

۱- سیگنال متناوب زمان-پیوسته $x(t)$ دارای مقدار حقیقی بوده و دوره تناوب اصلی آن برابر $T=8$ است. ضرایب غیر صفر سری فوریه $x(t)$ عبارتند از:

$$a_1 = a_{-1} = 2, \quad a_3 = a_{-3} = 4j$$

$x(t)$ را به صورت زیر بیان کنید:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k).$$

۲- سیگنال زمان-گسسته متناوب $x[n]$ دارای مقدار حقیقی بوده و دوره تناوب اصلی آن $N=5$ است. ضرایب غیر صفر سری فوریه $x[n]$ عبارتند از:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = a_{-2} = e^{j\pi/4}, \quad a_4 = a_{-4} = 2e^{j\pi/2}$$

$x[n]$ را به صورت زیر بیان کنید:

$$x[n] = A + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(\omega_k n + \varphi_k).$$

۳- برای سیگنال متناوب زمان-پیوسته مقابل: $x(t) = 2 + \cos\left(\frac{\gamma\pi}{\tau}t\right) + 4 \sin\left(\frac{\delta\pi}{\tau}t\right)$ ، فرکانس اصلی ω و ضرایب سری فوریه a_k را چنان تعیین کنید که:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega t}$$

۴- ضرایب a_k را برای سیگنال متناوب زمان-پیوسته زیر:

$$x(t) = \begin{cases} 1/\delta, & 0 \leq t < 1 \\ -1/\delta, & 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

با فرکانس اصلی $\omega = \pi$ محاسبه کنید.

۵- سه سیگنال متناوب زمان-پیوسته را در نظر بگیرید که نمایشهای سری فوریه آنها به شرح زیر است:

$$x_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma}\right)^k e^{jk\frac{\gamma\pi}{\delta}t}, \quad x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(k\pi) e^{jk\frac{\gamma\pi}{\delta}t}, \quad x_3(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} j \sin\left(\frac{k\pi}{\gamma}\right) e^{jk\frac{\gamma\pi}{\delta}t}$$

برای کمک در جواب دادن به سوالات از خواص سری فوریه استفاده کنید: الف) کدام یک از این سه سیگنال حقیقی هستند؟

ب) کدام یک از این سه سیگنال زوج هستند؟

۶- فرض کنید که اطلاعات رو به رو در مورد سیگنال $x(t)$ داده شده است: ۱- $x(t)$ حقیقی و فرد است. ۲- $x(t)$ متناوب با دوره تناوب $T=2$ بوده و دارای ضریب فوریه

$$a_k \text{ است برای } |k| > 1, \quad a_k = 0 \text{ است } -4 - \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \text{ دو سیگنال مختلف را که در این شرایط صدق می کنند، تعیین کنید.}$$

۷- فرض کنید که $x[n]$ یک سیگنال متناوب حقیقی و فرد با دوره تناوب $N=7$ و ضرایب فوریه a_k باشد. با فرض اینکه: $a_1 = 3j, a_2 = 2j, a_3 = j$ باشند، مقادیر a_4, a_5, a_6 را تعیین کنید.

۸- فرض کنید اطلاعات رو به رو در مورد سیگنال $x[n]$ داده شده است: ۱- $x[n]$ یک سیگنال حقیقی و زوج است ۲- $x[n]$ دارای دوره تناوب $N=10$ و ضرایب فوریه

$$a_k \text{ است } -3 - a_{11} = 5 - 4 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = 50 \text{ نشان دهید که } x[n] = A \cos(Bn+C) \text{ می باشد و مقادیر ثابتهای } A, B, C \text{ را مشخص کنید.}$$

۹- یک سیستم LTI زمان-پیوسته را در نظر بگیرید که پاسخ فرکانسی آن به صورت مقابل است: $H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{\sin \varphi \omega}{\omega}$. اگر ورودی این سیستم

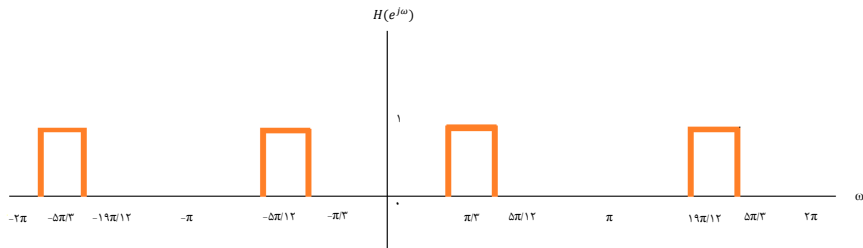
$$\text{سیگنال متناوب: } x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ -1, & 4 \leq t < 8 \end{cases} \text{ با دوره تناوب } T=8 \text{ باشد، خروجی متناظر } y(t) \text{ سیستم را تعیین کنید.}$$

