

۱- در هریک از انتگرال‌های زیر مقدار σ که به ازای آن انتگرال همگراست را بیابید.

$$a) \int_0^{+\infty} e^{-5t} e^{-(\sigma+j\omega)t} dt$$

$$b) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-5|t|} e^{-(\sigma+j\omega)t} dt$$

۲- برای هریک از تبدیل لاپلاس‌های زیر صفرها و قطب‌های محدود را تعیین کنید.

$$a) \frac{s+1}{s^2-1}$$

$$b) \frac{s^2-1}{s^2+s+1}$$

۳- عکس هریک از تبدیل لاپلاس‌های زیر را بیابید.

$$a) \frac{1}{s^2+9}$$

$$b) \frac{s+2}{s^2+7s+12}$$

$$c) \frac{s^2-s+1}{(s+1)^2}$$

۴- با فرض :

$$e^{-at}u(t) \rightarrow \frac{1}{s+a} \quad \text{Re}\{s\} > \text{Re}\{-a\}$$

عکس تبدیل لاپلاس عبارت زیر را بدون استفاده از انتگرال محاسبه کنید.

$$X(s) = \frac{2(s+2)}{s^2+7s+12} \quad \text{Re}\{s\} > -3$$

۵- فرض کنید که $g(t) = x(t) + ax(-t)$ می‌باشد، که در آن $x(t) = be^{-t}$ است و تبدیل لاپلاس $g(t)$ به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{s}{s^2-1}$$

مقدار ثابت‌های a, b را بیابید.

۶- مطالب زیر در رابطه با سیگنال $x(t)$ و تبدیل لاپلاس آن $X(s)$ داده شده است.

الف) $x(t)$ حقیقی و زوج است. ب) $X(s)$ چهار قطب محدود دارد ولی صفر محدود ندارد.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = 4 \quad \text{د) } s = \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} \text{ در } X(s) \text{ یک قطب دارد.}$$

$X(s)$ و ROC آن را تعیین کنید.

۷- سیستم LTI علی S، با پاسخ ضربه $h(t)$ ، ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ توسط معادله خطی با ضرایب ثابت زیر توصیف شده است.

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + (a+1)\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a(a+1)\frac{dy(t)}{dt} + a^2 y(t) = x(t)$$

اگر $g(t) = \frac{dh(t)}{dt} + h(t)$ باشد، $G(s)$ چند قطب دارد؟

۸- یک سیستم LTI با ورودی $x(t) = e^{-t}u(t)$ و پاسخ ضربه $h(t) = e^{-2t}u(t)$ در نظر بگیرید.

الف) تبدیل لاپلاس $x(t)$ و $h(t)$ را بیابید.

ب) با استفاده از خواص تبدیل لاپلاس خروجی $y(t)$ را محاسبه کنید.

۹- سیستم LTI زمان پیوسته زیر را در نظر بگیرید که ورودی $x(t)$ و خروجی $y(t)$ آن با معادله دیفرانسیل زیر به هم مربوط می‌شود.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

$h(t)$ را برای سه حالت زیر بیابید:

۱- پایدار باشد. ۲- علی باشد. ۳- نه علی و نه پایدار باشد.

۱۰- در مورد سیگنال حقیقی $x(t)$ و تبدیل لاپلاس $X(s)$ اطلاعات زیر بیان شده است.

۱- $X(s)$ دقیقاً دو قطب دارد. ۲- $X(s)$ در صفحه S صفر محدود ندارد. ۳- $X(s)$ در $s = -1 + 2j$ قطب دارد.

۴- مطلقاً انتگرال پذیر نیست. ۵- $X(0) = 8$

$X(s)$ و ناحیه همگرایی‌اش را تعیین کنید.

۱۱- یک سیستم LTI علی با پاسخ ضربه $h(t)$ خواص زیر را دارد.

الف- خروجی سیستم به ازای ورودی $x(t) = e^{2t}$ برابر $y(t) = \left(\frac{1}{6}\right)e^{2t}$ است.

ب- پاسخ ضربه سیستم معادله دیفرانسیل زیر را ارضا میکند:

$$\frac{dh(t)}{dt} + 2h(t) = (e^{-4t})u(t) + bu(t)$$

که b یک عدد ثابت مجهول است.

با توجه به معلومات فوق تابع تبدیل $H(s)$ این سیستم را پیدا کنید.

<< در جواب شما مجهول b نباید وجود نداشته باشد.