

ریاضی عمومی ۱

مدرس: حبیبی

زمان تحویل: ۲۵ مهر

تمرین‌های اعداد مختلط

۱- تساوی‌های زیر را اثبات کنید:

$$(1 + i\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1 + i\sqrt{3})$$

$$(-1 + i)^7 = -8(1 + i)$$

۲- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط را بیابید که:

$$|z - i| \leq |z + i| \quad \bullet$$

$$\operatorname{Re}\left(\frac{\operatorname{Re} z}{z-2i} - 3i\right) = \left(\frac{\operatorname{Re} z}{|z|}\right)^2 \quad \bullet$$

$$|z + 1| = i \quad \bullet$$

$$|z - 3| + |z + 3| = 10 \quad \bullet$$

$$\left|\frac{z+1}{z+2i}\right| = 5 \quad \bullet$$

۳- ریشه‌های معادله زیر را بدست آورید و مکان آن‌ها را روی دایره مثلثاتی نشان دهید.

$$z^5 = -32$$

۴- معادلات زیر را در مجموعه اعداد مختلط حل کنید:

$$1 + z^2 + z^4 + z^6 = 0 \quad \bullet$$

$$1 + 2z^2 + 4z^4 + 8z^6 = 0 \quad \bullet$$

$$1 - z^2 + z^4 - z^6 = 0 \quad \bullet$$

$$z^4 + 4z^2 + 16 = 0 \quad \bullet$$

$$(z + 1)^4 = -1 \quad \bullet$$

$$z^4 = \frac{-\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}{-\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}} \quad \bullet$$

۵- مقادیر a و b را چنان بیابید که $(1 + i)$ یک ریشه معادله $z^5 + az^3 + b = 0$ باشد.