۱۰- وقتی قطار ضربه مقابل: $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 4k]$ ورودی یک سیستم LTI خاص با پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ است، خروجی سیستم به صورت زیر در می

$$\text{آید: } y[n] = \cos\left(\frac{\delta\pi}{\gamma}n + \frac{\pi}{\gamma}\right) \text{ مقادیر } H(e^{jk\pi/\gamma}) \text{ را به ازای } k=0, 1, 2, 3 \text{ تعیین کنید.}$$

۱۱- خروجی فیلتر نشان داده شده در شکل زیر را برای ورودیهای متناوب زیر تعیین کنید:

الف) $x_1[n] = (-1)^n$

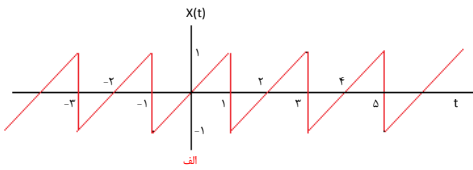


ب) $x_2[n] = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{4}n + \frac{\pi}{4}\right)$

پ) $x_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-4k|} u[n-4k]$

۱۲- نمایش سری فوری سیگنال های زیر را تعیین کنید:

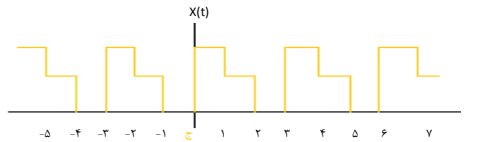
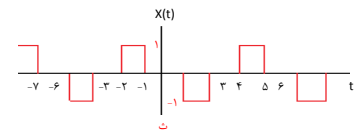
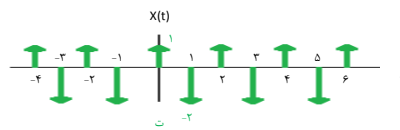
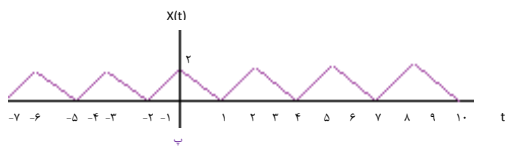
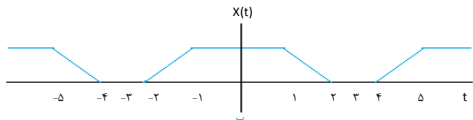
الف) $x(t)$ های داده شده در شکل الف تا ج



برای $x(t) = e^{-t}$, $-1 < t < 1$

ب) $x(t)$ متناوب با دوره تناوب ۲ و:

پ) $x(t)$ متناوب با دوره تناوب ۴ و $x(t) = \begin{cases} \sin \pi t, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & 2 < t \leq 4 \end{cases}$



۱۳- در هر یک از موارد زیر، ضرایب سری فوری یک سیگنال زمان-پیوسته که با دوره تناوب ۴ متناوب می باشد، مشخص شده است. در هر مورد، سیگنال $x(t)$ را تعیین

الف) $a_k = \begin{cases} 0, & k = 0 \\ j, & k \text{ زوج} \\ 2, & k \text{ فرد} \end{cases}$ ب) $a_k = (-1)^k \frac{\sin k\pi/4}{k\pi}$ ج) $a_k = \begin{cases} 0, & |k| < 3 \\ jk, & |k| < 3 \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$ د) $a_k = \begin{cases} 1, & k \text{ زوج} \\ 2, & k \text{ فرد} \end{cases}$

۱۴- فرض کنید که: $x(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ 2-t, & 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$ یک سیگنال متناوب با دوره تناوب اصلی $T=2$ و ضرایب سری فوری a_k باشد.

الف) مقدار a را تعیین کنید. ب) نمایش سری فوری $dx(t)/dt$ را تعیین کنید. پ) از قسمت ب) و خاصیت مشتق گیری سری فوری زمان-پیوسته کمک گرفته و ضرایب سری فوری $x(t)$ را تعیین کنید.

۱۵- سه سیگنال زمان-پیوسته مقابل با دوره تناوب اصلی $T = \frac{1}{4}$ را در نظر بگیرید: $z(t) = x(t)y(t)$, $y(t) = \sin(4\pi t)$, $x(t) = \cos(4\pi t)$

الف) ضرایب سری فوری $x(t)$ را تعیین کنید. ب) ضرایب سری فوری $y(t)$ را تعیین کنید. پ) برای تعیین ضرایب سری فوری $z(t) = x(t)y(t)$ ، از نتایج قسمتهای الف) و ب) همراه با خاصیت ضرب دو سیگنال فوری زمان-پیوسته استفاده کنید. ت) با بسط مستقیم $z(t)$ ، به شکل مثلثاتی، ضرایب سری فوری $z(t)$ را تعیین و نتیجه خود را با نتیجه قسمت پ) مقایسه کنید.

