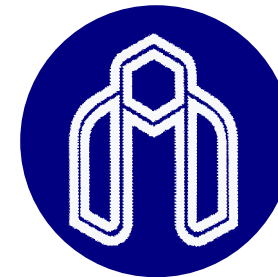


روشها و سیستمهای فازی

جلسه اول: مجموعه های فازی و تعاریف اولیه

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

مجموعه های فازی (فهرست مطالب)

- مجموعه های کلاسیک

- مروری بر تئوری مجموعه های صریح و جبر بولی

- مجموعه های فازی

- معرفی مجموعه های فازی

- نحوه نمایش مجموعه های فازی

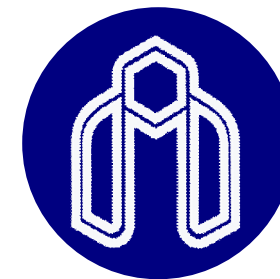
- مجموعه پشتیبان

- مجموعه فازی کوژ (محدب)

- عدد اصلی

- تعریف برابری و زیرمجموعه

- وزن یک مجموعه فازی



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

قطعیت، ابهام و فازی

قطعیت:

- چراغ شماره ۲ روشن است
- مجموعه چراغهای روشن

(درست = ۱ یا نادرست = ۰)
 $\{2, 3, 7\}$

ابهام:

- امروز هوا ابری است

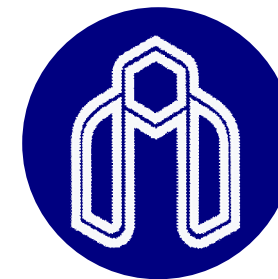
(۱۰۰٪ ابری = ۱، ۱۰۰٪ بدون ابر = ۰)
معمولا حالتی جز این دو حالت؟

- مجموعه روزهای ابری این ماه؟

فازی:

مدل ریاضی منطق و استدلال مبتنی بر ابهام

قطعیت، ابهام و فازی

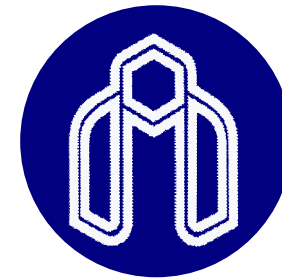


دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

فازی:

مدل ریاضی منطق و استدلال مبتنی بر ابهام

- رابطه فکر و زبان
- کلمات
- جملات
- ارتباطات بین جملات (اگر-آنگاه)
- استدلال و استنتاج
- مبتنی بر منطق صریح
- مبتنی بر منطق فازی



یک مجموعه صریح را می توان به یکی از صورتهای زیر نمایش داد:

الف: با فهرست نمودن تک تک اعضایش

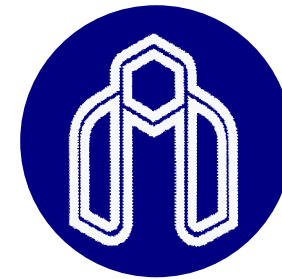
$$A = \{1, 2, 3\}$$

ب: به صورت تحلیلی و اعمال یک شرط روی مجموعه مرجع

$$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$$

ج: به صورت زوجهای مرتب

$$A = \{(0, 0), (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 0), (5, 0), (6, 0)\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اپراتورهای تعریف شده بر گزاره های صریح

$$\text{Not } P = \begin{cases} 1 & \text{if } P = 0 \\ 0 & \text{if } P = 1 \end{cases}$$

اپراتور NOT

$$P \text{ And } Q = \begin{cases} 1 & \text{if } P, Q = 1 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

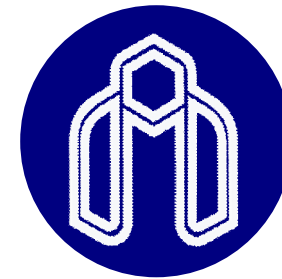
اپراتور AND

$$P \text{ Or } Q = \begin{cases} 0 & \text{if } P, Q = 0 \\ 1 & \text{Otherwise} \end{cases}$$

