاف موردی است که ذره در محیط خلأ نسبیتی حرکت می کند.

(۳) پتانسیل در محیط غیرنسبیتی با توجه به متریک مربوطه برای زوج کوآرک- پادکوآرک محاسبه شد و پتانسیل به دست آمده به محک شرایط تحدب سپرده شد. بابرآورده شدن شرایط ذکر شده آن، نتیجه گرفتیم که پتانسیل مورد نظر می تواند تابع موجهی برای پتانسیل بین کوآرک- پادکوآرک (با توجه به اصل محبوسیت و رعایت این اصل) باشد.

(۴) در ضمن، حرکت ریسمان در راستای فشرده تعبیر جدیدی از دوگانی AdS/CFT نسبت به حرکت در راستای غیر فشرده ایجاد می کند و در این پایان نامه نیز انرژی اتلافی و نیروی کششی در هر دو حالت و در محیط غیر نسبیتی محاسبه شده است.

۵) با استفاده از آنچه که در بخش های قبلی انجام شده می توان موارد تازه ای را مطالعه کرد:

الف) با توجه به قسمت های اصلی پایان نامه، حدس های دیگری را نیز می توان بررسی کرد. این حدس ها می تواند ابعاد بالاتری را در بر گرفته و شامل ابعاد فشرده و غیر فشرده شود. حدس هایی نظیر :

$$x^\mu = (t, r, \xi = \xi(r) + v_\xi t, x = v_x t)$$

$$x^\mu = (t, r, \xi = \xi(r) + v_\xi t, x = v_x t + x(r))$$

این حدس ها ابعاد فشرده و غیر فشرده را در بر می گیرد. مثلا سرعت در هر دو راستای فشرده و غیر فشرده بوده و خمش ریسمان نیز در هر دو راستا یا فقط در یک راستا می باشد.

ب) همچنین می توان حدس دیگری برای زوج کووارک- پاد کووارک در نظر گرفت. اینکه، این زوج رابه حالت چرخان در محیط غیر نسبیتی تصور نموده و با توجه به متریک مربوطه فاصله و انرژی بستگی آن را به دست آورد. که حدس آن به صورت:

$$x^\mu = (t, \rho, \omega t, 0, r)$$

۶) در نهایت تحقیق AdS/CFT غیرنسبیتی گرمایی با پیشنهاد ریسمان متحرک در راستای فشرده نیز می تواند از موارد جالب برای تفحص باشد و انگیزه ای برای کنکاش بیشتر در این مورد در اینجانب ایجاد کرده است.

پیوست

پیوست الف

اشتباهات محاسبه مقاله *cluson*

(۱) در رابطه (۲-۹) در بررسی معادله حرکت برای X به صورت زیر است:

$$\partial_{\alpha} [g_{xx} \partial_{\beta} (a^{-1})^{\beta\alpha} \sqrt{-deta}] = \partial_{\alpha} \left[g_{xx} \partial_{\sigma} x \sqrt{\frac{-a_{\sigma\sigma}}{a_{\tau\tau}}} \right] = 0$$

که تصحیح شده آن به صورت زیر است:

$$\partial_{\alpha} [g_{xx} \partial_{\beta} (a^{-1})^{\beta\alpha} \sqrt{-deta}] = \partial_{\alpha} \left[g_{xx} \partial_{\sigma} x \sqrt{\frac{-a_{\tau\tau}}{a_{\sigma\sigma}}} \right] = 0$$

(۲) برای محاسبه $V(L)$ از کنش ریسمان رابطه (۲-۱۳) به شکل زیر تصحیح میشود:

$$S = - \int d\tau V(L) = - \frac{R^2}{\pi \dot{\alpha}} \int d\tau \left[\int_0^{r_{max}} dr \frac{\sqrt{1-2r^2(z-1)v_{\xi}}}{r^{z+1}} \left(\frac{\sqrt{1-2r^2(z-1)v_{\xi}}}{\sqrt{1-2r^2(z-1)v_{\xi} - \frac{c^2}{R^4} r^{2z+2}}} - 1 \right) - \int_{r_{max}}^{\infty} \frac{\sqrt{1-2r^2(z-1)v_{\xi}}}{r^{z+1}} \right]$$

