



گروه آموزشی : ریاضی

نام و نام خانوادگی :

تاریخ : ۱۳۹۷/۳/۲۰

شماره دانشجویی :

وقت : ۱۳۵ دقیقه

نام مدرس :

امتحان پایان ترم درس: معادلات دیفرانسیل (۱۶ گروه هماهنگ)

نیمسال (اول / دوم) ۱۳۹۷ - ۱۳۹۶

توجه :

از نوشتن با مداد خودداری نمایید. استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.

سوال ۱- اگر $y_1 = e^x$ یک جواب معادله همگن $y'' + (\frac{2}{x} - 2)y' + (1 - \frac{2}{x})y = 0$ باشد، ابتدا با استفاده از فرمول آبل y_2 را محاسبه کنید و سپس جواب عمومی معادله ناهمگن زیر را بیابید. (۱۵ نمره)

$$y''' + (\frac{2}{x} - 2)y' + (1 - \frac{2}{x})y = \frac{2e^x}{x}$$

(۱۵ نمره)

سوال ۲- دستگاه

$$\begin{aligned} (D - 2)x + 5y &= -\sin 2t \\ x + (D + 2)y &= t \end{aligned}$$

سوال ۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 y''' + xy' - y = -2x^2 \ln x$ را محاسبه کنید. (۱۵ نمره)

سوال ۴- جواب عمومی معادله $y''' + 2xy'' + 2y = 0$ را در مجاورت نقطه $x_0 = 0$ به صورت یک سری توانی بدست آورید. (۱۵ نمره)

سوال ۵- معادله انتگرالی زیر را حل کنید (۲۰ نمره)

$$x(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t (t-u)x'(u)du \quad x(0) = 1$$

سوال ۶- انتگرال ناسره زیر را به کمک تبدیل لاپلاس محاسبه کنید (۱۵ نمره)

$$\int_0^\infty \frac{e^{-t}(1 - \cos t)}{t} dt$$

سوال ۷-الف: تبدیل لاپلاس تابع مقابل را بدست آورید $f(t) = e^t \cos 2t + t \sin 3t$

ب: تبدیل معکوس لاپلاس تابع مقابل را بدست آورید $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^3 - 4s}$

موفق باشید