اپراتور OR

اپراتور IF ... THEN

$$\text{if } P \text{ Then } Q = \begin{cases} 0 & \text{if } P=1, Q=0 \\ 1 & \text{Otherwise} \end{cases}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اپراتورهای تعریف شده بر مجموعه های صریح

متمم مجموعه صریح A

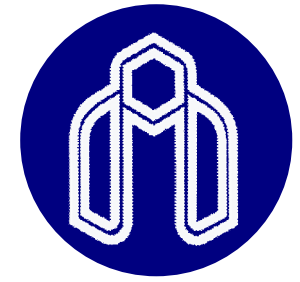
$$\bar{A} = \{x \in X \mid x \notin A\}$$

اجتماع دو مجموعه صریح A و B

$$A \cup B = \{x \in A \text{ OR } x \in B\}$$

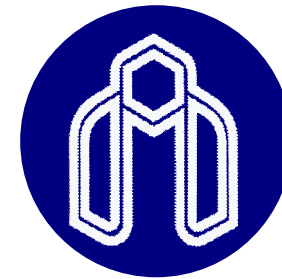
اشتراک دو مجموعه صریح A و B

$$A \cap B = \{x \in A \text{ AND } x \in B\}$$



تعریف: اگر X بیانگر مجموعه مرجعی باشد که هر عضو آن با X نمایش داده شود مجموعه فازی در X به صورت زوجهای مرتبی به فرم زیر بیان می شود:

$$\tilde{A} = \left\{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X \right\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

نحوه نمایش مجموعه های فازی

مجموعه های فازی را به یکی از گونه های زیر می توانیم نمایش دهیم:

الف: با فهرست کردن اعضا متعلق به مجموعه مرجع که تابع عضویت آنان مخالف صفر باشد.

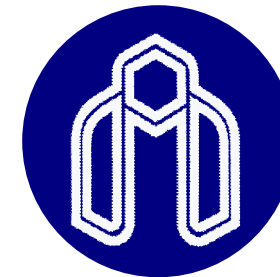
$$X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

مثال: مجموعه فازی "منزل راحت برای یک خانواده چهار نفری":

$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

ب: به صورت تحلیلی و تعریف مشروط به شکل تابع

ج: به صورت مجموع



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

نحوه نمایش مجموعه های فازی

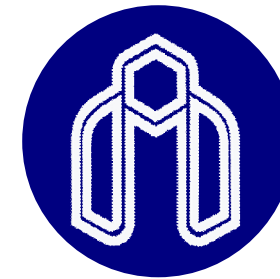
مجموعه های فازی را به یکی از گونه های زیر می توانیم نمایش دهیم:

الف: با فهرست کردن اعضا متعلق به مجموعه مرجع که تابع عضویت آنان مخالف صفر باشد.
ب: به صورت تحلیلی و تعریف مشروط به شکل تابع

مثال: مجموعه اعداد طبیعی نزدیک به ۱۰، به صورت زیر بیان می شود:

$$\tilde{A} = \left\{ \left(x, \mu_{\tilde{A}}(x) \right) \mid x \in X \right\} \quad \mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{1}{1 + (x - 10)^2}$$

ج: به صورت مجموع



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

نحوه نمایش مجموعه های فازی

مجموعه های فازی را به یکی از گونه های زیر می توانیم نمایش دهیم:

الف: با فهرست کردن اعضا متعلق به مجموعه مرجع که تابع عضویت آنان مخالف صفر باشد.

ب: به صورت تحلیلی و تعریف مشروط به شکل تابع

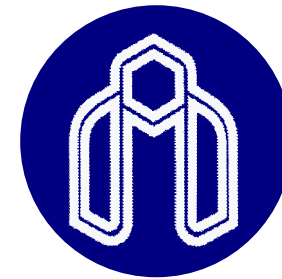
ج: به صورت مجموع

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_3)}{x_3} + \dots = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \quad \int_x \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

مثال: مجموعه اعداد حقیقی نزدیک به ۱۰ را به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$\tilde{A} = 0.1/7 + 0.5/8 + 0.8/9 + 1/10 + 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13$$

$$\tilde{A} = \int_R \frac{1}{1 + (x - 10)^2} / x$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

مجموعه پشتیبان

تعریف: پشتیبان برای مجموعه فازی \tilde{A} که آن را با $S(\tilde{A})$ نشان می‌دهیم، یک مجموعه صریح از X های متعلق به مجموعه مرجع X و با تابع عضویت مخالف صفر است.