(۳) رابطه (۳-۶) در مقاله به صورت زیر تصحیح می شود:

$$K^2 = R^4 2^{\frac{2}{z-1}} v_{\xi}^{\frac{2z}{z-1}}$$

(۴) رابطه دوم (۳-۱۲) به صورت زیر تصحیح می شود:

$$\pi_{\xi}^{\sigma} = - \frac{1}{2\pi\alpha'} \frac{g_{t\xi}^2 v_{\xi} \partial_{\sigma} y}{\sqrt{-deta}} = - \frac{K_{\xi}}{2\pi\alpha'}$$

(5) رابطه (۳-۱۹) به صورت زیر تصحیح می شود:

$$\frac{dp_{\xi}}{dt} = \pi_{\xi}^{\sigma}(0) = -\frac{K_{\xi}}{2\pi\alpha'} = \mp \frac{1}{2\pi\alpha'} R^2 2^{\frac{1}{z-1}} v_{\xi}^{\frac{1}{z-1}}$$

(6) روابط (۴-۶) به ترتیب به صورت زیر تصحیح می شود:

$$(\partial_{\sigma y})^2 = -\frac{K_{\xi}^2 g_{rr} g_{t\xi}^4 a_{\tau\tau}^2}{(g_{xx} a_{\tau\tau} + K_{xx}^2)(g_{t\xi}^4 - K_{\xi}^2 g_{t\xi}^2) + K_{\xi}^2 K_x^2 g_{t\xi}^2}$$

$$(\partial_{\sigma x})^2 = -\frac{1}{g_{xx}} \frac{K_x^2 g_{rr} g_{t\xi}^4}{(g_{xx} a_{\tau\tau} + K_{xx}^2)(g_{t\xi}^4 - K_{\xi}^2 g_{t\xi}^2) + K_{\xi}^2 K_x^2 g_{t\xi}^2}$$

(7) عبارت (۴-۸) به صورت زیر تصحیح می شود:

$$[a_{\tau\tau}(r_{\min})g_{xx} + K_x^2](g_{t\xi}^2 - K_{\xi}^2) = -K_{\xi}^2 K_x^2$$

(8) همچنین عبارت (۴-۹) به صورت زیر تصحیح می شود:

$$\frac{\partial_{\sigma x}}{\partial_{\sigma y}} = \sqrt{\frac{K_x^2 g_{rr} g_{t\xi}^4}{g_{xx} K_{\xi}^2 a_{\tau\tau} g_{xx} g_{rr}}} = \frac{g_{t\xi}^2 K_x}{K_{\xi} g_{xx} a_{\tau\tau}}$$

پیوست ب

روابط مربوط به محاسبه فاصله و پتانسیل زوج کوآرک - پادکوآرک

(* رابطه (۳/۲۷) برای محاسبه فاصله بین کوآرک - پادکوآرک (L) به صورت زیر است:

$$L = 2 \int_0^{r_0} \frac{r^{z+1}}{\sqrt{r_0^{2z+2} - r^{2z+2}}} dr = 2 \int_0^{r_0} \frac{1}{r_0^{z+1}} \frac{r^{z+1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2z+2}}} dr \quad (111)$$

عبارت (۱۱۱) با یک تغییر شکل به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\frac{r}{r_0} = y \rightarrow dr = r_0 dy \quad (112)$$

$$L = 2r_0 \int_0^1 \frac{y^{z+1}}{\sqrt{1 - y^{2z+2}}} dy \quad (113)$$

برای حل انتگرال می توان تغییر متغیری به شکل زیر انتخاب کرد:

$$y = \sin^{\frac{1}{z+1}} \theta \rightarrow dy = \frac{1}{z+1} \sin^{\frac{1}{z+1}-1} \theta \cos \theta d\theta \quad (114)$$

اعمال این تغییر متغیر در رابطه (۱۱۳) آن را به شکل زیر تبدیل می کند:

$$L = \frac{2r_0}{z+1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{1}{z+1}} \theta d\theta \quad (115)$$

اکنون برای محاسبه انتگرال از تابع β استفاده می شود:

$$L = \frac{2r_0}{z+1} \frac{1}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2z+2} - \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2} + 1\right)} = \frac{r_0}{z+1} \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2} + 1\right)} = \frac{2r_0 \sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right)} \quad (117)$$

طبق رابطه بالا L با r_0 رابطه مستقیم دارد.

برای به دست آوردن حاصل انتگرال از روابط زیر استفاده شده است:

$$2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \quad (118)$$

$$\Gamma(p) = \frac{1}{p} \Gamma(p+1) \quad (119)$$

**از رابطه (۳/۳۴) با قرار دادن $v_{\xi} = 0$ و انتگرالگیری از جمله دوم این عبارت به دست می آید:

$$V(L) = -\frac{R^2}{\pi \alpha} \left[\int_0^{r_0} dr \frac{1}{r^{z+1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2z+2}}} - 1 \right) - \frac{1}{zr_0^z} \right] \quad (120)$$

اکنون از جمله اول عبارت (۱۲۰) انتگرال می گیریم و نتیجه کل را بعدا محاسبه می کنیم پس عبارت زیر را محاسبه می کنیم:

$$A = \int_0^{r_0} dr \frac{1}{r^{z+1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2z+2}}} - 1 \right) - \frac{1}{zr_0^z} \quad (121)$$

تغییر متغیر (۱۱۲) را در نظر می گیریم و رابطه (۱۲۱) به صورت زیر به دست می آید:

$$A = \int_1^1 dy \frac{1}{r_0^z} \frac{1}{y^{z+1}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - y^{2z+2}}} - 1 \right) \quad (122)$$

برای حل انتگرال (۱۲۲) تغییر متغیر (۱۱۴) استفاده می شود و با انجام این کار داریم:

$$A = \frac{1}{z+1r_0^z} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^{\frac{1}{z+1}-1} \theta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^{\frac{1}{z+1}-2} \theta \cos \theta \right] \quad (123)$$

با استفاده از تابع Γ می توان رابطه (۱۲۳) را محاسبه کرد:

$$A = \frac{1}{r_0^z(z+1)} \left[\left\{ \frac{\frac{1}{2}\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{-z}{2z+2})}{\Gamma(\frac{1}{2z+2})} \right\} - \left\{ \frac{\frac{1}{2}\Gamma(1)\Gamma(\frac{-z}{2z+2})}{\Gamma(\frac{z+2}{2z+2})} \right\} \right] \quad (124)$$

عبارت (۱۲۴) را می توان به شکل ساده تری نوشت:

$$A = \frac{1}{r_0^z(z+1)} \left[\left\{ \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{-z}{2z+2})}{\Gamma(\frac{1}{2z+2})} \right\} - \left\{ \frac{\frac{1}{2}\Gamma(\frac{-z}{2z+2})}{\Gamma(\frac{z+2}{2z+2})} \right\} \right] \quad (125)$$

با ساده کردن جمله دوم رابطه (۱۲۵) می توان به شکل زیر رسید:

$$A = \frac{1}{2r_0^z(z+1)} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{-z}{2z+2})}{\Gamma(\frac{1}{2z+2})} + \frac{1}{zr_0^z} \quad (126)$$

و با جایگذاری (۱۲۶) در (۱۲۰) داریم:

$$V(r_0) = \frac{1}{2r_0^z(z+1)} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{-z}{2z+2})}{\Gamma(\frac{1}{2z+2})} \quad (127)$$

با این انتگرالگیری عامل ناهنجاری حذف شد، اکنون از رابطه (۱۱۷) مقدار $\frac{1}{r_0}$ را می توان به دست آورد:

$$\left(\frac{1}{r_0}\right) = \frac{2\sqrt{\pi}}{L} \frac{\Gamma(\frac{z+2}{2z+2})}{\Gamma(\frac{1}{2z+2})} \quad (128)$$

