

تکلیف تئوری آماری

(۱) فرض کنید x یک متغیر تصادفی با توزیع $x \sim \theta e^{-\theta x}$ است. با فرض اینکه n نمونه از این متغیر داده شده است $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ به کمک روش ML پارامتر θ چگونه از داده ها تخمین زده می شود. با اگر حداقلی افعال پارامتر θ بصورت نزولی با مشتق گیری حاصل و پارامتر θ را به این روش تخمین زده می شود؟

(۲) تصویر Peppers.png را در محیط Matlab بخوانید و پیکسل ها را به شش کلاس با رنگ های موجود در تصویر کلاس بندی کنید. ویژگی هر پیکسل $\begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix}$ می باشد. برای هر کلاس رنگی تخمین از داده ها را برای آن کلاس کلاس بندی کنید. انحصار بنامید. فرضی را بصورت شش تصویر بسازید و سفید فاشتر دهید. پارامتر θ را از روش ML بدست آورید.

(۳) برای توزیع آماری ضد متغیر کوسین نشان دهید تخمین ML برای پارامتر μ برابر است با:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)(x_k - \mu)^t$$

(۴) مجموعه داده های زیر را در نظر بگیرید $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 9 \\ -1.9 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 3.2 \\ -2.9 \end{bmatrix}, x_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3.2 \\ -4.1 \end{bmatrix}, x_5 = \begin{bmatrix} 2.9 \\ 6.3 \\ -5.8 \end{bmatrix}$ بردار eigenfunction PCA برابر مجموعه داده در این است آورید.

داده ها را به فضای دو بعدی نفیست دهید (برگردد در eigen value مهمتر) سپس خط های بازسازی هر داده را حساب کنید و متوسط خط های بازسازی داده ها را پیدا کنید.

(۵) شش کلاس در فضای سه بعدی از توزیع نرمال $w_1 \sim N\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}\right)$ و $w_2 \sim N\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}\right)$ را در نظر بگیرید.

$w_3 \sim N\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$ بردار w_3 را در نظر بگیرید. با کمک روش Fisher Discriminant Analysis کار بر نفیست داده ها را به فضای دو بعدی با بهترین افعال خط منتقل بنامید.