مثال: پشتیبان مجموعه "منازل راحت برای یک خانواده چهار نفره":

$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

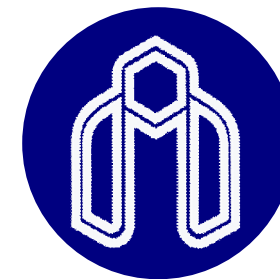
$$S(\tilde{A}) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

تعریف ۲-۳: مجموعه پشتیبان در سطح α

$$A_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

$$A'_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$$

مجموعه پشتیبان قوی در سطح α



مجموعه پشتیبان در سطح α

$$A_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

مثال: برای مجموعه "منازل راحت برای یک خانواده چهار نفره" خواهیم داشت:

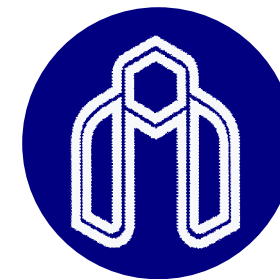
$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

$$A_{0.2} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A_{0.5} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A_{0.8} = \{3, 4\}$$

$$A_1 = \{4\}$$



مجموعه پشتیبان قوی در سطح α

$$A'_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$$

مثال: برای مجموعه "منازل راحت برای یک خانواده چهار نفره" خواهیم داشت:

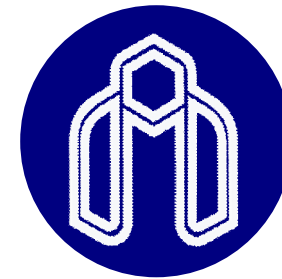
$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

$$A'_{0.2} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A'_{0.5} = \{3, 4, 5\}$$

$$A'_{0.8} = \{4\}$$

$$A'_1 = \{ \}$$



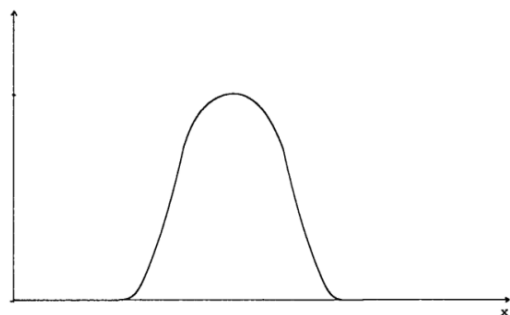
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

مجموعه فازی کوژ

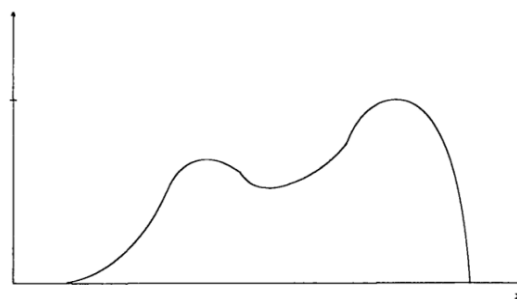
تعریف: مجموعه فازی \tilde{A} کوژ (محدب) است، اگر دارای خاصیت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}$$

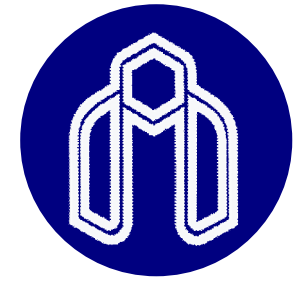
$$x_1, x_2 \in X, \quad \lambda \in [0,1]$$



مجموعه فازی کوژ



مجموعه فازی غیر کوژ



تعریف: عدد اصلی مجموعه فازی \tilde{A} ، به صورت زیر تعریف می شود:

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

عدد اصلی نسبی مجموعه فازی \tilde{A} :

$$\|\tilde{A}\| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|}$$

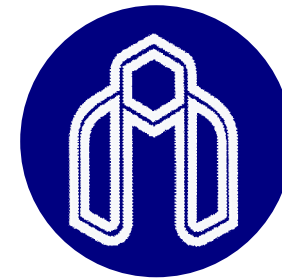
مثال: در مورد مجموعه "منازل راحت برای خانواده چهار نفره" عدد اصلی به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$$

$$|\tilde{A}| = 0.2 + 0.5 + 0.8 + 1 + 0.7 + 0.3 = 3.5$$

و عدد اصلی نسبی آن بدین صورت می باشد:

$$\|\tilde{A}\| = \frac{3.5}{10} = 0.35$$

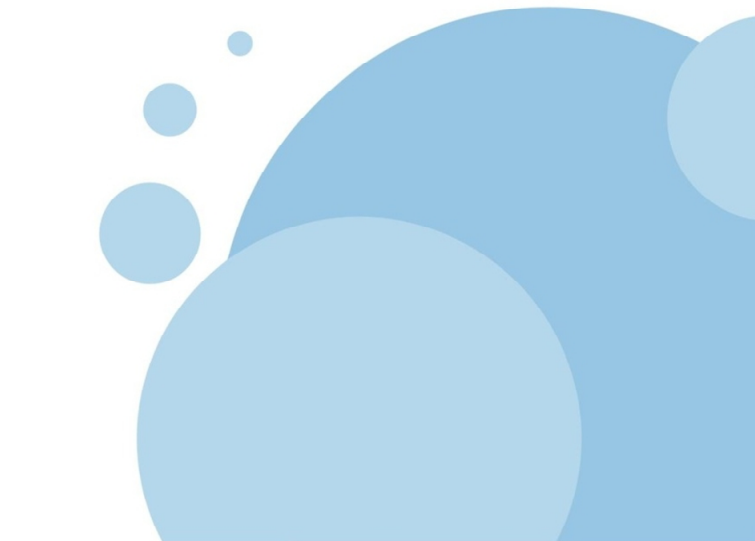


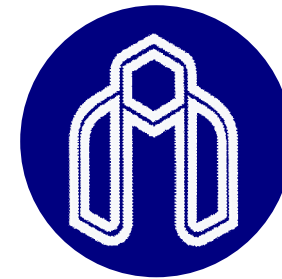
برای مجموعه‌هایی که دارای مجموعه مرجع پیوسته هستند:

$$|\tilde{A}| = \int_x \mu_{\tilde{A}}(x) dx$$

مثال: عدد اصلی مجموعه فازی اعداد حقیقی نزدیک به ده، برابر است با:

$$|\tilde{A}| = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + (x - 10)^2} dx$$





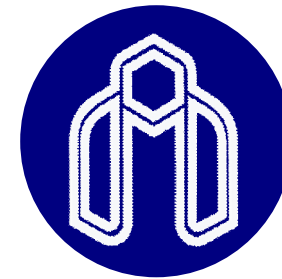
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تعریف برابری در مجموعه های فازی

تعریف: دو مجموعه فازی را برابر گوییم اگر و فقط اگر

$$\forall x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تعریف زیرمجموعه در مجموعه های فازی

تعریف: مجموعه فازی \tilde{A} زیرمجموعه مجموعه فازی \tilde{B} است اگر و فقط اگر داشته باشیم:

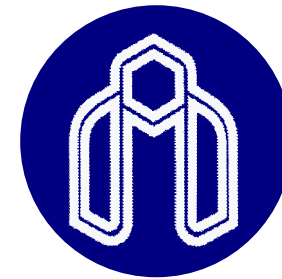
$$\forall x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x)$$

مثال:

$$\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.8)\}$$

$$\tilde{B} = \{(1, 0.3), (2, 1), (3, 0.3)\}$$

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$$



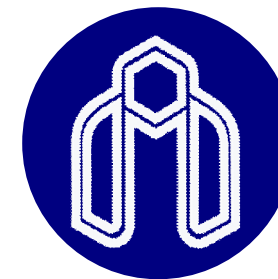
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

وزن یک مجموعه فازی

تعریف: در مجموعه فازی \tilde{A} منظور از Sup، حد بالایی $\mu_{\tilde{A}}(x)$ در آن مجموعه است که به آن وزن مجموعه نیز می‌گوییم.

$$hgt_{(\tilde{A})} = \sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

مثال: در مجموعه $\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.8)\}$ وزن مجموعه برابر است با ۰.۸.