۱۶- فرض کنید $x(t)$ یک سیگنال متناوب باشد که ضرایب سری فوری آن به صورت مقابل است: $a_k = \begin{cases} 2, & k = 0 \\ j\left(\frac{1}{2}\right)^{|k|}, & k \neq 0 \end{cases}$ برای جواب دادن به پرسش های زیر از خواص سری فوری استفاده کنید:

الف) آیا $x(t)$ حقیقی است؟ ب) آیا $x(t)$ زوج است؟ پ) آیا $dx(t)/dt$ زوج است؟

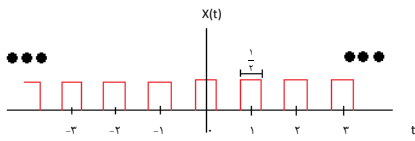
۱۷- سه سیگنال زمان گسسته زیر با دوره تناوب اصلی $N=6$ را در نظر بگیرید:

$x[n] = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{6}n\right)$, $y[n] = \sin\left(\frac{\pi}{6}n + \frac{\pi}{4}\right)$, $z[n] = x[n]y[n]$

الف) ضرایب سری فوریه $x[n]$ را تعیین کنید. ب) ضرایب سری فوریه $y[n]$ را تعیین کنید. پ) برای تعیین ضرایب سری فوریه $z[n]=x[n]y[n]$ ، از نتایج قسمتهای الف) و ب) همراه با خاصیت ضرب دو سیگنال فوریه زمان-گسسته استفاده کنید. ت) ضرایب سری فوریه $z[n]$ را از طریق محاسبه مستقیم و تعیین و نتیجه خود را با نتیجه قسمت پ) مقایسه کنید.

۱۸- یک سیستم LTI زمان پیوسته با پاسخ ضربه زیر را در نظر بگیرید: $h(t) = e^{-\tau|t|}$ برای هر یک از ورودیهای زیر، نمایش سری فوریه خروجی $y(t)$ را بیابید:

الف) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-n)$ ب) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \delta(t-n)$



پ) $x(t)$ موج متناوب نشان داده شده در شکل مقابل است.

۱۹- فرض کنید که اطلاعات زیر در مورد یک سیگنال متناوب زمان-پیوسته با دوره تناوب ۳ و ضرایب فوریه a_k داده شده است:

$$\int_{-1/\Delta}^{1/\Delta} x(t) dt = 2 - 4 \qquad \int_{-1/\Delta}^{1/\Delta} x(t) dt = 1 - 3 \qquad a_k = a_{-k} - 2 \qquad a_k = a_{k+2} - 1$$

$X(t)$ را تعیین کنید.

۲۰- فرض کنید اطلاعات زیر در باره سیگنال $x(t)$ داده شده است: ۱- $x(t)$ یک سیگنال حقیقی است. ۲- $x(t)$ متناوب با دوره تناوب $T=6$ است و دارای ضرایب فوریه a_k می باشد. ۳- برای $k=0$ و $k > 2$ ، $a_k=0$ است. ۴- $x(t) = -x(t-3)$ ۵- $\frac{1}{6} \int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = \frac{1}{6}$ ۶- a_1 عددی حقیقی و مثبت است.

نشان دهید که $x(t) = A \cos(Bt+C)$ و مقادیر ثابتهای A, B, C را تعیین کنید.

۲۱- فرض کنید که $x(t)$ یک سیگنال متناوب حقیقی با نمایش سری فوریه داده شده به صورت سینوسی-کسینوسی در معادله (۳-۳۲) باشد؛ یعنی:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos k\omega_0 t - C_k \sin k\omega_0 t]$$

الف) نمایش سری فوریه نمایی را برای جزء های زوج و فرد $x(t)$ بیابید؛ یعنی ضرایب α_k و β_k را بر حسب ضرایب معادله ی بالا چنان بیابید که:

$$Ev\{x(t)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{jk\omega_0 t}, \quad Od\{x(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \beta_k e^{jk\omega_0 t}$$

ب) در قسمت الف) رابطه ی بین α_k و α_{-k} چیست؟ رابطه ی بین β_k و β_{-k} چیست؟

پ) فرض کنید که سیگنال های $x(t)$ و $z(t)$ نشان داده شده در شکل زیر دارای نمایشهای سری سینوسی-کسینوسی زیر باشند:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos\left(\frac{\gamma\pi kt}{3}\right) - C_k \sin\left(\frac{\gamma\pi kt}{3}\right)], \quad z(t) = d_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [E_k \cos\left(\frac{\gamma\pi kt}{3}\right) - F_k \sin\left(\frac{\gamma\pi kt}{3}\right)]$$

سیگنال زیر را رسم کنید:

$$y(t) = \gamma(a_0 + d_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[B_k + \frac{1}{\gamma} E_k \right] \cos\left(\frac{\gamma\pi kt}{3}\right) + F_k \sin\left(\frac{\gamma\pi kt}{3}\right) \right\}$$