اگر رابطه (۱۲۸) را به توان Z رسانده و در رابطه (۱۲۷) جاگذاری کنیم، به عبارت زیر منتهی خواهد شد:

$$V(L) = \left(-\frac{R^2}{\pi\alpha}\right) \frac{\sqrt{\pi}}{2Z+2} \left\{ \frac{(2\sqrt{\pi})^Z}{L^Z} \frac{[\Gamma(\frac{z+2}{2z+2})]^Z [\Gamma(\frac{-z}{2z+2})]}{[\Gamma(\frac{1}{2z+2})]^{z+1}} \right\} \quad (129)$$

حال با ساده کردن $\Gamma(\frac{-z}{2z+2})$ در رابطه (۱۲۹) می توان نوشت:

$$V(L) = \left(\frac{R^2}{\sqrt{\pi} \alpha' z} \right) \left\{ \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{L} \right)^z \frac{\left[\Gamma\left(\frac{z+2}{2z+2}\right) \right]^{z+1}}{\left[\Gamma\left(\frac{1}{2z+2}\right) \right]^{z+1}} \right\} \quad (130)$$

که منطبق با جمله نهایی داخل مقاله است.

پیوست ج

حدسهای بررسی شده برای ریسمان :

آ در این حالت سرعت در راستای غیر فشرده و خمش در راستای فشرده می باشد. مختصه های جهان سطح ریسمان را می توان نوشت:

$$\begin{aligned} X^\mu &= (t = \tau, r = \sigma, \xi = \xi(r), x = vt) \\ \dot{X}^\mu &= (1, 0, 0, v) \\ \dot{X}^\mu &= (0, 1, \dot{\xi}, 0) \end{aligned} \quad (211)$$

با استفاده از رابطه (۲۱۱) مولفه های تکانه های راستای مختلف را به دست می آوریم:

$$P_t^\sigma = T_0 \frac{g_{t\xi} g_{xx} v^2 \dot{\xi}}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{g_{t\xi} g_{xx} v^2 \dot{\xi}}{\sqrt{-\det a}} = K \quad (212)$$

$$P_\xi^\sigma = -T_0 \frac{g_{t\xi}^2 \dot{\xi}}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{g_{t\xi}^2 \dot{\xi}}{\sqrt{-\det a}} = K_\xi \quad (213)$$

$$P_x^\sigma = -T_0 \frac{g_{xx} g_{t\xi} \dot{\xi} v}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{g_{xx} g_{t\xi} \dot{\xi} v}{\sqrt{-\det a}} = K_x \quad (214)$$

با دقت در روابط (۲۱۲) و (۲۱۳) و (۲۱۴) نتیجه می شود که K و K_ξ و K_x با یکدیگر رابطه دارند. اکنون

رابطه (۲۱۳) را بسط داده و $\dot{\xi}$ را استخراج می کنیم:

$$\frac{g_{t\xi}^4 \dot{\xi}^2}{g_{t\xi}^2 \dot{\xi}^2 - g_{rr}(g_{tt} + g_{xx} v^2)} = K_\xi^2 \quad (215)$$

$$\dot{\xi} = \pm \frac{K_\xi \sqrt{-g_{rr}(g_{rr} + g_{xx} v^2)}}{\sqrt{(g_{t\xi}^4 - K_\xi^2 g_{t\xi}^2)}} \quad (216)$$

اکنون برای یافتن K_ξ صفرهای صورت و مخرج را بر هم منطبق می کنیم. ابتدا ریشه صورت را می یابیم:

$$\left(\frac{1}{r}\right) = v^{\frac{1}{z-1}} \quad (217)$$

و بعد ریشه مخرج را پیدا می کنیم:

$$K_{\xi} = \pm R^2 v^{\frac{2}{z-1}} \quad (218)$$

اکنون که K_{ξ} به دست آمد، رابطه (۲۱۸) را در رابطه (۲۱۹) جای گذاری می کنیم:

$$\xi = \pm R^2 v^{\frac{2}{z-1}} \frac{\sqrt{\frac{R^4}{r^4}(1-r^{2z-2}v^2)}}{\sqrt{\frac{R^8}{r^8}(1-v^{z-1}r^4)}} \quad (219)$$

و در نهایت پس از رابطه (۲۱۹) به اندازه کافی ساده شد به شکل زیر در می آید:

$$\xi = r^2 v^{\frac{2}{z-1}} \frac{\sqrt{1-r^{2z-2}v^2}}{\sqrt{1-r^4v^{\frac{4}{z-1}}}} \quad (220)$$

که برای بررسی جوابهای تحلیلی مقادیر مختلف Z در نظر گرفته می شود:

$$Z=2 \rightarrow \xi = \pm \frac{v^2 r^2}{\sqrt{1+v^2 r^2}} \quad (221)$$

$$Z=3 \rightarrow \xi = \pm r^2 v \rightarrow \frac{\partial \xi}{\partial r} = \pm r^2$$

$$\xi(r) = \pm (1/3) v r^3 \quad (222)$$

یعنی خمش ریسمان در راستای بعد فشرده تابع درجه سه از r می باشد.

ب) در این حالت سرعت در جهت فشرده و خمش در راستای فشرده و غیرفشرده است. مختصه های جهان

سطح ریسمان را می توان به صورت زیر نوشت:

$$X^{\mu} = (t, r, \xi = \xi(r), x^1 = vt + x(r)) \quad (223)$$

برای یافتن مولفه های ماتریس القایی داریم:

$$\dot{X}^\mu = (1, 0, 0, v) \tau$$

$$\dot{X}^\mu = (0, 1, \dot{\xi}, \dot{x}) \quad (224)$$

$$\dot{X}^2 = g_{tt} + g_{xx} v^2$$

$$\dot{X}^2 = g_{rr} + g_{xx} \dot{x}^2$$

$$\dot{X} \cdot \dot{X} = g_{t\xi} \dot{\xi} + g_{xx} v \dot{x} \quad (225)$$

اکنون مولفه های تکانه در راستای مختلف را به دست می آوریم:

$$P_t^\sigma = -T_0 \frac{(g_{tt} g_{xx} v \dot{x} - g_{t\xi} \dot{\xi} g_{xx} v^2) \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{(g_{tt} g_{xx} v \dot{x} - g_{t\xi} \dot{\xi} g_{xx} v^2) \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} = K \quad (226)$$

$$P_\xi^\sigma = -T_0 \frac{g_{t\xi} \dot{\xi} + g_{t\xi} g_{xx} v \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{g_{t\xi} \dot{\xi} + g_{t\xi} g_{xx} v \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} = K_\xi \quad (227)$$

$$P_x^\sigma = -T_0 \frac{g_{xx} g_{t\xi} v \dot{\xi} - g_{tt} g_{xx} \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} \rightarrow \frac{g_{xx} g_{t\xi} v \dot{\xi} - g_{tt} g_{xx} \dot{x}}{\sqrt{-\det a}} = K_x \quad (228)$$

بادقت در روابط (۲۲۶) و (۲۲۸) نتیجه می شود:

$$K_x = -vK \quad (229)$$

اکنون مجذور روابط (۲۲۶) و (۲۲۷) را به دست آورده و با انجام عملیات محاسباتی به دستگاه معادلات زیر می-

رسیم:

$$(K^2 g_{t\xi}^2 - g_{tt}^2 g_{xx}^2 v^4) \dot{\xi}^2 + (g_{xx}^2 v^2 - g_{tt}^2 g_{xx}^2 v^2 - K^2 a_{tt} g_{xx}) \dot{x}^2 + 2v(g_{tt}^2 g_{xx}^2 v^2 + g_{t\xi} g_{xx}) \dot{x} \dot{\xi} = K^2 a_{tt} g_{rr} \quad (230)$$

$$(g_{t\xi}^2 g_{xx}^2 v^2 - K_\xi^2 g_{xx}^2 v^2 + K_\xi^2 a_{\tau\tau} g_{xx}) \dot{x}^2 + (g_{t\xi}^4 - K_\xi^2 g_{t\xi}^2) \dot{\xi}^2 + 2g_{t\xi} g_{xx} v (g_{t\xi}^2 - 1) \dot{\xi} \dot{x} = -K_\xi^2 g_{rr} a_{\tau\tau} \quad (231)$$

که با توجه به کثرت جملات دو معادله (۲۳۰) و (۲۳۱) هیچ جوابی برای \dot{x} و $\dot{\xi}$ یافت نشد.

مراجع و منابع:

- [1] J.M. Maldacena, "The large N limit of superconformal field theory and supergravity," (1998) arxiv:hep-th/9711200
- [2] J. Kluson, "open string in non-relativistic background," (2010), arxiv: 0912.4587
- [3] Philosophical concept of Quantum and Gravity theories .by:H.Ghaffarnejad.
- [4] Introduction To Elementary Particles.by: David J.Griffiths. John Wiley & Sons 1987
- [5] Quarks and Leptons by: Francis Halzen and Alan D.Martin. John Wiley & Sons 1984
- [6] Particle Physics , by:B.R.Martin and G.Shaw, John Wiley & Sons, 1994
- [7] A First Course In String Theory, by:Barton Zwiebach, Cambridge University Press 2009
- [8] String theory Demystified , by:D.McMahan
- [9] فیزیک و واقعیت .مؤلف:آلبرت اینشتین .ترجمه:محمد رضا خواجه پور.انتشارات خوارزمی ۱۳۶۳
- [۱۰] "توصیف نظریه ریسمان از میدان های کوانتمی نا نسبیتی".نگارش:علی واحدی.رساله دکتری.دانشکده فیزیک دانشگاه شریف.
- [11] A. Akhavan , M.Alishahiha , A.Davody and A.Vahedi , "non-relativistic CFT and Semi – classical string,".arxiv:0811.3067[hep-th]
- [12] L.Susskind, E.Witten,"The Holographic Bond in Anti-de Sitter space,"(1998)arxiv:hep-th/9805114
- [13] S.A.Hartnoll and K .Yoshida , "Families of \mathbb{B} duals for non_ relativistic CFT s," (2009) arxiv:0810.0298[hep-th]
- [14] C.R.Hagen"Scale and conformal transformations in galilian-covariant field theory,"
- [15] Y .Kinar , E.Schreiber ,J.Sonnenschein," $Q\bar{Q}$ Potential from string in Curved space time-classical Results," arxiv:hep-th/9811192
- [16] C .Bachas , "Convexity of The Quarkonium Potential," phys.Rev.D33(1986)2723.
- [17] H.M.Siahaan"On non-relativistic $Q\bar{Q}$ Potential via Wilson loop in Galilean space-time.(2011) arxiv:1106.5008

[18]C.P.Herzog , A.Karch, P.Kovtun, C.Kozcaz, L.G.Yaffe, Energy loss of heavy quark moving through $N=4$ supersymmetric Yang-Mills plasma.J.High Energyphys .0607.013(2006).arxiv:hep-th/0605158

[19] S.S.Gubser.Drag force in AdS/CFT.phys. Rev.D74. 120065(2006).arxiv:hep-th/0605182.

[20] "مطالعه اتلاف انرژی کوارک سنگین با استفاده از سیاه چاله های RN" نگارش: حسن نیازی. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود.

Abstract

Resently the AdS/CFT correspondence has been generalized to the description of some non-relativistic strongly coupled systems. In this research utilized the string theory and AdS/CFT correspondence. Such computing , significantly help us to understanding the using vest implementation of AdS/CFT correspondence. For this purpose the open string in the non-relativistic background be considered.

Dual of this problem, is the motion of particle with constant velocity in the non-relativistic vacuum space with zero temperature. The lost energy of particle is not zero. If a particle move in the relativistic vacuum space at zero temprature , do not force it. This important difference is an interesting result, which need to be realized for more studies.

By concidering the equation of motion of a particle which moves in the along compact direction , we understand one of possible solutions , can be a string that in two ends of string are particle and antiparticle. Then the distance between them will be achived by using string theory. Also , the potential between particle and antiparticle , obtained and about convexity conditions will be discussed.

For generalization to new cases , have been considered the motion of particle along non-compact direction and the equation of motion will be studied. It is demonstrated the non-relativistic space have effective influence on the motion of particle.



Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Open String in non-relativistic background

Shahrood University of Technology

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Hossein Barzekar

Supervisor:

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

September – 2012