- مجموعه های کلاسیک

- مروری بر تئوری مجموعه های صریح و جبر بولی

- مجموعه های فازی

- معرفی مجموعه های فازی

- نحوه نمایش مجموعه های فازی

- مجموعه پشتیبان

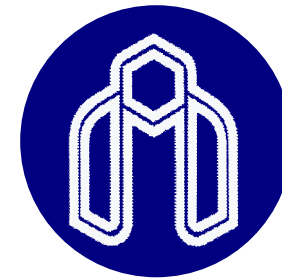
- مجموعه فازی کوژ (محدب)

- عدد اصلی

- تعریف برابری و زیرمجموعه

- وزن یک مجموعه فازی

منابع و مراجع مرتبط



دانشگاه صنعتی شاهرود

مرکز آموزش های الکترونیکی

مجموعه های فازی در ویکی پدیا -

http://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_set

- کتاب «تئوری مجموعه های فازی و کاربردهای آن»، نویسنده: مرتضی زاهدی

- **Fuzzy sets and applications**, By: Lotfi Asker Zadeh, Ronald R. Yager

- **Fuzzy set theory: foundations and applications**, By: George J. Klir, Ute H. St. Clair, Bo Yuan

- **Fuzzy set theory and its applications**, By: Hans-Jürgen Zimmermann

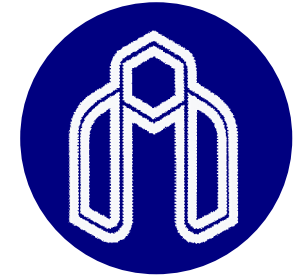
آزمایشگاه تحقیقاتی وب کاوی و شناسایی الگو

Web Mining and Pattern Recognition research laboratory

آدرس:

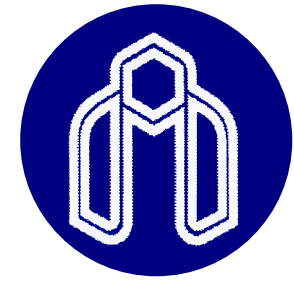
- شاهرود، دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

www.wmpr.ir



گروههای تحقیقاتی:

- پردازش زبان طبیعی و متون
- پردازش تصویر و ویدئو
- تجارت الکترونیک و اینترنت

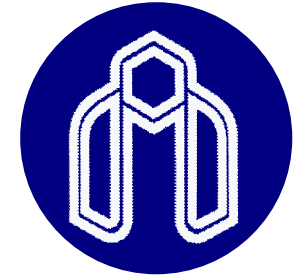


اهداف:

- جمع آوری اطلاعات از محیط وب، تحلیل و آنالیز داده ها
- تحلیل آماری متن، درک مطلب و ترجمه ماشین
- استفاده از تکنیک های بینایی ماشین در محیط وب
- استفاده از تکنیکهای هوش مصنوعی در موتورهای جستجو
- طراحی و پیاده سازی ابزارهای مدیریت داده
- افزایش قابلیت دسترسی به داده و کاهش نرخ نگهداری داده
- تلفیق پردازش متن و تصویر برای درک بهتر مطالب در محیط وب

پروژه ها:

- سیستم مدیریت آموزش الکترونیک
- موتور جستجوی با دامنه محدود
- سیستم مدیریت وظایف و پروژه ها
- سیستم پردازش اخبار و رویدادها
- سیستم پاسخگویی هوشمند
- سیستم پردازش اطلاعات و اسناد
- سیستم کنفرانس مجازی



با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir